

А.С.Подколзин

# Компьютерное моделирование логических процессов

Том 7. Автоматическое создание приемов  
логической системы

Классификация приемов решателя. Логический ассемблер.  
Компилятор спецификаций. Создание тестовых примеров и  
доводка приемов

2021 г.

# Введение

В компьютерной сети хранятся огромные запасы знаний, накопленных человечеством. Казалось бы, отсюда рукой подать до искусственного интеллекта, способного применять эти знания для решения разнообразных задач и пополнять их запасы. Однако, время идет, а программы по-прежнему пишутся программистами, науки развиваются учеными, технические проекты создаются инженерами. Всплеск энтузиазма, вызванного успехами искусственных нейросетей в распознавании образов, этой картины не изменил. Создается такое впечатление, что центральной проблемой искусственного интеллекта является, все-таки, не проблема распознавания образов, а проблема алгоритмизации знаний. Нужно научить компьютер самостоятельно создавать по хранящимся в нем знаниям алгоритмы/приемы решения задач, и лишь тогда возникнет искусственный интеллект, по-настоящему понимающий эти знания.

С точки зрения математики, проблема алгоритмизации знаний сводится к вопросу: как из теорем извлечь приемы решения задач? Описываемая в данной монографии компьютерная система и создавалась как инструмент для изучения процесса преобразования теорем в приемы.

Прежде всего, пришлось накопить достаточно большое количество уже "алгоритмизированных" знаний и понять, как они должны быть организованы в компьютерной системе для того, чтобы она могла эффективно решать задачи. Прорабатывались примеры из множества различных предметных областей. Процесс решения разбивался на элементарные шаги, и для каждого из них предлагалось объяснение в виде небольшой программы - "приема", который в аналогичной ситуации выполнял аналогичные действия. Для приема определялось то ключевое понятие, появление которого в текущем контексте должно было инициировать попытку применения приема. За каждым понятием закреплялась ветвь программы решателя, к которой относились соответствующие приемы, и база приемов оказалась организована как энциклопедия приемов. Решение задачи происходило в процессе сканирования ее описания и обращения для текущего понятия к соответствующей ветви данной энциклопедии. Таким образом, система получила что-то вроде внутреннего "логического зрения" и могла принимать решение об очередном действии с учетом всей текущей картины.

Так как каждый прием действовал автономно и независимо от других приемов, а общее количество приемов на текущий момент достигло более чем 50000, возникла проблема организации разумного их взаимодействия, которое закладывалось в решающие правила приемов в процессе обучения на примерах. Всего было рассмотрено более 13000 задач из различных предметных областей: дискретная математика, алгебра множеств, элементарная алгебра, элементарная геометрия, аналитическая геометрия, линейная алгебра, математический анализ, дифференциальные уравнения, интегральные уравнения, комплексный анализ, теория вероятностей, общая алгебра, элементарная физика, элементарная химия, распознавание рукописных букв,

текстовый анализ, шахматы. Система отображает процесс решения задачи "по шагам" и оказалась способна решать многие задачи уровня конкурсных экзаменов по математике. Например, пошаговый показ решения задач по элементарной алгебре, который в последнее время демонстрирует программа С.Вольфрама, данная система умела делать еще 25 лет назад. Неплохо справляется она со стандартными задачами по элементарной геометрии, а также задачами из других перечисленных выше разделов. Таким образом, можно считать, что понимание того, как выглядят алгоритмизированные знания, было до некоторой степени достигнуто.

Чтобы упростить создание приемов, был создан специальный язык программирования ЛОС (Логический Описатель Ситуаций), максимально приближенный к логическому языку. Главной его задачей была формулировка сложных условий на целесообразность применения приема в текущем контексте. В этих условиях разрешалось использовать кванторы и описатели, причем операторы языка работали в режиме перечисления значений выходных переменных, позволившем обходиться без операторов цикла. Хотя язык ЛОС и оказался близок к известному языку логического программирования ПРОЛОГ, в отличие от ПРОЛОГа он ориентирован не на формулировку теоремы предметной области, а на формулировку условий управления этой теоремой. Для решателей это оказалось более важным, так как часто запись управляющей компоненты приема была во много раз сложнее записи теоретической компоненты. ЛОС существенно ускорил процесс программирования и упростил чтение программ. Для выполнения его программ создан интерпретатор, и вся работа системы, включая интерфейсы, происходит через ЛОС.

Дальше начался процесс постепенного движения вспять - от алгоритмизированных в виде приемов знаний к их источникам. Практика обучения решателя показала, что обычно прием основан на какой-то единственной теореме. В программе ЛОСа фрагменты этой теоремы и управления теоремой перемешаны достаточно хаотичным образом. Естественным первым шагом на пути к истокам программ стал переход к отдельной записи теоремы и управления. Для такого разделения был создан язык логического программирования ГЕНОЛОГ, в котором прием задается теоремой, сопровождаемой некоторой алгоритмизирующей разметкой ("генотипом" приема), понятной компилятору. Этот язык, в отличие от ЛОСа, не является непосредственно исполняемым. Компилятор преобразует описание приема на ГЕНОЛОГе в программу ЛОСа.

Чтобы сформулировать условия целесообразности применения теоремы в текущем контексте, ГЕНОЛОГ использует полномасштабный логический язык. Таким образом, описание приема имеет два логических уровня - уровень предметной области, на котором задается теорема, и уровень структур данных, на котором задается управление теоремой. В этом заключается принципиальное отличие ГЕНОЛОГа от других языков логического программирования. Создание ГЕНОЛОГа происходило постепенно, по мере проработки задач из различных разделов. Фактически, он представляет собой огромную коллекцию способов алгоритмизации теорем. ГЕНОЛОГ настолько упростил и ускорил создание приемов, что позволил в сравнительно короткие сроки накопить их запас, достаточный, например, для решения задач по планиметрии. Проработка перечисленных выше разделов, в которых было создано более 50000 приемов решателя, была осуществлена на ГЕНОЛОГе. Предшествующие шесть томов данной монографии посвящены изложению этих приемов и описанию общей организации компьютерной логической системы.

Однако, ГЕНОЛОГ оказался лишь промежуточным пунктом на пути от приемов

к породившим их теоремам. Алгоритмизирующая разметка теоремы была нацелена лишь на то, чтобы подробно объяснить компилятору, как по теореме создавать ЛОС-программу приема. В ней ничего не говорилось о целях применения приема. Чтобы автоматизировать создание таких разметок, была предпринята классификация приемов ГЕНОЛОГа по целевому признаку. Согласно этой классификации, целевая установка приема описывалась типом приема и небольшим набором сопровождающих его данных. Например, направлением тождественной либо эквивалентной замены, выделением каких-то переменных, подтермов, и т.п. Такая целевая установка, получившая название спецификации приема, оказалась фактически альтернативным способом задания приема. Язык задания приемов с помощью сопровождающих теорему спецификаций был назван логическим ассемблером. Аналогия с обычным ассемблером, хотя и весьма отдаленная, заключается в том, что тип приема уподобляется коду операции, а дополнения к нему - операндам.

Число типов приемов приближается к 1500. Наиболее часто встречаются порядка 300 из них. Для перехода от задания приема на логическом ассемблере к заданию его на ГЕНОЛОГе был создан компилятор. Однако, этот процесс компиляции потребовал привлечь принципиально новый элемент - доводку создаваемого приема на задачах с целью оптимизации его параметров и бесконфликтного "вживления" в базу приемов.

Логический ассемблер, хотя и оказался языком пограничного слоя между теоремами и программами, примыкает к этому слою со стороны программ. В первую очередь, из-за того, что теоремы приемов оказалось целесообразно, в целях упрощения компиляции, несколько "деформировать" по отношению к обычным теоремам, отбрасывая избыточные проверки и добавляя некоторые элементы технического характера. Все-таки, теоремы приемов представляют собой лишь фрагмент языка программирования. Чтобы перейти через "пограничный слой" между приемами и теоремами и далее продолжить работу со стороны базы теорем, нужно было прежде всего создать эту самую базу теорем.

Заполнение базы теорем непосредственно из учебников привело бы к существенному разрыву между ними и теоремами приемов. Теоремы приемов обычно содержали множество обобщающих параметров или представляли собой какие-то комбинации теорем "из учебников", ориентированные на решение задач и в учебниках обычно отсутствующие. Чтобы проследить источники приемов, нужно было избежать указанного разрыва. Поэтому первоначально база теорем заполнялась теоремами, представляющими собой аккуратные с точки зрения логики переформулировки теорем приемов. Она представляла собой как бы "проекцию" базы приемов. В большинстве случаев теорема из базы теорем попросту совпадала с теоремой приема.

Следующим вопросом было: как по теореме создавать спецификации приемов? Имеющаяся база теорем, привязанная к базе приемов и к уже готовым их спецификациям, позволила провести определенную классификацию теорем и выработать некоторый список стандартных характеристик теорем, подсказывающих возможные типы приемов для них. Большинство этих характеристик легко вычислялись непосредственно по теореме, и для сопровождения ими теоремы была создана специальная процедура, названная характеристикатором. Создание других характеристик требовало понимания предыстории возникновения теоремы. Они должны были появляться лишь в процессе вывода теорем. Так или иначе, в базе теорем каждая теорема сопровождалась списком своих характеристик. Спецификации приемов создавались процедурой, просматривающей характеристики теоремы и предлагающей для текущей

характеристики список возможных спецификаций. Эта процедура получила название спецификатора.

Собственно говоря, уже с этого момента появилась возможность автоматического создания приемов по теореме: сначала характеристизатор сопровождает теорему списком характеристик, затем спецификатор предлагает по каждой из них возможные спецификации, далее компилятор спецификаций преобразует их в описания приемов ГЕНОЛОГа, и, наконец, компилятор ГЕНОЛОГа получает ЛОС-программы приемов.

Однако, такие приемы, созданные без учета того, какие приемы уже имеются в решателе, обычно оказываются бесполезными или даже вредными. Либо они дублируют то, что делалось другими приемами, либо бесплодные попытки их применения сильно замедляют работу, либо они вообще направляют ход решения по ошибочному руслу. Чтобы преодолеть это явление, понадобились еще два этапа обработки приема.

Прежде всего, предпринимается попытка создать для приема простую тестовую задачу, которая решалась бы данным приемом, но не решалась в его отсутствие. Так как тип приема известен и известна его целевая ориентация, достаточно, чтобы задача была лишь одноходовкой, проверяющей, что решатель способен сделать шаг в направлении нужной цели. Данный этап обеспечивает настолько хорошую фильтрацию, что ее проходят только те приемы, которые действительно расширяют возможности решателя. Фактически, тестовый пример служит как бы доказательством необходимости приема.

Однако, даже необходимый для одной задачи прием бывает способен "поломать" ход решения других задач обучающего материала, сохраняемого в задачнике решателя. Поэтому, после примерки на тестовых задачах, предпринимается прокрутка решателя по одному или нескольким разделам задачника для выявления тех задач, решение которых сильно замедлилось или на которые стал возникать отказ. На этих задачах предпринимается доводка приема: варьируется уровень срабатывания приема, предпринимается переход к подтипу приема, обеспечивающему более высокую степень мотивированности срабатывания, и т.п. При доводке учитывается, что прием по-прежнему должен решать свою тестовую задачу.

Лишь после примерки и доводки автоматически созданные приемы регистрируются в накопителе результатов. Так как система находится лишь на стадии обучения, окончательный отбор приемов из накопителя и перенесение их в основную базу приемов пока выполняется вручную. Обычно отклоняется лишь меньшая их часть, причем причиной служит крайне маловероятное возникновение ситуации, на которую рассчитан прием.

Но вернемся к рассмотрению теорем - до того момента, как для них генерировались спецификации. Как уже говорилось, те теоремы, по которым создаются приемы, редко совпадают с "базисными" теоремами из учебников. Обычно они представляют собой результат определенной переработки базисных теорем, необходимой для решения задач. Такая переработка может заключаться в том, что теорема снабжается множеством обобщающих параметров, ориентированных на применение ее в "неявных" ситуациях, либо в комбинировании нескольких теорем для вывода стандартной "заготовки" для часто встречающейся в задачах ситуации, и т.п. Поэтому, для завершения рассмотрения цикла алгоритмизации теорем, осталось обеспечить указанный переход от базисных теорем к теоремам, по которым будут создаваться приемы. Этот переход будем называть программирующим логическим выводом.

Извлеченные из базы приемов решателя теоремы оказались превосходным обучающим материалом для создания приемов программирующего вывода. Они были распределены по специальным подразделам оглавления базы теорем - своего рода задачам на программирующий вывод. В первом пункте подраздела располагались одна или несколько базисных теорем, в остальных пунктах размещались те теоремы - источники приемов, которые должны были получаться программирующим выводом из базисных теорем. Эти подразделы получили название ячеек логического вывода.

Разумеется, доказательства теорем изложены в учебниках и хорошо известны. Не составляет особого труда и доказательство их следствий, используемых для создания приемов. Но умение доказывать теоремы ничего не дает, если сами теоремы еще отсутствуют. Поэтому проработка программирующего логического вывода означала ни много ни мало анализ процессов "открытия" теорем, начиная хотя бы с их простых следствий.

Чтобы объяснять, как та или иная теорема ячейки могла бы быть открыта при анализе базисных теорем, приходилось находить цепочку достаточно естественных переходов, быть может с привлечением дополнительных теорем, которые тоже заносились в общую базу теорем - для дальнейшего объяснения их "происхождения". Для установления того, какие переходы являются естественными, использовались характеристики теорем. Они позволили придать переходам в цепочке вывода вполне определенную целевую направленность. Каждый переход оформлялся в виде небольшой программы, анализирующей теорему в контексте заданной ее характеристики. Такие программы, названные приемами программирующего логического вывода, аккумулировались в своеобразном "теоремном" решателе системы. На текущий момент он насчитывает более 1500 приемов.

Прием программирующего вывода - существенно более развитый объект, чем обычное правило вывода в математической логике. Во-первых, он должен самостоятельно находить в базе теорем дополнительные теоремы, которые в сочетании с текущей анализируемой теоремой будут давать полезные следствия. Здесь используются как оглавление базы теорем, так и специальные процедуры быстрого поиска теорем заданного типа. Во-вторых, прием программирующего вывода может обращаться к решателю для различных вспомогательных задач, подсказанных его целевой установкой. В результате срабатывание одного такого приема часто оказывается равносильным длинной цепочке применений обычных правил вывода, причем устройство ее непредсказуемо из-за подключения мощного аппарата всей базы приемов решателя. В-третьих, прием должен использовать определенные эвристические правила для блокировки вывода малополезных (например, чрезмерно громоздких) теорем. В частности, для этого используется блокировка определенных сочетаний последовательно применяемых приемов вывода. При обучении такая блокировка позволила устойчиво обеспечивать исчерпание возможностей дальнейшего вывода в ячейке и выдачу окончательного результата за приемлемое время. В особых случаях результаты вывода выносились в новые ячейки, и глубина вывода таким образом увеличивалась. В-четвертых, прием вывода должен сопровождать теорему характеристиками. Обычно для этого используется общая процедура характеристизатора, но иногда прием сам указывает характеристики, объясняющие цель, ради которой он ее получил.

Грань между программирующим логическим выводом и исследовательским выводом является весьма условной. При проработке базы теорем оказалось, что получение многих "классических" теорем может быть объяснено приемами логического

вывода того же уровня сложности, что и для их "технических" следствий. Несложные приемы, объясняющие, как одна теорема могла бы быть выведена из других, были созданы, например, для формул корней квадратных и кубических уравнений в элементарной алгебре, теоремы Пифагора и теорем синусов и косинусов в планиметрии, свойств определителей в линейной алгебре, основных формул вычисления первообразных в математическом анализе и т.д. Фактически, теоремы прорабатываются почти подряд, без разделения на базисные и вторичные. Все это вывело процесс обучения решателей на качественно более высокий уровень. Если раньше анализировались задачи из задачника и нужно было предложить приемы, которые доводили аналогичные задачи до ответа, то теперь анализируются теоремы и предпринимаются попытки создать приемы для "открытия" новых теорем. При этом разрешается использовать весь ранее накопленный системой потенциал решения задач.

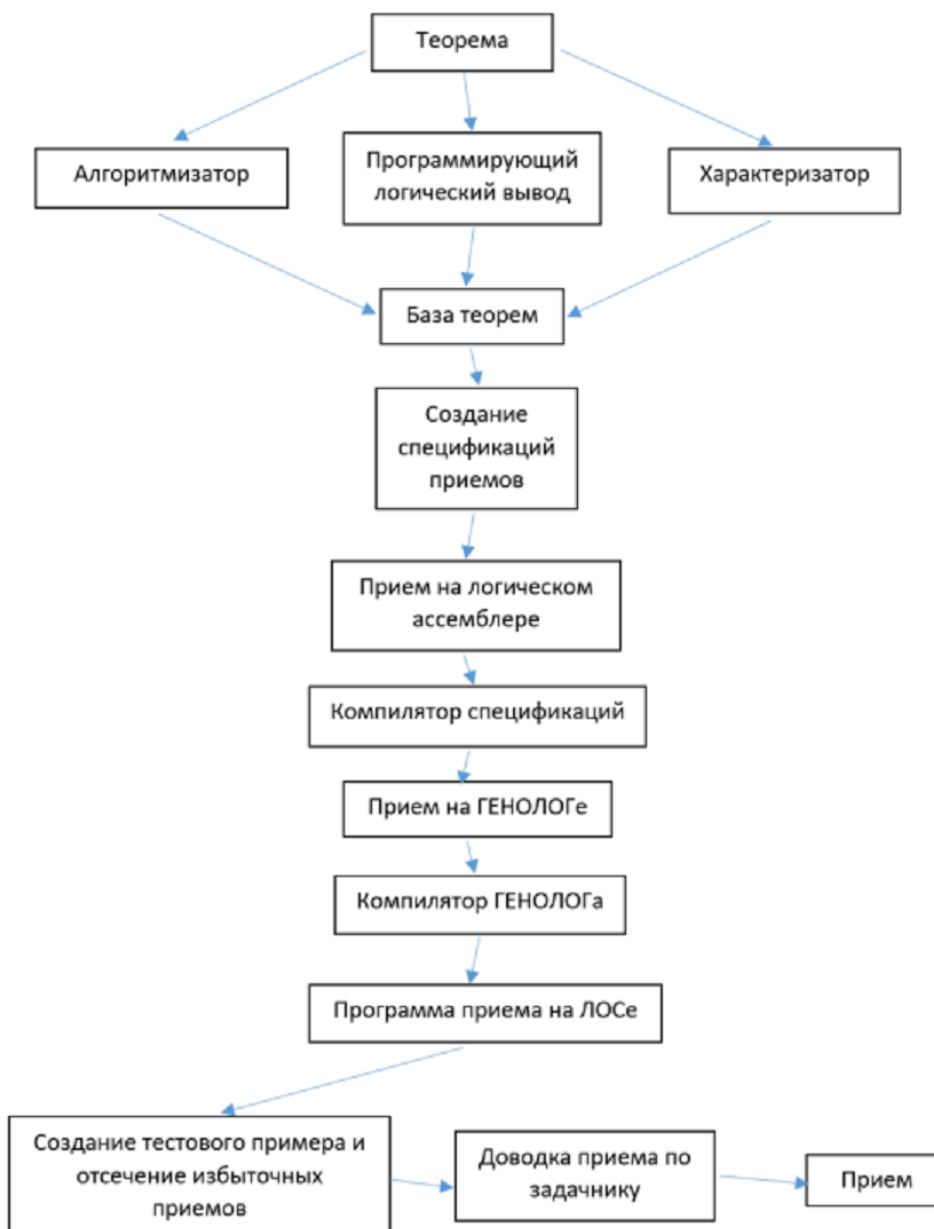
Создан прототип генератора приемов, функционирующий по следующей схеме. Выбирается ячейка логического вывода, и в ней запускается процесс вывода теорем. Обычно возникают десятки теорем. В процессе вывода каждая теорема снабжается характеристиками. По этим характеристикам генерируются спецификации приемов (обычно - тоже вплоть до десятка спецификаций на каждую теорему). Компилятор спецификаций преобразует те из спецификаций, для которых пока не созданы приемы, в описания приемов на ГЕНОЛОГе. Для текущего такого приема (пока не откомпилированного на ЛОС) создается тестовый пример. Проверяется, что этот пример не решается системой, после чего новый прием компилируется, и проверяется, что теперь тестовый пример решается. Для отобранных таким образом новых приемов предпринимается расчистка - удаляются приемы, тестовые задачи которых решаются другими новыми приемами. В результате остается лишь малая часть изначально созданных приемов. Для них предпринимается завершающая двухэтапная доводка - сначала происходит прогонка по тому разделу задачника системы, для которого создавались приемы, затем - по всему задачнику. После каждой прогонки отбираются "испортившиеся" задачи, и для восстановления их нормального решения приемы корректируются. В процессе доводки приемы сортируются на пригодные для перенесения в решатель и непригодные. Последние дают информацию для развития генератора приемов. Окончательное перенесение приема в основную базу приемов пока происходит вручную.

Указанный прототип был протестирован на различных разделах базы теорем и позволил создать более 2000 новых приемов, аналогичных ранее созданным вручную и не только им не уступающих, но иногда даже превосходящих, так как при ручном синтезе многие требующие учета особые случаи упускались из виду.

В действительности не все приемы решателя основаны на теоремах. Некоторые из них основаны на тех или иных общих особенностях конкретного раздела, сформулированных в виде так называемых протоколов базы теорем. Эти протоколы уточняют способы алгоритмизации теорем раздела; в частности, порождают приемы, обращаемые для вывода следствий или преобразований к вспомогательным задачам безотносительно к каким-либо конкретным теоремам. Система, создающая протоколы при общем рассмотрении раздела базы теорем, названа алгоритмизатором. Технически алгоритмизатор является частью процедуры вывода теорем.

Наконец, упомянем об еще одном классе приемов - общелогических приемах, запрограммированных непосредственно на ЛОСе. Перевод их на ГЕНОЛОГ вряд ли целесообразен, так как ГЕНОЛОГ, по сути дела, является переходником между логическим языком предметной области и языком для описания структур данных, а в

указанных приемах языком предметной области как раз и является язык структур данных - ЛОС. Этих приемов немного, они имеют универсальный характер, и автоматизация их создания пока не актуальна. По-видимому, эту автоматизацию можно свести к решению задач, формулируемых в терминах предикатов и операций ЛОСа. Приведем диаграмму, на которой представлены основные этапы и основные "действующие лица" изложенного процесса алгоритмизации теорем:



Как уже говорилось, первые шесть томов монографии были посвящены изложению общей архитектуры системы и приемам, созданным в различных предметных областях. В них были описаны языки ЛОС и ГЕНОЛОГ, а также интерпретатор ЛОСа и компилятор ГЕНОЛОГа. Далее будут рассматриваться остальные пункты приведенной выше диаграммы.



В данном, седьмом томе приводится классификация приемов ГЕНОЛОГа по их целевой направленности. Для каждого типа приемов приводится пример и указывается спецификация этого примера - задание приема на логическом ассемблере. После описания логического ассемблера рассматриваются: процедура компилятора спецификаций, процедура создания тестовых примеров для созданных приемов и отбора избыточных приемов, процедура доводки приемов по задачам, сохраненным в задачнике решателя за время его "ручного" обучения. В заключение приводятся две сотни примеров приемов, созданных системой автоматически.

Фактически, в данном томе прослеживается та часть цепочки синтеза приемов, которая расположена после условной границы, отделяющей теорем от приемов. В следующем, восьмом томе, будет рассмотрена организация базы теорем, описаны типы характеристик теорем и изложена процедура автоматического создания спецификаций по теоремам. Иными словами, рассмотрена та часть цепочки, которая примыкает к указанной границе со стороны теорем. Наконец, в заключительном, девятом томе монографии будет описана процедура программирующего логического вывода.

Напомним, что последнюю версию логической системы можно получить по адресу ”[www.intsys.msu.ru/invest/solver/log syst.zip](http://www.intsys.msu.ru/invest/solver/log syst.zip)”.

Автор выражает искреннюю благодарность В.Б.Кудрявцеву, поддержка которого сделала возможным проведение данного исследования.

# Оглавление

<b>1</b>	<b>Классификация приемов решателя</b>	<b>3</b>
1.1	Предварительные сведения о логическом ассемблере . . . . .	4
1.2	Логический ассемблер . . . . .	8
1.2.1	Справочники и сопровождающие их простейшие приемы . . . . .	9
1.2.2	Приемы тождественной замены . . . . .	10
1.2.3	Приемы эквивалентной замены . . . . .	100
1.2.4	Усмотрение истинности либо ложности . . . . .	226
1.2.5	Вывод в посылках . . . . .	241
1.2.6	Вывод в условиях задачи на описание . . . . .	430
1.2.7	Исключение несущественных неизвестных . . . . .	436
1.2.8	Обратный вывод . . . . .	438
1.2.9	Создание комментариев . . . . .	442
1.2.10	Пакетные операторы . . . . .	443
1.2.11	Прочие приемы . . . . .	468
<b>2</b>	<b>Компилятор спецификаций</b>	<b>469</b>
2.1	Процедура "схемапосылок" . . . . .	471
2.1.1	Процедура "блокпосылок" . . . . .	479
2.2	Процедура "схемаидентификации" . . . . .	491
2.3	Процедура "схемапреобразований" . . . . .	519
2.4	Процедура "схеманормализации" . . . . .	524
2.5	Процедура "фильтрыприема" . . . . .	536
2.6	Процедура "учетприема" . . . . .	559
2.7	Процедура "преобрфильтр" . . . . .	561
2.7.1	Приемы справочника "преобрфильтр" . . . . .	563
<b>3</b>	<b>Тестирование приемов</b>	<b>578</b>
3.1	Процедура "регприем" . . . . .	580
3.2	Справочник "задачи" . . . . .	590
3.2.1	Тождественная замена . . . . .	590
3.2.2	Эквивалентная замена . . . . .	612
3.2.3	Усмотрение истинности либо ложности . . . . .	632
3.2.4	Вывод в посылках . . . . .	633
3.2.5	Исключение несущественных неизвестных . . . . .	644
3.2.6	Обратный вывод . . . . .	645
3.2.7	Пакетные операторы . . . . .	646

<b>4</b>	<b>Доводка приемов</b>	<b>650</b>
4.0.8	Исходные данные доводчика . . . . .	651
4.0.9	Действия, предшествующие доводке . . . . .	651
4.0.10	Процедура "Расчистка" . . . . .	654
4.0.11	Продолжение предобработки после обращения к процедуре "Расчистка" . . . . .	657
4.0.12	Процедура "Примерка" . . . . .	658
4.0.13	Запуск задачи в процессе прокрутки . . . . .	661
4.0.14	Объединение результатов параллельной прокрутки . . . . .	664
4.0.15	Запуск доводчика по итогам примерки . . . . .	667
4.0.16	Шаг работы доводчика . . . . .	672
4.0.17	Процедура "доводка" . . . . .	672
<b>5</b>	<b>Примеры приемов, созданных генератором приемов</b>	<b>700</b>

# Глава 1

## Классификация приемов решателя

Задание приемов на ГЕНОЛОГе - важный шаг к пониманию того, как приемы возникают из теоретических знаний. В этом задании явным образом присутствует теорема, сопровождаемая подробными инструкциями как и когда ее применять. Компилятор ГЕНОЛОГа, получая такие инструкции, однозначно синтезирует по ним программу приема на ЛОСе, и она сразу готова к употреблению.

Однако, необходимо делать следующий шаг, направленный на выявление источников приемов. Приведенное в предыдущих томах монографии описание приемов ГЕНОЛОГа, возникших при проработке множества различных предметных областей, демонстрирует огромное разнообразие их устройства. Чтобы автоматизировать синтез приемов, необходимо как-то уменьшить это разнообразие - классифицировать приемы так, чтобы для каждого типа приемов можно было предложить свой способ их создания. Наиболее естественным подходом представляется классификация приемов по целевой направленности. Вместо подробного описания того, как решатель должен использовать теорему приема, будет рассматриваться лишь указание на то, с какой целью данная теорема будет использоваться. Вся накопленная база приемов ГЕНОЛОГа тогда будет выступать в качестве обучающего материала, дающего ответ на вопрос, каким образом из сопровождающей теорему целевой установки извлечь подробное описание способа ее применения, т.е. прием ГЕНОЛОГа.

Классификация приемов по целевому признаку была предпринята, хотя бы частично, для ряда математических разделов решателя: алгебра логики и теория множеств, комбинаторика, элементарная алгебра, элементарная геометрия, аналитическая геометрия, линейная алгебра, математический анализ, комплексный анализ, теория вероятностей, общая алгебра. В некоторых разделах она охватывает значительную часть приемов, в других - лишь едва обозначена. Ничто не мешает продолжить ее на приемы нематематических разделов, например, такие, как физика и химия.

Целевая установка, сопровождающая теорему приема, складывается из логического символа, кодирующего тип приема, и нескольких (обычно одного - двух) сопровождающих этот тип данных. Такими данными могут служить указатель направления при применении тождества или эквивалентности, выделенная переменная (например, неизвестная), и т.п. В целом, ситуация напоминает язык ассемблера: тип приема является аналогом кода операции, дополнительные данные - аналогом операндов.

Так как имеется компилятор для преобразования в прием ГЕНОЛОГа теоремы приема, снабженной целевой установкой, то фактически мы имеем дело с языком задания приемов, уровень которого выше уровня ГЕНОЛОГа. Ввиду указанной выше аналогии с обычным ассемблером, этот язык получил название логического ассемблера,

а целевая установка названа спецификацией приема. Обычно спецификация приема совсем невелика по объему, в отличие от описания приема на ГЕНОЛОГе. Заметим, впрочем, что компилятор, преобразующий спецификацию в прием ГЕНОЛОГа, редко выдает окончательную версию приема, пригодную к использованию. Он дает лишь исходную версию, которая требует доводки на примерах и лишь после этого становится полноценным приемом. В этом отличие данного компилятора от обычных компиляторов: доводка на примерах становится частью компиляции. Такая ситуация продиктована чрезвычайно высоким уровнем языка.

Для развития логического ассемблера был создан несложный интерфейс, позволяющий пролистывать базу приемов и выполнять предварительную их классификацию - выявление типов приемов. Предпринят также предварительный цикл пролистывания этой классификации и ее уточнения. Многие созданные вручную приемы иногда оказывались слишком частными, иногда - неоправданно общими, а в ряде случаев и вовсе неадекватными, так как задачу следовало решать совсем другими средствами. Поэтому, наряду с классификацией приемов, потребовалась существенная их переработка, направленная на исключение (по мере возможности) "одноразовых" типов приемов и повышение степени мотивированности срабатываний. Так как даже небольшое изменение приема, срабатывающего в десятках, а тем более сотнях задач, обычно влечет за собой необходимость переработки траекторий решения задач, пусть даже и не всех, трудоемкость работы по расчистке системы типов приемов оказалась весьма значительной. Впрочем, опыт показал, что эта расчистка вполне возможна (например, практически полностью были модернизированы приемы планиметрии), а после нее качество работы решателя повышается.

## 1.1 Предварительные сведения о логическом ассемблере

### Оглавление типов приемов

Оглавление типов приемов представляет собой подоглавление оглавления программ. Перейти к его корню от корня оглавления программ можно вдоль пути "Синтез приемов" - "Оглавление типов приемов (Логический ассемблер)".

В концевых пунктах оглавления типов приемов располагаются краткие тексты, характеризующие тип приема. Чтобы определить логический символ, кодирующий тип приема, нужно в таком концевом пункте нажать клавишу "курсор вправо". Она вызовет переход в просмотр программы справочника "заголовокприема", причем логический символ, к которому относится эта программа, и есть код типа приема. Для возвращения в оглавление программ, как обычно, нажимается "End".

Совмещение оглавления типов приемов с оглавлением программ справочника "заголовокприема" имеет простое объяснение: данный справочник инициирует процесс создания приема ГЕНОЛОГа по его спецификации, и подробности этой инициализации можно сразу уточнить, выйдя на нужный пункт оглавления типов.

Чтобы просмотреть все приемы решателя, отнесенные к заданному типу, нужно, находясь в концевом пункте этого типа, нажать "Ctrl-курсор вправо". На экране появится описание приема ГЕНОЛОГа - первого из серии приемов, отнесенных к заданному типу. Переход между приемами этой серии выполняется клавишами "курсор вверх" -

"курсор вниз". Если список приемов данного типа очень большой, то будут показаны лишь первые 50 приемов. Обычно этого достаточно.

Просматривая описание приема, следует понимать, что просмотр происходит не из оглавления приемов. Если в этот момент нажать "курсор влево", то произойдет возвращение к концевому пункту оглавления типов приемов. Для перехода в просмотр того же самого приема из оглавления ГЕНОЛОГа нужно нажать "Enter". Правда, тогда для возвращения в исходный концевой пункт оглавления типов придется сначала выйти в главное меню (например, нажатием "End"), а затем вернуться в оглавление программ нажатием "л".

При просмотре списка приемов, отнесенных к заданному типу, работают почти все стандартные средства просмотра описания приема ГЕНОЛОГа. Заблокированы попытки изменить прием и перейти к его ЛОС-программе.

В дополнение к стандартным средствам просмотра описания приема ГЕНОЛОГа, уже рассмотренным ранее, имеется возможность просмотра его спецификации. Для этого достаточно нажать клавишу "и". Описание приема на ГЕНОЛОГе будет спрятано, а непосредственно под теоремой приема появятся два других окна. В первом из них скопирован текст концевого пункта оглавления типов приемов, характеризующий данный тип. Во втором будут приведены прочие элементы спецификации - логические символы либо термины. Количество и смысл этих элементов зависят от типа приема. Далее, перечисляя типы, мы будем каждый раз уточнять необходимые сопровождающие их данные.

Для перехода от описания приема ГЕНОЛОГа, расположенного в базе приемов, к соответствующему пункту оглавления типов приемов, придется снова делать два шага - выйти в главное меню ("End") и нажать "л" для перехода в оглавление типов. Предварительно нужно нажать "и" для просмотра спецификации. Это настроит оглавление программ для правильного перехода.

Если при нажатии на "и" спецификация приема не прорисовывается, это означает, что прием пока не отнесен к какому-либо типу.

Отнесение созданного вручную приема ГЕНОЛОГа к тому или иному типу выполняется следующим образом. Из просмотра приема нажимается "х" (кир.). После этого на экране возникает корневая вершина оглавления типов приемов. В этом оглавлении следует выбрать нужный концевой пункт и нажать на нем "курсор вправо". Сразу же вслед за этим произойдет возвращение к просмотру описания приема, в котором будут прорисованы: теорема, под ней - текст выбранного концевого пункта оглавления типов, и ниже - список дополнительных элементов спецификации, созданных автоматически. Для некоторых типов приемов такие элементы автоматически не создаются или создаются лишь частично. В обоих случаях в начале списка дополнительных элементов (возможно, пустого) располагается курсор текстового редактора, так что этот список можно сразу же скорректировать. В конце редактирования нажимается "Enter", после чего спецификация приема уже создана. Автоматически произойдет возвращение к просмотру описания приема на ГЕНОЛОГе.

Эту же процедуру следует проделать, если нужно изменить ранее введенный тип приема. Как только в оглавлении типов будет нажата клавиша "курсор вправо" на концевом пункте, вся информация о ранее созданной спецификации будет безвозвратно утеряна.

Если тип приема желательно сохранить, а изменить лишь дополнительные элементы спецификации, нажимается "и" и выполняется необходимая коррекция.

Напомним, что вся информация о приемах ГЕНОЛОГа сохраняется в 8-м информационном блоке решателя (см. первый том монографии). В дереве номеров узлов этого блока концевые вершины суть узлы теорем приемов. Если прием имеет заголовок  $P$ , то от узла теоремы по меткам "команды", " $P$ " имеет место переход к узлу приема. Спецификация приема сохраняется в логическом терминале "примечание" узла приема. Она представляет собой набор термов и логических символов, в котором выделяется элемент "тип( $T$ )", где  $T$  - логический символ, являющийся типом приема.

В процессе обучения системы могут исключаться старые приемы, появляться новые, изменяться тип ранее созданного приема. Поэтому ссылки из оглавления типов на приемы, имеющие данный тип, нужно время от времени обновлять. Для этого, зайдя в оглавление программ (не базы приемов!), нужно нажать "Ctrl-тильда". Все старые ссылки будут отброшены, и после просмотра базы приемов создадутся новые. Следует заметить, что этот процесс занимает несколько минут. Проверить, что система не зависла, можно нажатием "Break". Если появляется кадр отладчика ЛОСа, то все в порядке, и процесс может быть продолжен нажатием клавиш "0" и "Enter". По окончании система выйдет в главное меню.

Если прием ГЕНОЛОГа сопровождается спецификацией, то можно получить его альтернативную версию, созданную компилятором спецификаций. Для этого из просмотра приема нажимается "г". Появится новая версия приема, отделенная снизу голубой чертой. Можно некоторое время переходить от просмотра этой версии к просмотру старой версии и обратно, нажимая "р". Чтобы фактически поменять старую версию на новую, нужно при просмотре старой версии нажать "Ctrl-ъ". Делать это следует осмотрительно, так как обычно компилятор спецификаций создает лишь исходную версию приема, требующую доводки на примерах. В сомнительных случаях рекомендуется устроить прокрутку по задачику для выявления тех точек, где решение сильно замедлилось либо было утеряно. Анализ этих точек позволит либо уточнить прием вручную, либо попытаться продолжить обучение компилятора спецификаций, чтобы в будущем он проявлял большую предусмотрительность. Заметим, что при нажатии "Ctrl-ъ" старая версия полностью удаляется, даже без сохранения в буфере. Новая версия не только замещает ее, но и компилируется в программу ЛОСа.

### **Справочник "заголовковприема"**

Как уже говорилось выше, справочник "заголовковприема" инициирует работу компилятора спецификаций. Так как его программы соответствуют типам приемов, то целесообразно совместить описание этих типов с описанием программ справочника. Поэтому, прежде чем перейти к подробному ознакомлению с логическим ассемблером, сообщим основные сведения о данном справочнике.

Входными данными справочника служат: текущий логический символ - тип приема;  $x_1$  - теорема приема;  $x_2$  - спецификация приема;  $x_3$  - вспомогательная структура данных компилятора спецификаций, называемая блоком приема. Справочник синтезирует описания приемов согласно  $x_1$  и  $x_2$  (их может оказаться несколько) и регистрирует в накопителе (приемы ...) блока приемов (см. ниже).

Каждая программа справочника "заголовковприема" создает лишь ту часть описания приема ГЕНОЛОГа, для которой необходимо знание типа приема. Затем действия

всех этих программ объединяются в один общий поток компилятора спецификаций, который будет подробно рассмотрен в конце книги. Объединение происходит в результате обращения всех таких программ к процедуре "схемапосылок".

Перечислим основные информационные элементы, хранящиеся в блоке приема. Некоторые из них ("приемы", "теорема") вводятся в блок приема еще до обращения к справочнику "заголовокприема", другие ("заголовок", "условие", "прием", "примечание") создаются этим справочником, третьи появляются на более поздних этапах компиляции.

1. (заголовок  $A$ ) -  $A$  есть заголовок приема.
2. (условие  $A$ ) -  $A$  есть набор фильтров создаваемого приема ГЕНОЛОГа.
3. (прием  $A$ ) -  $A$  есть набор элементов описания создаваемого приема ГЕНОЛОГа, за исключение элемента "условие(...)", перечисляющего фильтры.
4. (приемы  $A$ ) -  $A$  есть накопитель четверок (теорема приема - заголовок приема - спецификация приема - описание приема) для созданных приемов ГЕНОЛОГа. Набор (приемы пустоеслово) должен быть создан еще при обращении к справочнику "заголовокприема". Его следует зарегистрировать в какой-либо программной переменной. Справочник не изменяет сам набор, а только его второй элемент. Поэтому, после обращения к справочнику, можно рассмотреть значение указанной программной переменной и определить созданные приемы.
5. (примечание  $A$ ) -  $A$  есть спецификация приема.
6. (теорема  $A_1 A_2$ ) - пара  $A_1, A_2$  есть ссылка на теорему из базы теорем (т.е. логический символ и номер узла этого символа), являющуюся источником создаваемого приема.
7. (квантор  $A$ ) -  $A$  есть тип квантора ("длялюбого", "существует"), вводимого приемом кванторной расшифровки.
8. (антецедент  $A_1 A_2$ ) -  $A_1$  есть набор вхождений корней антецедентов теоремы,  $A_2$  - соответствующий набор указателей типов их обработки. Если антецедент непосредственно идентифицируемый, то на соответствующей позиции в  $A_2$  стоит 0.
9. (текприем  $A_1 A_2 A_3$ ) - ссылка на прием, для которого происходит тестирование его синтеза либо доопределение. Здесь  $A_1$  - логический символ,  $A_2$  - номер узла теоремы приема в ветви этого символа,  $A_3$  - заголовок приема.
10. (идентификатор  $A$ ) -  $A$  есть список вхождений в теорему, подлежащих идентификации.
11. (нормализатор  $A$ ) -  $A$  есть список вхождений в теорему, а также в фильтры и указатели приема, на которых расположены новые термы, создаваемые приемом.
12. (заменазнака  $X A$ ) -  $A$  есть тот внешний знак, который при идентификации может быть передан переменной  $X$ .
13. (смтеор  $A$ ) -  $A$  есть теорема приема.



Подробнее с назначением элементов блока приема мы ознакомимся в конце книги, при рассмотрении компилятора спецификаций. Пока нам понадобится лишь та их часть, которая создается справочником "заголовокприема". Как правило, это лишь элементы (заголовок  $A$ ), (условие  $B$ ) и (прием  $C$ ). Перечисляя типы приемов, будем давать также краткое описание соответствующих программ справочника. При этом элементы набора  $B$  будем называть фильтрами, элементы набора  $C$  - указателями.

## 1.2 Логический ассемблер

Предлагаемая классификация приемов является результатом простейшей их сортировки по целевому признаку. Во многих случаях вся информация о типе приема сосредотачивалась лишь в словесном описании преследуемой им цели, а справочник "заголовокприема" был, по существу, пустой заглушкой. Однако, по мере развития системы автоматического синтеза приемов, появилось множество типов приемов, хорошо укомплектованных средствами их автоматического создания. Уже сейчас этот аппарат работает в циклах автоматического анализа теорем и порождает множество приемов, вполне достойных занесения в основную базу приемов. Подробнее об этих циклах будет рассказано в следующем томе монографии. При этом требуется продолжение работы по расчистке системы типов. Многие из них вводились ради единственного приема. Если такой прием заменить чем-то другим, более стандартным, то надобность в его типе отпадает, и он может быть удален. Иногда так и удается поступить. Вместе с тем, для некоторых "одноразовых" типов складывается впечатление о их необходимости.

Типы приемов часто пересекаются друг с другом и даже поглощают друг друга. Это объясняется различием в степени мотивированности их срабатываний. Для тех типов приемов, у которых степень мотивированности выше, можно предлагать меньший уровень срабатывания. Иногда по одной и той же теореме целесообразно создавать несколько различных приемов, имеющих одинаковую целевую направленность, но различные степени мотивированности и различные уровни срабатывания. Поэтому не следует удивляться определенной избыточности приводимой системы типов приемов. Она помогает точнее адаптироваться к конкретной ситуации, в том числе и при автоматическом создании приема. Кроме того, могут показаться заниженными количества приемов того или иного типа. Это следствие того, что близкие действия по тем или иным причинам были отнесены при обучении решателя к приемам других типов.

Как уже говорилось, далеко не все типы приемов сейчас подключены к системе автоматического их создания, хотя формально какие-то программы справочника "заголовокприема" были созданы, чтобы зарегистрировать тип в оглавлении. В этих случаях ниже будем констатировать, что справочник "заголовокприема" не прорабатывался.

На самом деле почти для всех типов приемов их автоматический синтез сейчас дает лишь часть необходимых фильтров и указателей. С другой стороны, логика происхождения элементов описания приема, которые пока не создаются автоматически, обычно легко прослеживается. Это позволяет продолжать обучение генератора приемов, постепенно устраняя всевозможные его пробелы. Интересно, что уже реализованный полный цикл автоматического создания приемов, несмотря на все его недостатки, способен породить десятки вполне работоспособных приемов, сопро-

вожденных доказывающими их необходимость тестовыми задачами и прошедших проверку путем полной прокрутки по задачнику.

Чтобы сделать классификацию хоть сколь-нибудь понятной, приводимые типы приемов придется сопровождать примерами самих приемов. Будем также указывать число приемов заданного типа, созданных на момент написания книги. Заметим, что для многих приемов их тип не указан, и они в данной статистике не учтены.

Хотя элементы спецификации индивидуальны для каждого типа приемов, имеется ряд элементов, общих для всех типов:

1.  $\text{тип}(A)$  -  $A$  есть тип приема.
2.  $\text{направл}(A)$  -  $A$  есть направление тождественной либо эквивалентной замены (символ "первыйтерм" либо "второйтерм").
3.  $\text{см}(A)$  -  $A$  есть список фильтров приема, известных на момент создания его теоремы.
4.  $\text{указатель}(A)$  -  $A$  есть список указателей приема, известных на момент создания его теоремы.
5.  $\text{быстрпреобр}(A_1, A_2)$  -  $A_2$  есть список нормализаторов, которыми должен обрабатываться подтерм  $A_1$ .

Будем следовать оглавлению типов приемов, достижимому из корня оглавления программ по пути "Синтез приемов" - "Оглавление типов приемов (Логический ассемблер)". Еще раз отметим, что на момент написания данной книги лишь сравнительно малая часть приемов решателя связана с логическим ассемблером. Поэтому реальное число приемов того или иного типа обычно намного большее, чем будет указываться ниже.

### 1.2.1 Справочники и сопровождающие их простейшие приемы

Автоматический синтез приемов справочников несложен. Все компоненты приема однозначно определяются по его теореме и заголовку справочника. В основном, типами приемов справочников служат всего два логических символа - "справка" и "короче". Первый из них относится к справочникам "общего характера" (например, арность, тип значения, о.д.з и т.п.), второй - к так называемым справочникам поиска теорем. Они обеспечивают нахождение нужных теорем в базе теорем и будут рассмотрены в следующем томе. Таким образом, спецификация приема справочника практически вырожденная - как правило, состоит лишь из элемента "тип(справка)". Поэтому она не сохраняется в структурах данных, сопровождающих прием ГЕНОЛОГа, и не прорисовывается интерфейсом просмотра спецификаций. Впрочем, при автоматическом создании приемов справочников действия те же, что и для остальных приемов - сначала создается спецификация, потом она преобразуется в описание приема ГЕНОЛОГа.

Для автоматического создания приемов типа "справка" создан альтернативный интерфейс. В оглавлении ГЕНОЛОГа вводится новый концевой пункт, и в нем текстовым редактором набирается теорема приема. Например, "коммутативно(плюс)".

Далее нажимается "а", и на экране возникает корневое меню оглавления типов приемов. В нем нажатием "курсор вправо" выбирается первый пункт - "Справочники и сопровождающие их простейшие приемы". Сразу после этого создается спецификация "тип(справка)" и происходит обращение к программе "заголовокприема" на символе "справка". Эта программа сравнительно большая и создает сразу все приемы справочников, а иногда и простейшие приемы нормализаторов или приемы сканирования задач, которые могут быть созданы по введенной теореме. В случае теоремы "коммутативно(плюс)" будут созданы прием справочника "коммутативно", прием нормализатора "нормплюс", выполняющий лексикографическое упорядочение операндов, прием лексикографического упорядочения операндов в термах задач, и приемы устранения вложенных сумм - в нормализаторе "нормплюс" и в термах задач. На экран будет выдано описание первого из предлагаемых приемов, под которым проведена голубая черта. Это означает, что пока прием нигде не зарегистрирован. Как и обычно, для его регистрации без компиляции нажимается F4, для регистрации и компиляции - F3. Чтобы перейти к следующему приему (в частности, пропустив регистрацию ненужного приема), нажимается "ш". Если следующего приема нет, программа на нажатие "ш" не реагирует. Для выхода из цикла создания приемов достаточно нажать Esc. Если ранее прием справочника уже был создан, его описание будет предложено, но повторной компиляции не произойдет - снизу появится красная линия.

Программа справочника "заголовокприема" на символе "справка" отличается от всех прочих программ этого справочника. Она не обращается к компилятору спецификаций, а сразу создает описание приема и регистрирует его в накопителе (приемы ...) блока приема. По существу, это вырожденный случай, и мы его рассматривать не будем.

Лишь малая часть приемов справочников (кроме справочников поиска теорем) в настоящее время создается через справочник "заголовокприема". Обычно их описания на ГЕНОЛОГе вводятся вручную. Это происходит не из-за сложности автоматического синтеза, а просто ввиду отсутствия такой необходимости. Впрочем, приемы справочников формульного редактора, сопровождающие вновь вводимые понятия, удобно создавать указанным выше полуавтоматическим способом. По мере развития средств автоматического синтеза приемов по теоремам базы теорем, нетрудно будет полностью автоматизировать и синтез приемов справочников.

## 1.2.2 Приемы тождественной замены

Начиная с этого места, идут "обычные" типы приемов, спецификация которых связывается с их описанием. Комментируя действия справочника "заголовокприема", начинающего цепочку шагов по синтезу приема ГЕНОЛОГа, будем по умолчанию понимать, что этот справочник всегда обращается к процедуре "схемапосылок", продолжающей данную цепочку. Она будет описана в главе, посвященной компилятору спецификаций. В большинстве случаев работу справочника "заголовокприема" не будем описывать в общем виде, а лишь указывать, какие фильтры и указатели он создает для рассматриваемого примера приема.

### Приемы общей стандартизации

Понятие "общая стандартизация" достаточно условное. В широком смысле оно охватывает все приемы тождественной замены, которые применяются без дополнитель-

ных ограничений. Иногда это решение может казаться спорным, но все-таки на текущий момент примеров, требующих создания таких ограничений, не возникало. Однако, можно выделить подмножество приемов без дополнительных ограничений, которые вряд ли когда-либо будут как-то ограничены. Они и называются далее приемами общей стандартизации. Это выделение сугубо эвристическое и опирается на эвристическую же характеристику теорем, рассматриваемую в следующем томе. Однако, данная характеристика позволяет системе самостоятельно выделять случаи общей стандартизации и создавать для них приемы.

### 1. Общая стандартизация.

Теорема приема представляет собой тождество, применяемое для общей стандартизации выражений в любых ситуациях. Заменяемая и заменяющая части тождества не имеют связанных переменных. Примеры приемов данного типа:

$$\forall_{ab}(a \subseteq b \rightarrow a \cup b = b)$$

$$\forall_a(a + 0 = a)$$

$$\forall_a(\log_a(a) = 1)$$

Спецификация приема имеет вид "тип(общнорм)", "направл( $N$ )". Здесь  $N$  указывает направление замены. Если  $N$  - символ "первыйтерм", то замена происходит справа налево; если символ "второйтерм", то слева направо. Справочник "заголовокприема" определяет заголовок приема " $N$ " и вводит единственный фильтр - "уровень( $u$ )", где  $u = 0$ , если теорема приема не имеет посылок, не являющихся условиями на о.д.з. заменяемой части (такие посылки называются существенными), и  $u = 1$ , если существенные посылки имеются. Если заменяющий и заменяемый термы различаются лишь внутри некоторого своего собственного подтерма, то указатель приема "нормализатор" не вводится, иначе - вводится. Напомним, что такой указатель инициирует цикл попыток немедленной стандартизации надтермов преобразованного терма. Если заменяемый терм имеет единственную переменную, то вводится также указатель "сопровождение". Он разрешает преобразование даже в сопровождающих по о.д.з. утверждениях задачи.

Число приемов данного типа - 1045.

### 2. Общая стандартизация выражения, использующая явно идентифицированный антецедент для подмножества операндов ассоциативно-коммутативной операции.

Теорема приема имеет существенный антецедент, содержащий переменную  $x$ , являющуюся операндом ассоциативно-коммутативной операции  $F$  в заменяемом выражении. Этот антецедент идентифицируется с утверждением из контекста, подсказывающим, с каким именно подмножеством операндов операции  $F$  следует идентифицировать данную переменную. Без такой подсказки пришлось бы идентифицировать ее с отдельным операндом, и это был бы предыдущий тип приема. Пример приема данного типа:

$$\forall_{ab}(a \subseteq b \rightarrow a \cup b = b)$$

Здесь имеется два варианта выбора переменной -  $a$  либо  $b$ . В первом случае спецификация приема имела бы вид "тип(уникопия)", "направл(второйтерм)",

"переменная( $a$ )", во втором - "тип(уникалия)", "направл(второйтерм)", "переменная( $b$ )". Справочник "заголовокприема" создает прием с заголовком, равным указателю направления замены и фильтрами "уровень(1)", "заголовок( $x, F$ )", где  $x$  - рассматриваемая переменная,  $F$  - символ операции, операндом которой она является в заменяемом терме. Если заменяемый терм имеет единственную переменную, то вводится указатель "сопровождение".

Число приемов данного типа - 5.

### 3. Лексикографическая стандартизация.

Теорема приема имеет вид тождества, у которого левая и правая части примерно равноценны, а замена выполняется лишь для лексикографической стандартизации: большее в лексикографическом порядке выражение заменяется на меньшее. При этом сравниваются лишь самые сложные в смысле справочника "оценка" подвыражения заменяемого и заменяющего термов. Необходимость лексикографической стандартизации очевидна: таким образом подготавливается усмотрение совпадающих подтермов в различных частях задачи. При редактировании уже найденного ответа возможны встречные замены.

Справочник "оценка" часто будет возникать в связи с синтезом приемов. Он получает на вход в качестве значения переменной  $x_1$  вхождение выражения, заголовком которого служит текущий логический символ. Выдается эвристическая оценка сложности данного выражения в формате десятичного числа. Фактически, оценивается сложность текущего символа, но делается это с учетом контекста  $x_1$ . Приемы данного справочника пока вводятся вручную, хотя логика определения эвристических оценок для новых понятий несложна. Обычно такая оценка немного превосходит максимум оценок тех понятий, через которые определяется данное понятие.

Типичным примером служит следующий прием:

$$\forall_{ab}(\sin(b - a) = -\sin(a - b))$$

Проверяется лексикографическое предшествование выражения  $\sin(a - b)$  выражению  $\sin(b - a)$ . Прием имеет фильтры, блокирующие его применение на этапе редактирования ответа либо уменьшения длины (свертки) условия, так как в этих случаях работает обратный прием, устраняющий внешний минус.

Спецификация приема имеет вид "тип(цветпункта)", "направл( $N$ )", где  $N$  - направление замены. Справочник "заголовокприема" прежде всего сравнивает заменяемый и заменяющий термы, отбрасывая у заменяющего терма внешнюю одноместную операцию, если она есть и заменяемый терм короче заменяющего. Проверяется, что после этого оба терма имеют равные длины. Затем внутри них находятся минимальные подтермы  $t_1, t_2$ , в которых эти термы различаются. Создаются следующие фильтры:

- (a) "уровень(3)".
- (b) "лексикопредшествует( $t_2, t_1$ )".
- (c) Если заменяемый терм короче заменяющего, то добавляются фильтры "или(не(тип(описать)) не(цель(редакция)))", "или(не(тип(преобразовать)) и(коммент(длина) не(цель(длина))))".

- (d) Если в заменяющем терме глубина некоторой переменной  $x$ , вычисленная относительно более чем одноместных операций, больше ее глубины в заменяемом терме, то вводится фильтр "или(не(тип(описать)))посылка известно( $x$ )".

Число приемов данного типа - 11.

4. Посылки позволяют установить равенство двух подвыражений и использовать обычную общую стандартизацию.

Если тождество общей стандартизации имеет два вхождения одной и той же переменной в заменяемой части, то может сложиться такая ситуация, что для его применения потребуется усмотрение равенства двух выражений из дополнительных посылок. Например, теорема приема

$$\forall_{abcd} (a - b = 0 \rightarrow f(a)c / (f(b)d) = c/d)$$

позволяет сократить выражения  $f(a)$  и  $f(b)$ , усмотрев посылку  $a - b = 0$ . Эта теорема возникла из тождества общей стандартизации  $pc / (pd)$  путем замены вхождений переменной  $p$  на термы  $f(a), f(b)$ . Указатель "сравнтермов( $f$ )" определяет сравнение сокращаемых термов для выявления общего "шаблона"  $f$  и различающихся фрагментов  $a, b$ . Затем ищется посылка вида  $a - b = 0$ . Если бы такая посылка заблаговременно была преобразована в равенство  $a = b$ , то прием не понадобился бы. Однако, выражения  $a, b$  сами могут быть суммами, и тогда преобразование неоднозначно. Кроме того, переход от равенства разности нулю к равенству ее операндов во многих случаях нежелателен. Поэтому данный прием необходим, хотя и крайне редко востребован.

Спецификация приема имеет вид "тип(конецприставки)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" не прорабатывался - пока указывает лишь уровень срабатывания 2.

Число приемов данного типа - 1.

5. Усиленная общая стандартизация в условии задачи на доказательство.

Если прием общей стандартизации требует проверки дополнительных условий, то возникает вопрос о приемлемом времени, отводимом на такую проверку. Обычно проверка истинности антецедентов выполняется стандартными проверочными операторами, которые работают быстро. Однако, они могут и не усмотреть возможность применения приема. В особенности критичным это оказывается для условий задачи на доказательство. Поэтому, если для проверки антецедента имеется какой-либо усиленный проверочный оператор, полезным будет прием, использующий именно его при рассмотрении подвыражения условия задачи на доказательство. Чтобы такой прием было можно было создать автоматически, для него нужно выделить отдельный тип. Примером служит прием:

$$\forall_a (a - \text{число} \ \& \ 0 \leq a \rightarrow |a| = a)$$

Здесь второй антецедент обрабатывается усиленным проверочным оператором "прменьшеилиравно", использующим технику группировок слагаемых и специальные неравенства. Попытка применения приема имеет место при усмотрении модуля в условии задачи на доказательство.

Спецификация приема рассматриваемого типа имеет вид "тип(смысл)" , "направл( $N$ )" , "указатель(проверка( $m$ ))". Здесь  $N$  - направление замены,  $m$  - номер антецедента, обрабатываемого проверочным оператором. Термов "проверка(...)" может быть несколько. Справочник "заголовокприема" определяет лишь уровень срабатывания, равный 3. Этого достаточно, чтобы компилятор спецификаций создал полноценный прием.

Число приемов данного типа - 2.

#### 6. Общая стандартизация после использования равенства из контекста.

Если в посылках имеется равенство, выражающее некоторый объект через его части, причем характеристика объекта с помощью такого равенства сводится к характеристикам его частей, то это сведение можно считать общей стандартизацией. Пример:

$$\forall_{abc}(b = \text{путь}(\text{префикс}(a, c)) \rightarrow \text{ачалопути}(b) = \text{началопути}(a))$$

Спецификация приема имеет вид "тип(собствзначение)" , "направл( $N$ )" , "антецедент( $m$ )". Здесь  $m$  - номер антецедента, представляющего собой равенство, идентифицируемое с утверждением из текущего контекста замены.

Справочник "заголовокприема" определяет лишь уровень срабатывания, равный 1.

Число приемов данного типа - 1.

### Приемы преобразования описателей

#### 1. Исключение описателя "класс".

##### (a) Исключение описателя "класс".

Теорема приема имеет вид тождества, у которого заголовком заменяемой части служит символ "класс", а заменяющая часть не имеет связанных переменных. Фактически, это особый случай общей стандартизации, так как обычно выгодно от описателя избавиться. Обратный переход делается, когда некоторое надвыражение либо надутверждение допускает упрощение после расшифровки через описатель. Впрочем, как правило для этого используются заранее созданные приемы, исключаяющие промежуточный шаг расшифровки.

Пример теоремы приема:

$$\forall_{Af}(\text{set}_x(x \in \text{Dom}(f) \ \& \ f(x) \in A) = \text{прообраз}(f, A))$$

Спецификация приема имеет вид "тип(цепьвоглавлении)" , "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" определяет лишь уровень срабатывания, равный 1. Этого достаточно, чтобы компилятор спецификаций создал полноценный прием.

Число приемов данного типа - 11. Впрочем, в действительности их несколько больше - часть таких приемов была первоначально охарактеризована как приемы общей стандартизации, а коррекция типа пока не выполнена.

##### (b) Развертка описателя "класс" в конечное объединение.

В некоторых случаях описатель "класс" полезно преобразовать в конечное объединение. Например, если этот описатель задает конечное множество,

и его удобно представить как конечное объединение одноэлементных множеств. Пример:

$$\forall_{Pabn}(a - \text{целое} \ \& \ b - \text{целое} \ \& \ n = b - a \rightarrow \text{set}_x(x - \text{целое} \ \& \ a \leq x \ \& \ x \leq b \ \& \ P(x)) = \bigcup_{i=0}^n (\{a + i\} \text{ при } P(a + i), \text{ иначе } \emptyset)$$

Прием усматривает, что  $n$  - целочисленная константа и разворачивает описатель "класс" в обычное объединение одноэлементных множеств, образованных целыми числами отрезка  $[a, b]$ , удовлетворяющими условию  $P$ . Чтобы компилятор использовал данную теорему именно в режиме развертки конечного объединения, а не в обычном режиме, необходим специальный тип приема.

Спецификация приема имеет вид "тип(упрощинтеграл)", "направл( $N$ )", "указатель(развертка(. . .))". Могут добавляться определенные еще при получении теоремы приема фильтры и указатели. В нашем примере спецификация содержит также элемент "см(целое(x14))". Справочник "заголовокприема" определяет лишь уровень срабатывания, равный 1.

Число приемов данного типа - 2.

## 2. Стандартизация описателя "класс".

Приемы специальной стандартизации почти не проработаны. Пока предпринята лишь их предварительная классификация. Это объясняется тем, что решение о применении в том или ином контексте специальной стандартизации принимается не в базе приемов, а в базе теорем, путем анализа имеющихся теорем рассматриваемого ее раздела. Накопленный в базе приемов материал позволяет перейти к работе над обобщением частных случаев специальной стандартизации и автоматизации выработки решений о ней, однако такая работа лишь предстоит.

### (а) Стандартизация описателя "класс".

Многие приемы, работающие с множествами, определенными через описатель "класс", требуют предварительной стандартизации утверждений под этим описателем. Например, в аналитической геометрии уравнения кривых или поверхностей представляются в виде равенства множества координат их точек описателю класс, под которым располагается равенство нулю некоторого выражения. Это выражение должно иметь вид многочлена от координат, т.е. предварительная стандартизация будет исключать дроби, группировать все ненулевые члены в одной части и при необходимости изменять знаки всех слагаемых. Стандартизация необходима, так как большинство приемов, использующих уравнения кривых или поверхностей, предполагают работу именно с многочленом от координат.

Таким образом, мы сталкиваемся с целевой установкой, заключающейся в подготовке возможности применения других приемов. Таких типов приемов будет еще много. Здесь же подготовка связана со стандартизирующим эквивалентным преобразованием утверждений под описателем "класс". Пример приема этого типа:

$$\forall_{abc}(\neg(b = 0) \rightarrow \text{set}_x(a/b + c = 0 \ \& \ A(x)) = \text{set}_x(a + bc = 0 \ \& \ A(x)))$$

Предпринимается исключение дробных слагаемых в уравнении под описателем.



Спецификация приема имеет вид "тип(окружность)", "направл( $N$ )", "указатель(...)", "см(...)". Последние два элемента перечисляют фильтры и указатели приема, известные уже на момент создания его теоремы. Они фиксируют конкретный контекст, в котором предпринимается стандартизация, и конкретный способ стандартизации. Эти сведения выходят за рамки компетенции логического ассемблера и связаны с программирующим логическим выводом в базе теорем. Именно там, путем анализа имеющихся в предметной области теорем, должны приниматься решения о целесообразности той или иной специальной стандартизации, и создаваться теоремы для такой стандартизации. Принятые решения фиксируются в так называемых протоколах базы теорем, располагаемых в ней наравне с обычными теоремами. Подробнее об этом будет говориться в следующем томе монографии.

Справочник "заголовокприема" не прорабатывался - пока указывает лишь уровень срабатывания 1.

Число приемов данного типа - 24.

- (b) Переход от параметрического задания класса к непосредственному.

Параметрическое задание класса имеет вид  $\text{set}_x(\exists y(x = F(y) \ \& \ A(y)))$ . Здесь  $y$  - параметр либо набор параметров, участвующих в перечислении элементов. В случае непосредственного задания класса под описателем располагается утверждение без связанных переменных. Переход от одного способа задания класса к другому не является общей стандартизацией. В одних ситуациях полезен один способ, в других - другой. Тем не менее, в определенных контекстах такой переход может рассматриваться как стандартизирующий. Определение этих контекстов - дело процедуры, анализирующей базу теорем. Здесь же, в логическом ассемблере, фиксируем два типа приемов для указанных переходов. Начнем с перехода от параметрического задания класса к обычному. Пример - прием, выполняющий переход от параметрического уравнения прямой к обычному:

$$\forall_{abcd}(\neg((a, c) = (0, 0)) \rightarrow \text{set}_{xy}(\exists t(x = at + b \ \& \ y = ct + d \ \& \ t - \text{число})) = \text{set}_{xy}(cx - ay + ad - bc = 0 \ \& \ x - \text{число} \ \& \ y - \text{число}))$$

В этом случае прием применяется почти без ограничений (при отсутствии цели, указывающей на необходимость именно параметрического задания), так что компилятор спецификаций будет создавать его правильно.

Спецификация приема имеет вид "тип(константа)", "направл( $N$ )". Могут добавляться элементы "указатель", "см". Справочник "заголовокприема" определяет уровень срабатывания 1, вводит фильтр "или(тип(доказать) и(не(цель(известны)) не(цель(учетрезультата)) не(цель(вспомпараметр))))" и указатель "замена вхождений". Однако, по существу он не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 7.

- (c) Переход от непосредственного задания класса к параметрическому.

Это тип - не совсем то же, что обратный к предыдущему. Он связан с исключением утверждений, указывающих тип данных сложных выражений (например, целочисленность). Исключение достигается путем ввода новой варьируемой переменной для данных указанного типа и разрешении утверждений относительно старой варьируемой переменной класса.

Пример приема:

$$\forall_{Afg}((f(x) = n \ \& \ g(x)) = A \rightarrow \text{set}_x(g(x) \ \& \ f(x) - \text{целое}) = \text{set}_x(\exists_n(n - \text{целое} \ \& \ A)))$$

Здесь предполагается, что  $f(x)$  - содержащее  $x$  выражение, отличное от переменной. Антецедент обращается к вспомогательной задаче на описание для явного разрешения своей левой части относительно  $x$ . Предварительно прием выбирает новую переменную  $n$  и при решении задачи на описание к посылкам ее добавляет утверждение "целое( $n$ )". Переход к явной целочисленной параметризации от условия целочисленности сложного выражения обычно полезен и может рассматриваться как вариант общей стандартизации. Хотя такой прием в решателе пока единственный, но полезными могут оказаться и аналогичные приемы перехода к параметризации по другим типам данных. Заметим, что для теорем, позволяющих преобразовать параметрическое описание в обычное (см. предыдущий пункт), приемы обратного перехода созданы не были. Вместо них, при наличии явной целевой установки получения параметрического описания, использовались приемы, вводящие общий вид такого описания с новыми переменными, а значения этих переменных устанавливались в процессе решения.

Спецификация приема имеет вид "тип(подборпосылок)", "направл( $N$ )", "указатель(новаяпеременная( $x14$ ))", "быстрпреобр(фикс(1 1) задача(5 тип(описать) полный явное одз прямойответ упростить цель(неизвестная( $x$ ))) посылки(целое( $n$ )))". Справочник "заголовокприема" вводит фильтры "входит( $x, f(x)$ )" и "не(переменная( $f(x)$ ))". Кроме того, он определяет уровень срабатывания 5.

Число приемов данного типа - 1.

- (d) Сужение области параметрического описания класса.

Другой способ стандартизировать параметрическое описание класса - убрать избыточные значения варьируемого параметра. Пример:

$$\forall_{Gaf}(f = \text{операция}(G) \ \& \ \text{порядокэлемента}(a, G) - \text{число} \rightarrow \text{set}_x(\exists_n(n - \text{целое} \ \& \ 0 \leq n \ \& \ x = \text{алгстепень}(a, f, n))) = \text{set}_x(\exists_n(n \in \{0, \dots, \text{порядокэлемента}(a, G) - 1\} \ \& \ x = \text{алгстепень}(a, f, n))))$$

Если порядок элемента конечен, то множество степеней этого элемента достаточно параметризовать с показателями степени, меньшими порядка.

Спецификация приема имеет вид "тип(фильтроснования)", "направл(второйтерм)". Справочник "заголовокприема" указывает лишь на уровень срабатывания 2. Этого оказывается достаточно для создания полноценного приема.

Число приемов данного типа - 1.

3. Группировка под описатель "класс".

Теоретико-множественное выражение, содержащее один или несколько описателей "класс", иногда бывает удобно преобразовать к единственному описателю "класс". Этим достигается либо немедленное сильное упрощение, либо создаются условия для такого упрощения, проистекающие из того, что ранее разбросанные по разным описателям логические условия оказываются собраны в одном контексте. Примеры приемов такого типа:

$$\forall_{an}(\bigcup_{i=1}^n \text{set}_x(\text{двнабор}(x, n) \ \& \ x(i) = a) = \text{set}_x(\text{двнабор}(x, n) \ \& \ 0 < \text{колич}(x, a)))$$

Конечное объединение выделено указателем "развертка" и идентифицируется с обычным объединением.

$$\forall_{AB}(\text{set}_x(A(x)) \cap \text{set}_y(B(y)) = \text{set}_x(A(x) \& B(x)))$$

Предварительно проверяется, что утверждения  $A(x), B(x)$  не имеют заголовка "существует".

$$\forall_P(N \text{ set}_x(x - \text{натуральное} \& P(x)) = \text{set}_x(x - \text{натуральное} \& \neg(P(x))))$$

Как правило, в созданных приемах такого типа дополнительные фильтры отсутствуют. Спецификация приема имеет вид "тип(транзитоперанд)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" ограничивается указанием уровня срабатывания 4. Пока он не прорабатывался.

#### 4. Переход от параметрического задания класса к операции над семейством.

Так как операции над семействами множеств обычно определяются с помощью описателя "класс", появляется возможность обратного перехода - исключать описатель "класс", переходя от него к операции над семейством. Это позволяет воспользоваться многочисленными приемами, созданными для работы с такими операциями. Примеры:

$$\forall_{cf}(\neg(\text{set}_x c(x) = \emptyset) \rightarrow \text{set}_x(\forall_x(c(x) \rightarrow a \in f(x))) = \bigcap_{x,c(x)} f(x))$$

$$\forall_{fgh}(\text{set}_x(x - \text{число} \& \exists_n(f(n) \& g(n) < x \& x < h(n))) = \bigcup_{n,f(n)}(g(n), h(n)))$$

Оба приема применяются без ограничений. Спецификация приема имеет вид "тип(нормуравнение)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" ограничивается тем, что указывает уровень срабатывания 1. Этого оказывается достаточно для создания полноценного приема.

Число приемов данного типа - 7.

#### 5. Переход к условному выражению под описателем "отображение" для выделения константного подслучая.

##### (а) Переход к условному выражению под описателем "отображение" для выделения константного подслучая.

Если выражение под описателем "отображение" обращается в константу на более чем одноэлементной области  $A$ , то бывает полезно явно указать это обстоятельство, перейдя к условному выражению, фиксирующему константное значение на области  $A$ . Пример:

$$\forall_{Aaf}(\lambda_x(f(\min(a, x)), A(x)) = \lambda_x((f(a) \text{ при } a \leq x, \text{ иначе } f(x)), A(x)))$$

Прием применяется без ограничений. Спецификация имеет вид "тип(замечузел)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 2. Кроме того, он вводит ряд указателей. Достаточно проиллюстрировать их на приведенном примере. Здесь создаются указатели "отображение(x6 x26)", "вхождение(x6)", а также нормализаторы "нормвариант" для условного выражения в правой части, "задача(4 упростить) посылки(меньшеилиравно(x1 x23))" для  $f(a)$  и "задача(4 упростить цель(неизвестная(x23)) посылки(меньше(x23 x1))" для  $f(x)$ .

Число приемов данного типа - 1.

- (b) Переход к условному выражению с константными альтернативами под описателем "отображение" для последующего вычисления.

Пример такого преобразования:

$$\forall_n (n - \text{целое} \rightarrow (-1)^n = (1 \text{ при } n - \text{even}, \text{ иначе } -1))$$

Переход к условному выражению с константными альтернативами, задающему значения функции, обычно происходит в специальных целевых контекстах, предполагающих дальнейшее отдельное рассмотрение подслучаев. Для указанного примера созданы два приема: один применяется при нахождении частичных пределов, другой - при вычислении конечных сумм. В последнем случае суммируемое выражение само не должно содержать символов "сумма всех", "произведение всех". Спецификация имеет вид "тип(отделено)", "направл(N)". Справочник "заголовок приема" указывает уровень срабатывания 1 и создает фильтр, проверяющий, что заменяемое выражение расположено под описателем "отображение" и имеет переменную из его связывающей приставки. По существу, он пока не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 2.

## 6. Упрощение выражения под описателем относительно варьируемой переменной.

Если варьируемая переменная имеет несколько вхождений в выражении, определяющем значение функции, то целесообразна попытка уменьшить количество этих вхождений, в идеале - свести все к единственному вхождению. Такое преобразование может позволить усмотреть ту или иную стандартную функциональную зависимость и воспользоваться имеющимися для нее приемами. Пример:

$$\forall_{abcdefghi} (ha^{dg+f}/ie^{bg+c} = ha^f(a^d/e^b)^g/ie^c)$$

Преобразуемое выражение расположено под описателем "отображение" либо "класс", причем выражения  $a, b, c, d, e, f$  не содержат переменных связывающей приставки этого описателя, а выражение  $g$  - содержит. Таким образом усматривается экспоненциальная зависимость.

Спецификация приема имеет вид "тип(измзнака)", "направл(N)", "переменная(x)", где  $x$  - переменная, идентифицируемая с выражением, содержащим переменные связывающей приставки. Справочник "заголовок приема" указывает уровень срабатывания 1 и создает фильтры, проверяющие независимость от связывающей приставки выражений, идентифицируемых с переменными, отличными от  $x$ . Вводятся указатели, определяющие дополнительную идентификацию описателя и уточняющие идентификацию  $x$ . В нашем примере указатели приема следующие:

"контекст(подчинено(теквхожд x10) символ(x10 класс отображение))", "перечень(x7 пересекаются(x7 связприставка(x10)))".

Фильтры приема: "уровень(1)", "не(заголовок(x7 1))", "не(пересекаются(x1 связприставка(x10)))", "не(пересекаются(x2 связприставка(x10)))", "не(пересекаются(x3 связприставка(x10)))", "не(пересекаются(x4 связприставка(x10)))", "не(пересекаются(x5 связприставка(x10)))", "не(пересекаются(x6 связприставка(x10)))".

Число приемов данного типа - 9. Хотя оно и невелико, но имеется много тождеств, уменьшающих число вхождений неизвестной, и все они способны породить приемы данного типа. Генератор приемов создает их вполне приемлемым образом.

## 7. Определение характеристики отображения.

### (a) Непосредственное определение характеристики отображения.

Приемы данного типа преобразуют более чем одноместную операцию, одним из операндов которой служит описатель "отображение", в выражение без описателей. Пока с этому типу были отнесены лишь приемы, вычисляющие образ отображения. Например:

$$\forall_{abfn}(a < 0 \ \& \ 0 < b \ \& \ n - \text{rational} \ \& \ \text{числитель}(n) - \text{even} \ \& \ 0 < n \rightarrow \text{образ}(\lambda_x(x^n, f(x)), (a, b)) = [0, \max(a^n, b^n)])$$

Спецификация приема имеет вид "тип(усмпростое)", "направл( $N$ )". Так как обычно приемы применяются без ограничений, справочник "заголовокприема" ограничивается указанием уровня срабатывания 1.

Число приемов данного типа - 40.

### (b) Операции над семействами.

#### i. Непосредственное вычисление операции над семейством.

##### A. Непосредственное вычисление операции над семейством.

Приемы данного типа преобразуют одноместную операцию над описателем "отображение" в выражение без описателей "отображение". Примеры:

$$\forall_{mnk}(m - \text{целое} \ \& \ n - \text{целое} \ \& \ k - \text{целое} \rightarrow \sum_{i=0}^k (C_n^i C_m^{k-i}) = C_{m+n}^k$$

$$\forall_{af}(\prod_{x, f(x)} a = a^{\text{card}(\text{set}_x f(x))})$$

Спецификация приема имеет вид "тип(эллипсоид)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" ограничивается указанием уровня срабатывания 1.

Число приемов данного типа - 37.

##### B. Непосредственное вычисление операции над семейством, использующее развертку в заменяющем терме.

В некоторых случаях вычисление операции над семейством можно свести к операции над семейством, отличающемся от данного в конечном числе точек. Тогда в заменяющем терме появляются корректирующие члены, имеющие вид операций над конечными семействами и допускающие развертку в обычные операции. Например:

$$\forall_{abcdfn}(0 \leq c \ \& \ 0 \leq f \ \& \ f = n - d \ \& \ n - \text{натуральное} \rightarrow \sum_{k=c}^d (a^k b^{n-k} C_n^k) = (a + b)^n - \sum_{g=0}^{c-1} (a^g b^{n-g} C_n^g) - \sum_{g=0}^{f-1} (a^{n-g} b^g C_n^g)$$

Здесь проверяется, что  $c, f$  - десятичные константы, и конечные суммы в заменяющей части разворачиваются в обычные суммы.

Спецификация приема имеет вид "тип(название символа)", "направл( $N$ )". К ней могут добавляться элементы "см(целое(...))", указывающие, какие именно переменные должны идентифицироваться с целочисленными константами. Справочник "заголовок приема" указывает уровень срабатывания 1 и вводит указатели "развертка(...)" для операций над семействами в заменяющей части, подлежащими развертке.

Число приемов данного типа - 9.

- C. Шаг развертки операции над конечным семейством в обычную операцию.

Приемы этого типа выносят из-под операции над конечным семейством единственный член, одновременно обращаясь к нормализатору, выносящему все остальные члены. Предполагается, что область действия операции задана либо в виде дизъюнкции равенств для варьируемой переменной, либо в виде условия принадлежности ее перечню. Примеры:

$$\forall_{PQaf}(Q(a) \rightarrow \sum_{i,i=a \vee P(i),Q(i)} f(i) = f(a) + \sum_{i,P(i),Q(i)} f(i))$$

Проверяется, что  $P(i)$  - дизъюнкция равенств, фиксирующих значение  $i$ . Затем проверяется, что точка  $a$  удовлетворяет условию суммирования  $Q$ , и член  $f(a)$  выносится наружу.

$$\forall_{Pabf}(P(a) \& \neg(a \in \{; b\}) \rightarrow \bigcup_{i,i \in \{a;b\},P(i)} f(i) = f(a) \cup \bigcup_{i,i \in \{;b\},P(i)} f(i))$$

Спецификация приема имеет вид "тип(раскрыть скобки)", "направл( $N$ )", "указатель(очевидно(1))", "указатель(единица(истина  $R$ ))", где  $R$  - дополнительное ограничение на область действия операции (в первом примере -  $Q$ , во втором -  $P$ ). Справочник "заголовок приема" указывает уровень срабатывания 0. Для приемов первого типа он также вводит фильтр "не(контекст(вид(фикс(0 1 1 2 1) или (x2 x3)) не(контекст(вид(x2 равно(x9 x4)))) единица(истина x3)))", проверяющий, что все дизъюнктивные члены суть равенства, фиксирующие значение переменной  $i$ .

Число приемов данного типа - 7.

- D. Шаг развертки операции над коротким набором в обычную операцию.

Аналогично предыдущему типу, но область изменения варьируемой переменной  $k$  задана условиями "целое( $k$ )", " $n \leq k$ ", " $k \leq m$ ". Проверяется, что разность  $m$  и  $n$  преобразуется к десятичной константе, и из-под операции выносится первый член. Пример:

$$\forall_{afmn}(n - \text{целое} \& m - \text{целое} \& a = m - n \& 0 < a \rightarrow \sum_{k=n}^m f(k) = f(n) + \sum_{k=n+1}^m f(k))$$

Проверяется, что  $a$  - десятичная константа, не превосходящая некоторой величины, устанавливаемой при анализе контекста срабатывания. Спецификация имеет вид "тип(усмубывает в точке)", "направл( $N$ )", "длина( $r$ )", где  $r$  - верхняя граница числа значений варьируемой переменной. Справочник "заголовок приема" вводит фильтры "уровень(1)", "десчисло( $k$ )", "меньше(числ значение( $k$ ) $r$ )".

Число приемов данного типа - 2.

- Е. Шаг развертки операции над коротким набором констант в обычную операцию.

Аналогично предыдущему, но дополнительно вводится фильтр, проверяющий, что преобразуемое выражение не имеет свободных переменных. Тогда ограничение на максимально допустимое число значений варьируемой переменной существенно ослабляется. Специальный тип создан из-за того, что здесь имеется немного другая целевая установка. Константность слагаемых позволяет предположить, что обычную сумму удастся вычислить. Пример годится прежний, но дополнительно проверяется, что сумма не имеет свободных переменных. В предыдущем случае число слагаемых ограничивалось тремя, в данном - 29.

Спецификация приема имеет вид "тип(расстояниевграфе)", "направл( $N$ )", "длина( $r$ )". Справочник "заголовокприема", в дополнение к предыдущему случаю, вводит фильтр "заголовок(параметры(теквхожд)пустоеслово)".

Число приемов данного типа - 1.

- Ф. Развертка операции над конечным семейством.

В этом случае преобразование операции над конечным семейством в обычную операцию над элементами семейства происходит за один шаг, с использованием указателя приема "развертка". Примеры:

$$\forall_{ab}(\text{Val}(a) = \{; b\} \ \& \ l(b) = n \rightarrow \bigcup(a) = \bigcup_{i=1}^n b(i))$$

Первый антецедент идентифицируется с утверждением из контекста. Выражение  $b$  имеет заголовок "набор". Это позволяет выделять конечное объединение в заменяющей части указателем "развертка" и преобразовать его в обычное объединение.

$$\forall_{an}(\sum_{i,j,i < j, i \in \{1, \dots, n\}, j \in \{1, \dots, n\}} a(i, j) = \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^{k-1} a(l, k))$$

Переменная  $n$  идентифицируется с натуральной константой, меньшей 4. Обе суммы в заменяющей части выделены указателем "развертка".

Спецификация приема имеет вид "тип(отрицание)", "напрвл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 2 и вводит указатели "развертка" для заменяющей части. Иногда этого достаточно, но ввод ограничений на мощность области суммирования потребует работы доводчика.

Число приемов данного типа - 4.

- Г. Развертка операции над конечным семейством общего вида, элемент которого упоминается в посылках задачи на исследование.

Аналогично предыдущему, но так как в контексте замены явно упоминается один из элементов семейства, то ограничения на мощность области варьирования переменной существенно ослабляются. Ввод специального типа приема объясняется тем, что возникает новая целевая составляющая: явно выделить из операции уже рассматриваемый элемент семейства. Пример:

$$\forall_{Akmn}(k = n - m + 1 \rightarrow \bigcup_{i=m}^n A(i) = \bigcup_{j=1}^k A(m + j - 1))$$

Имеется фильтр, проверяющий, что в посылках встречается выражение вида  $A(c)$ , не связанное кванторами и описателями.

Спецификация приема имеет вид "тип(текстответа)", "направл( $N$ )", "переменная( $A$ )", "см( $P$ )", где  $P$  - условия на прочие переменные, обеспечивающие конечность области развертки. В данном примере это условия "натуральное( $k$ )", "целое( $m$ )", "целое( $n$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 2 и добавляет фильтр "контекст(посылка( $x_1$  позиция( $x_2$   $x_1$ ) вид( $x_2$  значение( $x_{26}$   $x_3$ ))свобоперанд( $x_2$ )))". Напомним, что  $x_{26}$  - это  $A$ .

Число приемов данного типа - 1.

- Н. Попытка вычислить операцию над семейством, расположенную в условии задачи на преобразование, с помощью переформулировки через описатель "класс" и последующего исключения этого описателя.

Приемы данного типа используют определение операции над семейством, значением которой служит множество, чтобы явно сформулировать условие принадлежности этому множеству, разрешить его относительно варьируемой переменной и за счет этого исключить описатель "класс". Пример:

$$\forall_{PQR}(\exists_x(P(x) \& y \in Q(x)) = R(y) \rightarrow \bigcup_{x,P(x)} Q(x) = \text{set}_y R(y))$$

Антеcedент разрешает утверждение под квантором существования относительно неизвестных списка  $x$  с помощью задачи на описание, а затем упрощает квантор существование с помощью задачи на преобразование. Описатель "класс" в заменяющей части обрабатывается нормализатором "нормкласс". Проверяется, что после этого описатель пропадает.

Спецификация приема имеет вид "тип(характеризация)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" вводит фильтры "уровень(6)", "тип(преобразовать)", "условие", "не(входит(класс результат))". Он также вводит указатель "идентификатор(1)" и нормализатор "задача(4 тип(описать) полный явное прямойответ цель(неизвестная( $x$ )) цель(параметры( $x$ )))". Создается полноценный прием.

Число приемов данного типа - 2.

- ii. Попытка сведения вычисления операции над семейством к вычислению операций над другими семействами.

Иногда операцию над семейством можно вычислить, декомпозировав ее в несколько операций над более "простыми" семействами либо проварьировав семейство. Заметим, что термин "семейство" здесь не совсем удачный. Фактически, везде речь идет об отображениях и операциях над ними. Примеры:

$$\forall_{abcdfg}(\int_a^b f(x)dx = c \& \int_z^b g(x)dx = d \& c - \text{число} \& d - \text{число} \rightarrow \int_a^b (f(x) + g(x))dx = c + d)$$



В антецедентах предпринимается попытка вычислить интегралы для слагаемых (проверяется, что  $c, d$  не содержат символа "интеграл"), и далее выдается сумма результатов.

$$\forall_{af}(0 < f(n) \ \& \ \lim(\lambda_n(\ln(f(n)), n - \text{натуральное})) = a \ \& \ (a - \text{число} \ \vee \ a = \infty \ \vee \ a = -\infty) \rightarrow \lim(\lambda_n(f(n), n - \text{натуральное})) = \exp(a))$$

Вспомогательные вычисления во всех случаях выполняются задачами на преобразование.

Спецификация приема имеет вид "тип(переменазнака)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 2 и вводит фильтры, проверяющие отсутствие символа рассматриваемой операции над отображением в полученных результатах. Во многих случаях этого достаточно для получения приемлемого приема.

Число приемов данного типа - 8.

iii. Занесение внешнего члена под знак операции над семейством.

A. Занесение внешнего члена под знак операции над семейством.

Прием усматривает, что внешний член можно отнести к семейству с тем же самым общим членом, расширив область варьирования параметра. Чтобы избежать конфликтов с приемами, разворачивающими операцию над конечным семейством в обычную операцию, уровень срабатывания выбран большим, т.е. уже ясно, что развертка невозможна. Пример:

$$\forall_{afgs}((a = f(i)) = (i = s) \rightarrow \bigcup_{i,g(i)} f(i) \cup a = \bigcup_{i,g(i) \vee i=s} f(i))$$

Прежде всего, проверяется совпадение заголовков общего члена  $f(i)$  и внешнего члена  $a$ . Затем антецедент, используя задачу на описание, усматривает, что  $a$  есть частный случай общего члена, соответствующий значению  $s$  варьированного параметра.

Спецификация приема имеет вид "тип(сдвигзапятой)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" создает фильтры приема "уровень(5)", "не(заголовок(x1 объединение))", "контекст(заголовок(значение(x6 x9)x2) заголовок(x1 x2))". Создается также указатель "идентификатор(1)" и нормализатор "задача(4 тип(описать) полный явное прямойответ одз упростить цель(неизвестная( $i$ )))", обрабатывающий левую часть антецедента.

Число приемов данного типа - 2.

B. Занесение внешнего члена под знак операции над семейством - случай продолжения ряда значений.

Тип аналогичен предыдущему, но нет необходимости решать задачу на описание, так как известны точки продолжения ряда значений варьированного параметра. Пример:

$$\forall_{amn}(b = a(m - 1) \rightarrow b + \sum_{i=m}^n a(i) = \sum_{i=m-1}^n a(i))$$

Антецедент сравнивает значения  $b$  и  $a(m - 1)$ , используя только нормализаторы общей стандартизации.

Спецификация приема имеет вид "тип(простойцикл)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает только уровень срабатывания 4.

Число приемов данного типа - 4.

iv. Исключение вложенных операций над семействами.

К этому типу относятся тождества, в которых уменьшается глубина вложенности операций над отображениями. Пример:

$$\forall_{pn}(n - \text{натуральное} \rightarrow \sum_{i=1}^n (p(i) \prod_{j=1}^{i-1} (1 - p(j))) = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - p(i)))$$

Спецификация приема имеет вид "тип(вычислить)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" ограничивается указанием уровня срабатывания 1. Приемов данного типа всего два, и так как они не имеют дополнительных фильтров, этих действий справочника достаточно.

v. Двухпараметрическое семейство.

A. Перестановка индексов в операции над двухпараметрическим семейством для применения кванторного тождества, исключаящего описатель.

Прием усматривает, что для применения некоторого имеющегося в контексте тождества, выражающего значения операции над семейством, требуется переставить индексы. Пример:

$$\forall_{ABmnpq} (\forall_j (j \in \{q, \dots, n\} \rightarrow \bigcup_{i=p}^m A(i, j) = B(j)) \rightarrow \bigcup_{r=p}^m \bigcup_{s=q}^n A(r, s) = \bigcup_{s=q}^n B(s))$$

Проверяется, что  $B(j)$  - элементарное утверждение.

Спецификация приема имеет вид "тип(минусодин)", "направл( $N$ )", "см(элементарно( $B(j)$ ))". Заметим, что элемент "см" создается спецификатором автоматически. Справочник "заголовокприема" определяет только уровень срабатывания 3. Этого достаточно для синтеза полноценного приема.

Число приемов данного типа - 1.

B. Свертка операции над двухпараметрическим семейством по одному параметру.

Прием предпринимает попытку свернуть операцию по одному из параметров, используя вспомогательную задачу на преобразование. Пример:

$$\forall_{PQmt} (m(j) = \sum_{i, P(i, j)} t(i, j) \rightarrow \sum_{i, j, P(i, j), Q(j)} t(i, j) = \sum_{j, Q(j)} m(j))$$

Проверяется, что результат упрощения  $m(j)$  не содержит символа "суммавсех".

Спецификация приема имеет вид "тип(Величина)", "направл( $N$ )", "указатель(элемент( $i$ ) перечень( $Q$  не(входит( $i$   $Q$ ))))", "см(не(входит(суммавсех  $m(j)$ )))". Элементы "указатель", "см" создаются спецификатором автоматически. Справочник "заголовокприема" определяет только уровень срабатывания 3. Этого достаточно для синтеза полноценного приема.

Число приемов данного типа - 1.

C. Переход от операции над двухпараметрическим семейством к операции над однопараметрическим.

Пример приема такого типа пока единственный:

$$\forall_{Pafgmpq}(g(j) + f(j) = m \rightarrow \sum_{i,j,i+f(j)\leq m, 0\leq i, P(j)} a(j)^i p(j) / (i!(g(j) - i)!q(j)) = \sum_{j, P(j), f(j)\leq m} p(j)(a(j) + 1)^{m-f(j)} / (q(j)(m-f(j))!))$$

Дополнительных фильтров нет.

Спецификация приема имеет вид "тип(вычислениеплощади)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" ограничивается тем, что определяет уровень срабатывания 2.

- D. Попытка вычислить операцию над двухпараметрическим семейством путем сведения к операции над однопараметрическим.

Отличие от предыдущего типа заключается в том, что там происходила замена одной операции на другую, а здесь - другая операция сначала вычисляется, и в случае успеха выполняется замена.

Пример:

$$\forall_{afghpqrs}(h = \lambda_{xy}(f(x, y), p(x, y) = q(x, y) \& g(x, y)) \& (p(x, y) = q(x, y)) = (x = r(y) \& s(y)) \& \text{критическиеточки}(\lambda_y(f(r(y), y), g(r(y), y), y) \& s(y)) = a \rightarrow \text{критическиеточки}(h) = \text{set}_{xy}(y \in a \& x = r(y)))$$

Если анализируемая функция двух переменных  $h$  определена на области, в которой эти переменные связаны функциональной зависимостью, то задача сводится к функции одной переменной. Левая часть последнего антецедента обрабатывается вспомогательной задачей на преобразование, причем проверяется, что результат  $a$  не содержит символа "критическиеточки".

Спецификация приема имеет вид "тип(обратный)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" ограничивается указанием уровня срабатывания 2. Как и в предыдущем случае, пример приема данного типа единственный.

- E. Развертка операции над двухпараметрическим семейством через операции над однопараметрическими семействами.

Прием усматривает, что один из параметров принимает конечное число значений и выполняет по этому параметру развертку. Пример:

$$\forall_{afmn}(0 \leq j \rightarrow \sum_{i,j,i+j\leq m, n\leq i, f(j), i-\text{целое}, j-\text{целое}} a(i, j) = \sum_{k=n}^m \sum_{l, l\leq m-k, f(l), l-\text{целое}} a(k, l))$$

Здесь  $m, n$  идентифицируются с целочисленными константами, и других фильтров нет. Внешняя конечная сумма в заменяющей части разворачивается в обычную сумму.

Спецификация приема имеет вид "тип(малбуква)", "направл( $N$ )", "см(целое( $m$ )целое( $n$ ))", "указатель(занесениепосылки(1 и(целое( $j$ ) $f(j)$ )))". Заметим, что последние два элемента создаются системой автоматически. Справочник "заголовокприема" определяет уровень срабатывания 2 и вводит указатель "развертка(фикс(0 2))". Этого достаточно для создания полноценного приема.

Число приемов данного типа - 1.

- vi. Сведение операции над семейством к характеристике класса.

А. Сведение операции над семейством к характеристике класса.

Пример:

$$\forall_P(\sum_{x,P(x)}((\text{card}(x))\text{mod}2) = \text{card}(\text{set}_x(P(x) \& \neg(\text{card}(x) - \text{even}))))$$

Спецификация приема имеет вид "тип(нормсигнум)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" ограничивается указанием уровня срабатывания 1. Хотя в данном примере дополнительных фильтров нет, но в некоторых случаях они нужны и пока автоматически не создаются.

Число приемов данного типа - 4.

В. Попытка переформулировки через описатель "класс" операции над семейством, общий член которого задается с помощью описателя "класс".

Пример:

$$\forall_{PQR}(\exists_x(P(x) \& Q(x, y)) = R(y) \rightarrow \bigcup_{x,P(x)} \text{set}_y(Q(x, y)) = \text{set}_y(R(y)))$$

Все приемы этого типа имеют стандартный вид теоремы, определяемый данным примером. Подкванторное утверждение антецедента явно разрешается относительно  $x$  с помощью задачи на описание. Если это удастся, то замена выполняется без дополнительных ограничений. Спецификация имеет вид "тип(усмотрениефильтра)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" определяет уровень срабатывания 3, указатель "идентификатор(1)" и нормализатор "задача(4 тип(описать) полный явное прямойответ цель(неизвестная( $x$ )) цель(параметры( $x$ )))".

Число приемов данного типа - 2.

vii. Переход к операциям над семействами, имеющими более простой вид общего члена.

А. Сведение операции над семейством к операциям над семействами, имеющими более простой вид общего члена.

Обычно прием данного типа выносит наружу не варьируемую часть общего члена либо декомпозирует операцию. Примеры:

$$\forall_{afgh}(\sum_{x,f(x)}(ag(x)/h(x) = a \sum_{x,f(x)} g(x)/h(x)))$$

$$\forall_{fgh}(\prod_{x,h(x)}(f(x)/g(x)) = \prod_{x,f(x)} f(x) / \prod_{x,h(x)} g(x))$$

Спецификация имеет вид "тип(фильтррадикалов)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" определяет уровень срабатывания приема 3. В отдельных случаях этого достаточно для получения полноценного приема, но иногда требуется доработка создания дополнительных фильтров.

Число приемов данного типа - 25.

В. Сведение операции над семейством к операциям над семействами, допускающими непосредственное вычисление.

Пример:

$$\forall_{mnpq}(\sum_{i=p}^q (iC_{m+1}^n) = (n+1) \sum_{i=p}^q C_{m+i+1}^{n+1} - (m+1) \sum_{i=p}^q C_{m+1}^n)$$

Суммы в заменяющей части обычно легко вычисляются.

Спецификация приема имеет вид "тип(подобныетермы)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" ограничивается указанием уровня срабатывания 2. В некоторых случаях требует проработки создание фильтров, уточняющих условия, при которых возможно вычисление.

Число приемов данного типа - 5.

- C. Сведение операции над семейством к операциям над семействами, допускающим более простое вычисление.

Операция над семейством сводится к таким операциям над семействами, у которых некоторая характеристика "сложности" меньше исходной, причем дальнейшее ее уменьшение приводит к непосредственному вычислению. Пример:

$$\forall_{Pamn} (\neg(a - 1 = 0) \ \& \ m - \text{целое} \ \& \ n - \text{целое} \ \& \ 0 \leq n - m \rightarrow \sum_{k=m}^n P(k)a^k = (a^{n+1}/(a-1))P(n+1) - (a^m/(a-1))P(m) - (a/(a-1)) \sum_{k=m}^n (P(k+1) - P(k))a^k)$$

Здесь  $P(k)$  - многочлен от  $k$ . Прием сводит вычисление исходной суммы к вычислению аналогичной суммы, у которой степень многочлена меньше.

Спецификация приема имеет вид "тип(видобъединение)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" ограничивается указанием уровня срабатывания 3. Он не проработан.

Число приемов данного типа - 2.

- D. Сведение операции над семейством к операциям над подсемействами, на которых упрощается вид общего члена.

Прием выполняет такое подразбиение области определения семейства, при котором сложное подвыражение его общего члена заменяется на более простые частные случаи. Пример:

$$\forall_{Pfg} (\iint_{P(x,y)} f(x,y) dx dy = \iint_{P(x,y) \ \& \ 0 \leq g(x,y)} f(x,y) dx dy + \iint_{P(x,y) \ \& \ g(x,y) \leq 0} f(x,y) dx dy)$$

Прием имеет указатель "контекст(позиция(x1 фикс(0 1 1 4)вид(x1 модуль(значение(x7 набор(x23 x24))))))", определяющий идентификация подвыражения " $|g(x,y)|$ " в общем члене. После разбиение области интегрирования на два подмножества модуль будет устранен.

Спецификация приема имеет вид "тип(началопути)", "направл( $N$ )", "терм( $t$ )", где  $t$  - сложное подвыражение, которое будет упрощено после разбиения области. В нашем примере это "модуль(значение(x7 набор(x23 x24)))". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 2 и создает приведенный выше указатель "контекст(...)". Он требует доработки, хотя в отдельных случаях создает приемлемые приемы.

Число приемов данного типа - 3.

- Е. Замена переменной для стандартизации вида общего члена семейства.

Пример:

$$\forall_{abfg}(f(\lambda_i(g(i+b), i - \text{целое} \ \& \ a \leq i)) = f(\lambda_i(g(i), i - \text{целое} \ \& \ a + b \leq i)))$$

Здесь  $f$  - одноместная операция, полученная из двуместной ассоциативно-коммутативной операции обобщением на конечное множество операндов. Прием выполняет сдвиг индексации для упрощения общего члена.

Спецификация приема имеет вид "тип(уровеньпосылки)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 1 и вводит фильтр "не(равно(справка(развертка  $f$ )0))", проверяющий, что  $f$  - обобщение двуместной операции. Он требует доработки.

Число приемов данного типа - 12.

- Ф. Применение специального нормализатора для последующей декомпозиции операции над семейством.

Пример:

$$\forall_{fghpq}(g(i)/h(i) = q(i) \rightarrow \sum_{i,p(i)} f(i)g(i)/h(i) = \sum_{i,p(i)} (f(i)q(i)))$$

Выражение  $g(i)$  идентифицируется с произведением всех множителей, представляющих собой многочлены от  $i$ . Проверяется, что  $h(i)$  - тоже многочлен степени больше первой от  $i$ , и далее левая часть антецедента преобразуется к виду суммы простейших дробей с помощью нормализатора "простейшиедроби". Проверяется, что результат  $q(i)$  имеет вид суммы. Тогда после преобразования исходная сумма разобьется в несколько более простых сумм. Прием проверяется отсутствие специальных целевых установок, таких, как разложение в ряд Тейлора либо Фурье.

Спецификация имеет вид "тип(блокнеравенства)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" не прорабатывался и определяет лишь уровень срабатывания 2.

Число приемов данного типа - 4.

- viii. Сведение операции над семейством к операциям над семействами, имеющими более простую область определения.

- А. Исключение описателя "отображение" из задания области определения семейства.

Пример:

$$\forall_{afmr}(\sum_{a,a \in \prod_{i=1}^r m(i)} (\prod_{i=1}^r f(a(i), i)) = \prod_{i=1}^r \sum_{j,j \in m(i)} f(j, i))$$

Здесь в области определения семейства имеется в виду конечное прямое произведение.

Спецификация приема имеет вид "тип(записьтеоремы)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" ограничивается указанием уровня срабатывания 2. Этого достаточно для создания полноценного приема.

Число приемов данного типа - 1.

- В. Развертка операции над семейством, имеющим фиксированные конечные размеры, в группу операций над семействами меньших размеров.

Пример - формула для вычисления определителя путем развертки по строке:

$$\forall_{amn}(m \in \{1, \dots, n\} \rightarrow \det(\lambda_{ij}(a(i, j), i \in \{1, \dots, n\} \& j \in \{1, \dots, n\})) = \sum_{k=1}^n (a(m, k)(-1)^{m+k} \det(\lambda_{ij}(((a(i, j) \text{ при } j < k, \text{ иначе } a(i, j + 1)) \text{ при } i < m, \text{ иначе } (a(i + 1, j) \text{ при } j < k, \text{ иначе } a(i + 1, j + 1))), i \in \{1, \dots, n - 1\} \& j \in \{1, \dots, n - 1\}))))))$$

Спецификация приема имеет вид "тип(внешкасаются)", "направл(N)". Кроме того, добавляется элемент "см(натуральное(n))", указывающий параметр, идентифицируемый с натуральной константой. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит указатель "развертка" для конечной суммы в заменяющей части. По существу, он не проработан.

Число приемов данного типа - 1.

- С. Переход к операции над семейством меньшего фиксированного размера.

Пример - сведение вычисления ранга матрицы к вычислению ранга меньшей матрицы путем прибавления к строкам векторов, пропорциональных заданной строке:

$$\forall_{akmn}(k \in \{1, \dots, n\} \& \neg(a(1, k) = 0) \rightarrow \text{ранг}(\lambda_{ij}(a(i, j), i \in \{1, \dots, m\} \& j \in \{1, \dots, n\})) = \text{ранг}(\lambda_{ij}(((a(i + 1, j)a(1, k) - a(1, j)a(i + 1, k) \text{ при } j < k, \text{ иначе } a(i + 1, j + 1)a(1, k) - a(1, j + 1)a(i + 1, k)), i \in \{1, \dots, m - 1\} \& j \in \{1, \dots, n - 1\}))) + 1)$$

Здесь переменные  $m, n$  идентифицируются с натуральными константами.

Спецификация приема - "тип(норминтервал)", "направл(N)". Справочник "заголовокприема" ограничивается указанием уровня срабатывания 3. Он не проработан.

Число приемов данного типа - 2.

- Д. Переход к операции над семейством меньшего размера.

Пример - вычисление определителя, у которого в первом столбце единственный ненулевой элемент:

$$\forall_{Amn}(\text{set}_i(i \in \{1, \dots, n\} \& \neg(A(i, 1) = 0)) = \{m\} \rightarrow \det(\lambda_{ij}(A(i, j), i \in \{1, \dots, n\} \& j \in \{1, \dots, n\})) = A(m, 1)(-1)^{m+1} \det(\lambda_{ij}(((A(i, j + 1) \text{ при } i < m, \text{ иначе } A(i + 1, j + 1))), i \in \{1, \dots, n - 1\} \& j \in \{1, \dots, n - 1\}))))))$$

Левая часть антецедента обрабатывается нормализатором "норм-ненули", определяющим совокупность ненулевых элементов.

Спецификация приема имеет вид "тип(Нижняягрань)", "направл(N)". Справочник "заголовокприема" ограничивается указанием уровня срабатывания 3. Он не проработан.

Число приемов данного типа - 4.

- Е. Разбиение конечной операции с дизъюнктивным заданием области определения. Пример:

$$\forall_{PQR}(\neg Q \rightarrow \sum_{i,P \vee Q, S(i)} R(i) = \sum_{i,P, S(i)} R(i) + \sum_{i,Q, S(i)} R(i))$$

Антецедент обрабатывается вспомогательной задачей на доказательство, которой передается посылка  $P$ . Таким образом, проверяется, что условия  $P$  и  $Q$  одновременно выполнены быть не могут.

Спецификация приема имеет вид "тип(углы)", "направл( $N$ )", "указатель(следствие(1) занесениепосылки(1  $P$ )содержится( $iPQ$ ))".

Справочник "заголовокприема" ограничивается указанием уровня срабатывания 2.

Число приемов данного типа - 1.

- Ф. Сведение операции над семейством к операциям над подсемействами, если область определения семейства представлена в виде объединения подобластей. Пример:

$$\forall_{PQfn}(\text{set}_{xy}P(x, y) = \bigcup_{i=1}^n Q(i) \ \& \ \text{разделены}(Q) \rightarrow \iint_{P(x,y)} f(x, y) dx dy = \sum_{i=1}^n \iint_{Q(i)} f(x, y) dx dy)$$

Первый антецедент выделен указателем "идентификатор". Утверждение  $P(x, y)$  явно разрешается относительно  $x, y$  задачей на описание, после чего описатель обрабатывается нормализатором "нормкласс". Конечное объединение идентифицируется с обычным.

Спецификация приема имеет вид "тип(номервхождения)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" определяет уровень срабатывания 2, вводит фильтры "натуральное( $n$ )", "не(заголовок( $n$  1))", а также необходимые указатели "развертка". Он недоработан.

Число приемов данного типа - 7.

- Г. Попытка вычислить операцию на одном из подсемейств, если область определения семейства представлена в виде объединения подобластей. Пример:

$$\forall_{ABaf}(\sum_{x,x \in A} f(x) = a \ \& \ \text{непересек}(A, B) \rightarrow \sum_{x,x \in A \cup B} f(x) = a + \sum_{x,x \in B} f(x))$$

Первый антецедент выделен указателем "идентификатор". Его левая часть обрабатывается нормализатором "нормсуммавсех". Проверяется, что результат  $a$  не содержит символа "суммавсех".

Спецификация приема имеет вид "тип(учетнеизвестных)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 2 и вводит фильтр "не(входит(суммавсех  $a$ ))".

Число приемов данного типа - 1.

- Н. Операция над семейством, имеющим дополнительное условие невырожденности.

Здесь условия на принадлежность варьируемых переменных области определения дополнены условием, не содержащим варьируемых переменных. Пример:



$$\forall_{PQR}(\sum_{i,P(i),Q} R(i) = (\sum_{i,P(i)} R(i) \text{ при } Q, \text{ иначе } 0))$$

Спецификация приема имеет вид "тип(быстрописание)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" ограничивается указанием уровня срабатывания 2. Этого достаточно для создания полноценного приема.

Число приемов данного типа - 1.

- I. Рассмотрение альтернатив для области определения семейства. Если при попытке упрощения выражения для области семейства возникает условное выражение, то операция над семейством тоже преобразуется к виду условного выражения. Пример:

$$\forall_{ABCP} f(\text{set}_{xy} P(x, y) = (A \text{ при } C, \text{ иначе } B) \rightarrow \iint_{P(x,y)} f(x, y) dx dy = (\iint_A f(x, y) dx dy \text{ при } C, \text{ иначе } \iint_B f(x, y) dx dy))$$

Антецедент выделен указателем "идентификатор". Выражение под описателем "класс" разрешается относительно  $x, y$ , после чего применяется нормализатор "нормкласс".

Спецификация приема имеет вид "тип(нормО)", "направл( $N$ )". Если она содержит символ "задача", то прием будет упрощать область определения, иначе - будет пытаться сразу усмотреть в ней условное выражение. Справочник "заголовокприема" определяет уровень срабатывания, равный 3 при наличии символа "задача" в спецификации, иначе - равный 1. При наличии символа "задача" он также вводит указатели нормализации "задача(7 тип(описать)полный явное прямойответ буфер упростить цель(неизвестная(x23 x24)))", "днф" для утверждения под описателем "класс" и "нормвариант", "нормкласс" для описателя. Этого достаточно для создания полноценного приема.

Число приемов данного типа - 2.

- J. Группировка членов ассоциативно-коммутативной операции над семейством.

Прием группирует одинаковые элементы семейства. Пример:

$$\forall_{Afn} (n = \text{card}(A) \rightarrow \sum_{b,b \subseteq A} f(\text{card}(b)) = \sum_{i=0}^n (C_n^i f(i)))$$

Спецификация приема имеет вид "тип(диффлагранжа)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" ограничивается указанием уровня срабатывания 2. Этого достаточно для создания полноценного приема.

Число приемов данного типа - 6.

- K. Отбрасывание членов семейства, не изменяющих значение операции.

Отбрасываются элементы семейства, представляющие собой единицу операции. Пример:

$$\forall_{Bpq} (\sum_{i,B(i)} (1 + (-1)^i) p(i) / q(i) = \sum_{i,B(i), i \text{--even}} 2p(i) / q(i))$$

Спецификация приема имеет вид "тип(нормчислосочетаний)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" ограничивается указанием уровня срабатывания 1. Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 7.

- L. Замена переменной при вычислении операции над семейством, упрощающая область определения семейства.

Пример:

$$\forall_{abck}(a - \text{натуральное} \ \& \ b - \text{натуральное} \ \& \ k - \text{натуральное} \ \rightarrow f(\lambda_m(c(m), m - \text{целое} \ \& \ k|m \ \& \ a \leq m \ \& \ m \leq b)) = f(\lambda_m(c(km), m - \text{целое} \ \& \ -[a/k] \leq m \ \& \ m \leq [b/k]))$$

Здесь предполагается, что  $f$  - обобщение ассоциативно-коммутативной операции на конечные семейства.

Спецификация приема имеет вид "тип(ристеорема)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" определяет уровень срабатывания 3, вводит фильтры "не(равно(справка(развертка  $f$ )0))", "не(равно( $f$  значения))" и указатель "символ( $f$ )". После этого компилятор спецификаций создает прием, совпадающий с введенным вручную.

Число приемов данного типа - 2.

- ix. Частичное сокращение операций над семействами.

Если операция  $F$  над конечным семейством является обобщением двуместной ассоциативно-коммутативной операции  $f$ , для которой имеет место тождество типа сокращения, то это тождество обобщается на случай операции  $F$ . Пример:

$$\forall_{abcdefg}(0 < f(n) \ \& \ 0 < b - c \ \rightarrow e(\prod_{n=a}^b f(n))^d / (g(\prod_{n=a}^c f(n))^d) = e(\prod_{n=c+1}^b f(n))^d / g)$$

Антеcedенты обрабатываются проверочными операторами, причем первому антеcedенту передается дополнительная посылка  $n \in \{a, \dots, b\}$ .

Спецификация приема имеет вид "тип(нормпредел)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3. Он не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 3.

- x. Переход к более простой операции над семействами.

Пример:

$$\forall_{Paf}(0 < f(i) \ \rightarrow \log_a(\prod_{i,P(i)} f(i)) = \sum_{i,P(i)} \log_a f(i))$$

Спецификация приема имеет вид "тип(указательошибки)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" ограничивается указанием уровня срабатывания 2. Он не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 1.

- xi. Разбиение области изменения параметра для сближения операций над семействами.

Прием подготавливает возможность частичного сокращения либо группировки операций над семействами. Пример:

$$\forall_{abcdefg}(0 < e - c \ \rightarrow a \sum_{n=c}^d g(n) + b \sum_{n=e}^f g(n) = a \sum_{n=e}^d g(n) + a \sum_{n=c}^{e-1} g(n) + b \sum_{n=e}^f g(n))$$

Прием подготавливает возможность приведения подобных членов, выравнивая нижние границы суммирования. Для выравнивания верхних границ создан другой прием. Если очевидно, что  $d$  меньше  $e$ , то прием не применяется.

Спецификация имеет вид "тип(фильтрпромежутков)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" ограничивается указанием уровня срабатывания 1 и фильтра "условие". Он не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 4.

- xii. Бескванторная переформулировка операции над семейством с помощью вспомогательного обозначения, вводимого кванторным тождеством.

Приемы данного типа применяются при вычислении операции над семейством по индукции. Вводится функциональная переменная  $f$ , определяющая значение операции в зависимости от параметров аргументов. Кванторная импликация, представляющая собой определение данной переменной, заносится в посылки. После этого начинается работа над выводом рекуррентного соотношения, позволяющего вычислить  $f$ . Приемы рассматриваемого типа переформулируют исходную операцию через  $f$ . Пример - использование обозначения для определителя  $n$ -го порядка:

$$\forall_{ABabcmq} (\forall_n (n - \text{натуральное} \rightarrow \det(\lambda_{ij}(A(i, j, n), i \in \{1, \dots, an+b\} \& j \in \{1, \dots, an+b\})) = p(n)) \& b - c = aq \& A(k, l, m - q) = B(k, l, m) \rightarrow \det(\lambda_{kl}(B(k, l, m), k \in \{1, \dots, am+c\} \& l \in \{1, \dots, am+c\})) = p(m - q))$$

Спецификация имеет вид "тип(коордввода)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" ограничивается указанием уровня срабатывания 1. Он не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 1.

## 8. Определение характеристики класса.

- (a) Непосредственное определение характеристики класса.

Пример:

$$\forall_{an} (n - \text{целое} \& 0 \leq n \& \text{конечное}(a) \rightarrow \text{card}(\text{set}_x(x - \text{set} \& x \subseteq a \& \text{card}(x) = n)) = C_{\text{card}(a)}^n)$$

Спецификация приема имеет вид "тип(орграф)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" ограничивается указанием уровня срабатывания 2. В ряде случаев этого достаточно для создания полноценного приема. Иногда нужна доработка фильтров.

Число приемов данного типа - 10.

- (b) Стандартизирующая замена переменной при определении характеристики класса.

Прием делает такую замену переменной, которая сближает описание класса с описаниями, для которых имеется прием непосредственного определения характеристики. Примеры:

$$\forall_{bdf}(b(e) \subseteq f(e) \& b(e) - \text{set} \& f(e) - \text{set} \rightarrow \text{card}(\text{set}_{ae}(a - \text{set} \& b(e) \subseteq a \& a \subseteq f(e) \& d(a, e))) = \text{card}(\text{set}_{ce}(c \subseteq f(e)(e) \& c - \text{set} \& d(b(e) \cup c, e)))$$

Прием переходит от пары условий вида  $A \subseteq X$ ,  $X \subseteq B$  к одному условию вида  $X \subseteq C$  на варьируемую переменную  $X$ .

$$\forall_{An}(\text{конечное}(A) \& 0 < \text{card}(A) - 2n \rightarrow \text{card}(\text{set}_x(x \subseteq A \& x - \text{set} \& n \leq \text{card}(x))) = 2^{\text{card}(A)} - \text{card}(\text{set}_x(x \subseteq A \& x - \text{set} \& \text{card}(x) \leq n - 1)))$$

Спецификация приема имеет вид "тип(внешобрыв)", "направл( $N$ )". Иногда дополнительно вводятся элементы "указатель", определяющие дополнительные посылки проверочных операторов, обрабатывающих антецеденты. Справочник "заголовокприема" ограничивается указанием уровня срабатывания 2. Он почти не проработан.

Число приемов данного типа - 19.

- (с) Упрощающий переход к характеристикам других классов.

Пример:

$$\forall_{ABPmn}(m = \text{card}B(x) \& m - \text{целое} \& n = \text{card}A(x) \& n \leq m \rightarrow \text{card}(\text{set}_{fx}(\text{Отображение}(f, A(x), B(x)) \& \text{взаимнооднозначно}(f) \& P(x))) = m! \text{card}(\text{set}_x(P(x)))/(m - n)!) )$$

Имеются фильтры, проверяющие, что  $m, n$  не зависят от переменных списка  $x$ .

Спецификация приема имеет вид "тип(граф)", "направл( $N$ )". Добавляются элементы "см", указывающие на независимость  $m, n$  от переменных связывающей приставки, а также элемент "указатель", определяющий идентификацию  $x$  со списком переменных. Справочник "заголовокприема" ограничивается указанием уровня срабатывания 2. Он почти не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 41.

- (d) Попытка свести вычисление характеристики класса к вычислению характеристик других классов.

Приемы данного типа сначала пытаются вычислить характеристики других классов, и лишь в случае успеха реализуют замену. Пример:

$$\forall_{AMPQt}(M = \text{set}_i(P(i) \& i - \text{целое} \& 0 \leq i \& i \leq \text{card}(A)) \& \text{конечное}(A) \& t(i) = \text{card}(\text{set}_{xy}(x - \text{set} \& x \subseteq A \& \text{card}(x) = i \& Q(x, y))) \rightarrow \text{card}(\text{set}_{xy}(x - \text{set} \& x \subseteq A \& P(\text{card}(x)) \& Q(x, y))) = \sum_{i, i \in M} t(i))$$

Предпринимается разбиение семейства подмножеств на подсемейства подмножеств одинаковой мощности. Проверяется, что результат  $t(i)$  вычисления числа подмножеств мощности  $i$  не содержит символа "класс".

Спецификация приема имеет вид "тип(цикл)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 5, вводит фильтры "условие", "тип(преобразовать)", а также фильтр, проверяющий, что результат определения характеристики другого класса не содержит символа "класс". Он почти не проработан.

Число приемов данного типа - 6.

- (e) Группировка характеристик классов.

Несколько характеристик классов объединяются в одну. Пример:

$$\forall_{ABPmn}(m+n=0 \ \& \ A \subseteq B \rightarrow m\text{card}(\text{set}_x(P(x) \ \& \ x \in A)) + n\text{card}(\text{set}_y(P(y) \ \& \ y \in B)) = n\text{card}(\text{set}_y(P(y) \ \& \ y \in B \setminus A)))$$

Спецификация приема имеет вид "тип(степеньвершины)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" ограничивается указанием уровня срабатывания 2. Этого пока достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

- (f) Разрешение уравнения под описателем "класс" относительно заданной переменной для последующего вычисления.

Прием усматривает уравнение под описателем и разрешает его относительно одной из варьируемых переменных, если оно уже не разрешено относительно нее. Пример:

$$\forall_{ABKbfg}(\text{set}_{xyz}(f(x, y, z) = g(x, y, z) \ \& \ A(x, y, z)) = B \rightarrow S(\text{точки}(\text{set}_{xyz}(f(x, y, z) = g(x, y, z) \ \& \ A(x, y, z)) \cup b, K)) = S(\text{точки}(B \cup b, K)))$$

Утверждения под описателем "класс" в антецеденте разрешаются относительно  $z$  с помощью задачи на описание. Затем описатель упрощается нормализатором "нормкласс". Прием используется при определении площадей поверхностей.

Спецификация приема имеет вид "тип(Плюс)", "направл( $N$ )", "переменная( $X$ )", где  $X$  - переменная, относительно которой выполняется разрешение. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3. В приведенном примере он вводит также следующие фильтры: "тип(преобразовать)", "не(цель(извлекается))", "или(не(заголовок( $f(x, y, z)$ ),  $z$ )) входит( $z$   $g(x, y, z)$ ))", "или(не(заголовок( $g(x, y, z)$ ),  $z$ )) входит( $z$   $f(x, y, z)$ ))", "входит( $z$  фикс(...))", где указатель вхождения "фикс" ссылается на уравнение под описателем. Кроме того, вводится нормализатор "задача(6 тип(описать) полный прямойответ или явное упростить цель(неизвестная( $z$ )))" для утверждений под описателем и нормализатор "нормкласс" для описателя. Требуется дополнительная проработка данного справочника.

Число приемов данного типа - 4.

- (g) Разрешение остаточного условия под описателем "класс" для последующего вычисления.

Прием аналогичен предыдущему, но уравнение уже разрешено относительно варьируемой переменной, и разрешается остаточное условие на другие варьируемые переменные. Пример:

$$\forall_{Paf r}(P(x) = r \rightarrow \text{областьграницы}(\text{set}_{xy}(P(x) \ \& \ y = f(x)) \cup a) = \text{областьграницы}(\text{set}_{xy}(r \ \& \ y = f(x)) \cup a))$$

Антецедент разрешает утверждение  $P(x)$  относительно  $x$  с помощью задачи на описание. Описатель в заменяющем терме обрабатывается нормализатором "нормкласс". Напомним, что выражение "областьграницы" определяет область через ее границу.

Спецификация приема имеет вид "тип(континуум)", "направл( $N$ )", "временная( $X$ )". Справочник "заголовокприема" ограничивается указанием уровня срабатывания 1, фильтра "тип(преобразовать)" и нормализатора для решения задачи на описание. Он почти не проработан.

Число приемов данного типа - 1.

- (h) Исключение внутреннего квантора существования в описании класса при определении его мощности.

Если переменная, связанная квантором существования, однозначно восстанавливается по прочим переменным, то она перебрасывается в список варьируемых переменных класса. Мощность класса это не изменяет. Пример:

$$\forall_{ABfgh}(\text{card}(\text{set}_{fx}(\exists_A(g(f, A, x) \ \& \ \text{Отображение}(f, A, B(x))) \ \& \ h(f, x))) = \text{card}(\text{set}_{fxA}(g(f, A, x) \ \& \ \text{Отображение}(f, A, B(x)) \ \& \ h(f, x))))$$

Спецификация приема имеет вид "тип(термнабора)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" ограничивается указанием уровня срабатывания 1.

Число приемов данного типа - 1.

### Приемы обращения к нормализаторам

Приемы этих типов основаны на технических теоремах, не несущих никакой информации кроме того, что определяют последовательность вычислений. Тем не менее, многие из них крайне важны и часто применяются. Обычно эти приемы требуют множества дополнительных фильтров, источники которых связаны с общим анализом алгоритмизации предметной области и пока почти не прорабатывались.

1. Применение нормализатора приведения к заданным заголовкам.

- (a) Попытка применения нормализатора приведения к заданным заголовкам для упрощения выражения.

Приемы этого типа предпринимают попытку применить к выражению нормализатор приведения к заданным заголовкам в надежде, что он даст сильное упрощение. Если это произойдет, прием выполняет замену. Пример:

$$\forall_{abcd}(d = a/b + c \rightarrow a/b + c = d)$$

Прием применяется к подвыражению условия задачи на преобразование, содержащему сумму с дробями. Антецедент выделен указателем "идентификатор", и его правая часть обрабатывается нормализатором "видумножение", выполняющим сложение дробей и разложение на множители их числителей и знаменателей. Замена происходит, если результат  $d$  оказался короче исходного выражения. Прием имеет множество дополнительных фильтров.

Спецификация приема имеет вид "тип(символ)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" ограничивается указанием уровня срабатывания 2 и вводом фильтра "короче(результат теквхожд)". Он не проработан.

Число приемов данного типа - 4.

- (b) Обращение к нормализатору приведения к заданным заголовкам в условии задачи на преобразование, имеющей цель приведения к этим заголовкам. Пример:

$$\forall_{abc}(c = a + b \rightarrow a + b = c)$$

Прием применяется к обобщенному сомножителю условия задачи на преобразование, имеющей цель "разложитьнамножители". Правая часть антецедента обрабатывается нормализатором "видумножение". Замена выполняется, если результат имеет своим заголовком один из символов "умножение", "дробь", "степень", быть может, с внешним знаком "минус".

Спецификация приема имеет вид "тип(левыйкрай)", "направл( $N$ )", "оператор( $P$ )", "цель( $Q$ )". Здесь  $P$  - название нормализатора приведения к заданным заголовкам,  $Q$  - цель задачи на преобразование, указывающая на приведение к этим заголовкам. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 1 и вводит фильтры "тип(преобразовать)", "условие", "цель( $Q$ )", а также фильтр, который в нашем примере имеет вид "или(заголовок( $c$  умножение степень дробь) и(заголовок( $c$  минус) первый-символ( $c$  умножение степень дробь)) и(не(заголовок( $c$  плюс) короче( $c$  теквхожд))))". Кроме того, вводится указатель "попытка(разложитьнамножители теквхожд)". Однако, определенная доработка этого справочника требуется.

Число приемов данного типа - 1.

## 2. Применение нормализатора стандартной формы.

- (a) Попытка упрощения выражения путем применения нормализатора стандартной формы и последующей свертки с помощью других нормализаторов.

Пример:

$$\forall_{abcdefg}(g = adb + cd\sqrt{b} + ae\sqrt{b} + ce \ \& \ f - \text{rational} \ \& \ \neg(\text{знаменатель}(f) - \text{even}) \rightarrow (a\sqrt{b} + c)^f (d\sqrt{b} + e)^f = g^f)$$

К правой части первого антецедента сначала применяется нормализатор стандартной формы "стандплюс", выполняющий раскрывание скобок. Затем применяется нормализатор "видумножение". Замена выполняется лишь при условии, что заменяющий терм короче заменяемого. Более яркий пример дает алгебра логики, где для упрощения выражений сначала выполняется преобразование к дизъюнктивной нормальной форме с последующими упрощением и сверткой.

Спецификация приема имеет вид "тип(упростить)", "направл( $N$ )", "оператор( $A$ )", где  $A$  - список названий последовательно применяемых нормализаторов, начинающийся с нормализатора стандартной формы. Справочник "заголовокприема" определяет уровень срабатывания 3 и фильтры "тип(преобразовать)", "условие", "цель(упростить)", "коммент(длина)", "короче(результат теквхожд)", "не(цель(нормтеорема))". В рассмотренном примере добавляется фильтр "не(цель(стандплюс))". Кроме того, вводятся указатели "попытка(стандплюс теквхожд)", "замечание(стандплюс

результат)". Хотя в некоторых случаях этот справочник и дает результаты, близкие к приемлемым, он требует доработки.

Число приемов данного типа - 18.

- (b) Попытка применения нормализатора стандартной формы для упрощения выражения.

В отличие от предыдущего случая, для упрощения применяется только нормализатор стандартной формы. Пример - попытка раскрывания скобок для упрощения выражения:

$$\forall_{abc}(c = a + b \rightarrow a + b = c)$$

Прием применяется в условиях задач на преобразование. Проверяется, что некоторое слагаемое преобразуемой суммы допускается фактическое раскрывание скобок - имеет своим множителем сумму либо степень суммы. Правая часть антецедента обрабатывается нормализатором "стандплюс". Проверяется, что результат раскрывания скобок короче исходного выражения, и лишь в этом случае реализуется замена. Имеется ряд дополнительных фильтров.

Спецификация приема имеет вид "тип(Умножение)", "направл( $N$ )", "оператор( $P$ )", где  $P$  - название оператора приведения к стандартной форме. Справочник "заголовокприема" ограничивается указанием уровня срабатывания 3 и вводом фильтра "короче(результат теквхожд)". Он не проработан. Более того, так как контексты срабатывания приемов этого типа сильно различаются, сам тип приема, по-видимому, придется разбить на ряд подтипов.

Число приемов данного типа - 5.

### 3. Применение нормализатора общей стандартизации.

- (a) Применение нормализатора общей стандартизации для вычисления в стандартной ситуации.

Прием обращается к нормализатору общей стандартизации, если гарантировано, что он вычислит значение выражения данного типа. Пример:

$$\forall_{mn}(m = n! \rightarrow n! = m)$$

Переменная  $n$  идентифицируется с целочисленной константой. Эта константа ограничена сверху значением, уточняемым в зависимости от контекста. Возможны варианты 9, 19, 200. Правая часть антецедента обрабатывается нормализатором "нормфакториал".

Спецификация приема - "тип(сложитьдроби)", "направл( $N$ )". Сюда добавляется элемент "см(...)", уточняющий контекст, в котором гарантировано вычисление значения нормализатором. Справочник "заголовокприема" ограничивается указанием уровня срабатывания 2 и вводом фильтра "не(заголовок( $m$  факториал))" (символ варьируется в зависимости от теоремы приема). Кроме того, вводится нормализатор "нормфакториал" правой части антецедента. Справочник недоработан.

Число приемов данного типа - 7.



- (b) Попытка упрощения путем общей стандартизации после перегруппировки. Иногда применение нейтрального тождества может привести к выражению, упрощаемому нормализатором общей стандартизации. Пример:

$$\forall_{acdf}(d \subseteq c \ \& \ a = c \cap f \rightarrow c \cap (d \cup f) = d \cup a)$$

Здесь использовано нейтральное тождество  $\forall_{cdf}(d \subseteq c \rightarrow c \cap (d \cup f) = d \cup (c \cap f))$ . К правой части второго антецедента теоремы приема применяется нормализатор "нормпересечение". Проверяется, что результат  $a$  короче исходного пересечения.

Спецификация приема имеет вид "тип(разложитьнамножители)", "направл( $N$ )", "переменная( $X$ )". Здесь  $X$  - вспомогательная переменная, для которой имеется антецедент вида " $X = \dots$ " с правой частью, обрабатываемой нормализатором. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит фильтр "короче( $a$  копия( $c \cap f$ ))". Этого достаточно для создания полноценного приема.

Число приемов данного типа - 2.

- (c) Попытка исключения сложного понятия путем общей стандартизации после дистрибутивной развертки.

Дистрибутивная развертка сложной операции иногда приводит к операндам, для которых нормализатор общей стандартизации обеспечивает возможность вычисления. Пример:

$$\forall_{abcde}(d = \text{образ}(a, b) \ \& \ e = \text{образ}(a, c) \rightarrow \text{образ}(a, b \cup c) = d \cup e)$$

Правая часть каждого антецедента обрабатывается нормализатором "нормобраз". Проверяется, что результаты  $d, e$  не содержат символа "образ".

Спецификация приема имеет вид "тип(перечислооператор)", "направл( $N$ )", "символ( $S$ )", где  $S$  - символ декомпозируемой сложной операции. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 1 и вводит фильтры, указывающие невхождение символа  $S$  в результаты обработки нормализатором общей стандартизации правых частей антецедентов. Этого оказывается достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

4. Попытка обращения к нормализатору вычисления.

Прием усматривает выражение, для вычисления которого создан специальный нормализатор (например, предел, интеграл и т.п.), и предпринимает обращение к данному нормализатору. Пример:

$$\forall_{abcf}(a = \lim_{x \rightarrow b \setminus c} f(x) \rightarrow \lim_{x \rightarrow b \setminus c} f(x) = a)$$

Правая часть антецедента обрабатывается нормализатором "нормпредел". Проверяется, что результат  $a$  не имеет заголовка "предел".

Спецификация приема имеет вид "тип(9)", "направл( $N$ )", "оператор( $P$ )", где  $P$  - название нормализатора вычисления. Справочник "заголовокприема" определяет уровень срабатывания 0, вводит фильтр, проверяющий невхождение заголовка вычисляемого выражения в результат вычислений, и создает нормализатор обращения к оператору  $P$ . Требуется существенная доработка, так как обычно приемы данного типа имеют множество дополнительных фильтров.

Число приемов данного типа - 22.

5. Попытка применения нормализатора, подготавливающего возможность упрощения.

Прием применяет нормализатор для упрощения некоторого надвыражения. Пример:

$$\forall_{abcdn}(a + b = cd \rightarrow (a + b)c^n = c^{n+1}d)$$

К левой части антецедента применяется нормализатор разложения на множители. Проверяется, что выражение  $d$  оказалось короче выражения  $a + b$ .

Спецификация имеет вид "тип(удалениепримечпосылки)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" ограничивается указанием уровня срабатывания 4. Он не проработан.

Число приемов данного типа - 4.

## Сближение подвыражений задачи

1. Задачи на преобразование.

- (а) Выбор более короткой версии стандартизируемого операнда, уже имеющейся в условии задачи на преобразование.

У некоторых операций может выделяться один из операндов, который целесообразно сделать одинаковым у всех вхождений этой операции в задачу. Примером служит основание логарифма, а в определенных случаях и основание степени. Причиной такой стандартизации является то, что в большинстве тождеств, связывающих между собой несколько разных операций с данным заголовком, эти операнды равны. Усмотрение того, что некоторый операнд той или иной операции разумно сделать стандартизируемым, выполняется при помощи анализа всей предметной области и фиксируется в виде протокола базы теорем. Этой работой занимается так называемый алгоритмизатор. После того, как стандартизируемый операнд уже определился, для него можно создавать приемы, выбирающие ту или иную его версию. Обычно это зависит от задачи. В случае задачи на преобразование можно отдавать предпочтение более короткой версии, в случае задачи на описание - не содержащей неизвестных, и т.п.

В нашем случае прием будет отдавать предпочтение более короткой версии. Пример:

$$\forall_{abc}(0 < a \ \& \ \neg(a - 1 = 0) \ \& \ 0 < b \ \& \ \neg(b - 1 = 0) \rightarrow \log_b c = \log_a c / \log_a b)$$

Имеется указатель "контекст(разряд(корень логарифм  $x_4$ ) равно( $x_1$  первыйтерм( $x_4$ )))", усматривающий в условии задачи на преобразование какой-то логарифм с основанием  $a$ . Проверяется, что выражение  $a$  короче выражения  $b$ , и выполняется указанная в теореме замена.

Спецификация приема имеет вид "тип(алгебрпересечение)", "направл( $N$ )", "внутрзамена( $b \ a$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень

срабатывания 1 и вводит фильтры "тип(преобразовать)", "условие", "не(равно( $a b$ ))", "короче( $a b$ )". Он также вводит указатели "контекст(разряд(корень логарифм  $x_4$ ) равно( $x_1$  первыйтерм( $x_4$ )))", "замена вхождений". В результате автоматически сгенерированный прием совпадает с приемом, введенным вручную. Впрочем, пока имеется всего один прием данного типа.

- (b) Если две версии стандартизируемого операнда имеют равную длину и оба выражения входят в условие задачи на преобразование, то выбирается лексикографически предшествующее.

Прием выполняет остаточную стандартизацию после того, как применялся прием предыдущего типа. Пример:

$$\forall_{ab}(0 < a \ \& \ \neg(a - 1 = 0) \ \& \ 0 < b \ \& \ \neg(b - 1 = 0) \rightarrow \log_b a = 1 / \log_a b)$$

Проверяется, что длины выражений  $a, b$  равны, но выражение  $a$  лексикографически предшествует выражению  $b$ .

Спецификация приема имеет вид "тип(вставка фильтра)", "направл( $N$ )", "исключение( $P$ )", "терм( $Q$ )". Здесь  $P$  - исключаемое выражение (т.е.  $\log_b a$ ),  $Q$  - заменяющее (т.е.  $\log_a b$ ). Справочник "заголовок приема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "тип(преобразовать)", "условие", "коммент(длина)", "коммент(перегруппировка  $\log_a b$ )", "равной длины( $a b$ )", "лексикопредшествует( $a b$ )". Вводится также указатель "замечание(перегруппировка  $\log_b a$ )". Справочник не доработан.

Число приемов данного типа - 1.

- (c) Переход в задаче на преобразование к уже имевшимся подтермам.

Прием заменяет выражение на примерно равноценное по своей сложности, но уже встречающееся в условии задачи. Пример:

$$\forall_{abcd}(0 < a \rightarrow a^{d \log_b c} = c^{d \log_b a})$$

Имеется указатель, усматривающий в задаче выражение  $\log_b a$ . Чтобы не возникали конфликты с приемами предыдущих типов, анализируются комментарии (перегруппировка ...).

Спецификация приема имеет вид "тип(поглощается)", "направл( $N$ )", "исключение( $P$ )", "терм( $Q$ )". Здесь  $P$  - исключаемое сложное выражение,  $Q$  - заменяющее выражение, уже встречающееся в условии задачи. Справочник "заголовок приема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "тип(преобразовать)", "условие", "коммент(длина)", "коммент(перегруппировка  $\log_b a$ )". Также им вводятся указатели "замечание(перегруппировка  $\log_b c$ )", "контекст(позиция( $x_5$  корень)вид( $x_5$  логарифм( $b a$ )))". В ряде случаев этого достаточно для создания полноценного приема, но некоторая доработка все же нужна.

## 2. Задачи на описание.

- (a) Переход в задаче на описание к подвыражению с неизвестными, уже имеющемуся в текущем условии.

- i. Выбор лучшей версии стандартизируемого операнда, уже имеющейся в условии задачи.

Пример:

$$\forall_{ab}(0 < a \ \& \ \neg(a - 1 = 0) \ \& \ 0 < b \ \& \ \neg(b - 1 = 0) \rightarrow \log_b a = 1/\log_a b)$$

Проверяется, что в текущем условии задачи на описание уже имеется выражение  $\log_a b$ . Дополнительно проверяется, что основание логарифма  $a$  предпочтительнее, чем  $b$ : либо не содержит неизвестных, в то время как  $b$  содержит, либо оба они содержат неизвестные, но  $a$  короче, либо они имеют равные длины, но  $a$  лексикографически предшествует  $b$ .

Спецификация приема имеет вид "тип(видмногочлена)", "направл( $N$ )", "терм( $\log_a b$ )", "внутризамена( $b a$ )". Справочник "заголовокприема" определяет уровень срабатывания 2 и вводит фильтры "тип(описать)", "условие", "контекст(подчинено( $x3$  корень) вид( $x3 \log_a b$ ))", "или(не(известно( $a$ ))не(известно( $b$ )))", "или(известно( $a$ )и(не(известно( $b$ ))или(и(равнойдлины( $a b$ ) лексикопредшествует( $a b$ )) короче( $a b$ )))". Вводится также указатель "замена вхождений". Этого почти достаточно для создания полноценного приема.

Число приемов данного типа - 1.

- ii. Переход в задаче на описание к подвыражению с неизвестными, уже имеющемуся в текущем условии.

Пример:

$$\forall_{abcde}(0 < ab \rightarrow e \log_c(a^d) - e \log_c(b^d) = ed \log_c(a/b))$$

Проверяется, что выражение  $\log_c(a/b)$  содержит неизвестные и уже встречается в текущем условии.

Спецификация приема имеет вид "тип(Стандупорядочение)", "направл( $N$ )", "терм( $P$ )". Здесь  $P$  - сложное подвыражение заменяющей части, уже имеющееся в текущем условии. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 2 и вводит фильтры "тип(описать)", "условие", "контекст(подчинено( $x6$  корень)вид( $x6 \log_c(a/b)$ ))", "или(не(известно( $a$ )) не(известно( $b$ ))не(известно( $c$ )))". Этого оказывается достаточно для создания полноценного приема.

Число приемов данного типа - 2.

- iii. Заключение всех вхождений неизвестных в условие задачи на описание внутри вхождений одного и того же подвыражения.

Пример:

$$\forall_{ab}(b = 1/\sqrt{a^2 + 1} \rightarrow \arctg a = \text{Sg}(a)\arccos(b))$$

Выражение  $a$  содержит неизвестные, выражение  $\arccos b$  уже встречается в задаче, причем каждое вхождение неизвестной в текущее условие заключено либо внутри выражения  $\arctg a$ , либо внутри выражения  $\arccos b$ . Правая часть антецедента обрабатывается нормализаторами общей стандартизации.

Спецификация приема имеет вид "тип(наборантецедентов)", "направл( $N$ )", "исключение( $t$ )", "терм( $P$ )". Здесь  $t$  - исключаемое выражение с неизвестными,  $P$  - заменяющее выражение. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 1 и вводит фильтры "тип(описать)", "условие", "не(известно( $a$ ))", "контекст(позиция( $x_3$  корень) вид( $x_3 \arccos b$ ))", "не(контекст(неизвестная( $x_3$ ) разряд(корень  $x_3$   $x_4$ ) не(контекст(подчинено( $x_4$   $x_5$ ) или(контекст(вид( $x_5 \arctg(a)$ )) контекст(вид( $x_5 \arccos(b)$ ))))))", "не(сопровождение)". Вводится также указатель "замена вхождений". Этого почти достаточно для создания полноценного приема.

Число приемов данного типа - 2.

- (b) Сведение неизвестного унифицируемого аргумента к другим уже имеющимся в задаче неизвестным унифицируемым аргументам.
- i. Сведение неизвестного унифицируемого аргумента к другим уже имеющимся в задаче неизвестным унифицируемым аргументам.

Для некоторых групп операций оказывается, что большинство тождеств, с ними связанных, предполагают равенство их аргументов. Иногда допускается небольшое варьирование аргументов, например, удвоение либо утроение. Примером таких групп операций служит группа тригонометрических операций - синус, косинус, тангенс, котангенс. Аргументы этих операций называем унифицируемыми: целесообразно пытаться их отождествить (унифицировать). Примером приема рассматриваемого типа служит следующий:

$$\forall_{ab}(\neg(\cos a = 0) \ \& \ \neg(\cos b = 0) \ \& \ \neg(\cos(a + b) = 0) \rightarrow \operatorname{tg}(a + b) = (\operatorname{tg} a + \operatorname{tg} b) / (1 - \operatorname{tg} a \cdot \operatorname{tg} b))$$

Прием применяется в условии задачи на описание. Преобразуемый тангенс содержит неизвестные. Каждое из выражений  $a, b$  либо не содержит неизвестных, либо встречается в одном из условий задачи как аргумент тригонометрической операции.

Спецификация приема имеет вид "тип(эквивалентность)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает на уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "тип(описать)", "условие", "не(известно(тек вхожд))", "или(известно( $a$ )контекст(условие( $x_3$ )заголовок( $x_3$  равно) тригаргумент( $x_3$   $x_4$ ) равно( $x_4$   $a$ ))", "или(известно( $b$ )контекст(условие( $x_3$ )заголовок( $x_3$  равно) тригаргумент( $x_3$   $x_4$ ) равно( $x_4$   $b$ ))". Он позволяет создавать полноценный прием.

Число приемов данного типа - 1.

- ii. Выражение одного неизвестного унифицируемого аргумента через другой в уравнении, не имеющем прочих неизвестных унифицируемых аргументов.

Пример:

$$\forall_{axy}(x + y = a \rightarrow \sin x = \sin a \cos y - \cos a \sin y)$$

Выражение  $x$  содержит неизвестные и имеет заголовок "плюс". Указатель "контекст" определяет идентификацию в условии задачи на описание другого тригонометрического аргумента  $y$ , который тоже содер-

жит неизвестные. Левая часть антецедента обрабатывается нормализатором общей стандартизации, а результат  $a$  не содержит неизвестных. Проверяется, что текущее условие не имеет содержащих неизвестные тригонометрических аргументов, отличных от  $x$  и  $y$ .

Спецификация приема имеет вид "тип(областьроста)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "тип(описать)", "не(известно( $x$ ))", "не(известно( $y$ ))", "известно( $a$ )", "не(равно( $x y$ ))", "не(контекст(тригаргумент(корень  $x^2$ ) не(известно( $x^2$ )) не(равно( $x^2 x$ )) не(равно( $x^2 y$ ))))". Он также создает указатель "контекст(условие( $x^3$ ) тригаргумент( $x^3 y$ ))". Это почти совпадает с приемом, созданным вручную.

Число приемов данного типа - 2.

- (с) Преобразование двух неизвестных унифицируемых аргументов, приводящее к единственному неизвестному унифицируемому аргументу.

Пример:

$$\forall_{abcd}(c = \sin(a - b) \ \& \ d = \sin(a + b) \rightarrow \sin a \cos b = (c + d)/2)$$

Оба выражения  $a, b$  содержат неизвестные, а хотя бы одно из выражений  $c, d$  - не содержит. Каждый содержащий неизвестные тригонометрический аргумент, расположенный вне преобразуемого произведения, совпадает, с точностью до знака, с одним из выражений  $c, d$ .

Спецификация приема имеет вид "тип(нормистина)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 6 и вводит фильтры "тип(описать)", "условие", "не(известно( $a$ ))", "не(известно( $b$ ))", "или(известно( $c$ )известно( $d$ ))", "контекст(список( $x^5 c d$ ) тригаргумент( $x^5 x^6$ ) равно( $x^7$  терм(минус( $x^6$ ))) не(контекст(тригаргумент(корень  $x^8$ ) не(подчинено( $x^8$  фикс(0 1 1))) не(подчинено( $x^8$  фикс(0 1 2))) не(известно( $x^8$ )) не(равно( $x^6 x^8$ )) не(равно( $x^7 x^8$ ))))". Этого достаточно для создания полноценного приема.

Число приемов данного типа - 3.

- (d) Переход к известному подвыражению, уже имеющемуся в задаче на описание.

Пример:

$$\forall_a(\sqrt{2}\sqrt{\sin a}\sqrt{\cos a} = \sqrt{\sin(2a)})$$

Прием применяется в условии задачи на описание. Выражение  $a$  не содержит неизвестных, прием  $\sin(2a)$  уже встречается в условиях задачи.

Спецификация приема имеет вид "тип(измпрог)", "направл( $N$ )", "терм( $t$ )", где  $t$  - терм, уже встречающийся в задаче. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 0 и вводит фильтры "тип(описать)", "условие", "контекст(условие( $x^3$ ) позиция( $x^2 x^3$ ) вид( $x^2 \sin(2a)$ ))", "известно( $a$ )". Этого достаточно для совпадения автоматически синтезированного приема с приемом, созданным вручную.

Число приемов данного типа - 2.

- (e) Выбор более короткой версии стандартизируемого операнда известного подтерма, уже имеющейся в условии задачи на описание.

Пример:

$$\forall_{ab}(0 < a \ \& \ \neg(a - 1 = 0) \ \& \ 0 < b \ \& \ \neg(b - 1 = 0) \rightarrow \log_b a = 1 / \log_a b)$$

Выражения  $a, b$  не содержат неизвестных. Либо выражение  $a$  короче выражения  $b$ , либо они имеют равные длины, но выражение  $a$  лексикографически предшествует. В текущем условии уже встречается логарифм с основанием  $a$ .

Спецификация приема имеет вид "тип(фильтрмножителей)", "направл( $N$ )", "терм( $t$ )", "внутрзамена( $x y$ )". Здесь  $t$  - уже имеющееся в задаче выражение, стандартизируемый операнд которого - такой же, как у заменяющего терма. В нашем случае  $t$  имеет вид  $\log_a d$ .  $x, y$  - переменные для старой и новой версии стандартизируемого операнда. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 2 и вводит фильтры "тип(описать)", "условие", "известно( $a$ )", "известно( $b$ )", "не(равно( $b a$ ))", "контекст(подчинено( $x3$  корень) вид( $x3$  логарифм( $x1 x4$ )))", "или(короче( $x1 x2$ ) и(равнойдлины( $x1 x2$ ) лексикопредшествует( $x1 x2$ )))". Кроме того, вводится указатель "замена вхождений". Справочник требует доработки.

Число приемов данного типа - 1.

- (f) Отождествление стандартизируемых операндов неизвестных подвыражений условия задачи на описание.

Пример - тот же, что в предыдущем случае. Однако, здесь либо выражение  $a$  не содержит неизвестных, а  $b$  - содержит, либо оба эти выражения содержат неизвестные, причем либо  $a$  короче, либо длины выражений равны, но  $a$  лексикографически предшествует  $b$ . В том же самом условии должно иметься выражение вида  $\log_a d$ .

Спецификация приема имеет вид "тип(нормпринадлежит)", "направл( $N$ )", "терм( $t$ )". Здесь  $t$  - в нашем случае  $\log_a d$ . Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 2 и вводит фильтры "тип(описать)", "условие", "альтернатива(известно( $a$ ) не(известно( $b$ )) и(не(известно( $b$ )) или(короче( $a b$ ) и(равнойдлины( $a b$ ) лексикопредшествует( $a b$ ))))". Кроме того, вводится указатель "контекст(позиция( $x3$  корень) вид( $x3$  логарифм( $x1 x4$ )))". Справочник требует доработки.

Число приемов данного типа - 3.

- (g) Шаг сведения условия задачи на описание к кратным вхождениям единственного неизвестного подтерма.

Пример:

$$\forall_{abx}(a \sin x / (b \cos x) = a \operatorname{tg} x / b)$$

Выражение  $x$  содержит неизвестные. Все прочие вхождения неизвестных в текущее условие расположены либо внутри  $\operatorname{tg} x$ , либо внутри  $\operatorname{ctg} x$ .

Спецификация приема имеет вид "тип(Источники)", "направл( $N$ )", "терм( $t_1$ )", ..., "терм( $t_n$ )". Здесь  $t_1, \dots, t_n$  - выражения с неизвестными, внутри

которых должны быть сосредоточены все вхождения неизвестных вне заменяемого выражения. В нашем случае это  $\text{tg } x$ ,  $\text{ctg } x$ . Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 1 и вводит фильтры "тип(описать)", "условие", "не(известно( $x$ ))", "не(контекст(неизвестная( $x3$ ) разряд(корень  $x3$   $x5$ ) не(подчинено( $x5$  теквхожд)) не(контекст( подчинено( $x5$   $x4$ ) или(контекст(вид( $x4$   $\text{tg } x$ )) контекст(вид( $x4$   $\text{ctg } x$ ))))))". Этого почти достаточно для создания полноценного приема.

Число приемов данного типа - 2.

- (h) Варьирование неизвестного подвыражения условия задачи на описание, отождествляющее его с версией, необходимой по о.д.з. другого вхождения в условие.

Пример:

$$\forall_{abc}(a - \text{rational} \ \& \ \neg(\text{числитель}(a) - \text{even}) \ \& \ \neg(\text{знаменатель}(a) - \text{even}) \rightarrow (b - c)^a = -(c - b)^a)$$

В том же самом условии задачи имеется вхождение выражения  $(c - b)^d$ , причем либо усматривается, что  $d$  не рациональное, либо оно имеет четный знаменатель.

Спецификация приема имеет вид "тип(опредпеременная)", "направл( $N$ )", "терм( $A_1$   $A_2$ )". Здесь  $A_1$  - шаблон выражения,  $A_2$  - условие на его контекст, определяющие ту версию подвыражения, которая требуется для выполнения условий по о.д.з. В нашем примере  $A_1$  выражение  $(c - b)^d$ ,  $A_2$  - фильтр "или(не(рациональное( $d$ ))четное(знаменатель( $d$ )))". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 2 и вводит фильтры "тип(описать)", "условие", "не(известно(теквхожд))", "контекст(подчинено( $x4$  корень) вид( $x4$  степень(плюс( $c$  минус( $b$ ))  $x5$ )) легковидеть(или(не(рациональное( $x5$ )) четное(знаменатель( $x5$ ))))))". Этого достаточно для создания полноценного приема.

Число приемов данного типа - 2.

### 3. Задачи на доказательство.

- (a) Выражение атомарного объекта условия задачи на доказательство через другие атомарные объекты, хотя бы один из которых уже имеется в условии.
- i. Выражение атомарного объекта условия задачи на доказательство через другие атомарные объекты, хотя бы один из которых уже имеется в условии.

Пример:

$$\forall_{ABC}(\text{актив(вектор}(AB)) \rightarrow \text{вектор}(AC) = \text{вектор}(AB) + \text{вектор}(BC))$$

Прием применяется к подвыражению "вектор( $AC$ )" условия задачи на доказательство, причем в этом же условии имеется хотя бы одно из выражений "вектор( $AB$ )", "вектор( $BC$ )". Обратная замена блокируется комментариями.



Спецификация приема имеет вид "тип(связка)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 5 и вводит фильтры "тип(доказать)", "условие", "или(вхождениетерма(корень вектор( $AB$ ))вхождениетерма(корень вектор( $BC$ )))", "коммент(исключатом копия(вектор( $AB$ )))", "коммент(исключатом копия(вектор( $BC$ )))", "не(равно( $C B$ ))", "не(равно( $A B$ ))". Кроме того, создаются указатели "замена вхождений", "замечание(исключатом копия(вектор( $AC$ )))". Этого достаточно для создания полноценного приема.

Число приемов данного типа - 2.

- ii. Выражение атомарного объекта условия задачи на доказательство через другие атомарные объекты, уже имеющиеся в этом условии.

Пример:

$$\forall_{ABCDab}(\text{актив(вектор}(AB)) \& \text{актив(вектор}(BD)) \& D \in \text{отрезок}(BC) \& al(BD) = bl(CD) \& \neg(b = 0) \rightarrow \text{вектор}(AC) = \text{вектор}(AB) + (a + b)/b \cdot \text{вектор}(BD))$$

Заменяемое выражение "вектор( $AC$ )" входит в условие задачи на доказательство, в котором уже имеются выражения "вектор( $AB$ )" и "вектор( $BD$ )".

Спецификация приема имеет вид "тип(связприставка)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 2 и вводит фильтры "тип(доказать)", "условие", "вхождениетерма(корень вектор( $AB$ ))", "вхождениетерма(корень вектор( $BD$ ))". Кроме того, введен указатель "замена вхождений". Этого достаточно для автоматического создания приема, совпадающего с созданным вручную.

Число приемов данного типа - 4.

- (b) Преобразование подвыражения условия задачи на доказательство, приводящее к подвыражению посылки.

Пример:

$$\forall_{abfn}(\text{обратим}(b, f) \& n - \text{натуральное} \rightarrow \text{алгстепень}(f(b, a), f, n) = f(b, \text{алгстепень}(f(a, b), f, n), \text{обрэлемент}(b, f)))$$

Замена выполняется слева направо. Выражение "алгстепень( $f(a, b), f, n$ )" встречается в посылках, а выражение "алгстепень( $f(b, a), f, n$ )" - не встречается.

Спецификация имеет вид "тип(нижнягрань)", "направл( $N$ )", "терм( $t$ )". Здесь  $t$  - встречающееся в посылках подвыражение, ради которого выполняется замена. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит фильтры "тип(доказать)", "условие", "контекст(посылка( $x3$ ) вхождениетерма( $x3$  алгстепень( $f(a, b), f, n$ )))", "не(контекст(посылка( $x3$ ) вхождениетерма( $x3$  алгстепень( $f(b, a), f, n$ )))". Этого достаточно для создания полноценного приема.

Число приемов данного типа - 1.

4. Выбор версии нейтральной стандартизации по уже имевшемуся в посылках выражению.

Пример:

$$\forall_{AB}(\text{вектор}(BA) = -(\text{вектор}(AB)))$$

Текущая задача - на доказательство либо на исследование. Выражение "вектор( $AB$ )" уже встречается в посылках. Обратная замена блокируется комментарием.

Спецификация приема имеет вид "тип(нормвычет)", "направл( $N$ )", "терм( $t$ )". Здесь  $t$  - целевое выражение, уже встречающееся в посылках. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 1 и вводит фильтры "или(тип(доказать)тип(исследовать))", "контекст(посылка( $x1$ ) вхождениетерма( $x1$  копия(вектор( $AB$ ))))", "коммент(станд вектор( $BA$ ))". Создается также указатель "замечание(станд копия(вектор( $AB$ )))". Этого достаточно для совпадения автоматически созданного приема с приемом, созданным вручную.

Число приемов данного типа - 1.

5. Варьирование выражения для получения повторного вхождения. Пример:

$$\forall_{abck}(a - b = c \ \& \ 0 \leq c \ \& \ 0 \leq a(\bmod k) - c \rightarrow b(\bmod k) = a(\bmod k) - c)$$

В том же терме задачи уже встречается выражение  $a(\bmod k)$ . Первый антецедент выделен указателем "идентификатор", два других - обрабатываются проверочными операторами.

Спецификация приема имеет вид "тип(тексттитра)", "направл( $N$ )", "терм( $t$ )". Здесь  $t$  - целевое выражение, уже встречающееся в текущем терме. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 2, вводит фильтр "не(равно( $a$   $b$ ))" и указатель "контекст(позиция( $x4$  корень) вид( $x4$   $a(\bmod k)$ ))". Этого достаточно для создания полноценного приема.

Число приемов данного типа - 5.

## Сокращенная переформулировка выражения

1. Сокращенная переформулировка выражений при завершающем редактировании.

В процессе решения задачи часто используется стандартизация, упрощающая преобразования, но увеличивающая размеры термов. При получении ответа выполняются обратные преобразования, направленные на получение компактной записи. Пример:

$$\forall_{abcd}(a(\sin b)^c / (d(\cos b)^c) = a(\text{tg } b)^c / d)$$

Прием применяется в условии задачи. Если это задача на преобразование, то либо должна иметься цель "учетрезультата", либо комментарий "длина". Если задача - на описание, то должна иметься цель "редакция" и отсутствовать цель "редуцирование".

Спецификация приема имеет вид "тип(левпозиция)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 1 и вводит фильтры

"условие", "или(и(тип(преобразовать) или(не(коммент(длина)) цель(учетрезультата)) не(цель(преобразование)) не(цель(быстрпреобр))) и(тип(описать) цель(редакция) не(цель(редуцирование)) не(цель(вспомописание)) не(цель(стандравно)))". Этого достаточно для создания полноценного приема.

Число приемов данного типа - 34.

2. Попытка варьирования выражения для сокращенной переформулировки при завершающем редактировании.

$$\forall_{abcprq} (\neg(\text{скалумнож}(a, c) = 0) \ \& \ \text{скалумнож}(b, c) = 0 \rightarrow p \cdot \text{вектумнож}(b, c) + qc = p \cdot \text{скалумнож}(c, c) / \text{скалумнож}(a, c) \text{вектумнож}(b, a) + (q - \text{скалумнож}(a, \text{вектумнож}(c, b)))p / \text{скалумнож}(a, c)c)$$

Указатель "контекст" определяет дополнительную идентификацию внутри  $q$  подвыражения  $a$ , отличного от  $b, c$  и являющегося операндом скалярного либо векторного произведения. Заменяющее выражение обрабатывается задачей на упрощение, и проверяется, что результат оказался короче заменяемого выражения.

Спецификация приема имеет вид "тип(правсосед)", "направл( $N$ )". В данном примере добавлен элемент "указатель(контекст(позиция(x1 x16) операнд(x4 x1) символ(x4 скалумнож вектумнож) не(равно(x1 x2)0 не(равно(x1 x3))))))". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 1 и вводит фильтры "условие", "или(и(тип(преобразовать) или(не(коммент(длина)) цель(известны) цель(учетрезультата))) и(тип(описать)цель(редакция)не(цель(редуцирование))))", "короче(результат теквхожд)". По существу, данный тип приемов не проработан.

Число приемов данного типа - 1.

3. Группировка относительно сложного подвыражения на завершающем этапе редактирования ответа задачи на вычисление.

Пример:

$$\forall_{abc}(ac + bc = (a + b)c)$$

Прием применяется в задачах на преобразование, имеющих цель "учетрезультата". Такие задачи применяются для завершающего редактирования ответа задач на вычисление по планиметрии, физике и т.п. Оценка сложности выражения  $c$  больше 4 и больше оценок сложности выражений  $a, b$ .

Спецификация приема имеет вид "тип(удалениепосылки)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 1 и вводит фильтры "условие", "тип(преобразовать)", "цель(учетрезультата)", "свобоперанд(теквхожд)", "меньше(4 Оценка( $c$ ))", "меньше(Оценка( $a$ ) Оценка( $c$ ))", "меньше(Оценка( $b$ )Оценка( $c$ ))". Этого достаточно для создания полноценного приема.

Число приемов данного типа - 1.

4. Свертка, позволяющая сгруппировать новый терм со старым.

Пример:

$$\forall_{abcdepq}(b - \text{натуральное} \ \& \ c - \text{натуральное} \ \& \ p = \min(b, c) \rightarrow d(\sin a)^b(\operatorname{tg} a)^q / ((\cos a)^c e) = (\operatorname{tg} a)^{p+q}(\sin a)^{b-p}d/((\cos a)^{c-p}e)$$

"Новый" тангенс поглощается множителем для "старого".

Спецификация приема имеет вид "тип(вещественнаячасть)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "тип(преобразовать)", "условие", "цель(упростить)". Этого оказывается достаточно, чтобы автоматически сгенерированный прием совпал с приемом, введенным вручную.

Число приемов данного типа - 2.

5. Корневая свертка условия задачи на преобразование.

В определенных ситуациях тождество сокращенной перезаписи, применяемое к корневому вхождению в условие задачи на преобразование, может не нарушать целевой направленности действий и приравниваться к общей стандартизации.

Пример:

$$\forall_{abcd}(d = a^2 - b^2 \ \& \ c - \text{rational} \ \& \ \neg(\text{знаменатель}(c) - \text{even}) \rightarrow (a - b)^c(a + b)^c = d^c)$$

Прием сворачивает в разность квадратов корневое произведение суммы на разность, если нет цели "разложитьнамножители" либо "нормИнтеграл", но есть хотя бы одна из целей "упростить", "длина". Данное преобразование могло бы помешать сокращению дробей, если применялось бы к числителю или знаменателю. Оно иногда нежелательно и в основаниях степеней. Однако, в корневом случае и при отсутствии специальных целевых установок смысла блокировать его нет.

Спецификация приема имеет вид "тип(внешоперанд)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 1 и вводит фильтры "тип(преобразовать)", "условие", "корень", "или(цель(упростить) цель(длина))". Иногда этого достаточно, но определенная доработка требуется.

Число приемов данного типа - 10.

6. Группировка уникальных известных подвыражений послышки.

Прием группирует несколько не содержащих неизвестных подвыражений послышки задачи на исследование, не имеющих в ней других вхождений. Пример:

$$\forall_{abc}((\sin a)^b(\cos a)^b = (\sin(2a))^b/2^b)$$

Спецификация приема имеет вид "тип(Бинарнаяоперация)", "направл( $N$ )", "терм( $t_1$ )", ..., "терм( $t_n$ )". Здесь  $t_1, \dots, t_n$  - группируемые термы. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 0 и вводит фильтры "тип(исследовать)", "посылка", "известно( $a$ )", "не(контекст(вхождениетерма(корень

терм(синус( $a$ )) $x_4$  не(подчинено( $x_4$  теквхожд)))", "не(контекст(вхождениетерма(корень терм(косинус( $a$ )) $x_4$  не(подчинено( $x_4$  теквхожд))))". Этого достаточно для создания полноценного приема.

Число приемов данного типа - 1.

7. Группировка всех вхождений унифицируемого аргумента в условие задачи на преобразование.

Пример:

$$\forall_{abcdef} (\neg(d - d \operatorname{tg} a \operatorname{tg} b = 0) \ \& \ \neg(\cos a = 0) \ \& \ \neg(\cos b = 0) \rightarrow e(\operatorname{tg} a + \operatorname{tg} b)^c / (f(d - d \operatorname{tg} a \operatorname{tg} b)^c) = e(\operatorname{tg}(a + b))^c / (fd^c))$$

Выражения  $a, b$  не являются аргументами тригонометрических функций, расположенных в текущем условии задачи вне преобразуемого выражения.

Спецификация приема имеет вид "тип(Простоеотношение)", "направл( $N$ )", "символ( $s$ )", "терм( $t_1$ )", ..., "терм( $t_n$ )". Здесь  $t_1, \dots, t_n$  - группируемые унифицируемые аргументы,  $s$  - тип этих аргументов (в данном случае - символ "тригаргумент"). Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит фильтры "тип(преобразовать)", "условие", "конец(не(контекст(тригаргумент(корень  $x_7$ ) не(подчинено( $x_7$  теквхожд)) или(равно( $x_7 a$ )равно( $x_7 b$ ))))))". Этого достаточно для создания полноценного приема.

Число приемов данного типа - 5.

8. Свертка чрезмерно длинных условий задачи на преобразование.

Если условие задачи на преобразование имеет слишком большую длину, то ряд приемов упрощения может оказаться заблокирован. Например, блокируются попытки сложения чрезмерно громоздких дробных выражений, так как они резко замедляют работу системы. Однако, в частных случаях заблокированные приемы, все же, могли бы оказаться полезными, не создавая ощутимых замедлений. Пример:

$$\forall_{abc} (a/b + c/b = (a + c)/b)$$

Выполняется сложение дробей с одинаковыми знаменателями, если длина условия больше 100. В этой ситуации другие приемы сложения дробных выражений могут оказаться уже заблокированными. Дополнительно проверяется, что контекст заменяемого выражения допускает исключение суммы, т.е. это выражение не является показателем степени и не расположено под тригонометрической операцией.

Спецификация приема имеет вид "тип(внешзнаменатель)", "направл( $N$ )", "число( $m$ )". Здесь  $m$  - нижняя граница длины условия, в нашем примере равная 100. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит фильтры "тип(преобразовать)", "условие", "конец(меньше(набор(1 0 0) число(входит( $x_4$  корень))))". Этого достаточно для создания полноценного приема.

Число приемов данного типа - 1.

## 9. Свертка константного выражения.

Пример - тот же, что в предыдущем пункте. Ограничения на длину условия отсутствуют, но дробные слагаемые должны быть константными.

Спецификация приема - "тип(префикс)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 1 и вводит фильтры "константа(фркс(0 1 1))", "константа(фикс(0 1 2))". Этого достаточно для создания полноценного приема.

Число приемов данного типа - 2.

**Преобразование выражений с неизвестными**

## 1. Группировка относительно выражения с неизвестными.

Приемы данного типа упрощают выражения относительно неизвестных, группируя известные члены. Пример:

$$\forall_{abc}(b \setminus a \cup b \setminus c = b \setminus (a \cap c))$$

Выражение  $b$  содержит неизвестные, а выражения  $a, c$  не содержат.

Спецификация приема имеет вид "тип(нормнеизв)", "направл( $N$ )", "неизвестные( $X$ )", где  $X$  - список всех переменных, идентифицируемых с содержащими неизвестные выражениями. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 1 и вводит фильтры "или(тип(описать)тип(преобразовать)тип(исследовать))", "не(известно(корень))", "свобоперанд(теквход)", "не(известно( $b$ ))", "известно( $a$ )", "известно( $c$ )", "не(контекст(ключ(цели независит  $x_4$ ) или(пересекаются( $a$   $x_4$ )пересекаются( $c$   $x_4$ ))))". Этого достаточно для создания полноценного приема.

Число приемов данного типа - 19.

## 2. Группировка в одном подвыражении всех неизвестных условия задачи на описание либо посылки задачи на исследование.

Пример:

$$\forall_{ab}(\sqrt{3}a \cos b - a \sin b = 2a \cos(b + \pi/6))$$

Выражение  $b$  содержит неизвестные, а выражение  $a$  - не содержит. Вне замкнутого выражения неизвестные в текущее условие не входят.

Спецификация приема имеет вид "тип(путивоглавлении)", "направл( $N$ )", "терм( $X$ )", где  $X$  - список всех переменных, идентифицируемых с содержащими неизвестные выражениями. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 1 и вводит фильтры "или(и(тип(описать)условие)тип(исследовать))", "не(известно( $b$ ))", "не(сопровождение)", "не(контекст(неизвестная( $x_3$ ) разряд(корень  $x_3$   $x_4$ ) не(подчинено( $x_4$  фикс(0 1 1))) не(подчинено( $x_4$  фикс(0 1 2))))))", "известно( $a$ )". Этого достаточно для создания полноценного приема.

Число приемов данного типа - 7.

3. Группировка относительно заданного сложного выражения с неизвестными в корневом операнде условия задачи на описание либо посылки задачи на исследование.

Если одно из выражений с неизвестными имеет несколько вхождений в условие задачи и существенно сложнее прочих, то бывает целесообразна группировка относительно него, даже если коэффициенты сами содержат неизвестные. Обычно это связано с подготовкой исключения такого сложного выражения. Пример:

$$\forall_{abcde fgh}(a = fg \ \& \ e = fh \rightarrow ab^{c/d} + eb^{c/d} = f(g + h)b^{c/d})$$

Выражение  $b$  содержит неизвестные. Оценки сложности выражений  $g, h$  относительно неизвестных не превосходят 4. Обычно данный прием подготавливает возможность исключения неизвестных радикалов.

Спецификация имеет вид "тип(выводсимвола)", "направл( $N$ )". Дополнительно необходим элемент "см(...)", уточняющий контекст. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 1 и вводит фильтр "или(и(тип(описать)условие) тип(исследовать))". Основную информацию о контексте срабатывания приема несет элемент спецификации "см", определяемый процедурой вывода теорем. При его наличии синтез приема удовлетворительный.

Число приемов данного типа - 1.

4. Уменьшение глубины неизвестной.

Пример:

$$\forall_{abcde}(0 < a \rightarrow a^{d \log_b c/e} = c^{d \log_b a/e})$$

Переменная  $c$  идентифицируется с выражением, содержащим неизвестные, прочие переменные - с выражениями без неизвестных.

Спецификация имеет вид "тип(точкаокружности)", "направл( $N$ )", "неизвестные( $X$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "тип(описать)", "условие", "не(известно(корень))", "свобоперанд(теквхожд)", "не(известно( $c$ ))", "известно( $a$ )", "известно( $b$ )", "известно( $d$ )", "известно( $e$ )". Этого достаточно для создания полноценного приема.

5. Сведение неизвестного подвыражения условия задачи на описание к более простым неизвестным выражениям.

- (а) Сведение неизвестного подвыражения условия задачи на описание либо посылки задачи на исследование к более простым неизвестным выражениям.

Пример:

$$\forall_a(\sin(|a|) = \sin asga)$$

Спецификация имеет вид "тип(записьприема)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 2 и вводит фильтры "или(и(тип(описать)условие) тип(исследовать))", "не(известно(теквхожд))". Этого достаточно для синтеза полноценного приема.

Число приемов данного типа - 3.

- (b) Сведение неизвестного подвыражения условия задачи на описание к условному выражению с более простыми альтернативными выражениями и условием.

Пример:

$$\forall_{ab}(\max(a, b) = (a \text{ при } 0 \leq a - b, \text{ иначе } b))$$

Спецификация имеет вид "тип(трапеция)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 2 и вводит фильтры "тип(описать)", "условие", "не(известно(теквхожд))". Этого достаточно для синтеза полноценного приема.

Число приемов данного типа - 2.

- (c) Сведение неизвестного подвыражения условия задачи на описание, имеющей несколько неизвестных, к более простым неизвестным выражениям, хотя бы одно из которых уже встречается в этой задаче.

Пример:

$$\forall_a(\operatorname{tg} a = \sin a / \cos a)$$

Выражение  $a$  содержит неизвестные, причем либо  $\sin a$ , либо  $\cos a$  встречается в уравнении - условии текущей задачи на описание. Число неизвестных более одной.

Спецификация приема имеет вид "тип(радиус)", "направл( $N$ )", "терм( $t_1$ )", ..., "терм( $t_n$ )", где  $t_1, \dots, t_n$  - те более простые неизвестные выражения, к которым сводится заменяемое выражение. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 2 и вводит фильтры "тип(описать)", "условие", "не(известно(теквхожд))", "неизвестные(2)", "контекст(условие(x2) заголовок(x2 равно) позиция(x3 x2) или(контекст(вид(x3 синус(x1))) контекст(вид(x3 косинус(x1)))))", "контекст(неизвестная(x2) разряд(корень x2 x3) не(подчинено(x3 теквхожд)))". Этого достаточно для создания полноценного приема.

Число приемов данного типа - 2.

- (d) Упрощение неизвестного подвыражения условия задачи на описание с помощью другого уравнения этой задачи.

Пример:

$$\forall_{abcdepq}(\neg(c = 0) \ \& \ e - d + bc = mp^2 \ \& \ ac + d = e \rightarrow \sqrt{a + b} = \sqrt{m/c|p|})$$

Преобразуемый радикал содержит неизвестные, последний антецедент идентифицируется с другим уравнением задачи на описание. Выражение  $c$  не содержит неизвестных, а выражение  $a$  содержит. Первый антецедент обрабатывается проверочным оператором, левая часть второго антецедента обрабатывается нормализатором разложения на множители. В коэффициент  $m$  включается произведение всех не содержащих неизвестные множителей. Преобразуемый терм не является подтермом термина  $p$ .



Спецификация приема имеет вид "тип(вхождениепосылки)", "направл( $N$ )", "неизв( $t$ )". Здесь  $t$  - новое выражение с неизвестными, в нашем случае -  $p$ . Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 2 и вводит фильтры "тип(описать)", "условие", "не(известно(теквхожд))", "известно( $c$ )". Вводится также указатель "перечень( $m$  известно( $m$ ))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

- (е) Декомпозиция неизвестного подвыражения в условии задачи на описание.

Пример:

$$\forall_{ab}(\sin(a + b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b)$$

Какая - либо неизвестная преобразуемого синуса встречается в текущем условии вне суммы  $a + b$ . Прием имеет высокий уровень срабатывания и применяется по исчерпанию прочих возможностей.

Спецификация имеет вид "тип(схемавариантов)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 7 и вводит фильтры "тип(описать)", "условие", "не(известно(теквхожд))", "контекст(неизвестная( $x3$ ) входит( $x3$  теквхожд)разряд(корень  $x3$   $x4$ ) не(контекст(подчинено( $x4$   $x5$ ) равно( $x5$  фикс(0 1 1))))))", "не(цель(редакция))". Этого достаточно, чтобыавтоматически сгенерированный прием совпал с приемом, созданным вручную.

Число приемов данного типа - 2.

6. Использование равенств из посылок для определения неизвестного выражения.

Пример:

$$\forall_{abm}(m - \text{rational} \ \& \ \text{числитель}(m) - \text{even} \ \& \ |a| = b \rightarrow a^m = b^m)$$

Последний антецедент идентифицируется с посылкой задачи на исследование либо на доказательство. Выражение  $a$  содержит неизвестные, а выражения  $b, m$  - не содержат.

Спецификация приема имеет вид "тип(вставка)", "направл( $N$ )", "антецедент( $k$ )", где  $k$  - номер антецедента, идентифицируемого с посылкой. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 1 и вводит фильтры "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "посылка", "не(известно(теквхожд))", "известно( $b$ )", "известно( $m$ )". Этого достаточно для создания полноценного приема.

Число приемов данного типа - 24.

7. Использование равенств из посылок для исключения неизвестных.

Отличие от предыдущего типа состоит в том, что неизвестные исключаются из преобразуемого выражения лишь частично. Пример:

$$\forall_{abcdmn}(\neg(a = 0) \ \& \ ax/b = cy/d \rightarrow mx/(ny) = mbc/(nad))$$

Второй антецедент идентифицируется с посылкой задачи на исследование, имеющей цель "известно", либо задачи на доказательство. Выражения  $x, y$  содержат неизвестные; выражения  $a, b, c, d$  - не содержат. Остающиеся в заменяющем терме подвыражения  $m, n$  могут содержать неизвестные.

Спецификация приема имеет вид "тип(кратность)", "направл( $N$ )", "антецедент( $k$ )", где  $k$  - номер антецедента, идентифицируемого с посылкой. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 2 и вводит фильтры "или(тип(доказать) и(тип(исследовать)цель(известно)))", "не(известно( $x$ ))", "не(известно( $y$ ))", "известно( $a$ )", "известно( $b$ )", "известно( $c$ )", "известно( $d$ )". Этого достаточно для создания полноценного приема.

Число приемов данного типа - 9.

8. Стандартизация констант неизвестных подвыражений условия задачи на описание при помощи вычислений.

Пример:

$$\forall_{abcdefg}(a^2 + b^2 < d^2 + e^2 \ \& \ \text{радикстепень}(a + b\sqrt{c}, d + e\sqrt{c}, g) \rightarrow (d + e\sqrt{c})^f = g^f)$$

Указатель "контекст" определяет идентификацию в том же условии подвыражения  $(a + b\sqrt{c})^X$ , где выражение  $X$  содержит неизвестные. Переменные  $a, b, d, e$  идентифицируются с целочисленными константами,  $c$  - с натуральной константой. Выражение  $f$  содержит неизвестные. Синтезатор "радикстепень" пытается усмотреть, что  $d + e\sqrt{c}$  представляет собой натуральную степень выражения  $a + b\sqrt{c}$ , и присваивает своей выходной переменной  $g$  эту натуральную степень.

Спецификация приема имеет вид "тип(внешняязадача)", "направл( $N$ )", "неизвестная( $Y$ )", где  $Y$  - список переменных, идентифицируемых с содержащими неизвестные выражениями; "типданных( $a_1, X_1$ )", ..., "типданных( $a_m, X_m$ )", где  $a_i$  - указатель типа данных константных значений переменных списка  $X_i$ . Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 0 и вводит фильтры "тип(описать)", "условие", "натуральное( $c$ )", "не(известно( $f$ ))", "целое( $a$ )", "целое( $b$ )", "целое( $d$ )", "целое( $e$ )". Он недоработан.

Число приемов данного типа - 2.

9. Группировка относительно известного подвыражения условия задачи на описание либо посылки задачи на исследование для перенесения этого подвыражения в не содержащую неизвестных часть уравнения.

Пример:

$$\forall_{abc}(a(b + c) = ab + ac)$$

Замена выполняется справа налево. Преобразуемая сумма является левой частью уравнения, правая часть которого не содержит неизвестных. Переменная  $a$  идентифицируется с произведением всех не содержащих неизвестных общих множителей всех слагаемых левой части. Это произведение отлично от единицы. Таким образом прием подготавливает возможность деления обеих частей уравнения на  $a$ . Дополнительно проверяется, что число неизвестных более одной.

Спецификация приема имеет вид "тип(вспомпреобразование)", "направл( $N$ )", "известно( $X$ )", где  $X$  - переменная, обозначающая известное подвыражение, относительно которого происходит группировка. В нашем примере это переменная  $a$ . Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 1 и вводит фильтры "или(и(тип(описать) условие) тип(исследовать))", "не(известно(корень))", "не(цель(ксовнеизв))", "неизвестные(2)", "контекст(подтерм(равно(теквхожд  $x4$ )) корень известно( $x4$ ))", "не(контекст(ключ(цели независит  $x4$ )))", "не(заголовок( $a$  1))". Кроме того, создается указатель "перечень( $a$  известно( $a$ ))". Требуется определенная доработка автоматически созданного приема.

Число приемов данного типа - 1.

### Преобразования, подготавливающие возможность упрощения

1. Вынесение наружу одноместной операции для возможности последующего применения приема общей стандартизации.

Пример:

$$\forall_{ab}(-a - b = -(a + b))$$

Прием выносит минус из суммы, каждое слагаемое которой имеет знак "минус". Проверяется, что сразу после этого сработает какой-либо прием общей стандартизации: либо пересечение минуса из "неизвестной" части уравнения либо неравенства в "известную", либо вынесение минуса из-под одноместной операции, либо вынесение минуса из числителя либо знаменателя дроби, и т.п.

Спецификация приема состоит из элементов "тип(ромб)", "направл( $N$ )", к которым добавляются элементы "теорема( $A_1$   $A_2$ )", перечисляющие ссылки на теоремы базы теорем, обеспечивающие последующую общую стандартизацию. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 0 и вводит фильтр для дизъюнкции контекстов срабатывания приемов общей стандартизации, указанных в спецификации. Этого достаточно для создания полноценного приема. Однако, для указанного примера фильтр получился настолько большим, что прием пришлось разрезать на две части - иначе компилятор превысил бы свои ограничители.

Число приемов данного типа - 1.

2. Преобразование, приводящее к возможности упрощения надтерма.

Пример:

$$\forall_a(\sin a / \cos a = \operatorname{tg} a)$$

Проверяется, что преобразуемое выражение - операнд арктангенса либо арккотангенса.

Спецификация приема имеет вид "тип(плоскоститочки)", "направл( $N$ )", "см( $A$ )", где  $A$  - фильтр, определяющий внешний контекст. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 1 и переносит фильтр  $A$  в список фильтров приема. Для данного примера это "контекст(операнд( $x2$  теквхожд))".

символ( $x^2$  арктангенс арккотангенс)). Таких действий почти достаточно для создания полноценного приема.

Число приемов данного типа - 5.

- Преобразование, приводящее к возможности свертки надтерма при завершающем редактировании ответа.

Пример:

$$\forall_{abc}(c = a - b \rightarrow \sin(b - a) = -\sin c)$$

Выражение входит в условие задачи на преобразование, имеющей цель либо комментарий "длина", указывающие на режим компактной переформулировки выражения. Рассматриваемый синус - обобщенный сомножитель надвыражения с заголовком "минус", так что вынесение минуса из-под синуса позволит убрать этот внешний минус. Заметим, что до этапа редактирования использовалась другая стандартизация, сближающая различные подтермы, и она могла "развернуть" разность под синусом в обратную сторону.

Спецификация приема имеет вид "тип(инфзадачи)", "направл( $N$ )", "см(...)", где последний элемент уточняет внешний контекст. В нашем примере он имеет вид "см(контекст(подчинено(теквхожд  $x^4$ ) символ( $x^4$  минус) обобщмножитель( $x^4$  теквхожд)))". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 2 и вводит фильтры "тип(преобразовать)", "или(цель(длина) входит(длина комментария))". Этого (в сочетании с элементом "см(...)") достаточно, чтобы созданный автоматически прием совпал с приемом, созданным вручную.

Число приемов данного типа - 1.

- Преобразование, подготавливающее возможность декомпозиции посылки задачи на исследование либо на доказательство.

Пример:

$$\forall_{abc}(a(b + c) = ab + ac)$$

Замена выполняется справа налево. Преобразуемая сумма является одной из частей неконстантного равенства нулю - посылки задачи.

Спецификация приема имеет вид "тип(числоконстант)". "направл( $N$ )", "см(...)", где последний элемент уточняет внешний контекст. В нашем примере он имеет вид "см(контекст(подтерм(равно(теквхожд 0)корень)))". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 2 и вводит фильтры "или(тип(исследовать)тип(доказать))", "посылка". Этого (в сочетании с элементом "см(...)") достаточно, чтобы созданный автоматически прием совпал с приемом, созданным вручную.

Число приемов данного типа - 1.

5. Преобразование, подготавливающее возможность декомпозиции условия задачи на описание.

Пример имеет ту же самую теорему, что и в предыдущем пункте. Отличие состоит лишь в том, что вместо посылки преобразуется условие задачи на описание.

Спецификация приема имеет вид "тип(сходится)", "направл( $N$ )", "см(...)". Последний элемент - тот же, что в предыдущем пункте. Справочник "заголовок-приема" указывает уровень срабатывания 1 и вводит фильтры "тип(описать)", "условие". Этого (в сочетании с элементом "см(...)") достаточно, чтобы созданный автоматически прием совпал с приемом, созданным вручную.

Число приемов данного типа - 1.

6. Попытка группировки в условии задачи на преобразование для последующего сокращения.

Пример:

$$\forall_{abcd}(d = a^2 - b^2 \ \& \ c - \text{rational} \ \& \ \neg(\text{знаменатель}(c) - \text{even}) \rightarrow (a - b)^c (a + b)^c = d^c)$$

Преобразуемое выражение образует пару сомножителей числителя либо знаменателя дроби, у которой противоположная часть делится на  $d$ .

Спецификация приема имеет вид "тип(блокфрагментов)", "направл( $N$ )", "см(...)", где последний элемент уточняет внешний контекст. В нашем примере он имеет вид "см(контекст(подтерм(дробь(теквход умножение( $d$  х5)))единица(1 х5) дробь))". Справочник "заголовок-приема" указывает уровень срабатывания 1 и вводит фильтры "тип(преобразовать)", "условие". Он требует доработки.

### Преобразования, связанные с константными выражениями

1. Попытка использовать специальный оператор для упрощения константного выражения.

Пример:

$$\forall_{abc}(c = a^b \rightarrow a^b = c)$$

Переменная  $a$  идентифицируется с десятичным числом,  $b$  - с натуральной константой. В зависимости от контекста, на  $b$  накладываются различные ограничения сверху. Антецедент выделен указателем "идентификатор" и обращается к реализованному на ЛОСе оператору "натурстепень", вычисляющему значение степени.

Спецификация приема имеет вид "тип(перечет)", "направл( $N$ )", "оператор( $s$ )", "типданных( $a_1, x_1$ )", "...", "типданных( $a_n, x_n$ )", где последние элементы в нашем примере суть "типданных(десчисло  $a$ )", "типданных(натуральное  $b$ )". Кроме того, обычно присутствует элемент "едн( $x, e$ )", указывающий, что переменная  $x$  не должна принимать единичное значение  $e$ . Этот элемент блокирует создание соответствующего указателя "единица", чтобы избежать вырожденных

вычислений. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 0, вводит фильтры "десчисло( $a$ )", "натуральное( $b$ )" и нормализатор обработки антецедента оператором "натурстепень". Он требует доработки.

Число приемов данного типа - 10.

## 2. Стандартизация с помощью вычислений.

Пример:

$$\forall_{abcdefpq}(p = bf + de \ \& \ q = df \rightarrow ab/(cd) + ae/(cf) = pa/(qc))$$

Переменные  $b, d, e, f$  идентифицируются с десятичными константами. Антецеденты выделены указателем "программа" и выполняют вычисления над константными значениями. Прием приводит подобные члены для дробей.

Спецификация имеет вид "тип(исключприем)", "направл( $N$ )", "см(...)", где последний элемент уточняет типы константных значений. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 0 и вводит фильтры "десчисло( $b$ )", "десчисло( $d$ )", "десчисло( $e$ )", "десчисло( $f$ )". Остальные элементы описания приема вводит компилятор спецификаций, так что в итоге создается полноценный прием. Заметим, что все элементы спецификации, включая элемент "см", создаются по теореме программой спецификатора, а сама теорема, снабженная обобщающими параметрами, автоматически выводится из обычного тождества сложения дробей. Подробнее об этом будет сказано в последующих томах монографии.

Число приемов данного типа - 32.

## 3. Стандартизация ответа с помощью приближенных вычислений.

Пример:

$$\forall_{abcprq}(c = a/b \rightarrow ap/(bq) = cp/q)$$

Переменные  $a, b$  идентифицируются с десятичными константами, причем  $b$  не есть единица. Антецедент выделен указателем "выч" и обращается к математическому сопроцессору для вычисления значения  $c$ . Прием применяется при редактировании ответа задачи на вычисление по элементарной химии. В этих задачах простые дроби обычно преобразуются в десятичные, а последние округляются (другим приемом) до малого числа знаков после запятой.

Спецификация приема имеет вид "тип(непрерывно)", "направл( $N$ )", "см(...)". Она аналогична спецификации предыдущего пункта. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 0 и вводит фильтры "тип(преобразовать)", "условие", "цель(учетрезультата)", "десчисло( $a$ )", "десчисло( $b$ )". Кроме того, вводится указатель "выч(1)". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 1.

## 4. Усмотрение связи между константами, позволяющей выполнить упрощение.

Пример:

$$\forall_{abcm}(b = 2m \ \& \ cm^2 + 1 = a \rightarrow \sqrt{a + b\sqrt{c}} = |m\sqrt{c} + 1|)$$

Переменные  $a, b, c$  идентифицируются с целочисленными константами. Антецеденты выделены указателем "программа".

Спецификация приема имеет вид "тип(элементномер)", "направл( $N$ )", "см(...)", где последний элемент указывает типы константных значений. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 0 и вводит фильтры "целое( $a$ )", "целое( $b$ )", "целое( $c$ )". Этого достаточно для создания полноценного приема.

Число приемов данного типа - 12.

5. Упрощение с помощью проверки условия на константные подвыражения.

Отличие от предыдущего типа состоит в том, что условия на константные подвыражения обрабатываются проверочными операторами, а не с помощью непосредственных вычислений.

6. Группировка константных подвыражений, обеспечивающая упрощение с помощью нормализаторов общей стандартизации.

Пример:

$$\forall_{abcdpqr}((a \log_b c + d)/(p \log_b q + r) = \log_{q^{pbr}}(c^a b^d))$$

Переменные  $a, d, p, r$  идентифицируются с целочисленными константами, не превосходящими по модулю 4; переменные  $b, c, q$  - с десятичными константами либо числовыми дробями. Основание логарифма и выражение под логарифмом в заменяющем терме обрабатываются нормализаторами общей стандартизации, обеспечивающими преобразование их в десятичные константы.

Спецификация приема имеет вид "тип(коррекцияоткатов)", "направл( $N$ )", "см(...)", где последний элемент перечисляет типы константных значений. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 0 и вводит фильтры, указывающие на типы констант. Этого почти достаточно для создания полноценного приема.

Число приемов данного типа - 4.

7. Стандартизирующее рекурсивное уменьшение числового параметра.

Пример:

$$\forall_n(0 < n - 1 \rightarrow \Gamma(n) = (n - 1)\Gamma(n - 1))$$

Переменная  $n$  идентифицируется с константным выражением произвольного вида. Антецедент обрабатывается проверочным оператором.

Спецификация приема имеет вид "тип(внешвхождение)", "направл( $N$ )", "см(...)", где последний элемент указывает тип константных выражений. В нашем примере - "см(константа( $n$ ))". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит фильтры, указывающие тип константных значений. Этого достаточно для создания полноценного приема.

Число приемов данного тип - 3.

8. Попытка варьирования константного выражения для упрощения с помощью вспомогательной задачи.

Пример:

$$\forall_{abcdep}(p = \log_a(dc^e) \rightarrow a^{b/(\log_c d+e)} = c^{b/p})$$

Преобразуемое выражение константное. Правая часть антецедента обрабатывается вспомогательной задачей на преобразование, после чего проверяется, что результат  $p$  не содержит символа "логарифм".

Спецификация приема имеет вид "тип(допчертежа)", "направл( $N$ )", "см(...)", где последний элемент указывает тип константного выражения (обычно - просто "константа(теквхожд)") и накладывает требования на результат упрощения. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 0 и повторяет список фильтров из элемента "см".

Число приемов данного типа - 2.

9. Использование пакета продукций для вычисления операции над константными термами.

Пример:

$$\forall_{amn}(m = \text{числоинверсий}(a) \rightarrow \text{числоинверсий}(\lambda_i(a(i), i \in \{1, \dots, n\})) = m)$$

Прием определяет число инверсий перестановки, заданной константным термом  $a$ , используя пакет продукций "числоинверсий", заданный на ГЕНОЛОГе.

Спецификация приема имеет вид "тип(вершины)", "направл( $N$ )", "см(...)", "указатель(...)", где последние два элемента фактически определяют прием. Они создаются на основе информации о применяемом пакете продукций и известны заранее. Справочник "заголовокприема" в этой ситуации ограничивается указанием уровня срабатывания 1.

Число приемов данного типа - 1.

10. Использование пакета продукций для приближенного вычисления операции над константными термами.

Пример:

$$\forall_{Aabn}(A = \lambda_{ij}(a(i, j), i \in \{1, \dots, n\} \& j \in \{1, \dots, n\}) \& (\lambda_{ij}(a(i, j), i \in \{1, \dots, n\} \& j \in \{1, \dots, n\}))^{-1} = b \rightarrow A^{-1} = b)$$

Прием применяется в задачах, имеющих явное указание на применение приближенных вычислений. Матрица  $A$  идентифицируется в первом антецеденте как константный терм, заданный перечислением строк либо столбцов. Второй антецедент, выделенный указателем "программа", обращается к реализованному на ГЕНОЛОГе пакету продукций "обматрица". Здесь используется математический сопроцессор.

Спецификация приема имеет вид "тип(инфимум)", "направл( $N$ )". Добавляются указатели "см(...)" и "указатель(...)", необходимые для создания приема.



Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 1 и вводит фильтры "или(и(тип(преобразовать) цель(выч)) и(тип(описать)или(цель(вычисление) Входит(точность списокусловий))))", "условие". Остальные компоненты описания приема берутся из элементов "см", "указатель".

Число приемов данного типа - 6.

11. Использование нормализатора разрешения относительно неизвестных для вычисления операции над константными термами.

Пример:

$$\forall_{B \text{анх}}((\lambda_{ij}(a(i, j), i \in \{1, \dots, n\} \& j \in \{1, \dots, n\})x = \lambda_{ij}((1 \text{ при } i = j, \text{ иначе } 0), i \in \{1, \dots, n\} \& j \in \{1, \dots, n\})) = (x = B) \rightarrow (\lambda_{ij}(a(i, j), i \in \{1, \dots, n\} \& j \in \{1, \dots, n\}))^{-1} = B)$$

Для обращения константной матрицы составляется вспомогательное матричное уравнение, обрабатываемое нормализатором "уравнматр" разрешения матричных уравнений методом Гаусса. Вычисления ведутся в виде константных термов, причем без каких-либо округлений.

Спецификация приема имеет вид "тип(коррекцияпосылок)", "направл(N)", "нормуравн(S)", где  $S$  - название применяемого нормализатора разрешения уравнений. Добавляются необходимые элементы "см(...)" и "указатель(...)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит фильтр "константа(теквхожд)". Остальное переносится из элементов "см", "указатель".

Число приемов данного типа - 2.

12. Упрощение константного подвыражения посылки с помощью вспомогательной задачи.

Пример:

$$\forall_{ab}(a = \cos b \rightarrow \cos b = a)$$

Преобразуемое выражение константное и содержит внутри себя символ обратной тригонометрической функции. Правая часть антецедента обрабатывается задачей на упрощение, причем проверяется, что результат не содержит символов обратных тригонометрических функций.

Спецификация приема имеет вид "тип(конъюнкциявсех)", "направл(N)". Добавляется элемент "см(...)", уточняющий контекст, в котором целесообразна попытка упрощения. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 0 и вводит фильтры "посылка", "константа(теквхожд)". Вводится также нормализатор, организующий обращение к задаче на упрощение.

Число приемов данного типа - 3.

13. Уменьшение числа неконстантных подвыражений на предварительном этапе редактирования ответа задачи на вычисление.

Пример:

$$\forall_{abcdemnp}(m - n = p \rightarrow a^m b/c + a^n d/e = a^n(a^p b/c + d/e))$$

Прием применяется к подвыражению условия задачи на преобразование, имеющей цель "известны". Такие задачи возникают при завершающем редактировании ответа задачи на описание, имеющей цель "известно" (например, в вычислительных задачах планиметрии). Выражения  $m, p$  неконстантные, а выражение  $n$  константное. Левая часть антецедента обрабатывается нормализатором общей стандартизации.

Спецификация приема имеет вид "тип(заменаразряда)", "направл( $N$ )", "конст( $x y$ )". Здесь  $x$  - неконстантное выражение, замещаемое в заменяющем терме на константное выражение  $y$ . В нашем примере - "конст( $m p$ )". Кроме того, используются элементы "указатель", "см", уточняющие контекст. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 1 и вводит фильтры "тип(преобразовать)", "условие", "цель(известны)". Он также переносит фильтры и указатели из элементов спецификации.

Число приемов данного типа - 1.

14. Преобразование константного терма, обеспечивающее вычисление его значения с помощью нормализаторов общей стандартизации.

Пример:

$$\forall_{mn}(m - \text{целое} \ \& \ n - \text{целое} \ \& \ 0 \leq n \ \& \ 0 \leq m \rightarrow C_m^n = m!/(n!(m-n)!))$$

Переменные  $m, n$  идентифицируются с десятичными константами, для которых введены некоторые ограничения сверху. После перехода к факториалам остальное делает нормализатор "нормфакториал", обрабатывающий подтермы заменяющей части.

Спецификация приема имеет вид "тип(выводформулы)", "направл( $N$ )". Кроме того, имеется элемент "см(...)" уточняющий контекст (фиксирующий типы константных значений и ограничения на них). Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 0 и переносит фильтры из элемента "см".

Число приемов данного типа - 1.

## Преобразования, связанные с невырожденными числовыми атомами

Напомним, что невырожденные числовые атомы - неоднобуквенные выражения, имеющие численные значения, причем хотя бы один из корневых операндов - нечисленный (например, "масса( $A$ )" либо "угол( $ABC$ )"). Для работы с такими атомами потребовалось создать множество специальных типов приемов.

1. Выражение числового атома через численные параметры.

- (a) Выражение числового атома через численные параметры с помощью обращения к синтезатору.

Пример:

$$\forall_{ax}(\text{вычислениеплощади}(x, a) \rightarrow S(\text{Фигура}(x)) = a)$$

Антеcedент обрабатывается синтезатором, вычисляющим площадь фигуры путем разбиения ее на простейшие подфигуры. Результатом служит выражение, не имеющее невырожденных числовых атомов.

Спецификация приема имеет вид "тип(стандформа)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровни срабатывания 3 и 7. Он также вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать)тип(исследовать))", "не(контекст(операнд( $x_2$  теквхожд) символ( $x_2$  актив)))". Иногда этого достаточно.

Число приемов данного типа - 2.

- (b) Выражение числового атома через численные параметры с помощью обращений к нормализаторам.

Приемы данного типа используют для вычисления вспомогательных числовых атомов различные нормализаторы и вспомогательные задачи, после чего получают выражение для исходного числового атома. Пример:

$$\forall_{abcprq} (p = \text{вероятность}(A, C) \ \& \ q = \text{вероятность}(A \cap B, C) \ \& \ \neg(\text{вероятность}(A, C) = 0) \rightarrow \text{услвероятн}(B, A, C) = q/p)$$

Антеcedенты вычисляют безусловные вероятности, используя нормализатор "нормвероятность" и вспомогательную задачу на преобразование.

Спецификация приема имеет вид "тип(неизвмножители)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 5 и вводит фильтры "свобоперанд(теквхожд)", "не(контекст(список( $x_4$   $x_{15}$   $x_{16}$ ) числовойатом( $x_4$   $x_5$ ) не(переменная( $x_5$ ))))", "не(контекст(подтерм(равно(теквхожд  $x_4$ ))корень известно( $x_4$ )))". Последний фильтр блокирует попытки разрушить равенство числового атома известному выражению. Синтезируется лишь часть необходимых фильтров.

Число приемов данного типа - 2.

- (c) Выражение числового атома через численные параметры с помощью равенств в посылках.
- i. Использование равенства из контекста, явно выражающего числовой атом через численные параметры.

Пример:

$$\forall_{ABp} (\text{вероятность}(A, B) = p \rightarrow \text{вероятность}(A, B) = p)$$

Антеcedент идентифицируется с утверждением из контекста, выражение  $p$  не содержит невырожденных числовых атомов. Приемы такого типа работают, когда посылка уже имеет достаточно большой вес, а преобразуемое выражение возникло недавно. Тогда общий прием использования равенств для стандартизации термов, инцидируемый рассмотрением равенства, не срабатывает.

Спецификация приема имеет вид "тип(величинаугла)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит фильтр "не(контекст(числовойатом( $p$   $x_4$ )не(переменная( $x_4$ ))))". Этого достаточно, чтобы прием, созданный автоматически, совпал с приемом, введенным вручную.

Число приемов данного типа - 3.

- ii. Выражение числового атома через численные параметры с помощью равенства из контекста.

В отличие от предыдущего случая, равенство не дает непосредственного выражения через численные параметры. Пример:

$$\forall_{abcdp}(\neg(p = 0) \ \& \ q = \text{скалумнож}(a, d) - \text{скалумнож}(a, c) \ \& \ pb + c = d \rightarrow \text{скалумнож}(a, b) = q/p)$$

Последний антецедент идентифицируется с равенством из контекста. В этом равенстве фигурируют векторное сложение и умножение вектора  $b$  на число  $p$ . Второй антецедент выделен указателем "идентификатор". Скалярные произведения в нем вычисляются нормализатором "значскалумнож", так что в итоге выражения  $p, q$  не имеют невырожденных числовых атомов.

Спецификация приема имеет вид "тип(очереднойслучай)", "направл( $N$ )", "антецедент( $m$ )", где  $m$  - номер антецедента, идентифицируемого с равенством из контекста. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит фильтры "не(контекст(список( $x_5$   $p$   $q$ ) числовойатом( $x_5$   $x_6$ ) не(переменная( $x_6$ ))))", "или(не(заголовок(с вектор0)) не(заголовок( $p$  1)))". Этого достаточно для создания полноценного приема.

Число приемов данного типа - 5.

- iii. Выражение числового атома через числовую функцию, заданную равенством из контекста. Пример:

$$\forall_{ABabfgx}(\text{плотнраспред}(A, B) = \lambda_x(f(x), g(x)) \rightarrow \text{вероятность}(\text{прообраз}(A, [a, b]), B) = \int_a^b f(x)dx)$$

Антецедент идентифицируется с равенством из контекста. Переменные  $f, g$  функциональные.

Спецификация приема имеет вид "тип(неубывает)", "направл( $N$ )", "антецедент( $m$ )", где  $m$  - номер антецедента, идентифицируемого с равенством из контекста. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3. В зависимости от конкретного вида теоремы приема, могут вводиться дополнительные фильтры и указатели - например, указатель "развертка", фильтр для невхождения невырожденных числовых атомов в результаты вспомогательных вычислений и т.п. Иногда этого достаточно.

Число приемов данного типа - 4.

- iv. Получение численного уравнения путем выражения числового атома через численные параметры с помощью равенства из посылок.

Пример:

$$\forall_{ABCabc}(\neg(a = 0) \ \& \ a\angle(ABC) + b = c \rightarrow \angle(ABC) = (c - b)/a)$$

Второй антецедент идентифицируется с посылкой задачи на исследование. Выражения  $a, b, c$  не содержат невырожденных числовых атомов. Заменяемое выражение входит в уравнение, не содержащее других невырожденных числовых атомов.

Спецификация приема имеет вид "тип(мультивставка)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 9 и вводит фильтры "тип(исследовать)", "цель(известно)", "не(контекст(список( $x_4$   $x_1$   $x_2$   $x_3$ ) числовойатом( $x_4$   $x_5$ ) не(переменная( $x_5$ ))))", "заголовок(корень равно)", "не(контекст(числовойатом(корень  $x_4$ ) не(равно( $x_4$  теквхожд)) не(переменная( $x_4$ ))))", "равно(число(вхождениетерма(корень теквхожд  $x_4$ )) 1)", "или(не(заголовок( $x_2$  0)) не(заголовок( $x_1$  1)))". Этого достаточно для создания полноценного приема.

Число приемов данного типа - 1.

2. Выражение терма с числовыми атомами через численные параметры при помощи соотношений из посылок.

(а) Использование равенства, выражающего функцию от невырожденного числового атома через численные параметры.

Пример:

$$\forall_{ab}(\cos a = b \ \& \ 0 \leq a \ \& \ 0 \leq \pi - a \rightarrow \sin a = \sqrt{1 - b^2})$$

Выражение  $a$  содержит невырожденные числовые атомы, а выражение  $b$  - не содержит.

Спецификация приема имеет вид "тип(записьпеременной)", "направл( $N$ )", "антецедент( $i$ )", где  $i$  - номер антецедента, идентифицируемого с посылкой. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать)тип(исследовать))", "не(контекст(числовойатом( $x_2$   $x_4$ ) не(переменная( $x_4$ ))))", "контекст(числовойатом( $x_1$   $x_3$ ) не(переменная( $x_3$ )))". Этого достаточно для создания полноценного приема.

Число приемов данного типа - 4.

(б) Выражение терма с числовыми атомами через численные параметры при помощи соотношений из посылок.

Пример:

$$\forall_{K P abcde}(a \cdot \text{верхнийуровень}(P, K) + b \cdot \text{нижнийуровень}(P, K) = c \ \& \ ae - bd = 0 \ \& \ \neg(a = 0) \rightarrow d \cdot \text{верхнийуровень}(P, K) + e \cdot \text{нижнийуровень}(P, K) = cd/a)$$

Выражения  $a, c, d$  не содержат невырожденных числовых атомов.

Спецификация приема имеет вид "тип(нормпараллельны)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит фильтр "не(контекст(список( $x_6$   $x_1$   $x_3$   $x_4$ ) числовойатом( $x_6$   $x_7$ ) не(переменная( $x_7$ ))))". Этого достаточно для создания полноценного приема.

Число приемов данного типа - 2.

3. Приведение подобных членов с числовыми атомами.

- (a) Приведение подобных членов с невырожденными числовыми атомами.

Пример:

$$\forall_{Kabcdim}(a \cdot \text{крд}(m, K, i)/b + c \cdot \text{крд}(m, K, i)/d = (a/b + c/d)\text{крд}(m, K, i))$$

Выражения  $a, b, c, d$  не содержат невырожденных числовых атомов. Заметим, что данный тип приемов можно было бы исключить, создав вместо него единственный универсальный прием, приводящий подобные члены для любых невырожденных числовых атомов. Однако, такой прием привел бы к заметному замедлению системы, предпринимая попытки усмотреть невырожденные числовые атомы в произвольных суммах. Гораздо быстрее реагировать на появление конкретных заголовков таких атомов, хотя за это и придется платить увеличением числа приемов.

Спецификация приема имеет вид "тип(кривая)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 1 и вводит фильтр "не(контекст(список( $x_5$   $x_1$   $x_2$   $x_3$   $x_4$ ) числовойатом( $x_5$   $x_6$ ) не(переменная( $x_6$ ))))". Этого достаточно для создания полноценного приема.

Число приемов данного типа - 4.

- (b) Приведение подобных членов с числовыми атомами при ограничениях на типы атомов коэффициентов.

Этот тип отличается от предыдущего тем, что коэффициенты уже могут содержать невырожденные числовые атомы, но лишь определенных типов.

Пример:

$$\forall_{ABabcd}(al(AB)/b + cl(AB)/d = (a/b + c/d)l(AB))$$

Коэффициенты  $a, b, c, d$  не содержат символов "расстояние" и "длина", а в остальном произвольны.

Спецификация приема имеет вид "тип(меньшеилиравно)", "направл( $N$ )", "символ( $s_1, \dots, s_n$ )", где  $s_1, \dots, s_n$  - символы, запрещенные к вхождению в коэффициенты. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 1 и вводит фильтры "не(входит(расстояние  $a$ ))", "не(входит(расстояние  $b$ ))", "не(входит(расстояние  $c$ ))", "не(входит(расстояние  $d$ ))", "не(входит(длина  $a$ ))", "не(входит(длина  $b$ ))", "не(входит(длина  $c$ ))", "не(входит(длина  $d$ ))". Этого достаточно для создания полноценного приема.

Число приемов данного типа - 1.

- (c) Догруппировка относительно числового атома.

Пример:

$$\forall_{ABabc}((a + b)l(AB) + cl(AB) = (a + b + c)l(AB))$$

Спецификация имеет вид "тип(нормкосинус)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 1. Этого достаточно для создания полноценного приема.

Число приемов данного типа - 1.

#### 4. Раскрывание скобок в выражениях с числовыми атомами.

- (а) Раскрывание скобок в выражении с числовым атомом, позволяющее выполнить приведение подобных членов с этим атомом.

Пример:

$$\forall_{ABabcd}(a(b\text{длина}(A) + c) + d\text{длина}(A) = (ab + d)\text{длина}(A) + ac)$$

Выражения  $a, b, d$  не содержат символа "длина".

Спецификация приема имеет вид "тип(другоевозхождение)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит фильтры "не(входит(длина  $a$ ))", "не(входит(длина  $b$ ))", "не(входит(длина  $d$ ))". Этого достаточно, что созданный автоматически прием совпал с приемом, введенным вручную.

Число приемов данного типа - 3.

- (b) Раскрывание скобок в произведении численного выражения на линейную комбинацию с невырожденным числовым атомом.

- i. Раскрывание скобок в произведении численного выражения на линейную комбинацию с невырожденным числовым атомом.

Пример:

$$\forall_{ABabc}(a(bl(AB) + c) = abl(AB) + ac)$$

Прием применяется к подвыражению уравнения - посылки задачи на доказательство либо на исследование. Выражение  $a$  не содержит невырожденных числовых атомов. Либо оно содержит неизвестные, либо преобразуемый терм не является одной из частей корневого равенства, у которого противоположная часть не содержит неизвестных. Кроме того, преобразуемый терм не является одной из частей равенства нулю либо дробному выражению.

Спецификация приема имеет вид "тип(учетоперанда)", "направл( $N$ )". Кроме того, добавляется элемент "см(...)", уточняющий контекст срабатывания. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 8 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать)тип(исследовать))", "заголовок(корень равно)", "не(контекст(числовойатом( $a \times 4$ ) не(переменная( $x4$ ))))". Добавляются также фильтры из элемента "см".

Число приемов данного типа - 1.

- ii. Раскрывание скобок в произведении численного выражения на линейную комбинацию с невырожденным числовым атомом, имеющим вхождения вне рассматриваемого произведения.

Этот тип представляет собой версию предыдущего типа, имеющую более высокий уровень мотивированности срабатывания. Хотя действия одни и те же, но приемы этих типов будут иметь разные уровни срабатывания: более мотивированный прием срабатывает на меньшем уровне. Примером может служить прием, теорема которого та же, что в предыдущем пункте. Для его срабатывания требуется, чтобы выражение  $l(AB)$  встречалось в текущем терме задачи не только внутри преобразуемого вхождения, но и вне него.

Спецификация приема имеет вид "тип(разделы)", "направл( $N$ )". Добавляется элемент "см(...)", уточняющий контекст срабатывания. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 2 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать)и(тип(исследовать) цель(известно)))", "заголовок(корень равно)", "не(контекст(числовойатом( $a$   $x_4$ )не(переменная( $x_4$ ))))", "контекст(вхождениетерма(корень фикс(0 1 2 1 2) $x_4$ ) не(подчинено( $x_4$  теквхожд)))". Добавляются фильтры из элемента "см".

Число приемов данного типа - 2.

- iii. Раскрывание скобок в произведении численного выражения на линейную комбинацию невырожденных числовых атомов.

Это еще одна вариация двух предшествующих типов. Здесь явно указываются два невырожденных атома. Пример:

$$\forall_{ABabc}(a(bl(AB) + cl(CD)) = abl(AB) + acl(CD))$$

Выражения  $a, b, c$  не содержат невырожденных числовых атомов. Таким образом, раскрывание скобок приводит к упрощению выражения относительно невырожденных атомов.

Спецификация приема имеет вид "тип(регистрациятеоремы)", "направл( $N$ )". Добавляется элемент "см(...)", уточняющий контекст замены. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 1 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать)и(тип(исследовать) цель(известно)))", "заголовок(корень равно)", "не(контекст(список( $x_4$   $a$   $b$   $c$ ) числовойатом( $x_4$   $x_5$ ) не(переменная( $x_5$ ))))". Добавляются фильтры из элемента "см".

Число приемов данного типа - 1.

- (с) Раскрывание скобок в произведении численного выражения на линейную комбинацию со степенью невырожденного числового атома, имеющего вхождения вне рассматриваемого произведения.

Если показатель степени единица, получается уже рассмотренный выше тип приема. Поэтому в данном случае показатель степени невырожденный. Нужно ли вводить тот или иной "арифметический" тип приема, работающего с числовыми атомами, определяется в зависимости от того, какого вида соотношения для атомов данного рода имеются в базе теорем. Например, появление натуральных степеней углов маловероятно.

Пример:

$$\forall_{ABabcn}(a(bl(AB)^n + c) = abl(AB)^n + ac)$$

Выражение  $a$  не имеет невырожденных числовых атомов. Выражение  $l(AB)$  встречается в текущем терме задачи вне преобразуемого вхождения.

Спецификация приема имеет вид "тип(блокредактора)", "направл( $N$ )". Добавляется элемент "см(...)", уточняющий контекст срабатывания. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 7 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать)и(тип(исследовать) цель(известно)))", "заголовок(корень равно)", "не(контекст(числовойатом( $a$   $x_4$ ))



не(переменная( $x_4$ )))", "контекст(вхождениетерма(корень фикс(0 1 2 1 2 1) $x_4$ ) не(подчинено( $x_4$  теквхожд)))". Добавляются фильтры из элемента "см".

Число приемов данного типа - 1.

- (d) Раскрывание скобок для квадрата линейной комбинации числовых атомов, если уравнение содержит также их произведение.

Пример:

$$\forall_{ABCDabcd}(d(al(AB) + bl(CD))^2 + c = da^2l(AB)^2 + db^2l(CD)^2 + 2abdl(AB)l(CD) + c)$$

Проверяется, что текущая посылка задачи на доказательство либо на исследование уже содержит произведение с сомножителями  $l(AB)$  и  $l(CD)$ .

Спецификация приема имеет вид "тип(чтениезадачи)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 12 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "контекст(позиция( $x_5$  корень) вид( $x_5$  умножение( $x_6$   $l(AB)$   $l(CD)$ ))единица(1  $x_6$ ))". Этого достаточно для создания полноценного приема.

Число приемов данного типа - 1.

5. Попытка вспомогательного преобразования для взаимного уничтожения числовых атомов.

Пример:

$$\forall_{abcd}(d = a + c \rightarrow a/b + c/b = d/b)$$

Проверяется, что выражения  $a$ ,  $c$  имеют общий невырожденный числовой атом. Правая часть антецедента обрабатывается нормализатором раскрывания скобок "стандплюс". Проверяется, что результат  $d$  не содержит невырожденных числовых атомов. Прием необходим для избирательного сложения дробных выражений в задачах на исследование, имеющих цель "известно". Используется в единственной задаче по элементарной физике. Заметим, что общий прием для сложения дробных выражений с равными знаменателями, хотя и выглядит вполне естественно, вписался в базу приемов решателя лишь с очень сильными ограничениями.

Спецификация приема имеет вид "тип(описана)", "направл( $N$ )", "переменные( $x$ ,  $y$ )", где  $x$ ,  $y$  - выражения с взаимно уничтожаемыми числовыми атомами. Добавляется элемент "быстрпреобр(...)", уточняющий способ обработки комбинации  $x$ ,  $y$ . Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 9 и вводит фильтры "тип(исследовать)", "цель(известно)", "контекст(числовойатом( $a$   $x_5$ )не(переменная( $x_5$ )) вхождениетерма( $c$   $x_5$ ))", "не(контекст(числовойатом( $d$   $x_5$ ) не(переменная( $x_5$ ))))". Этого достаточно для создания полноценного приема.

Число приемов данного типа - 1.

6. Использование пропорциональной линейной комбинации числовых атомов, усматриваемой в посылках.

- (a) Выражение линейной комбинации числовых атомов через численные параметры при помощи посылки, представляющей собой равенство для пропорциональной линейной комбинации тех же атомов.

Пример:

$$\forall_{ABCDabcdpq}(pl(AB) + ql(CD) = c \ \& \ p = ad \ \& \ q = bd \ \& \ \neg(d = 0) \rightarrow al(AB) + bl(CD) = c/d)$$

Первый антецедент идентифицируется с посылкой, второй и третий - выделены указателем "идентификатор". Выражения  $c, d$  не содержат невырожденных числовых атомов.

Спецификация приема имеет вид "тип(контрольнормализации)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать)тип(исследовать))", "не(контекст(числовойатом( $x3 \ x5$ ) не(переменная( $x5$ ))))", "не(контекст(числовойатом( $x4 \ x5$ ) не(переменная( $x5$ ))))". Этого достаточно для создания полноценного приема.

- (b) Выражение дроби с линейной комбинацией числовых атомов через численные параметры при помощи посылки, представляющей собой равенство для пропорциональной линейной комбинации тех же атомов.

Пример:

$$\forall_{ABCDabcdmnpqr}(al(AB) + bl(CD) = r \ \& \ pb - aq = 0 \ \& \ \neg(a = 0) \ \& \ \neg(d = 0) \ \& \ r = cd \rightarrow (pl(AB) + ql(CD))m/(dn) = cpm/(an))$$

Выражения  $a, b, c, e, m, n, p, q$  не содержат невырожденных числовых атомов. Первый антецедент идентифицируется с посылкой.

Спецификация приема имеет вид "тип(возрастание)", "направл( $N$ )", "антецедент( $m$ )", где  $m$  - номер антецедента, идентифицируемого с посылкой. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать)тип(исследовать))", "не(контекст(список( $x5 \ p \ q \ m$ )числовойатом( $x5 \ x6$ ) не(переменная( $x6$ ))))", "не(контекст(список( $x5 \ a \ b$ )числовойатом( $x5 \ x6$ ) не(переменная( $x6$ ))))", "не(контекст(список( $x5 \ c \ n$ )числовойатом( $x5 \ x6$ ) не(переменная( $x6$ ))))". Этого достаточно для создания полноценного приема.

Число приемов данного типа - 1.

- (c) Упрощение линейной комбинации числовых атомов при помощи посылки, выражающей через численные параметры пропорциональную линейную комбинацию тех же атомов.

Пример:

$$\forall_{ABCDabcdpq}(al(AB) + bl(CD) = c \ \& \ p = ad \ \& \ q = bd \rightarrow pl(AB) + ql(CD) = cd)$$

Выражение  $c$  не содержит невырожденных числовых атомов.

Спецификация приема имеет вид "тип(схемаоперандов)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 2 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать)тип(исследовать))", "не(контекст(числовойатом( $x3 \ x5$ ) не(переменная( $x5$ ))))". Этого достаточно для создания полноценного приема.

Число приемов данного типа - 1.

### Преобразования, связанные с условными выражениями

1. Стандартизирующая группировка внутрь условного выражения.

Пример:

$$\forall_{Pab}((0 \text{ при } P, \text{ иначе } a)b = (0 \text{ при } P, \text{ иначе } ab))$$

Спецификация приема имеет вид "тип(команды)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" ограничивается указанием уровня срабатывания 1. Он требует доработки.

Число приемов данного типа - 2

2. Свертка условного выражения.

- (a) Свертка условного выражения.

Пример:

$$\forall_a(a - \text{число} \rightarrow (a \text{ при } 0 < a, \text{ иначе } -a) = |a|)$$

Указатель "извлечениеварианта" определяет расширенную идентификацию: сворачиваются любые выражения вида  $(T(a) \text{ при } 0 < a, \text{ иначе } T(-a))$ , причем результатом служит  $T(|a|)$ .

Спецификация приема имеет вид "тип(новоператор)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 0 и вводит фильтр "коммент(варианты)". Он требует доработки.

Число приемов данного типа - 6.

- (b) Свертка условного выражения в условии задачи на преобразование.

Этот тип уточняет контекст срабатывания для приемов предыдущего типа. При обучении решателя часть сверток условных выражений оказалось возможным применять повсеместно (например, свертка в модуль), а часть - лишь в условиях задач на преобразование. Пример такой свертки:

$$\forall_{ab}((b \text{ при } 0 < b - a, \text{ иначе } a) = \max(a, b))$$

Прием применяется к подвыражению условия задачи на преобразование. Указатель "извлечениеварианта" отсутствует.

Спецификация приема имеет вид "тип(арккотангенс)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 1 и вводит фильтры "условие", "тип(преобразовать)". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 4.

**Исключение сложных операций и вычисления**

## 1. Исключение сложной операции.

(а) Тожественная расшифровка по определению.

- i. Тожественная расшифровка по определению для исключения редко используемого понятия.

Если понятие новое и для работы с ним приемов недостаточно, то вполне естественно сразу расшифровать его, используя определение. Примерами могут служить операции симметрической разности, гиперболические функции, и т.п. Вначале решатель сразу же от них избавлялся. Однако, по мере создания приемов для работы с данными операциями, целесообразность немедленного их исключения обычно становится гораздо меньшей. Тогда приемы данного типа обрастают множеством дополнительных ограничений. Например, исключение гиперболических функций теперь предпринимается только при наличии явных экспонент, пересекающихся с аргументами функций по своим параметрам.

Пример:

$$\forall_{nx}(n = l(x) \rightarrow \text{периметр(фигура}(x)) = \sum_{i=1}^n l(x(i)x(i \bmod n) + 1)))$$

Спецификация приема имеет вид "тип(новаргумент)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит фильтры "или(не(тип(преобразовать)) коммент(длина))", "или(не(тип(описать)) не(цель(редакция)))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 19.

- ii. Тожественная расшифровка по определению для сближения выражений текущего термина.

Пример:

$$\forall_{mn}(m - \text{целое} \ \& \ n - \text{натуральное} \ \& \ 0 \leq m \ \& \ 0 \leq n - m \rightarrow C_n^m = n! / (m!(n - m)!))$$

Прием применяется, если текущий терм задачи содержит факториал либо другое число сочетаний, пересекающиеся по своим параметрам с заменяемым выражением.

Спецификация приема имеет вид "тип(подстпар)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит фильтры "или(не(тип(преобразовать)) коммент(длина))", "или(не(тип(описать))не(цель(редакция)))". Он недоработан.

Число приемов данного типа - 2.

- iii. Тожественная расшифровка по определению при дополнительных упрощениях.

Пример:

$$\forall_{ABCa}(\neg(\text{вероятность}(A, C) = 0) \ \& \ a = \text{вероятность}(A \cap B, C) \rightarrow \text{услвероятн}(B, A, C) = a / \text{вероятность}(A, C))$$

Правая часть второго antecedента обрабатывается нормализатором "нормвероятность", причем результат  $a$  проще исходного терма: не содержит символа "пересечение".

Спецификация приема имеет вид "тип(смлос)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит фильтры "или(не(тип(преобразовать)) коммент(длина))", "или(не(тип(описать)) не(цель(редакция)))". Он непроработан.

Число приемов данного типа - 1.

- iv. Расшифровка по определению подвыражения условия задачи на описание, содержащего неизвестные.

Пример:

$$\forall_x (\text{sh } x = (\exp(x) - \exp(-x))/2)$$

Преобразуемый терм входит в условие задачи на описание и содержит неизвестные.

Спецификация приема имеет вид "тип(производная)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "условие", "тип(описать)", "не(известно(теквхожд))". Этого достаточно для создания полноценного приема.

Число приема данного типа - 7.

- (b) Непосредственное исключение сложной операции.

Пример:

$$\forall_a (0 \leq a + 1 \ \& \ 0 \leq 1 - a \rightarrow \cos(3 \arcsin a) = (1 - 4a^2)\sqrt{1 - a^2})$$

Спецификация приема имеет вид "тип(стандупорядочение)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтр "не(контекст(подчинено(теквхожд x2) символ(x2 класс отображение) пересекаются(x1 связприставка(x2))))". Смысл такого фильтра - не увеличивать число вхождений варьируемой переменной (в данном примере -  $a$ ) под описателем. В ручной версии приема этого фильтра не было. Он был подсказан другими приемами данного типа. Автоматически сгенерированная версия приема здесь даже лучше исходной.

Число приемов данного типа - 95.

- (c) Непосредственное исключение сложной операции в ситуации, когда новые описатели исключаются нормализаторами общей стандартизации.

Пример:

$$\forall_{ABin} (l(A) = n \ \& \ i \in \{0, \dots, n\} \rightarrow \text{слойсмейства}(A, B, i) = \bigcup_{m, m \subseteq \{1, \dots, n\}, \text{card}(m)=i} (\bigcap_{j, j \in m} A(j) \cap \bigcap_{j, j \in \{1, \dots, n\} \setminus m} (B \setminus A(j))))$$

Переменная  $n$  идентифицируется с натуральной константой. Развертка не используется, однако нормализаторы общей стандартизации, обрабатывающие подтермы заменяющего терма, исключают все конечные пересечения и конечное объединение.

Спецификация приема имеет вид "тип(смежны)", "направл( $N$ )", "см(. . .)". Последний элемент фиксирует тип константных значений переменных, при

которых нормализаторы общей стандартизации гарантированно выполняют упрощение. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтр "натуральное( $n$ )", извлеченный из элемента "см".

Число приемов данного типа - 1.

(d) Исключение сложной операции путем развертки.

Пример:

$$\forall_{mn}(m - \text{натуральное} \ \& \ n - \text{натуральное} \rightarrow C_n^m = \prod_{k=0}^{m-1} (n - k) / m!)$$

Переменная  $m$  идентифицируется с натуральной константой, меньшей 5. Конечное произведение разворачивается в обычное с помощью нормализатора "нормпроизведениевсех".

Спецификация приема имеет вид "тип(числокоэффициент)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" ограничивается указанием уровня срабатывания 4. Он не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 4.

(e) Исключение сложной операции с помощью кванторного тождества из контекста.

i. Исключение сложной операции с помощью кванторного тождества из контекста.

Пример:

$$\forall_{ABCfmq}(B \subseteq A \ \& \ \text{конечное}(B) \ \& \ \text{конечное}(C) \ \& \ \text{Отображение}(f, A, C) \ \& \ \forall_i(i \in C \rightarrow \text{card}(\text{слой}(\text{сужение}(f, B), i)) = q(i)) \rightarrow \text{card}(B) = \sum_{i, i \in C} q(i))$$

Два последних antecedента идентифицируются с утверждениями из контекста. Переменная  $q$  функциональная. Выражение  $q(i)$  не содержит символа "мощность".

Спецификация приема имеет вид "тип(смпосылка)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" ограничивается указанием уровня срабатывания 2 и вводом фильтра "условие". Он не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 1.

ii. Непосредственное исключение сложной операции с помощью кванторного тождества, имеющегося в контексте.

Это - частный случай предыдущего типа, когда значение сложной операции сразу задается кванторным тождеством. Пример:

$$\forall_{ABCPQpt}(\forall_x(C(x) \rightarrow \text{вероятность}(A(x), B(x)) = p(x)) \ \& \ (A(t), B(t)) = (P, Q) \ \& \ C(t) \rightarrow \text{вероятность}(P, Q) = p(t))$$

Первый antecedент идентифицируется с утверждением из контекста, причем выражение  $p(x)$  не содержит символа "вероятность". Переменные  $A, B, C, p$  функциональные. Второй antecedент выделен указателем "идентификатор", третий - обрабатывается оператором "очевидно".

Спецификация приема имеет вид "тип(дискретная математика)", "направл( $N$ )", "см(...)", где последний элемент содержит ограничение на заменяющую часть кванторного тождества. Справочник "заголовокприема" определяет уровень срабатывания 2 и вводит фильтр "условие". В сочетании с элементом "см" этого достаточно.

Число приемов данного типа - 3.

- (f) Исключение сложной операции при установлении независимости вспомогательного терма от заданных параметров.

Пример:

$$\forall_{ABijknp}(l(A) = n \ \& \ \text{незавсобытия}(A, B) \ \& \ j \in \{0, \dots, n\} \ \& \ \text{вероятность}(A(k), B) = p \rightarrow \text{вероятность}(\text{слоисемейства}(A, \text{элементсобытия}(B), j), B) = C_n^j p^j (1 - p)^{n-j})$$

Переменная  $k$  выбирается приемом как новая. Четвертый антецедент выделен указателем "идентификатор". Его левая часть обрабатывается вспомогательной задачей на преобразование. Этой задаче передается дополнительная посылка  $k \in \{1, \dots, n\}$ . Проверяется, что результат  $p$  не содержит переменной  $k$ .

Спецификация приема имеет вид "тип(неизв)", "направл( $N$ )", "конст( $x, y$ )", где  $y$  - вспомогательная переменная, от которой не должно зависеть выражение  $x$ . В нашем случае  $x = p, y = k$ . Добавляется элемент "посылки(...)", определяющий посылки для переменной  $y$ . Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтр "не(входит( $k p$ ))". Он также создает нормализатор, обрабатывающий левую часть четвертого антецедента вспомогательной задачей. Однако, справочник недоработан.

Число приемов данного типа - 7.

- (g) Исключение сложной операции с помощью тождеств из контекста.

Пример:

$$\forall_{knp}(n(\text{mod}k) + p = 0 \rightarrow [n/k] = (n + p)/k)$$

Антецедент идентифицируется с утверждением из контекста.

Спецификация приема имеет вид "тип(упрощение)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" ограничивается указанием уровня срабатывания 1. Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 7.

- (h) Попытка исключения сложной операции, заключенной внутри терма, идентифицированного с теоремной переменной.

Пример:

$$\forall_{abcd}(d = a^2 - b^2 \ \& \ 0 \leq a - b \ \& \ 0 \leq a + b \rightarrow (a - b)^c (a + b)^c = d^c)$$

Хотя бы одно из выражений  $a, b$  имеет вид  $p \cdot q^{m/2n}$ , где  $p$  - десятичная константа. После перехода к разности квадратов двойка в знаменателе показателя степени исключается.

Спецификация приема имеет вид "тип(функционально)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 1 и вводит фильтры "условие", "тип(преобразовать)". Он не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 6.

## 2. Попытка вычисления.

- (a) Переход к параметрическому описанию класса и попытка явного разрешения подкванторного утверждения.

Пример:

$$\forall_{afg}(\text{образ}(\lambda_x(f(x), g(x)), a) = \text{set}_y(\exists_x(x \in a \ \& \ y = f(x) \ \& \ c(y))))$$

Подкванторные утверждения разрешаются относительно  $x$  вспомогательной задачей на описание. Затем описатель "класс" обрабатывается упрощающей задачей на преобразование. Проверяется, что результат не содержит символа "класс". Заметим, что  $c$  - тип объектов, являющихся значениями выражения  $f(x)$ .

Спецификация приема имеет вид "тип(стандчисло)направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 6, вводит указатель "контекст(Родобъекта( $f(x)$   $c$ ))" и определяет необходимую обработку нормализаторами. Он недоработан.

Число приемов данного типа - 2.

- (b) Попытка использовать заданную последовательность промежуточных вычислений.

Это весьма часто встречающийся тип приема, где некоторые заранее созданные вычислительные возможности используются для исключения сложной операции. Примеры:

$$\forall_{abcd}(b \leq a \ \& \ a \leq c \ \& \ d = [b] \ \& \ 0 < d - c + 1 \rightarrow [a] = d)$$

Первые два антецедента при помощи синтезаторов "нижняяоценка" и "верхняяоценка" определяют константные значения  $a, b$ . Третий антецедент вычисляет целую часть константы  $b$ , четвертый - проверяет, что она подходит в качестве результата.

$$\forall_{abcdfgh}(f = \lambda_x(g(x), h(x)) \ \& \ \text{стационарныеточки}(f) = a \ \& \ \text{особыеточки}(f) = b \ \& \ \text{граница}(\text{set}_x(h(x))) = c \ \& \ \text{критическиеточки}(f) = a \cup b \cup d)$$

Первые три антецедента идентифицируются с посылками, причем второй и третий были выведены заранее согласно общей схеме нахождения критических точек для внутренности области определения функции. Четвертый и пятый антецеденты выделены указателем "идентификатор". Сначала нормализатор "нормграница" определяет границу рассматриваемой области, затем вспомогательная задача на преобразование находит критические точки этой границы.

Спецификация приема имеет вид "тип(извлечение)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" ограничивается указанием уровня срабатывания 4. Он не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 8.



- (с) Попытка вспомогательных вычислений, позволяющих перейти к сложной операции с более простыми операндами.

Пример:

$$\forall_{ABfgh}(B = \text{образ}(\lambda_x(g(x), h(x)), A) \rightarrow \text{образ}(\lambda_x(f(g(x)), h(x)), A) = \text{образ}(\lambda_x(f(x), \text{одз}(f(x))), B))$$

Антецедент выделен указателем "идентификатор". Его правая часть обрабатывается нормализатором "нормобраз", после чего выражение  $B$  символа "образ" не содержит. Терм  $g(x)$  отличен от  $x$ .

Спецификация приема имеет вид "тип(равноудалена)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" ограничивается указанием уровня срабатывания 3. Он не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 6.

- (d) Попытка преобразования сложной операции к виду, допускающему декомпозицию вычисления.

Пример:

$$\forall_{abfg}(g(x) = f(x) \ \& \ p = \int_a^b g(x)dx \rightarrow \int_a^b f(x)dx)$$

Усматривается возможность преобразовать подынтегральное выражение  $f(x)$  к виду суммы. Первый антецедент при помощи нормализатора раскрытия скобок выполняет такое преобразование, после чего выражение  $g(x)$  представляет собой сумму. Затем второй антецедент предпринимает попытку вычислить интеграл от  $g(x)$ . Если это удастся, выполняется замена.

Спецификация приема имеет вид "тип(склейка)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" ограничивается указанием уровня срабатывания 0. Он не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 2.

- (e) Вычисление с помощью вспомогательной задачи на исследование свойств объекта.

Пример:

$$\forall_{afgh}(\text{card}(\text{roots}(\lambda_x(f(x), g(x)), a)) = \text{card}(\text{roots}(h, a)))$$

Прием выбирает новую переменную  $h$  и решает вспомогательную задачу на описание, имеющую условие  $\lambda_x(f(x), g(x) \ \& \ x \in a) = h$ , неизвестную  $h$  и цели "исследовать", "числорней". Такая задача решается путем вывода следствий в задаче на исследование, являющейся ее блоком анализа. Ответом ее служит конъюнкция исходного условия и группы утверждений, несущих ту информацию о числе корней функции  $h$ , которую удалось получить. Конъюнктивные члены этого ответа заносятся в посылки текущей задачи, а текущий терм ее заменяется на  $\text{card}(\text{roots}(h, a))$ .

Спецификация приема имеет вид "тип(префикснаяоперация)", "направл( $N$ )", "указатель(...)", где последний элемент определяет обработку заменяемого термина вспомогательной задачей на описание, имеющей цель "исследовать". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3, а также вводит фильтры "условие", "корень", "тип(преобразовать)",

"коммент(исследовать)" и указатели "новаяпеременная( $h$ )", "замечание(исследовать)", "обозначения( $h$ )". С учетом элемента "указатель(...)", этого достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

- (f) Попытка вычислить подвыражение с помощью вспомогательной задачи на преобразование.

Прием выделяет из посылки задачи на исследование некоторый подтерм и делает его условием задачи на преобразование, таким образом подключая дополнительные вычислительные возможности системы. Пример:

$$\forall_{Ap}(\text{объем}(A) = p \rightarrow \text{объем}(A) = p)$$

Задача на исследование имеет посылки "прямокоорд( $K$ )" и " $A = \text{точки}(B, K)$ ". В этой ситуации имеет смысл попытка определить объем с помощью интегрирования, что и делает вспомогательная задача на преобразование, обрабатывающая левую часть антецедента.

Спецификация приема имеет вид "тип(натурлог)", "направл( $N$ )". Добавляются элементы "см(...)", "указатель(...)". Справочник "заголовокприема" ограничивается указанием уровня срабатывания 3 и вводом фильтра "тип(исследовать)". При наличии элементов "см", "указатель" этого достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

- (g) Отбрасывание вырожденных случаев при вычислении.

Стандартные средства вычисления часто предполагают выполнение ряда условий, отбрасывающих вырожденные случаи. Иногда в этих случаях вычисление тоже может быть выполнено, но за счет дополнительных средств. Прием может рассмотреть все эти варианты по отдельности и затем объединить их в условном выражении. Пример:

$$\forall_{abcf}(c = \int_a^b f(x)dx \rightarrow \int_a^b f(x)dx = (c \text{ при } 0 \leq b - a, \text{ иначе } 0))$$

Если хотя бы один из пределов интегрирования неконстантный, причем не усматривается, что нижний предел не превосходит верхнего, то антецедент предпринимает попытку вычислить интеграл в предположении, что нижний предел не превосходит верхнего. В случае успеха результатом вычисления становится условное выражение. Напомним, что определенный интеграл в решателе трактуется как функционал от числовой функции, заданной на отрезке  $[a, b]$ . Если  $a > b$ , то этот отрезок пустой, и интеграл равен 0.

Спецификация приема имеет вид "тип(внешкорень)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" ограничивается указанием уровня срабатывания 1 и вводом фильтров "условие", "тип(преобразовать)". Этого недостаточно.

Число приемов данного типа - 1.

### 3. Упрощение выражений с функциональными переменными.

- (а) Непосредственное исключение функциональных переменных.

Пример:

$\forall_{ABaij}(\text{правмноугольник}(a) \ \& \ l(a) = n \ \& \ i \in \{1, \dots, n\} \ \& \ j \in \{1, \dots, n\} \ \& \ \text{окружность}(AB) \ \text{описана около фигура}(a) \rightarrow l(a(i)a(j)) = 2l(AB) \sin(\pi|i-j|/n))$

Исключаются функциональные переменные  $a(i)$ ,  $a(j)$ . Заметим, что в этом приеме параметр  $n$ , вообще говоря, не идентифицируется с натуральной константой.

Спецификация приема имеет вид "тип(движвправо)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" ограничивается указанием уровня срабатывания 1. Он не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 1.

- (б) Использование кванторного тождества, явно определяющего значения функции, для вычисления операции над этой функцией.

Пример:

$\forall_{ABbp}(\forall_n(B(n) \rightarrow p(n) = A(n)) \ \& \ \text{set}_n(B(n)) = \text{Dom}(p) \ \& \ \text{lim}(\lambda_n(A(n), B(n))) = b \rightarrow \text{lim}(p) = b)$

Посредством  $\text{lim}$  обозначен символ "пределпослед" для предела последовательности. Первый антецедент идентифицируется с утверждением из контекста, задающим общий член последовательности. Остальные два антецедента выделены указателем "идентификатор". Первый из них убеждается в том, что кванторная импликация охватывает всю область определения последовательности  $p$ , второй - вычисляет предел по найденному виду общего члена при помощи вспомогательной задачи на преобразование.

Спецификация приема имеет вид "тип(нормкн)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 5 и вводит фильтры "условие", "тип(преобразовать)", "не(входит(пределпослед  $x2$ ))". Этого достаточно для создания полноценного приема.

Число приемов данного типа - 2.

- (с) Использование кванторного тождества, определяющего условие на значения функции, для вычисления операции над этой функцией.

Отличие от предыдущего типа в том, что кванторное тождество не задает значения функции явным образом. Пример:

$\forall_{abefghy}(df(t)/dt = a \ \& \ dg(t)/dt = b \ \& \ \forall_v(h(v) \rightarrow y(f(v)) = g(v)) \ \& \ e = f(t) \rightarrow dy(e)/de = b/a)$

Третий антецедент идентифицируется с утверждением из контекста. Фактически, он представляет собой параметрическое задание функции  $y$ . Остальные антецеденты выделены указателем "идентификатор". Первые два из них вычисляют производные с помощью задачи на преобразование, последний - идентифицирует значение параметра  $t$  для точки, в которой нужно вычислить производную функции  $y$ .

Спецификация приема имеет вид "тип(выводимо)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 5 и вводит фильтры "условие", "тип(преобразовать)". Он недоработан.

Число приемов данного типа - 2.

- (d) Группировка функциональных переменных вглубь.

При такой группировке увеличивается вероятность использовать свойства внешних операций. Пример:

$$\forall_{ABfpq}(\text{группоид}(A) \ \& \ \text{группоид}(B) \ \& \ \text{гомоморфизм}(f, A, B) \ \& \\ p \in \text{носитель}(A) \ \& \ q \in \text{носитель}(A) \rightarrow f(\text{операция}(A)(p, q)) = \\ \text{операция}(B)(f(p), f(q)))$$

Спецификация приема имеет вид "тип(главноеменю)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3. Этого достаточно для создания полноценного приема.

Число приемов данного типа - 1.

#### 4. Вычисления по рекурсии.

- (a) Вычисление с помощью рекурсии по длине набора.

Пример:

$$\forall_{ABafgin}(l(a) = n \ \& \ i \in \{1, \dots, n - 1\} \ \& \ a(i) = \lambda_x(f(x), A(x)) \ \& \\ a(i + 1) = \lambda_y(g(y), B(y)) \ \& \ l(x) = l(g(y)) \rightarrow \text{произведение}(a) = \\ \text{произведение}(\lambda_j((a(j) \text{ при } j < i, \text{ иначе } (\lambda_y(f(g(y)), A(g(y)) \ \& \ B(y)) \text{ при } \\ j = i, \text{ иначе } a(j + 1))), j \in \{1, \dots, n - 1\})))$$

Выражения  $a$ ,  $g(y)$  имеют заголовок "набор". Прием делает один шаг в вычислении произведения набора функций, заданных описателями "отображение", сводя его к более короткому набору.

Спецификация приема имеет вид "тип(числоеравенство)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" ограничивается указанием уровня срабатывания 3. Он не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 2.

- (b) Вычисление с помощью рекурсии по натуральному параметру.

Пример:

$$\forall_{ABn}(0 \leq n - 2 \ \& \ B = A^{n-1} \rightarrow A^n = AB)$$

Имеются в виду матричные возведение в степень и умножение. Переменная  $n$  идентифицируется с натуральной константой.

Спецификация приема имеет вид "тип(нормпрог)", "направл( $N$ )", "натуральное( $n$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит фильтр "натуральное( $n$ )". Он требует доработки.

Число приемов данного типа - 1.

- (с) Вычисление с помощью префиксной рекурсии.

Пример:

$$\forall_{abp}(p = (a \in \{; b\}) \rightarrow \text{card}\{a; b\} = \text{card}\{; b\} + (0 \text{ при } p, \text{ иначе } 1))$$

Антецедент выделен указателем "идентификатор" и его правая часть обрабатывается задачей на описание. В качестве неизвестной выступает некоторый параметр выражения  $a$ . Напомним, что  $\{a; b\}$  обозначает терм "перечень(префикс(x1 x2))",  $\{; b\}$  - терм "перечень(x2)".

Спецификация приема имеет вид "тип(номера)", "направл(N)". Справочник "заголовокприема" ограничивается указанием уровня срабатывания 3. Он недоработан.

Число приемов данного типа - 10.

5. Переход к сложной операции, имеющей более простые операнды.

- (а) Переход к сложной операции, имеющей более простые операнды.

Пример:

$$\forall_{ab}(\text{sup}\{a; b\} = \max(a, \text{sup}\{; b\}))$$

Оценка сложности супремума больше, чем максимума. Операнд супремума упрощается.

Спецификация приема имеет вид "тип(описатель)", "направл(N)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 1 и вводит нормализатор, обращающийся к задаче на упрощение. Обычно этого достаточно.

Число приемов данного типа - 53.

- (б) Декомпозиция сложной операции.

Пример:

$$\forall_{abc}(0 \leq a \ \& \ 0 \leq b \rightarrow \log_c(ab) = \log_c a + \log_c b)$$

Спецификация приема имеет вид "тип(сопровождтерм)", "направл(N)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 1 и вводит фильтры "или(посылка и(или(не(тип(описать)) не(цель(редакция)) цель(редуцирование)) ии(не(тип(преобразовать)) коммент(длина)) или(тип(доказать)и(не(цель(свертка)) или(известно(x3) не(известно(x1)) не(известно(x2)))))))))", "не(контекст(подчинено(теквхожд x4) символ(x4 класс отображение) пересекаются(связприставка(x4) x3) не(пересекаются(связприставка(x4)x1)) не(пересекаются(связприставка(x4)x2))))))". Обычно этого достаточно.

Число приемов данного типа - 32.

- (с) Декомпозиция сложной операции, использующая вспомогательное вычисление для развязки операндов.

Пример:

$$\forall_{ABa}(\text{конечное}(A) \ \& \ \text{конечное}(B) \ \& \ a = \text{card}(A \cap B) \rightarrow \text{card}(A \cup B) = \text{card}(A) + \text{card}(B))$$

Третий антецедент выделен указателем "идентификатор". Его правая часть обрабатывается задачей на упрощение, причем результат  $a$  не содержит символа "мощность".

Спецификация приема имеет вид "тип(стандоператор)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" ограничивается указанием уровня срабатывания 1. Он не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 1.

- (d) Декомпозиция сложной операции для получения повторяющихся вхождений неконстантного термина.

Пример:

$$\forall_{abc}(\log_a(b/c) = \log_a |b| - \log_a |c|)$$

Если усматриваются знаки числителя и знаменателя, то будут применяться другие приемы. Если знаки не усматриваются, то, вообще говоря, переход к модулям нежелателен. Поэтому данный прием срабатывает лишь в случае, если имеется другой логарифм, причем при "разборке" его согласно тождествам для логарифма произведения, дроби либо степени и отбрасывании модулей под логарифмом появляется неконстантный логарифм, такой же, как при "разборке" данного логарифма дроби.

Спецификация приема имеет вид "тип(контрольслучаев)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 1 и вводит фильтры "конец(контекст(разряд(корень логарифм  $x_4$ ) не(подчинено( $x_4$  теквхожд)) не(равно( $x_4$  теквхожд)) значения(декомпозиции( $x_4$   $x_5$ ))не(константа( $x_5$ )) значения(декомпозиции(логарифм( $x_1$  дробь( $b$   $c$ )) $x_6$ )) равно( $x_5$   $x_6$ )))", "или(посылка и(или(не(тип(описать)) не(цель(редакция)) цель(редуцирование)) или(не(тип(преобразовать)) коммент(длина)) или(тип(доказать) и(не(цель(свертка)) или(известно( $x_1$ ) не(известно( $x_2$ )) не(известно( $x_3$ ))))))", "не(контекст(подчинено(теквхожд  $x_7$ ) символ( $x_7$  класс отображение) пересекаются(связприставка( $x_7$ )  $x_1$ ) не(пересекаются(связприставка( $x_7$ ) $x_2$ )) не(пересекаются(связприставка( $x_7$ )  $x_3$ ))))". Этого достаточно для создания полноценного приема.

Число приемов данного типа - 2.

- (e) Декомпозиция сложной операции, использующая посылку для идентификации подмножества операндов ассоциативно-коммутативной операции.

Если ассоциативно-коммутативная операция имеет более двух операндов, то для ее декомпозиции появляется множество различных вариантов. Если ее можно декомпонировать пооперандно, то с этой неоднозначностью проблем не возникает. Однако, иногда пооперандная декомпозиция невозможна. Тогда разбиение операндов на два подмножества может быть подсказано посылкой, в которой одно из таких подмножеств уже сгруппировано. Пример:

$$\forall_{abc}(0 \leq a \ \& \ 0 \leq b \rightarrow a^c b^c = (ab)^c)$$

Если сомножителей много, а знаки их не усматриваются, то наличие посылки  $0 \leq b$ , где в правой части расположено невырожденное произведение, подсказывает разбиение произведения в основании степени, допускающее декомпозицию. Второй антецедент в данном примере идентифицируется непосредственно, первый - обрабатывается проверочным оператором.

Спецификация приема имеет вид "тип(перечни)", "направл( $N$ )", "антецедент( $m$ )", где  $m$  - номер непосредственно идентифицируемого антецедента. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 1 и вводит фильтры "символ( $x_2$  умножение)", "или(посылка и(или(не(тип(описать)) не(цель(редакция)) цель(редуцирование)) или(не(тип(преобразовать)) коммент(длина)) или(тип(доказать) и(не(цель(свертка)) известно( $x_3$ ))))))", "не(контекст(подчинено(теквхожд  $x_4$ ) символ( $x_4$  класс отображение) пересекаются(связприставка( $x_4$ )  $x_3$ ) не(пересекаются(связприставка( $x_4$ ) $x_1$ )) не(пересекаются(связприставка( $x_4$ ) $x_2$ ))))))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

- (f) Декомпозиция сложной операции, использующая посылку, дающую явное значение для одного из декомпозирующих подвыражений.

Пример:

$$\forall_{abcfp}(c = a \setminus b \ \& \ \text{card}(\text{roots}(f, b)) = p \ \& \ b \subseteq a \rightarrow \text{card}(\text{roots}(f, a)) = p + \text{card}(\text{roots}(f, c)))$$

Второй антецедент идентифицируется с посылкой, первый - выделен указателем "идентификатор", последний - обрабатывается проверочным оператором. Выражения  $a, c$  различны.

Спецификация приема имеет вид "тип(внутрикасаются)", "направл( $N$ )", "антецедент( $m$ )", где  $m$  - номер непосредственно идентифицируемого антецедента. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3. Он не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 2.

- (g) Вынесение наружу операции над семейством из-под сложного понятия.

Пример:

$$\forall_{ABCn}(\text{несовместны}(\lambda_i(A(i), B(i)), C) \rightarrow \text{вероятность}(\bigcup_{i, B(i)} A(i), C) = \sum_{i, B(i)} \text{вероятность}(A(i), C))$$

Спецификация приема имеет вид "тип(усмделит)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" ограничивается указанием уровня срабатывания 1. Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 6.

- (h) Решение вспомогательной задачи для представления множества в виде объединения и вынесение этого объединения из-под сложной операции.

Множество, заданное подтермом сложной операции, выражается как описатель "класс", примененный к условию принадлежности этому множеству. Если после явного разрешения такого условия относительно варьируемой переменной и упрощения описателя "класс" возникает объединение

нескольких множеств, то далее оно выносится из-под сложной операции.

Пример:

$$\forall_{AKQ}(\text{set}_{xyz}((x, y, z) \in A) = \bigcup_{i=1}^n Q(i) \ \& \ \text{разделены}(Q) \rightarrow \\ \text{объем}(\text{точки}(A, K)) = \sum_{i=1}^n \text{объем}(\text{точки}(Q(i), K)))$$

Предполагается, что выражение  $A$  имеет заголовок "класс". Условие принадлежности в первом антецеденте разрешается относительно  $z$  вспомогательной задачей на описание. Далее испрльзуется нормализатор "норм-класс". Конечные сумма и объединение разворачиваются в обычные.

Спецификация приема имеет вид "тип(контрольглубины)", "направл( $N$ )". Добавляется элемент "см(...)", уточняющий контекст срабатывания. Справочник "заголовокприема" ограничивается указанием уровня срабатывания 2 и вводом фильтра "условие".

Число приемов данного типа - 3.

- (i) Переход в одной из имеющих наибольшую сложность операций к более простым операндам.

Пример:

$$\forall_{abc}(a \log_b(\sqrt{c+1}-1) - a \log_b(\sqrt{c+1}+1) = 2a \log_b(\sqrt{c+1}-1) - a \log_b c)$$

Спецификация приема имеет вид "тип(усмнеподв)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" ограничивается указанием уровня срабатывания 1. Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

## 6. Группировка сложных операций.

- (a) Группировка сложных операций.

Пример:

$$\forall_{abcde}(0 < a \ \& \ 0 < b \ \& \ c = 1 - ab \ \& \ c < 0 \ \& \ d = a + b \rightarrow e \cdot \text{arctg } a + e \cdot \text{arctg } b = \\ e \cdot \pi + e \cdot \text{arctg}(d/c))$$

Прием применяется в условиях задач. Либо  $a, b$  константные, причем решается задача на преобразование, либо происходит редактирование ответа.

Спецификация приема имеет вид "тип(логзамена)", "направл( $N$ )". справочник "заголовокприема" ограничивается указанием уровня срабатывания 3 и вводом фильтра "условие". Он не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 9.

- (b) Свертка нескольких сложных операций в одну более сложную, если эти операции слабо взаимодействуют с контекстом.

Пример:

$$\forall_{abmn}(n - \text{натуральное} \ \& \ m - \text{натуральное} \ \& \ 0 \leq n - m \rightarrow an! / (bm!(n-m)!) = \\ aC_n^m / b)$$

Других вхождений факториалов в текущий терм задачи нет.



Спецификация приема имеет вид "тип(текстблок)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" ограничивается указанием уровня срабатывания 3. Он не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 2.

- (с) Подготовка к группировке сложных операций.

Пример:

$$\forall_{ab}(0 < a \ \& \ b = 1/\sqrt{a^2 + 1} \rightarrow \arctg a = \arccos b)$$

Имеет место линейная комбинация текущего арктангенса с арксинусом либо с арккосинусом. Модули коэффициентов этой комбинации совпадают.

Спецификация приема имеет вид "тип(ребра)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит фильтры "условие", "тип(преобразовать)". Он не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 3.

- (d) Попытка группировки сложных операций после варьирования термина.

Пример:

$$\forall_{apqr}(p \cdot \arcsin(a/\sqrt{1 + a^2}) + q = r \rightarrow p \cdot \arctg a + q = r)$$

Выражение  $q$  содержит символ "арксинус" либо "арккосинус". Левая часть antecedента обрабатывается задачей на упрощение. Проверяется, что результат  $r$  короче заменяемого выражения.

Спецификация приема имеет вид "тип(корень)", "направл( $N$ )". Добавляется элемент "см(...)", уточняющий контекст. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит фильтры "тип(преобразовать)", "условие", "короче( $r$  фикс(0 1))". Он также переносит фильтры из элемента "см".

Число приемов данного типа - 1.

## 7. Упрощение контекста сложной операции.

- (а) Уменьшение натурального параметра, связанного с вхождением сложной операции, при редактировании ответа задачи на описание.

Пример:

$$\forall_{abcdef}(\neg(d - 1 = 0) \ \& \ 0 < d \ \& \ 0 < e \rightarrow d^{b+c(\log_d e)^f/a} = d^b e^{c(\log_d e)^{f-1}/a})$$

Переменная  $f$  идентифицируется с натуральной константой.

Спецификация приема имеет вид "тип(противоречие)", "направл( $N$ )", "терм( $t$ )", "натуральное( $n$ )". Здесь  $t$  - рассматриваемый сложный подтерм,  $n$  - уменьшаемый натуральный параметр. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 1 и вводит фильтры "тип(описать)", "цель(редакция)", "натуральное( $f$ )". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

- (b) Перегруппировка с перенесением сложных операций на более "удобные" вхождения.

Пример:

$$\forall_{abdeghipq}(p = hg^{i/2} - e \ \& \ q = g^i h^2 - e^2 \ \& \ \neg(q = 0) \ \& \ b - \text{rational} \ \& \ \neg(\text{знаменатель}(b) - \text{even}) \rightarrow d/(a(e + hg^{i/2})^b) = dp^b/(aq^b))$$

Прием переносит иррациональность из знаменателя в числитель. Предварительный анализ на уровне базы теорем приводит к выводу, что появление иррациональности в числителе удобнее, чем в знаменателе: при сложении дробных выражений иррациональности в знаменателе "размножаются", а в числителе - нет.

Спецификация приема имеет вид "тип(вычет)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "условие", "тип(преобразовать)", "цель(упростить)", "коммент(длина)". Он не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 8.

## 8. Подготовка выражения к исключению сложной операции.

- (a) Преобразование сложной операции, ориентированное на последующее ее вычисление.

Пример:

$$\forall_{ABCDEFGH}( \text{ромб}(ABCD) \ \& \ E \in \text{отрезок}(AB) \ \& \ F \in \text{отрезок}(AD) \ \& \ \text{актив}(S(\text{фигура}(BEC))) \rightarrow S(\text{фигура}(AECF)) = S(\text{фигура}(ABCD)) - S(\text{фигура}(BEC)) - S(\text{фигура}(CDF)) )$$

Вычисление площади четырехугольника  $AECF$  сводится к вычислению площадей ромба и двух треугольников, обеспеченному известными формулами.

Спецификация приема имеет вид "тип(нормрасстояний)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" ограничивается указанием уровня срабатывания 1. Он не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 11.

- (b) Использование равенства из посылок для подготовки вычисления.

Пример:

$$\forall_{ABC}(B = C \rightarrow AB = AC)$$

Имеется в виду матричное умножение. Антецедент идентифицируется с утверждением из контекста. Выражение  $B$  не имеет заголовка "строки", а выражение  $C$  - имеет.

Спецификация приема имеет вид "тип(поодносторону)", "направл( $N$ )". К этому добавляются элемент "см(...)", уточняющий контекст, а также элемент "антецедент( $n$ )", указывающий номер непосредственно идентифицируемого антецедента. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 1 и переносит фильтры из элемента "см".

Число приемов данного типа - 2.

- (с) Преобразование, подготавливающее возможность исключения сложного понятия, расположенного в терме, идентифицированном с переменной.

Пример:

$$\forall_{ab}(\sin(a + b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b)$$

Выражение  $a$  имеет вид  $kA$  либо  $kA/2$ , где заголовком  $A$  служит обратная тригонометрическая функция.

Спецификация приема имеет вид "тип(началоразбора)", "направл( $N$ )". К этому добавляются элемент "см(...)", уточняющий контекст. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3 и переносит фильтры из элемента "см".

Число приемов данного типа - 6.

- (d) Стандартизация подвыражения сложной операции, ориентированная на последующее ее вычисление.

Пример:

$$\forall_{mp}(\text{циклперест}(\lambda_j(p(j), j \in \{1, \dots, m\})) = \text{таблица}(\{p(m) \mapsto p(1); \lambda_j(p(j) \mapsto p(j+1), j \in \{1, \dots, m-1\})\}))$$

Преобразуемое выражение подчинено операции "произведение" умножения отображений. Для ее вычисления циклическая перестановка задается своей таблицей.

Спецификация приема имеет вид "тип(геометрия)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" ограничивается указанием уровня срабатывания 2. Он не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 2.

9. Реализация специальной целевой установки задачи на преобразование.

Пример:

$$\forall_{abfipq}(l = q - p \ \& \ 0 < l \ \& \ \text{нечетнаяфункция}(\lambda_x(f(x), x - \text{число})) \ \& \ a = \lambda_i(2/l \int_p^q f(x) \sin(2\pi i x/l) dx, i - \text{целое}) \rightarrow f(x) = \sum_{i=1}^{\infty} (a(i) \sin(2\pi i x/l))$$

Текущая задача на преобразование имеет цель (рядфурье  $x p q$ ), указывающую на необходимость разложения определяемой условием задачи функции от  $x$  в ряд Фурье на отрезке  $[p, q]$ .

Спецификация приема имеет вид "тип(теорияграфов)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 5, вводит фильтр "тип(преобразовать)" и указатель "корень". Он не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 3.

10. Упрощающее нетождественное преобразование при наличии специальной цели.

Пример:

$$\forall_n((n \rightarrow \infty) \& m(n) - \text{целое} \& \lim_{n \rightarrow \infty} \{m(n)\} = \infty \rightarrow m(n)! = \sqrt{2\pi m(n)} m(n)^{m(n)} \exp(-m(n)))$$

Текущая задача на преобразование имеет цель "асимптоценка". Напомним, что фигурные скобки под знаком предела указывают на предел последовательности.

Спецификация приема имеет вид "тип(движвлево)", "направл(N)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 2 и вводит фильтры "тип(преобразовать)", "условие". Он не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 7.

### Использование тождеств для специальной стандартизации

К этим типам относятся приемы, реализующие ту специальную стандартизацию выражений, решение о которой принимается путем анализа имеющихся теорем предметной области. Это уровень более высокий, нежели логический ассемблер, которому должна передаваться вся информация о фильтрах и указателях в уже готовом виде. Он будет рассмотрен в томах монографии, посвященных базе теорем.

#### 1. Специальная стандартизация.

Пример:

$$\forall_{abcde}(b = cd + e \& 0 < c \rightarrow \sin(a + \pi b/d) = (-1)^c \sin(a + \pi e/d))$$

Используется одна из формул приведения. Переменные  $b, d$  идентифицируются с натуральными константами.

Спецификация приема имеет вид "тип(автоклаватура)", "направл(N)". Справочник "заголовокприема" ограничивается указанием уровня срабатывания 1. Он не проработан.

Число приемов данного типа - 118.

#### 2. Попытка использовать специальную стандартизацию в условии задачи на доказательство.

Пример:

$$\forall_{ABa}(a = l(AB) \rightarrow a^2 = \text{скалумнож}(\text{вектор}(AB), \text{вектор}(AB)))$$

Прием применяется в условии задачи на доказательство. Антецедент идентифицируется с посылкой,  $a$  - переменная. Комментарий "попытказамены" заставляет прием не выполнять замену в текущей задаче, а предпринимать попытку решения ее копии, в которой проведена данная замена. Эта копия сопровождается комментарием "скалумнож", инициирующим переход к векторам и скалярным произведениям. Если копия решена, то выдается ответ на текущую задачу. Иначе - продолжается решение текущей задачи другими средствами.

Спецификация приема имеет вид "тип(модульредактора)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 8 и вводит фильтры "условие", "тип(доказать)". Он не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 1.

3. Упрощение выражения относительно связанных переменных.

Пример:

$$\forall_{abcdpq}(ap + b = 0 \ \& \ \neg(a = 0) \ \& \ q = ad - bc \rightarrow cp + d = q/a)$$

Преобразуемый терм расположен под квантором существования. Первый антецедент идентифицируется с утверждением из контекста, последний - выделен указателем "идентификатор" и его правая часть обрабатывается нормализатором "видумножение". Выражение  $a$  не содержит переменных связывающей приставки квантора, выражение  $p$  не линейно относительно этих переменных, а выражение  $q$  - линейно.

Спецификация приема имеет вид "тип(удалениеузла)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" ограничивается указанием уровня срабатывания 5. Он не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 1.

4. Упрощение ответа функционального уравнения относительно варьируемой переменной.

Пример:

$$\forall_{abcd}((a + bc)/(bd) = a/(bd) + c/d)$$

Происходит редактирование ответа задачи на решение функционального (например, дифференциального) уравнения. Выражение  $b$  содержит варьируемые переменные уравнения, а выражение  $d$  - не содержит.

Спецификация приема имеет вид "тип(нормзадачи)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 2 и вводит фильтры "условие", "тип(описать)", "Входит(связка цели)", "цель(учетответа)", "контекст(ключ(цели связка х5) пересекаются(параметры(х2) х5) не(пересекаются(параметры(х4) х5)))", "или(не(заголовок(х2 1))не(заголовок(х4 1)))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

5. Применение нормализатора приведения к заданным заголовкам для контекстной стандартизации.

Пример:

$$\forall_{abcdef}(f = b + c \ \& \ 0 \leq b + c \rightarrow a(b + c)^d/e = a f^d/e)$$

Прием предпринимает попытку разложения на множители числителя дробного выражения в условии задачи на преобразование, имеющей цель "упростить".

Это - обычная стандартизация дробных выражений (включающая также разложение на множители знаменателей), применяемая до завершающей сокращенной переформулировки ответа. Правая часть первого антецедента обрабатывается нормализатором "видумножение".

Спецификация приема имеет вид "тип(стандарт)", "направл( $N$ )", "оператор( $P$ )", где  $P$  - применяемый нормализатор приведения к заданным заголовкам. Справочник "заголовокприема" ограничивается указанием уровня срабатывания 3. Он не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 29.

6. Обращение к нормализатору стандартной формы для контекстной стандартизации.

Пример:

$$\forall_{abcdefn}(f = (a + b)^n c/d + e \rightarrow \sin((a + b)^n c/d + e) = \sin f)$$

Реализуется переход к сумме под синусом. Это обычная стандартизация, вызванная тем, что есть формула синуса суммы, но нет формул синуса произведения либо степени. Переменная  $n$  идентифицируется с натуральной константой, меньшей 4. Хотя бы одно из выражений  $c, d, n$  отлично от 1.

Спецификация приема имеет вид "тип(Прямоепроизведение)", "направл( $N$ )", "см(...)", где последний элемент уточняет контекст срабатывания. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 2 и переносит фильтры из элемент "см". Заметим, что система уже сейчас порождает как теорему приема, так и элемент спецификации "см" самостоятельно. Тем не менее, автоматическое создание приемов данного типа нуждается в доработке.

Число приемов данного типа - 13.

## Тождественные замены, связанные с координатами

1. Выражение координат объекта через невырожденные числовые атомы.

Пример:

$$\forall_{ABCDEK}(K = (A, B, C, E) \ \& \ D \in \text{прямая}(AB) \ \& \ \text{точкалуча}(A, B, D) \rightarrow \text{коорд}(D, K) = (l(AD)/l(AB), 0, 0))$$

Исключение делается для посылок, представляющих собой равенство координаты координатному набору.

Спецификация приема имеет вид "тип(добавлениеветви)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровни срабатывания 1,4 и 5. Он также вводит фильтр "или(условие не(контекст(подтерм(равно(теквхожд  $x_1$ )) символ( $x_1$  набор)корень)))". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 11.

2. Выражение координат объекта через координаты других объектов и вычисление последних с помощью нормализаторов.

Пример:

$$\forall_{ABK} abcdef (\text{коорд}(A, K) = (a, b, c) \ \& \ \text{коорд}(B, K) = (d, e, f) \rightarrow \text{коорд}(\text{вектор}(AB), K) = (d - a, e - b, f - c))$$

Левые части антецедентов обрабатываются нормализатором "нормкоорд", вычисляющим координаты концов вектора.

Спецификация приема имеет вид "тип(восстановлениеменю)", "направл(N)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать)тип(исследовать))". Этого достаточно для создания полноценного приема.

Число приемов данного типа - 3.

3. Выражение координат объекта через указанные в посылках координаты другого объекта.

Пример:

$$\forall_{ABCK} abcd (\text{коорд}(\text{вектор}(AC), K) = (a, b) \ \& \ \text{коорд}(\text{вектор}(CB), K) = (c, d) \rightarrow \text{коорд}(\text{вектор}(AB), K) = (a + c, b + d))$$

Антецеденты идентифицируются с посылками.

Спецификация приема имеет вид "тип(Набор)", "направл(N)", "антецедент(...)". Последний элемент перечисляет номера непосредственно идентифицируемых антецедентов. Справочник "заголовокприема" ограничивается указанием уровня срабатывания 3. Он не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 8.

4. Выражение числового атома через координаты.

- (а) Выражение числового атома посылки через координаты.

Пример:

$$\forall_{Kabc} (\text{горизплосквект}(a, K) \ \& \ \text{крд}(a, K, 1) = b \ \& \ \text{крд}(a, K, 2) = c \rightarrow \text{длина}(a) = \sqrt{b^2 + c^2})$$

Два последних антецедента идентифицируются с посылками.

Спецификация приема имеет вид "тип(типы)", "направл(N)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать)тип(исследовать))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 18.

- (b) Выражение числового атома посылки через координаты и более простые числовые атомы.

Пример:

$$\forall_{ABKc}(\text{вверх}(\text{вектор}(AB), K) \ \& \ \text{прямоорд}(K) \rightarrow \text{скалмнож}(\text{вектор}(AB), c) = \text{крд}(c, K, 3)l(AB))$$

Первый антецедент обрабатывается проверочным оператором, второй - идентифицируется с посылкой.

Спецификация приема имеет вид "тип(простыеделители)", "направл(N)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать)тип(исследовать))". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 2.

- (c) Выражение числового атома посылки через параметры уравнения для координат множества объектов.

Пример:

$$\forall_{ABEKabcde}(\text{прямоорд}(K) \ \& \ \text{фокус}(A, E) \ \& \ \text{фокус}(B, E) \ \& \ \text{разныеточки}(A, B) \ \& \ \text{коорд}(E, K) = \text{set}_{xy}(ax^2 + bx + cy^2 + dy + e = 0 \ \& \ x - \text{число} \ \& \ y - \text{число}) \ \& \ \neg(a = 0) \ \& \ \neg(c = 0) \rightarrow l(AB) = \sqrt{|(c - a)(4ace - b^2c - d^2a)|}/(ac))$$

Первые три антецедента и пятый антецедент идентифицируются с посылками.

Спецификация приема имеет вид "тип(знач)", "направл(N)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать)тип(исследовать))", "не(заголовок(корень актив))", "не(равно(A B))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 4.

- (d) Выражение числового атома условия задачи на преобразование через координаты.

Пример:

$$\forall_{ABCKPQRS}(\text{параллелепипед}(A) \ \& \ \text{прямоугольный}(A) \ \& \ \text{грань}(фигура(PQRS), A) \ \& \ \text{прямоорд}(K) \ \& \ \text{вверх}(\text{вектор}(PQ), K) \rightarrow \text{верхнийуровень}(A, K) = \text{крд}(Q, K, 3))$$

Спецификация приема имеет вид "тип(Копия)", "направл(N)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит фильтры "условие", "тип(преобразовать)". Иногда этого достаточно.

Число приемов данного типа - 5.

5. Определение характеристики множества, заданного через координаты своих элементов.

Пример:



$$\forall_{K PQf}(\text{прямокоорд}(K) \ \& \ P = \text{точки}(\text{set}_{xyz}(z = f(x, y) \ \& \ Q(x, y)), K) \rightarrow S(P) = \iint_{Q(x, y)} \sqrt{1 + (df(x, y)/dx)^2 + (df(x, y)/dy)^2} dx dy)$$

Второй антецедент выделен указателем "идентификатор". Он обращается к оператору "смточки", пытающемуся при помощи равенств из посылок усмотреть представление области  $P$  как множества точек с заданными координатами.

Спецификация приема имеет вид "тип(просмотртерма)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит фильтр "условие". Иногда этого достаточно.

Число приемов данного типа - 14.

6. Выражение координат множества объектов через описатель "класс".

Пример:

$$\forall_{ABCDKP}(P = \text{Круг}(ABC) \ \& \ \text{прямокоорд}(K) \ \& \ \text{вертплосквект}(\text{вектор}(AB), K) \ \& \ \text{вертплосквект}(\text{вектор}(AC), K) \rightarrow \text{коорд}(P, K) = \text{set}_{xyz}(x - \text{число} \ \& \ z - \text{число} \ \& \ (x - (\text{крд}(A, K, 1)))^2 + (z - (\text{крд}(A, K, 3)))^2 \leq l(AB)^2 \ \& \ y = \text{крд}(A, K, 2)))$$

Спецификация приема имеет вид "тип(внешконтекст)", "напрвл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" ограничивается указанием уровня срабатывания 1. Иногда этого достаточно.

Число приемов данного типа - 6.

7. Переход от выражения с координатами к существенным числовым атомам.

Пример:

$$\forall_{ABCKa}(A \in \text{отрезок}(BC) \ \& \ \text{вправо}(\text{вектор}(BC), K) \rightarrow \text{акрд}(A, K, 1) - \text{акрд}(B, K, 1) = al(AB))$$

Пакетный индикатор "существом" проверяет, что числовой атом  $l(AB)$  - существенный.

Спецификация приема имеет вид "тип(квадркорень)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "легковидеть(существом( $l(AB)$ ))". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 2.

8. Выражение координат объекта в одной системе координат через его координаты в другой системе.

Напомним, что речь идет о приемах тождественной замены. Приемы для перехода к другой системе координат обычно бывают приемами вывода, а замена используется лишь в особых ситуациях. Пример:

$$\forall_{ABCDKQabcdefghkmnp}(Q = (A, B, C) \ \& \ D \in \text{плоскость}(ABC) \ \& \ \text{коорд}(D, Q) = (a, b) \ \& \ \text{коорд}(A, K) = (d, e, f) \ \& \ \text{коорд}(B, K) = (g, h, k) \ \& \ \text{коорд}(C, K) =$$

$$(m, n, p) \rightarrow \text{коорд}(D, K) = (d + a(g - d) + b(m - d), e + a(h - e) + b(n - e), f + a(k - f) + b(p - f))$$

Прием заменяет координаты точки в плоской системе координат на ее пространственные координаты.

Спецификация приема имеет вид "тип(эксп)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 2 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 2.

9. Задачи на преобразование либо на описание, имеющие цель "класс". Напомним, что ответ задачи на преобразование с такой целью не должен содержать описателей. В случае задачи на описание цель (класс  $A B$ ) решается для переформулировки условия принадлежности некоторому классу набора значений переменных списка  $A$ , ориентированной на исключение в задании класса переменных списка  $B$ .

- (а) Исключение вспомогательных параметров в условии задачи на преобразование, имеющей цель "класс".

Пример:

$$\forall_{ABKabc}(\text{коорд}(A, K) = (a, b) \ \& \ \text{коорд}(B, K) = (c, b) \ \& \ 0 < c - a \rightarrow \text{set}_X(X - \text{точка} \ \& \ \exists_x(x - \text{число} \ \& \ \text{коорд}(X, K) = (x, b) \ \& \ a \leq x)) = \text{луч}(AB))$$

Прием применяется в задаче на преобразование, имеющей цель "класс". Хотя бы одна переменная, выделенная комментарием "вспомпараметр", входит в выражения  $a, b, K$ . Переменные  $A, B$  не выделены как вспомогательные параметры. Заменяемый терм не расположен под квантором либо описателем. Заметим, что некоторые приемы данного типа могут не устранять описатель "класс", а лишь избавляться от вспомогательных переменных.

Спецификация приема имеет вид "тип(нормравно)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 6 и вводит фильтры "условие", "тип(преобразовать)", "цель(класс)", "контекст(список( $x4$   $a$   $b$   $K$ )входит( $x5$  параметры( $x4$ )) не(коммент(вспомпараметр переменная( $x5$ ))))", "не(контекст(подчинено(теквхожд  $x4$ ) символ( $x4$  существует класс))))", "переменная( $x26$ )", "переменная( $x27$ )", "коммент(вспомпараметр переменная( $x26$ ))", "коммент(вспомпараметр переменная( $x27$ ))", "не(равно( $x1$   $x3$ ))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 11.

- (б) Переход от координатного задания множества к бескоординатному в задаче на преобразование, имеющей цель "класс".

Отличие от предыдущего случая состоит в том, что исключения вспомогательных параметров не происходит. Пример:

$$\forall_{ABCDEKax}(\text{прямкоорд}(K) \ \& \ K = (A, B, C) \ \& \ D \in \text{прямая}(AC) \ \& \ E \in \text{прямая}(AC) \ \& \ \text{разныеточки}(D, E) \rightarrow \text{set}_X(X - \text{точка} \ \& \ \exists_x(x - \text{число} \ \& \ \text{коорд}(X, K) = (x, a))) = \text{перпендикуляр}(\text{прямая}(DE), \text{тчкоорд}(K, (0, a))))$$

Спецификация приема имеет вид "тип(общаяточка)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "условие", "тип(преобразовать)", "цель(класс)". "не(равно( $D E$ ))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 8.

- (с) Декомпозиция координатного задания множества в задаче на преобразование, имеющей цель "класс".

Пример:

$$\forall_{Kabcdfpr}(\text{прямокоорд}(K) \ \& \ 0 < a \ \& \ p = -d/a + (b^2 + c^2)/(4a^2) \ \& \ 0 < p \ \& \ r = \sqrt{p} \rightarrow \text{set}_A(A - \text{точка} \ \& \ \exists_{xy}(x - \text{число} \ \& \ y - \text{число} \ \& \ \text{коорд}(A, K) = (x, y) \ \& \ f(x, y) \ \& \ 0 < ax^2 + ay^2 + bx + cy + d)) = \text{set}_A(A - \text{точка} \ \& \ \exists_{xy}(x - \text{число} \ \& \ y - \text{число} \ \& \ \text{коорд}(A, K) = (x, y) \ \& \ f(x, y))) \setminus \text{круградиуса}(\text{тчкоорд}(K, (-b/(2a), -c/(2a))), r))$$

Спецификация приема имеет вид "тип(сохранениеменю)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит фильтры "условие", "тип(преобразовать)", "цель(класс)". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 4.

- (d) Переход к представлению множеств объектов через множество координат в задаче на преобразование, имеющей цель "класс".

Пример:

$$\forall_{KQpq}(\text{set}_A(\exists_t(A = \text{тчкоорд}(K, (p(t), q(t))) \ \& \ Q(t))) = \text{точки}(\text{set}_{xy}(\exists_t(Q(t) \ \& \ x = p(t) \ \& \ y = q(t))), K))$$

Переменные  $p, q, Q$  функциональные.

Спецификация приема имеет вид "тип(нормарккосинус)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 6 и вводит фильтры "условие", "тип(преобразовать)", "цель(класс)". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 2.

- (e) Тождественная замена, исключающая вхождение параметра, указанного в цели "класс" задачи на описание.

Пример:

$$\forall_{AKm}(\text{коорд}(A, K) = m \rightarrow A = \text{точки}(m, K))$$

Некоторая несущественная неизвестная текущей задачи входит в выражение  $A$ , не входит в выражения  $m, K$  и входит в список  $B_2$  цели (класс  $B_1 B_2$ ).

Спецификация приема имеет вид "тип(числонеизвестных)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит фильтры "условие", "тип(описать)", "контекст(неизвестная( $x_1$ ))входит( $x_1 A$ ) параметр( $x_1$ ) контекст(цель(класс  $x_2 x_3$ ) входит( $x_1 x_3$ )) не(входит( $x_1 m$ )) не(входит( $x_1 K$ )))". Он требует доработки.

Число приемов данного типа - 1.

10. Использование посылки для перехода к бескоординатному описанию множества в задаче на исследование, имеющей цель "точки".

Цель "точки" указывает на задачу, в которой требуется получить бескоординатное описание множества точек, стартуя с его координатного задания. Пример приема:

$$\forall_{Kabcd}(a = \text{точки}(b, K) \ \& \ a = c \rightarrow a \cup d = c \cup d)$$

Оба антецедента идентифицируются с посылками. Происходит следующее. Некоторое множество точек, заданное множеством  $b$  их координат в системе координат  $K$ , обозначено переменной  $a$ . В процессе решения задачи для  $a$  было найдено выражение  $c$ , не содержащее символа "точки" и не являющееся переменной. Хотелось бы просто заменить  $a$  на  $c$ . Однако, на ГЕНОЛОГе трудно это сделать так, чтобы точка привязки находилась в преобразуемом терме задачи - не понятно, по какому символу выполнить привязку. Поэтому в данном приеме предполагается, что  $a$  - операнд теоретико-множественной операции, именно - объединения. Для пересечения и разности созданы еще два приема.

Спецификация приема имеет вид "тип(ограничено)", "направл( $N$ )", "антецедент(...)", где последний элемент перечисляет номера непосредственно идентифицируемых антецедентов. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "тип(исследовать)", "цель(точки)", "не(входит(точки  $x3$ ))", "не(переменная( $x3$ ))", "переменная( $x1$ )". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 3.

11. Выражение координаты через числовые атомы.

Пример:

$$\forall_{ABK}(\text{вверх}(\text{вектор}(AB), K) \rightarrow \text{крд}(\text{вектор}(AB), K, 3) = l(AB))$$

Спецификация приема имеет вид "тип(консеквент)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" ограничивается указанием уровня срабатывания 2. Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 2.

12. Операция над множествами, заданными через координаты.

Пример:

$$\forall_{AFGK}(\text{коорд}(A, K) = \text{set}_y(G(y)) \rightarrow A \cap \text{точки}(\text{set}_x(F(x)), K) = \text{точки}(\text{set}_x(F(x) \ \& \ G(x)), K))$$

Антецедент выделен указателем "идентификатор". Его левая часть обрабатывается нормализатором "нормкоорд", определяющим уравнение  $G(y)$  для координат точек множества  $A$ .

Спецификация приема имеет вид "тип(конъюнкция)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4, вводит фильтр "тип(исследовать)" и необходимые нормализаторы. Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

### 1.2.3 Приемы эквивалентной замены

#### Общая стандартизация одного утверждения

1. Безусловная общая стандартизация одного утверждения.

Приемы общей стандартизации утверждений, не имеющие существенных посылок. Пример:

$$\forall_{ab}(b - \text{rational} \ \& \ \neg(\text{числитель}(b) - \text{even}) \ \& \ \neg(\text{знаменатель}(b) - \text{even}) \rightarrow 0 < a^b \leftrightarrow 0 < a)$$

Спецификация приема имеет вид "тип(нормэкв)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" ограничивается указанием уровня срабатывания, который в зависимости от теоремы приема варьируется от 0 до 3. Обычно этого достаточно.

Число приемов данного типа - 266.

2. Условная общая стандартизация одного утверждения.

Приемы общей стандартизации утверждений, имеющие существенные посылки. Пример:

$$\forall_{abc}(\text{непересек}(a, b) \rightarrow b \subseteq c \leftrightarrow b \subseteq a \cup c)$$

Замена выполняется справа налево. Антецедент обрабатывается проверочным оператором.

Спецификация приема имеет вид "тип(числооперандов)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" ограничивается указанием уровня срабатывания 2 либо 3. Иногда вводит ряд дополнительных фильтров, блокирующих усложнение утверждения относительно неизвестных, переменных связывающей приставки либо неконстантных термов. Обычно получается приемлемый прием.

Число приемов данного типа - 324.

3. Общая стандартизация одного утверждения, использующая нормализатор приведения к заданным заголовкам.

Пример:

$$\forall_{abcde}(a + b = de \ \& \ c = df \ \& \ \neg(d = 0) \rightarrow a + b = c \leftrightarrow e = f)$$

Для разложения на множители антецеденты используют нормализатор "факторизация".

Спецификация приема имеет вид "тип(упрощдн)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" ограничивается указанием уровня срабатывания 4. Он не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 1.

## 4. Элементарная переформулировка с исключением сложного понятия.

Пример:

$\forall_{A, f, x, y} (\text{группа}(A) \ \& \ f = \text{операция}(A) \ \& \ x \in \text{носитель}(A) \ \& \ y \in \text{носитель}(A) \rightarrow \text{коммутатор}(x, y, A) = \text{единица}(f) \leftrightarrow f(x, y) = f(y, x))$

Спецификация приема имеет вид "тип(обрыв)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" ограничивается указанием уровня срабатывания 2. Иногда вводит ряд дополнительных фильтров, блокирующих ухудшение ситуации в прочих отношениях (усложнение относительно неизвестных и т.п.). Обычно этого достаточно.

Число приемов данного типа - 6.

## 5. Дизъюнктивно-конъюнктивная декомпозиция элементарного утверждения.

## (a) Конъюнктивная декомпозиция элементарного утверждения.

## i. Конъюнктивная декомпозиция элементарного утверждения.

Это - общий случай конъюнктивной декомпозиции, выполняемой безотносительно к наличию специальной цели. Фильтры приемов данного типа и его подтипов лишь блокируют действия, идущие вразрез с текущими целями. Выбор между данным типом и подтипами предоставляется доводчику. Пример:

$\forall_{abc} (c \subseteq a \setminus b \leftrightarrow c \subseteq a \ \& \ \text{непересек}(b, c))$

Спецификация приема имеет вид "тип(огрсверху)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 2 и вводит фильтры "или(посылка не(тип(описать)) и(или(и(антецедент(теквхожд) не(цель(редакция))) и(или(не(цель(редакция)) цель(нормантецеденты)) не(цель(свертка)) или(не(известно(корень)) не(цель(соединение)))))) или(цель(развертка) и(или(не(неизвестная( $c$ )) не(цель(редакция))) или(известно( $c$ ) не(известно( $a$ )) не(известно( $b$ ))))))", "или(и(тип(доказать) условие) не(контекст(операнд( $x_5$  теквхожд) символ( $x_5$  не))))", "или(константа( $c$ ) не(константа( $a$ )) не(константа( $b$ )))", "не(контекст(подчинено(теквхожд  $x_4$ ) символ( $x_4$  длялюбого существует класс отображение) входит( $c$  связприставка( $x_4$ )) не(входит( $c$   $a$ )) не(входит( $c$   $b$ ))))". Хотя процесс обучения справочника продолжается, уже в этом виде он обычно дает приемлемые приемы.

Число приемов данного типа - 76.

## ii. Конъюнктивная декомпозиция элементарной посылки.

Здесь декомпозируется посылка, что приводит к расформированию ее в группу других посылок. Уровень срабатывания у приемов данного типа меньше, чем у предыдущего типа. Пример - теорема из предыдущего пункта. Вместо длинного списка фильтров ее сопровождают лишь два - "посылка" и "корень". Уровень срабатывания приема здесь равен 0, причем прием преобразует даже утверждения, сопровождающие по о.д.з.

Спецификация приема имеет вид "тип(транслзамена)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 0, вводит фильтры "посылка" и "корень", а также указатель "сопровождение". Иногда создаются дополнительные фильтры. Обычно этих возможностей достаточно.

Число приемов данного типа - 22.

iii. Конъюнктивная декомпозиция элементарного утверждения в условии.

Подтип общего случая, выделяющий приемы, для которых желательна ускоренная конъюнктивная декомпозиция в условии задачи на описание либо на доказательство. Пример:

$$\forall_{abc}(b\text{-число} \& c\text{-число} \rightarrow a \in (b, c) \leftrightarrow a\text{-число} \& 0 < a-b \& 0 < c-a)$$

Спецификация приема имеет вид "тип(стандн)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" допускает варьирование уровня срабатывания от 0 до 3. В данном примере он вводит фильтры "условие", "или(не(тип(описать)) антецедент(теквхожд) и(не(цель(свертка)) или(не(известно(корень)) не(цель(соединение)))))", "или(тип(доказать) не(контекст(операнд(х4 теквхожд) символ(х4 не))))". Справочник недоработан.

Число приемов данного типа - 1.

iv. Конъюнктивная декомпозиция элементарного утверждения в посылке.

Пример:

$$\forall_{abc}(b\text{-число} \& c\text{-число} \rightarrow a \in (b, c) \leftrightarrow a\text{-число} \& b < a \& a < c)$$

Преобразуемое утверждение расположено в посылке, но не обязательно корневое.

Спецификация приема имеет вид "тип(упрощобъединение)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" ограничивается указанием уровня срабатывания 0, вводом фильтра "посылка" и указателя "сопровождение". Он требует доработки.

Число приемов данного типа - 1.

(b) Дизъюнктивная декомпозиция элементарного утверждения.

i. Дизъюнктивная декомпозиция элементарного утверждения.

Пример:

$$\forall_{abc}(a \in b \cup c \leftrightarrow a \in b \vee a \in c)$$

Спецификация приема имеет вид "тип(сверткаварианта)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 2 и вводит фильтры "или(посылка не(тип(описать)) и(не(цель(свертка)) или(не(известно(корень)) и(не(цель(соединение)) или(не(цель(редакция)) не(цель(и)))))) или(цель(развертка) и(или(не(неизвестная(х1)) не(цель(редакция))) или(известно( $a$ ) не(известно( $b$ )) не(известно( $c$ ))))))", "конец(или(не(корень) и(условие или(не(тип(преобразовать)) не(цель(посылки))))))", "или(константа( $a$ ) не(константа( $b$ )) не(константа( $c$ )))", "не(контекст(подчинено(теквхожд х4) символ(х4 длялюбого

существует класс отображение) входит( $a$  связприставка( $x4$ )) не(входит( $a b$ )) не(входит( $a c$ )))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 12.

- ii. Дизъюнктивная декомпозиция под корневым отрицанием в посылке.

Примером может служить теорема из предыдущего пункта. Прием применяется к дизъюнкции, расположенной под корневым отрицанием посылки, после чего эта посылка расформируется в две новых посылки. Уровень срабатывания равен 0.

Спецификация приема имеет вид "тип(усмнечетнаяфункция)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 0, вводит фильтры "посылка", "отр" и указатель "сопровождение". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 2.

- (с) Дизъюнктивно-конъюнктивная декомпозиция элементарного утверждения.

- i. Дизъюнктивно-конъюнктивная декомпозиция элементарного утверждения.

Пример:

$$\forall_{abcd}(a \times b \subseteq c \times d \leftrightarrow a \subseteq c \ \& \ b \subseteq d \ \vee \ a = \emptyset \ \vee \ b = \emptyset)$$

Спецификация приема имеет вид "тип(множество)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 2 и вводит фильтр "или(посылка не(тип(описать))и(не(цель(свертка)) или не(известно(корень)) не(цель(соединение))))". В других примерах список фильтров пополняется дополнительными элементами. Создаваемые приемы в большинстве случаев уже приемлемы.

Число приемов данного типа - 12.

- ii. Дизъюнктивно-конъюнктивная декомпозиция в условии задачи на описание.

Вариант общего случая дизъюнктивно-конъюнктивной декомпозиции, выбор которого определяется примеркой на задачах. Пример:

$$\forall_{ab}(0 \leq a \ \& \ 0 \leq b \rightarrow a + b = 0 \leftrightarrow a = 0 \ \& \ b = 0)$$

Декомпозируемое равенство - условие задачи на описание либо расположено под корневым отрицанием в условии. Выражение  $a$  имеет своим сомножителем степенное выражение с неконстантным основанием. Данная попытка декомпозиции чаще оказывается успешной в условиях, нежели в посылках; этим и обусловлен выбор данного типа приема.

Спецификация приема имеет вид "тип(дескриптор)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 2 и вводит фильтры "условие", "тип(описать)", "отрицание". Он требует доработки.

Число приемов данного типа - 6.



- iii. Дизъюнктивно-конъюнктивная декомпозиция в условии задачи на доказательство.

Некоторые случаи декомпозиции имеют смысл, главным образом, в условиях задач на доказательство. Пример:

$$\forall_{ABCD}(\text{параллелограмм}(ABCD) \leftrightarrow \text{прямая}(AB) \parallel \text{прямая}(CD) \& \text{прямая}(BC) \parallel \text{прямая}(AD))$$

В случае посылки вместо данной эквивалентной замены работает вывод следствий.

Спецификация приема имеет вид "тип(конструктор)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания  $\exists$ , вводит фильтры "условие", "тип(доказать)" и указатель "сопровождение". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 27.

## 6. Ориентация равенства.

- (a) Ориентация равенства, приводящая к исключению понятия.

Прием ориентирует равенство, выражающее сложное понятие через более простые, таким образом, чтобы общий прием применения этого равенства для стандартизации обозначений исключил данное понятие. Пример:

$$\forall_{ab}(a = \text{card}(b) \leftrightarrow \text{card}(b) = a)$$

Перестановка частей равенства при идентификации заблокирована. Выражение  $a$  не содержит символа "мощность" и не содержит невырожденных числовых атомов. Преобразуемое утверждение представляет собой посылку задачи. В приемах данного типа замена всегда происходит слева направо.

Спецификация приема имеет вид "тип(Равно)". Иногда имеются сопровождающие элементы, уточняющие вид заменяющего термина:

- i. числпарам. Проверяется отсутствие в заменяющем терме невырожденных числовых атомов.
- ii. символы( $s_1, \dots, s_n$ ). Заменяющий терм не содержит символов  $s_1, \dots, s_n$ .
- iii. параметр. Заменяемый терм содержит несущественную неизвестную, а заменяющий - не содержит никаких неизвестных.
- iv. заголовок( $s_1, \dots, s_n$ ). Перестановка выполняется несмотря на блокирующий ее комментарий "ориентация равенства", если заменяющий терм будет иметь своим заголовком один из символов  $s_1, \dots, s_n$ .
- v. переменная. Заменяющий терм представляет собой переменную.
- vi. неизвестная. Заменяющий терм представляет собой неизвестную.

Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания  $\exists$ , вводит фильтры "посылка", "корень" и дополнительные фильтры, соответственно указаниям на вид заменяющего термина. Кроме того, вводятся указатели "коммутативно(фикс(0 1))" и "примечание(ориентация равенства)".

Последний комментарий блокирует действия общего приема, ориентирующего равенства из своих соображений. Указанных действий справочника обычно достаточно.

Число приемов данного типа - 39.

(b) Ориентация равенства, приводящая к использованию понятия.

Прием ориентирует равенство таким образом, чтобы стандартизация с его помощью обеспечивала появление понятий, на которые ориентированы прочие приемы решателя. Пример:

$$\forall_{AB} a (\text{отрезок}(AB) = a \leftrightarrow a = \text{отрезок}(AB))$$

Переменная  $a$  идентифицируется с переменной. Прием применяется к посылке задачи на исследование.

Спецификация приема имеет вид "тип(возрастаниедлин)". Иногда имеются сопровождающие элементы, уточняющие вид заменяемого термина:

- i. переменная. Заменяемый терм - переменная, не входящая в заменяющий терм.
- ii. вспомпараметр. Заменяемый терм содержит переменную, выделенную комментарием "вспомпараметр".
- iii. числовой атом( $n$ ). Находится  $n$ -й операнд заменяющего термина. Как он, так и заменяемый терм должны содержать невырожденный числовой атом, а прочие операнды заменяющего термина - не должны.

Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 0 и вводит фильтры "тип(исследовать)", "корень", а также дополнительные фильтры согласно условиям на вид заменяемого термина. Кроме того, вводятся указатели "коммутативно(фикс(0 1))" и "примечание(ориентацияравенства)". Обычно этого достаточно.

Число приемов данного типа - 8.

7. Усиление утверждения.

(a) Усиление утверждения.

Вообще говоря, целесообразность усиления утверждения зависит от контекста. Если это утверждение требуется доказать, то усиление его может лишь усложнить задачу; если это утверждение - посылка, то задача будет упрощена. В данном типе собраны случаи, когда усиление, по-видимому, безопасно в любом контексте. Пример:

$$\forall_{abx} (a \leq x \ \& \ x - \text{целое} \ \& \ b - a = 1 \rightarrow x < b \leftrightarrow x = a)$$

Переменные  $a, b$  идентифицируются с целочисленными константами. Первый антецедент идентифицируется с утверждением из контекста.

Спецификация приема имеет вид "тип(занесениеусловия)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" ограничивается указанием уровня срабатывания 2. Он требует доработки.

Число приемов данного типа - 5.

## (b) Усиление посылки.

Пример:

$$\forall_n(n - \text{целое} \rightarrow 0 < n \leftrightarrow 0 \leq n - 1)$$

Заменяемое утверждение расположено в посылке, причем не внутри подтерма с заголовком "не". Существует посылка с заголовком "целое", "натуральное" либо "четное". Антецедент обрабатывается проверочным оператором.

Спецификация приема имеет вид "тип(явное)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 1 и вводит фильтр "или(посылка контекст(подчинено(теквхожд x1)символ(x1 отображение)) и(тип(описать) контекст(ключ(цели серия x1)пересекаются(x1 параметры(теквхожд))))))". Он требует доработки. Заметим, что указанный фильтр допускает применение приема не только в посылках, но и в ряде других контекстов.

Число приемов данного типа - 20.

## 8. Константные выражения.

## (a) Упрощение утверждения относительно неконстантных выражений.

Пример:

$$\forall_{abcd}(0 < a \ \& \ 0 < c \rightarrow a\sqrt{b} - c\sqrt{d} = 0 \leftrightarrow a^2b - c^2d = 0)$$

Выражения  $b, d$  неконстантные, а выражения  $a, c$  - константные.

Спецификация приема имеет вид "тип(удалениезамечания)", "направл( $N$ )", "переменные( $S$ )", где  $S$  - список переменных, идентифицируемых с неконстантными выражениями. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 0 и вводит фильтры "не(константа( $b$ ))", "не(константа( $d$ ))", "константа( $a$ )", "константа( $c$ )". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

## (b) Упрощение условия задачи на доказательство относительно неконстантных выражений.

Это - подтип предыдущего типа. Целесообразность использования его определяется доводчиком приемов. Пример:

$$\forall_{abcd}(0 < c \ \& \ 0 < d \ \& \ 0 \leq b \ \& \ 0 \leq a \rightarrow 0 \leq cb^2 - da^2 \leftrightarrow 0 \leq \sqrt{cb} - \sqrt{da})$$

Прием применяется в условии задачи на доказательство. Переменные  $c, d$  идентифицируются с произведениями всех константных множителей. Проверяется, что хотя бы одно из выражений  $a, b$  неконстантное.

Попытка создать по данной теореме прием, не ограниченный условиями задачи на доказательство, наталкивается на конфликты, проистекающие из расширенного толкования точных квадратов. Именно, если в контексте

встречается терм  $\sqrt{A}$ , то даже обычная переменная  $A$  будет рассматриваться процедурой "выделениестепени" как точный квадрат. Оказывается, что в посылках такое толкование нежелательно (решения ряда задач утрачиваются), а в условиях - иногда необходимо.

Возможно, следовало бы не вводить данный тип, а отнести указанный пример к предыдущему типу, уточнив создание фильтров и указателей. Напомним в этой связи, что приводится лишь предварительная сортировка приемов, основанная на достаточно сыром материале. Приближение к "идеальной" с точки зрения автоматического синтеза классификации приемов потребует длительного итеративного процесса. Впрочем, даже имеющаяся версия логического ассемблера во многих случаях неплохо справляется со своими задачами.

Спецификация приема имеет вид "тип(окончание)", "направл( $N$ )", "переменные( $S$ )". Здесь  $S$  - список переменных, хотя бы одна из которых должна идентифицироваться с неконстантным выражением. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 0 и вводит фильтры "условие", "тип(доказать)", "константа( $c$ )", "константа( $d$ )", "или(не(константа( $a$ )) не(константа( $b$ )))". Он не проработан.

Число приемов данного типа - 1.

- (с) Общая стандартизация, использующая вычисления с константными термами.

Пример:

$$\forall_{kmnp}(p = \text{нок}(m, n) \rightarrow m|k \ \& \ n|k \leftrightarrow p|k)$$

Переменные  $m, n$  идентифицируются с натуральными константами. Антецедент выделен указателем "программа".

Спецификация приема имеет вид "тип(титр)", "направл( $N$ )", "см(...)", где последний элемент фиксирует типы константных значений переменных. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 2 и вводит фильтры, задающие типы константных значений. Вводится также указатель "программа" на обработку антецедента. Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 9.

## 9. Общая стандартизация с исключением квантора.

- (а) Общая стандартизация с исключением квантора.

К этому типу отнесены приемы, которые не просто исключают квантор, но еще и не переходят к сложным понятиям. Пример:

$$\forall_m(m - \text{натуральное} \rightarrow \forall_n(n - \text{натуральное} \rightarrow m|n) \leftrightarrow m = 1)$$

Спецификация приема имеет вид "тип(пример)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 1 и вводит фильтр "или(посылка не(тип(описать)) не(цель(развертка)))". Обычно этого достаточно.

Число приемов данного типа - 44.

- (b) Общая стандартизация с частичным исключением квантора.

К этому типу относятся преобразования типа общей стандартизации, уменьшающие число кванторов либо число переменных связывающей приставки. Пример:

$$\forall_{ABm}(m - \text{натуральное} \rightarrow \forall_k(k - \text{натуральное} \ \& \ m \leq k \rightarrow \exists_x(0 \leq k + A(x) \ \& \ B(x))) \leftrightarrow \exists_x(0 \leq m + A(x) \ \& \ B(x)))$$

Спецификация приема имеет вид "тип(хэшзадачи)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 1. Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 5.

- (c) Развертка квантора существования в дизъюнкцию.

Пример:

$$\forall_{fmpkpx}(p = k - m \ \& \ k - \text{целое} \ \& \ m - \text{целое} \rightarrow \exists_n(n - \text{целое} \ \& \ f(n) \ \& \ m \leq n \ \& \ n \leq k) \leftrightarrow \exists_l(l \in \{0, \dots, p\} \ \& \ f(m + l)))$$

Первый антецедент выделен указателем "идентификатор". После упрощения  $p$  оказывается десятичным числом, не превосходящим 8. Заменяющий квантор существования выделен указателем "или", разворачивающим его в дизъюнкцию.

Спецификация приема имеет вид "тип(пряменьше)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" ограничивается указанием уровня срабатывания 1. Он не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 9.

- (d) Развертка квантора общности в конъюнкцию.

Пример:

$$\forall_{Pkmn}(k = n - m + 1 \rightarrow \forall_i(i \in \{m, \dots, n\} \rightarrow P(i)) \leftrightarrow \forall_j(j \in \{1, \dots, k\} \rightarrow P(m + j - 1)))$$

Переменные  $k, m, n$  идентифицируются с целочисленными константами, причем  $k$  меньше 9.

Спецификация приема имеет вид "тип(таблица)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" ограничивается указанием уровня срабатывания 1. Он не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 5.

10. Общая стандартизация с исключением описателя.

Пример:

$$\forall_{abc}(\text{card}(\text{set}_x(x - \text{число} \ \& \ ax^2 + bx + c = 0)) = 2 \leftrightarrow 0 < b^2 - 4ac)$$

Спецификация приема имеет вид "тип(списокзадач)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" ограничивается указанием уровня срабатывания 1. Иногда этого достаточно.

Число приемов данного типа - 7.

## 11. Свертка дизъюнкции.

Пример:

$$\forall_{ab}(a = b \vee a < b \leftrightarrow a \leq b)$$

Спецификация приема имеет вид "тип(полный)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 1 и вводит фильтр "или(не(корень)и(условие не(тип(описать)))комментусловия(разборслучаев))". Вводится также указатель "дизъюнктоперанд". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 8.

## 12. Свертка конъюнкции.

Пример:

$$\forall_{ab}(\neg(a = b) \& a \leq b \leftrightarrow a < b)$$

Спецификация приема имеет вид "тип(блоктеорем)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" ограничивается указанием уровня срабатывания 2. Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 10.

## 13. Расшифровка служебного символа "одз".

При формулировке задачи иногда допускается использование служебного символа "одз". Для исключения его созданы специальные приемы. Пример:

$$\forall_{bcdfgh}(d = \text{set}_x(g(x) \& \text{одз}(h(x))) \& f = \lambda_x(h(x), g(x)) \rightarrow \text{Max}(f, \text{одз}, b, c) \leftrightarrow \text{Max}(f, d, b, c))$$

Первый антецедент выделен указателем "идентификатор". Компилятор ГЕНОЛОГа использует при формировании его правой части процедуру "Одз", находящую список утверждений, выражающих условия на о.д.з. для выражения  $h(x)$ . Затем правая часть антецедента упрощается.

Спецификация приема имеет вид "тип(бинарнаяоперация)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 0. Он требует доработки.

Число приемов данного типа - 2.

**Общая стандартизация группы утверждений**

## 1. Общая стандартизация группы посылок.

Пример:

$$\forall_{ab}(\neg(a = b) \& a \leq b \leftrightarrow a < b)$$

Спецификация приема имеет вид "тип(заменатермов)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 2 и вводит фильтр "посылка". Обычно этого достаточно.

Число приемов данного типа - 8.

2. Общая стандартизация группы кванторных посылок с одинаковыми антецедентами.

Пример:

$$\forall_{Afg}(\forall_x(A(x) \rightarrow f(x) \leq g(x)) \& \forall_y(A(y) \rightarrow g(y) \leq f(y)) \leftrightarrow \forall_x(A(x) \rightarrow f(x) = g(x)))$$

Спецификация приема имеет вид "тип(окрестность)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 2, вводит фильтры "посылка", "равнойдлины( $x, y$ )" и указатели "кортежпеременных( $x$ )", "кортежпеременных( $y$ )", "внешнийквантор(фикс(0 1 1))", "внешнийквантор(фикс(0 1 2))", "отображение( $f g A$ )". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 2.

3. Общая стандартизация группы условий задачи на описание.

Хотя общую стандартизацию группы условий или группы посылок может задавать одна и та же теорема, но заголовки приемов здесь должны быть разными. Поэтому и типы приемов различны. Пример:

$$\forall_{abc}(\neg(b \in \{; c\}) \rightarrow \neg(a = b) \& a \in \{b; c\} \leftrightarrow a \in \{; c\})$$

Прием применяется к паре условий задачи на описание. Антецедент обрабатывается проверочным оператором.

Спецификация приема имеет вид "тип(заменаусловия)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 2 и вводит фильтры "условие", "тип(описать)". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 11.

4. Исключение описателя в группе посылок с помощью вспомогательной задачи на описание.

Пример:

$$\forall_{AKPQa}(\text{set}_x(P(x) \& Q(x)) = a \rightarrow A \in \text{точки}(\text{set}_x(P(x)), K) \& A \in \text{точки}(\text{set}_x(Q(x)), K) \leftrightarrow A \in \text{точки}(a, K))$$

Антецедент выделен указателем "идентификатор". Утверждение под описателем разрешается относительно  $x$  при помощи задачи на описание, а затем описатель упрощается задачей на преобразование. Результатом служит выражение  $a$  без связанных переменных.

Спецификация приема имеет вид "тип(Ключ)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит фильтр "не(входит(класс  $a$ ))". Он требует доработки.

Число приемов данного типа - 1.

### Сокращенная переформулировка

1. Дизъюнктивно - конъюнктивная свертка в условии задачи на свертку.

Пример:

$$\forall_{abc}(a \in b \cup c \leftrightarrow a \in b \vee a \in c)$$

Замена выполняется справа налево. Заменяемая дизъюнкция входит в условие задачи на описание, либо имеющей цель "свертка", либо - цель "соединение"; в последнем случае дизъюнкция не должна содержать неизвестных. Переменные дизъюнкции не связаны внешними кванторами и описателями.

Спецификация приема имеет вид "тип(сборка)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 1 и вводит фильтры "условие", "тип(описать)", "или(цель(свертка)и(цель(соединение)известно( $a$ )известно( $b$ ) известно( $c$ )))", "свобоперанд(фикс(0 2 1))", "свобоперанд(фикс(0 2 2))". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 27.

2. Сокращенная переформулировка группы условий задачи на свертку.

Пример:

$$\forall_{abc}(\text{непересек}(c, a \cup b) \leftrightarrow \text{непересек}(a, c) \ \& \ \text{непересек}(b, c))$$

Замена выполняется справа налево, причем конъюнктивные члены заменяемой части идентифицируются с условиями задачи на описание, имеющей цель "свертка" либо "соединение".

Спецификация приема имеет вид "тип(соединение)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровни срабатывания 1,3 и 5, а также вводит фильтры "условие", "тип(описать)", "или(цель(свертка) и(цель(соединение) известно( $a$ ) известно( $b$ ) известно( $c$ )))". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 22.

3. Свертка группы известных условий задачи на описание при редактировании ответа.

Пример:

$$\forall_{ab}(a + b < 0 \ \& \ 0 < a - b \leftrightarrow b + |a| < 0)$$

Конъюнктивные члены левой части идентифицируются с условиями задачи на описание, имеющей цель "редакция". Они не содержат неизвестных и не используются для сопровождения по о.д.з. Левая часть первого из них не имеет вида " $AX + B$ ", где  $A, B$  - константы,  $X$  - переменная.

Спецификация приема имеет вид "тип(комментарииусловия)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровни срабатывания 2,4,6 и вводит фильтры "условие", "тип(описать)", "цель(редакция)", "не(сопровождение)", "не(цель(или))", "известно( $a$ )", "известно( $b$ )". Он недоработан.

Число приемов данного типа - 6.



- Упрощение известного условия для параметров при редактировании ответа задачи на описание.

Пример:

$$\forall_{abc mn} (a + bc^{m/n} = 0 \leftrightarrow a^n + b^n c^m = 0)$$

Заменяемый терм находится под корневым отрицанием в условии задачи на описание, имеющей цель "редакция". Он не содержит неизвестных. Переменные  $m, n$  идентифицируются с натуральными константами, причем  $n$  - с нечетной константой. Проверяется, что после стандартизации заменяющий терм короче заменяемого. Замена выполняется, даже если преобразуемое условие используется для сопровождения по о.д.з.

Спецификация приема имеет вид "тип(равнойдлины)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит фильтры "тип(описать)", "условие", "цель(редакция)", "известно(теквхожд)". Он недоработан.

Число приемов данного типа - 10.

## Кванторные свертки и расшифровки

- Кванторная свертка.

Приемы этого типа преобразуют кванторные утверждения в элементарные.  
Пример:

$$\forall_{ab} (a \subseteq b \leftrightarrow \forall_c (c \in a \rightarrow c \in b))$$

Преобразование применяется справа налево. Прием имеет множество фильтров, так как данное преобразование не всегда полезно. Практически все эти фильтры синтезируются автоматически (см. ниже).

Спецификация приема имеет вид "тип(кванторнаясвертка)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 0 и вводит фильтры "или(не(тип(описать)) и(или(посылка и(или(не(цель(редакция)) не(цель(попыткапараметризации))) не(цель(учетответа)) не(цель(вычисление)) комментусловия( параметризация) комментусловия(серия))) не(цель(развертка))))", "коммент(кванторнаясвертка)", "или(и(условие не(тип(описать))) комментусловия(кванторнаясвертка))", "или(не(тип(преобразовать)) заголовок(теквхожд длялюбого) не(цель(посылки)))", "или(и(не(тип(преобразовать)) не(тип(доказать))) не(посылка) заголовок(корень длялюбого) не(корень))". Для почти всех приемов данного типа этого достаточно.

Число приемов данного типа - 51.

- Свертка квантора существования в консеквенте кванторного условия задачи на описание.

Пример:

$$\forall_{AGP_fyz}(\text{группа}(G) \& f = \text{операция}(G) \& A = \text{носитель}(G) \& f(z) \in A \rightarrow \exists_x(y = f(\text{суффикс}(z, x)) \& P(x)) \leftrightarrow y \in A \& P(f(\text{обрэлемент}(f(z), f), y)))$$

Спецификация приема имеет вид "тип(ветвьоглавления)", "направл(N)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "условие", "тип(описать)", "консеквент(теквхожд)". Он требует доработки.

Число приемов данного типа - 2.

### 3. Кванторная расшифровка.

Приемы данного типа преобразуют бескванторное утверждение (возможно, с описателями) в утверждение с кванторами. Имеется множество частных случаев данного типа, приводимых ниже. Иногда они вводятся доводчиком, если прием общего вида приводит к нежелательным явлениям. Иногда - дополняют прием общего вида, но имеют другой уровень срабатывания. Пример приема данного типа:

$$\forall_{afg}(\neg(\text{set}_x f(x) = \emptyset) \rightarrow a \in \bigcap_{x, f(x)} g(x) \leftrightarrow \forall_x(f(x) \rightarrow a \in g(x)))$$

Прием имеет множество фильтров, однако практически все они синтезируются автоматически.

Спецификация приема имеет вид "тип(теквхожд)", "направл(N)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит фильтры "или(тип(доказать) и(тип(описать) или(цель(развертка) и(не(цель(редакция) или(посылка не(известно(теквхожд)))))))", "или(посылка не(тип(описать)) цель(развертка) и(или(не(неизвестная(a) не(цель(редакция))) или(известно(a) не(известно(фикс(0 1 2))))))", "не(контекст(подчинено(теквхожд x2) символ(x2 длялюбого существует класс отображение) входит(a связприставка(x2) не(входит(a фикс(0 1 2))))))". Вводится также указатель "замечание(кванторная свертка)". Почти всегда этого достаточно.

Число приемов данного типа - 7.

### 4. Кванторная расшифровка в условии задачи на доказательство.

Появление квантора в условии задачи на доказательство обычно сразу же приводит к его устранению. Поэтому приемы, выполняющие кванторную расшифровку в данном контексте, имеют определенный приоритет и выделяются в отдельный тип. Обычно приемы данного типа имеют большой уровень срабатывания, так как во многих случаях доказать утверждение удается без расшифровки. Пример:

$$\forall_{ab}(a \subseteq b \leftrightarrow \forall_c(c \in a \rightarrow c \in b))$$

Прием применяется к подутверждению условия задачи на доказательство - корневому либо расположенному под корневым отрицанием. В первом случае уровень срабатывания равен 6, иначе - 7.

Спецификация приема имеет вид "тип(развертка)", "направл(N)". Справочник "заголовокприема" указывает уровни срабатывания 6 и 7. Вводятся фильтры

"условие", "тип(доказать)", "отрицание", "альтернатива(корень уровень(6) уровень(7))" и указатель "замечание(кванторнаясвертка)". Обычно этого достаточно.

Число приемов данного типа - 74.

##### 5. Кванторная расшифровка посылки, приводящая к квантору общности.

Пример:

$$\forall_{AGaf}(f = \text{операция}(G) \ \& \ a \in \text{носитель}(G) \ \& \ A \subseteq \text{носитель}(G) \ \& \ \text{группа}(G) \rightarrow \text{порождэлемент}(a, A, G) \leftrightarrow a \in A \ \& \ \forall_x(x \in A \rightarrow \exists_n(n\text{-целое} \ \& \ x = \text{алгстепень}(a, f, n))))$$

Прием применяется к посылке. Уровень срабатывания равен 4. Фактически, это просто расшифровка по определению. Такого рода приемы создаются "на первое время", пока не накоплены средства для работы с понятием, не прибегающие к его расшифровке. В дальнейшем либо увеличивается уровень срабатывания этих приемов, либо они вообще удаляются.

Спецификация приема имеет вид "тип(задача)", "направл(N)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 8, вводит фильтры "посылка", "корень" и указатели "примечание(кванторнаясвертка)", "примечание(контрольвывода)". Он недоработан.

Число приемов данного типа - 3.

##### 6. Кванторная расшифровка посылки, приводящая к квантору существования.

Примеры:

$$\forall_{mn}(m|n \leftrightarrow \exists_k(k\text{-целое} \ \& \ n = mk))$$

Прием применяется к посылке задачи на доказательство, либо на исследование, либо задачи на описание, не имеющей цели "прямойответ". Вводится комментарий "кванторнаясвертка". Уровень срабатывания равен 6.

$$\forall_{Ax}(A \subseteq \mathbb{R} \ \& \ x\text{-число} \rightarrow \text{граничнточка}(x, A) \leftrightarrow \forall_b(b\text{-число} \ \& \ 0 < b \rightarrow \exists_y(y \in A \ \& \ |x - y| < b) \ \& \ \exists_y(y\text{-число} \ \& \ \neg(y \in A) \ \& \ |x - y| < b)))$$

Аналогично предыдущему, но преобразуемое утверждение расположено под корневым отрицанием посылки.

Спецификация приема имеет вид "тип(облнорм)", "направл(N)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 6, вводит фильтры "посылка", "корень" либо (для второго примера) "отр", "или(тип(доказать)тип(исследовать) и(тип(описать)не(цель(прямойответ))))" и указатель "примечание(кванторнаясвертка)". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 17.

##### 7. Кванторная расшифровка утверждения с описателями.

- (a) Кванторная расшифровка утверждения с описателями.

Пример:

$$\forall_{Pb}(\text{нижняягрань}(b, \text{set}_x(P(x))) \leftrightarrow b - \text{число} \ \& \ \forall_c(P(c) \rightarrow b \leq c))$$

Спецификация приема - "тип(точкапрямой)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 1 и вводит фильтры "или(посылка не(тип(описать)) и(не(цель(свертка)) или(цель(развертка)) и(или(не(неизвестная( $b$ ))не(цель(редакция))) или(известно( $b$ )) не(известно(фикс(0 1 2))))))", "не(контекст(подчинено(теквхожд  $x1$ ) символ( $x1$  для любого существует класс отображение) входит( $b$  связприставка( $x1$ )) не(входит( $b$  фикс(0 1 2))))". Вводятся также указатели "примечание(условие(или(посылка тип(описать)) кванторнаясвертка))", "примечание(условие(или(посылка тип(описать)) смантецеденты)". В большинстве случаев этого достаточно.

Число приемов данного типа - 19.

- (b) Кванторная расшифровка в условии задачи на описание, исключаящая описатель с неизвестными.

Пример:

$$\forall_{PQ}(\text{set}_x(P(x)) = \text{set}_y(Q(y)) \leftrightarrow \forall_x(P(x) \rightarrow Q(x)) \ \& \ \forall_x(Q(x) \rightarrow P(x)))$$

Прием применяется к равенству в условии задачи на описание, причем обе части этого равенства содержат неизвестные.

Спецификация приема имеет вид "тип(разныестороны)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит фильтры "условие", "тип(описать)", "не(известно(фикс(0 1 1)))", "не(известно(фикс(0 1 2)))". "равнойдлины( $x$   $y$ )". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

- (c) Кванторная расшифровка в условии задачи на поиск примера, исключаящая неизвестный описатель.

Пример:

$$\forall_{Pa}(\text{set}_x(P(x)) = a \leftrightarrow \forall_x(P(x) \rightarrow x \in a) \ \& \ \forall_x(x \in a \rightarrow P(x)))$$

Прием применяется к равенству в условии задачи на описание, имеющей цель "пример". Левая его часть содержит неизвестные, а правая - не содержит.

Спецификация приема имеет вид "тип(Отображение)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит фильтры "условие", "тип(описать)", "цель(пример)", "не(известно(фикс(0 1 1)))", "известно( $a$ )". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

8. Кванторная расшифровка, приводящая к параметрическому описанию класса.

Пример:

$$\forall_{ABfx}(f = \text{операция}(A) \rightarrow \text{левсмежнкласс}(x, A, B) \leftrightarrow \exists_y(y \in \text{носитель}(A) \ \& \ x = \text{set}_z(\exists_u(u \in B \ \& \ z = f(y, u))))))$$

Преобразуемое утверждение расположено непосредственно под описателем "класс". В условии задач на преобразование прием не применяется.

Спецификация приема имеет вид "тип(нормразность)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит фильтры "или(посылка не(тип(преобразовать)))", "контекст(операнд( $x_1$  теквхожд)символ( $x_1$  класс))". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 2.

#### 9. Кванторная расшифровка константного условия при реактировании ответа.

Пример:

$$\forall_{Aaf}(\text{группа}(A) \ \& \ f = \text{операция}(A) \rightarrow \text{подгруппа}(a, A) \leftrightarrow a \subseteq \text{носитель}(A) \ \& \ \forall_{xy}(x \in a \ \& \ y \in a \rightarrow f(x, y) \in a) \ \& \ \forall_x(x \in a \rightarrow \text{обрэлемент}(x, f) \in a))$$

Прием применяется к подутверждению константного условия задачи на описание, имеющей цель "редакция". Эта задача имеет хотя бы одну неизвестную, так что целесообразна попытка распознать истинность либо ложность сопровождающего константного условия.

Спецификация приема имеет вид "тип(пунктыоглавления)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 1, вводит фильтры "тип(описать)", "условие", "константа(корень)", "цель(редакция)", "не(равно(числонеизвестных 0))" и указатели "примечание(квантонаясвертка)", "примечание(смантецеденты)". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 2.

#### 10. Кванторная расшифровка под квантором.

(а) Кванторная расшифровка под квантором.

Пример:

$$\forall_{Aa}(A - \text{set} \ \& \ A \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \text{предельнточка}(a, A) \leftrightarrow a - \text{число} \ \& \ \forall_x(x - \text{число} \ \& \ 0 < x \rightarrow \exists_y(y \in A \ \& \ \neg(y = a) \ \& \ |a - y| < x))$$

Преобразуемое утверждение расположено внутри квантора общности либо существования. Уровень срабатывания равен 7.

Спецификация приема имеет вид "тип(нормчислитель)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4, вводит фильтр "контекст(подчинено(теквхожд  $x_2$ ) символ( $x_2$  длялюбогосуществует))" и указатель "замечание(кванторнаясвертка)". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 9.

- (b) Кванторная расшифровка антецедента кванторной импликации, приводящая к квантору существования, и явное разрешение подкванторного утверждения относительно связанных переменных.

Пример:

$$\forall_{fgy}(y \in \text{Val}(\lambda_x(f(x), g(x))) \leftrightarrow y - \text{число} \ \& \ \exists_x(y = f(x) \ \& \ g(x)))$$

Преобразуемое утверждение является антецедентом кванторной импликации. Утверждения под квантором существования разрешаются вспомогательной задачей на описание относительно  $x$ . Так как квантор существования оказывается в антецедентах, он сразу же исключается. Таким образом, прием обеспечивает расшифровку условия на  $y$ .

Спецификация приема имеет вид "тип(замещение)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 2, вводит фильтр "антецедент(теквхожд)" и указатель "замечание(кванторнаясвертка)". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

11. Кванторная расшифровка в условии задачи на описание, не имеющей неизвестных.

Задачи на описание без неизвестных решаются для установления истинности либо ложности конъюнкции своих условий. Для типичных проверяемых утверждений кванторная расшифровка может оказаться естественным первым шагом. Пример:

$$\forall_{Af}(\text{бинарнаяоперация}(f, A) \rightarrow \text{правсократимо}(f) \leftrightarrow \forall_{xyz}(x \in A \ \& \ y \in A \ \& \ z \in A \ \& \ f(x, z) = f(y, z) \rightarrow x = y))$$

Прием применяется в условии задачи на описание, не имеющей неизвестных, но имеющей цель "проверка" либо "развертка". Задача не должна иметь цель "исследовать". Антецедент использует пакетный синтезатор для определения области  $A$  операции  $f$ .

Спецификация приема имеет вид "тип(неравенства)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "условие", "тип(описать)", "не(цель(исследовать))", "свобоперанд(теквхожд)", "не(Входит(неизвестные цели))", "или(цель(проверка)цель(развертка))". Вводится также указатель "замечание(кванторнаясвертка)". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 12.

12. Явное разрешение относительно переменных кванторной приставки отрицания кванторной импликации, возникающей при расшифровке условия задачи на описание и содержащей функцию, определенную в контексте.

Пример:

$$\forall_{APf}((x \in A \ \& \ y \in A \ \& \ \neg(f(x, y) \in A)) = P(x, y) \rightarrow \text{замкнуто}(A, f) \leftrightarrow \neg(\exists_{xy}(P(x, y))))$$

Прием применяется к условию задачи на описание. Либо  $f$  имеет заголовок "отображение", либо в контексте имеется равенство, выражающее  $f$  через описатель "отображение". Это позволяет надеяться на успех явного разрешения левой части антецедента относительно  $x, y$  при помощи вспомогательной задачи на описание.

Спецификация приема имеет вид "тип(нормплощадь)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 6 и вводит фильтры "тип(описать)", "условие", "корень", "или(заголовок( $f$  отображение) контекст(обл( $x_7$ ) вид( $x_7$  равно( $f$   $x_8$ )) заголовок( $x_8$  отображение)))". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

### 13. Кванторная расшифровка в режиме развертки.

Пример:

$$\forall_{ab}(a \subseteq b \leftrightarrow \forall_c(c \in a \rightarrow c \in b))$$

Прием применяется в условии задачи на описание, имеющей цель "развертка".

Спецификация приема имеет вид "тип(контрольбуфера)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 2 и вводит фильтры "тип(описать)", "условие", "цель(развертка)". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 9.

### 14. Ввод новых описателей в режиме свертки.

Пример:

$$\forall_{Aab}(\forall_x(A(x) \rightarrow b(x) - \text{число}) \rightarrow \forall_x(A(x) \rightarrow 0 \leq b(x) - a) \leftrightarrow \text{нижняягрань}(a, \text{set}_y(\exists_x(A(x) \& y = b(x))))))$$

Прием применяется к условию задачи на описание, имеющей цель "свертка". Истинность антецедента устанавливается при помощи вспомогательной задачи.

Спецификация приема имеет вид "тип(текзадача)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит фильтры "тип(описать)", "условие", "цель(свертка)", "корень". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 2.

## Применение параметрического описания

1. Попытка использования явного параметрического описания при получении частичного ответа.

Использование параметрических описаний целесообразно в задачах на поиск примера либо на получение именно параметрического описания. В обычных задачах, где требуется найти все значения неизвестных, они, как правило, лишь затрудняют решение. Пример:

$$\forall_{ab}(a \subseteq b \leftrightarrow \exists_c(c - \text{set} \ \& \ b = a \cup c))$$

Прием имеет заголовок "параметризация". Он применяется в условиях задач на описание, имеющих цель "пример" либо "параметризация". Переменная  $b$  - неизвестная, причем она не входит в выражение  $a$ .

Спецификация приема имеет вид "тип(параметризация)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 5 и вводит фильтры "условие", "тип(описать)", "или(цель(пример) цель(параметризация))", "неизвестная( $b$ )", "не(входит( $b$   $a$ ))". Этого обычно достаточно.

Число приемов данного типа - 18.

2. Попытка использования неявного параметрического описания при получении частичного ответа.

Аналогично предыдущему, но параметрическое описание неявное. Пример:

$$\forall_{ab}(\neg(\text{непересек}(a, b)) \leftrightarrow \exists_c(c \in a \ \& \ c \in b))$$

Прием применяется к подутверждению содержащего неизвестные условия задачи на описание, имеющей цель "пример" либо "параметризация".

Спецификация приема - "тип(попыткапараметризации)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 6 и вводит фильтры "условие", "тип(описать)", "или(цель(пример) цель(параметризация))", "не(известно(корень))". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 3.

3. Явное параметрическое описание собственного подутверждения условия при получении полного ответа задачи на описание.

В особых случаях параметрические описания могут использоваться даже для получения полного ответа. Пример:

$$\forall_{nx}(n - \text{натуральное} \rightarrow x \in \text{транспозиции}(n) \leftrightarrow \exists_{ij}(i \in \{1, \dots, n\} \ \& \ j \in \{1, \dots, n\} \ \& \ \neg(i = j) \ \& \ x = \text{транспозиция}(i, j, n)))$$

Прием применяется к собственному подутверждению условия задачи на описание. Выражение  $x$  содержит неизвестные и отлично от переменной, выражение  $n$  не содержит неизвестных.

Спецификация приема имеет вид "тип(цепь)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 5 и вводит фильтры "условие", "не(корень)", "тип(описать)", "не(известно( $x$ ))", "не(переменная( $x$ ))", "известно( $n$ )". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

4. Использование неявного параметрического описания при получении ответа задачи на описание, не имеющей несущественных неизвестных.

Пример:



$\forall_{fg}(f - \text{функция} \ \& \ g - \text{функция} \ \& \ \text{Dom}(f) = \text{Dom}(g) \rightarrow \neg(f = g) \leftrightarrow \exists_x(x \in \text{Dom}(f) \ \& \ \neg(f(x) = g(x))))$

Прием применяется к условию задачи на описание, содержащему неизвестные, но только несущественные.

Спецификация приема имеет вид "тип(учетвбуфере)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 5 и вводит фильтры "условие", "тип(описать)", "корень", "не(известно(корень))", "не(контекст(неизвестная( $x_1$ ) входит( $x_1$  корень) не(параметр( $x_1$ ))))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 2.

5. Попытка использования явного параметрического описания несущественной неизвестной, позволяющего обозначить вспомогательной переменной заданный терм, встречающийся в задаче.

Пример:

$\forall_{ABaf}(\text{взаимнооднозначно}(f) \ \& \ a \in A \rightarrow \text{Отображение}(f, A, B) \leftrightarrow \exists_{bg}(b \in B \ \& \ \text{Отображение}(g, A \setminus \{a\}, B \setminus \{b\}) \ \& \ \text{взаимнооднозначно}(g) \ \& \ f = \text{доопределение}(g, \{a\}, b))$

Прием применяется к условию задачи на описание, причем  $f$  - несущественная переменная, а выражение  $a$  не содержит неизвестных. Указатель "контекст" определяет дополнительную идентификацию в некотором условии подвыражения  $f(a)$ , не связанного внешними кванторами и описателями.

Спецификация приема имеет вид "тип(анализатор)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 5 и вводит фильтры "условие", "тип(описать)", "неизвестная( $f$ )", "параметр( $f$ )". Он требует доработки.

Число приемов данного типа - 1.

6. Переход к параметрическому описанию под квантором либо описателем.

Пример:

$\forall_{Pkmnp}(\text{простое}(p(i)) \ \& \ k(i) - \text{натуральное} \rightarrow m - \text{натуральное} \ \& \ m | \prod_{i=1}^n p(i)^{k(i)} \ \& \ P(m) \leftrightarrow \exists_z(\text{кортеж}(a, n, Z) \ \& \ \forall_i(i \in \{1, \dots, n\} \rightarrow 0 \leq a(i) \ \& \ a(i) \leq k(i)) \ \& \ m = \prod_{i=1}^n p(i)^{a(i)} \ \& \ P(m))$

Преобразуемое утверждение расположено непосредственно под описателем либо под квантором существования.

Спецификация приема имеет вид "тип(Однасторона)", "направл( $N$ )". Могут добавляться элементы "указатель(...)", уточняющие обработку антецедентов (в приведенном примере - сопровождающие их посылкой  $i \in \{1, \dots, n\}$ ). Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит фильтр "контекст(операнд( $x_2$  теквхожд) символ( $x_2$  существует класс отображение))".

## Преобразование утверждений с неизвестными

### 1. Разрешение относительно неизвестных.

(а) Разрешение условия либо посылки относительно заданных неизвестных.

- i. Разрешение условия задачи на описание либо посылки задачи на исследование относительно заданных неизвестных.

К этому типу относятся лишь наиболее простые случаи разрешения относительно неизвестных. Для прочих случаев разрешение предпринимается лишь в условии задачи на описание. Пример приема данного типа:

$$\forall_{abc}(0 < c \rightarrow ac \leq b \leftrightarrow a \leq b/c)$$

Переменная  $a$  идентифицируется с непустым произведением всех содержащих неизвестные сомножителей. Выражение  $b$  не содержит неизвестных. Имеется ряд дополнительных фильтров.

Спецификация приема имеет вид "тип(глуб)", "направл( $N$ )", "неизвестные( $X$ )", где  $X$  - набор переменных, идентифицируемых с содержащими неизвестные выражениями. Справочник "заголовокприема" указывает уровни срабатывания 0 и 1. Он также вводит фильтры "или(и(тип(описать)условие) тип(исследовать))", "альтернатива(или(и(тип(исследовать)цель(известно)) заголовок(корень или)) уровень(0) уровень(1))", "не(цель(редакция))", "внешзнак(и или существует)", "не(известно( $a$ ))", "известно( $b$ )", "или(не(заголовок(корень или)) комментусловия(случай))", "не(контекст(ключ(цели независит  $x_4$ ) пересекаются( $x_4$   $c$ )))", "или(не(контекст(подчинено(теквхожд  $x_4$ ) символ( $x_4$  существует)не(парамописание( $x_4$ ))) не(комментусловия(серия)))". Вводится указатель "перечень( $a$  не(известно( $a$ )))". Как правило, действий этого справочника достаточно. В отдельных случаях требуется доработка.

Число приемов данного типа - 36.

- ii. Разрешение условия задачи на описание относительно заданных неизвестных.

A. Непосредственное разрешение условия задачи на описание относительно заданных неизвестных.

Пример:

$$\forall_{abcde}(e = b^2 + 4ac \rightarrow ad^2 + bd = c \leftrightarrow \neg(a = 0) \& 0 \leq e \& (d = (\sqrt{e} - b)/(2a) \vee d = -(\sqrt{e} + b)/(2a)) \vee bd = c \& a = 0)$$

Прием решения квадратного уравнения, применяемый к подутверждению условия задачи на описание. Выражение  $d$  содержит неизвестные, выражения  $a, b, c$  - не содержат.

Спецификация приема имеет вид "тип(Делители)", "направл( $N$ )", "неизвестные( $x_1 \dots x_k$ )". Переменные  $x_1, \dots, x_k$  идентифицируются с выражениями, содержащими неизвестные. Остальные переменные - с известными выражениями. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 1 и вводит фильтры "тип(

описать)", "условие", "или(неизвестные(2) не(контекст(новоеусло-  
вие(х6)не(известно(х6))равно(х7 сложнреш(х6))равно(х8 сложнреш-  
ш(теквхожд)) или(и(равно(число(х7)число(х8)) меньше(х7 10)ко-  
роче(х6 корень)) меньше(х7 х8))))))" (нет другого уравнения, бо-  
лее предпочтительного для разрешения относительно той же неиз-  
вестной), "не(цель(редакция))", "внешзнак(и или существует для-  
любого)", "не(известно(d))", "одинквантор(теквхожд)" (уравнение  
не расположено внутри двух различных кванторов), "известно(a)",  
"известно(b)", "известно(c)", "не(контекст(подчинено(теквхожд х6)  
символ(х6 длялюбого) не(контекст(подчинено(теквхожд последний-  
операнд(х6))))))", "не(контекст(список(х6 a b) ключ(цели незави-  
сит х7) пересекаются(х7 х6)))", "или(не(контекст(подчинено(тек-  
вхожд х6) символ(х6 существует) не(парамописание(х6)))) не(ком-  
ментусловия(серия)))", "или(не(цель(пример)) и(свобоперанд(тек-  
вхожд) независит(теквхожд)))". В большинстве случаев этого до-  
статочно, причем создается даже больше фильтров, чем в приемах,  
введенных вручную.

Число приемов данного типа - 76.

- V. Непосредственное разрешение условия задачи на описание относи-  
тельно заданных неизвестных - корневой случай.

В отдельных случаях (как правило, при существенном усложнении  
утверждения после разрешения относительно неизвестной) прием  
применяется только к самому условию, а не к его подтерму. При-  
мер:

$$\forall_{abcdepqr}(d = b^2 + 4ac \ \& \ p = \sqrt{d} \ \& \ q = (-b - p)/(2a) \ \& \ r = (-b + p)/(2a) \rightarrow c \leq ae^2 + be \leftrightarrow a < 0 \ \& \ 0 \leq d \ \& \ (p < 0 \ \& \ q \leq e \ \& \ e \leq r \vee 0 \leq p \ \& \ r \leq e \ \& \ e \leq q) \vee 0 < a \ \& \ (d < 0 \vee 0 \leq d \ \& \ (p < 0 \ \& \ (e \leq r \vee q \leq e) \vee 0 \leq p \ \& \ (e \leq q \vee r \leq e))) \vee a = 0 \ \& \ c \leq be)$$

Прием разрешает квадратное неравенство - условие задачи на опи-  
сание. Выражение  $e$  содержит неизвестные, выражения  $a, b, c$  - не  
содержат.

Спецификация приема имеет вид "тип(фильтрудвоения)", "напра-  
вл( $N$ )", "неизвестные( $x_1 \dots x_k$ )". Справочник "заголовокприема"  
указывает уровень срабатывания 0 и вводит фильтры "тип(описа-  
ть)", "условие", "не(цель(редакция))", "корень", "не(известно(e))",  
"известно(a)", "известно(b)", "известно(c)", "не(контекст(список(х6  
a b) ключ(цели независит х7) пересекаются(х7 х6)))". Почти всегда  
этого достаточно.

Число приемов данного типа - 26.

- C. Непосредственное разрешение условия задачи на описание отно-  
сительно заданных неизвестных, если прочие операнды суть кон-  
стантные выражения.

Приемы такого типа создаются в случае особо сложных выраже-  
ний, появляющихся при разрешении. Пример:

$$\forall_{Aabcdpqr}( \neg(a = 0) \ \& \ p = (3ac - b^2)/(3a^2) \ \& \ q = (2b^3 - 9abc - 27a^2d)/(27a^3) \ \& \ r = q^2/4 + p^3/27 \ \& \ 0 < r \rightarrow ax^3 + bx^2 + cx = d \leftrightarrow$$

$$x = \sqrt[3]{-q/2 + \sqrt{r}} + \sqrt[3]{-q/2 - \sqrt{r}} - b/(3a)$$

Прием для решения кубического уравнения применяется к условию задачи на описание. Выражение  $x$  содержит неизвестные, выражения  $a, b, c, d$  константные.

Спецификация приема имеет вид "тип(последнийсимвол)", "направл( $N$ )", "неизвестные( $x_1 \dots x_k$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 7 и вводит фильтры "тип(описать)", "условие", "корень", "не(известно( $x$ ))", "константа( $a$ )", "константа( $b$ )", "константа( $c$ )", "константа( $d$ )". Этого достаточно. Заметим, что для решения кубических уравнений с неконстантными коэффициентами тоже можно было бы создать прием, например, предшествующего типа, но зато с гораздо большим уровнем срабатывания.

Число приемов данного типа - 4.

- D. Усмотрение независимости истинности условия от неизвестной.

Пример:

$$\forall_{abcde}(d = b^2 + 4ac \ \& \ d < 0 \rightarrow c < ae^2 + be \leftrightarrow 0 < a)$$

При отрицательном дискриминанте истинность квадратного неравенства оказывается не зависящей от значения неизвестной. Прием применяется к подутверждению задачи на описание. Выражение  $e$  содержит неизвестные, выражения  $a, b, c$  - не содержат.

Спецификация приема имеет вид "тип(невозрастает)", "направл( $N$ )", "неизвестные( $x_1, \dots, x_n$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 0 и вводит фильтры "тип(описать)", "условие", "не(цель(редакция))", "корень", "не(известно( $e$ ))", "известно( $a$ )", "известно( $b$ )", "известно( $c$ )", "не(контекст(список( $x_6$   $a$   $b$ ) ключ(цели независит  $x_7$ ) пересекаются( $x_7$   $x_6$ )))". Он требует доработки.

Число приемов данного типа - 4.

- E. Разрешение условия задачи на описание относительно заданных неизвестных с помощью дополнительного условия.

Пример:

$$\forall_{ABxy}(x \subseteq A \ \& \ \text{непересек}(y, A) \rightarrow B = x \cup y \leftrightarrow x = A \cap B \ \& \ y = B \setminus A)$$

Прием применяется к подутверждению условия задачи на описание. Выражения  $x, y$  содержат неизвестные, а выражения  $A, B$  - не содержат. Первый антецедент идентифицируется с другим условием, второй - обрабатывается проверочным оператором.

Спецификация приема имеет вид "тип(путь)", "направл( $N$ )", "неизвестные( $x_1, \dots, x_n$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 2 и вводит фильтры "тип(описать)", "условие", "не(известно( $x$ ))", "не(известно( $y$ ))", "известно( $A$ )", "известно( $B$ )". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

- Ф. Разрешение условия задачи на описание, имеющей цель "функционально".

Цель "функционально" указывает, что необходимо установить лишь однозначную определенность значений неизвестных по известным параметрам, а сами эти значения несущественны. Соответственно, становится допустимым использование различных искусственных понятий, которые в обычных ситуациях не должны появляться в ответе. Например, понятие "элемент( $A$ )" - выбор какого-то неопределенного элемента множества  $A$ . Пример приема:

$$\forall_{Afx}(\neg(A = \emptyset) \rightarrow f = \text{конст}(A, x) \leftrightarrow x = f(\text{элемент}(A)))$$

Прием применяется к условию задачи на описание, имеющей цель "функционально". Выражение  $x$  содержит неизвестные, выражения  $A, f$  - не содержат.

Спецификация приема имеет вид "тип(список)", "направл( $N$ )", "неизвестные( $x_1, \dots, x_n$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 2 и вводит фильтры "тип(описать)", "условие", "корень", "цель(функционально)", "не(известно( $x$ ))", "известно( $f$ )", "известно( $A$ )". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 4.

- Г. Условие задачи на описание преобразуется в явное параметрическое описание неизвестных.

Пример:

$$\forall_{ab}(\sin a = b \leftrightarrow 0 \leq b + 1 \ \& \ 0 \leq 1 - b \ \& \ (\exists_n(n - \text{целое} \ \& \ a = \arcsin b + 2\pi n) \vee \exists_n(n - \text{целое} \ \& \ a = -\arcsin b + \pi + 2\pi n)))$$

Прием применяется к условию задачи на описание. Выражение  $a$  содержит неизвестные, а  $b$  - не содержит.

Спецификация приема имеет вид "тип(серия)", "направл( $N$ )", "неизвестная( $x$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит фильтры "тип(описать)", "условие", "корень", "не(Входит(известно цели))", "не(известно( $a$ ))", "известно( $b$ )". Вводится также указатель "примечание(серия)". Справочник требует доработки.

Число приемов данного типа - 57.

- Н. Условие задачи на описание преобразуется в явное параметрическое описание неизвестных, разворачиваемое в дизъюнкцию.

Пример:

$$\forall_{abcn}(b - \text{комплексное} \ \& \ n - \text{натуральное} \ \& \ c = (|b|)^{1/n} \rightarrow b = a^n \leftrightarrow \exists_m(a = c \cos(2\pi m/n + \arg(b)/n) + (c \sin(2\pi m/n + \arg(b)/n))i \ \& \ m \in \{0, \dots, n - 1\}))$$

Прием применяется к условию задачи на описание. Выражение  $a$  содержит неизвестные, выражение  $b$  - не содержит. Переменная  $n$  идентифицируется с натуральной константой. Квантор существования разворачивается в дизъюнкцию.

Спецификация приема имеет вид "тип(длинатекста)", "направл( $N$ )". В рассматриваемом примере добавляется элемент "указатель(идентификатор(3))". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит фильтры "тип(описать)", "условие", "корень", "не(Входит(известно цели))", "не(известно( $a$ ))", "известно( $b$ )", "натуральное( $n$ )". Вводятся также указатель "или(фикс(0 2)фикс(0 2 2 2))", определяющий развертку квантора существования в дизъюнкцию, и "идентификатор(3)". Справочник требует доработки.

Число приемов данного типа - 1.

- I. Условие задачи на описание преобразуется в явное параметрическое описание функциональных неизвестных.

Пример:

$$\forall_{adkmprsy} (\neg(a(m+1) = 0) \& p = \sum_{j=1}^{m+1} a(j)n^{j-1} \& \text{Базисрешений}(p, d) \& d = \{; r\} \& l(r) = k \rightarrow \forall_n (n - \text{натуральное} \& s \leq n \rightarrow \sum_{j=1}^{m+1} a(j)y(n+j-1) = 0) \rightarrow \exists_c (\forall_n (n - \text{натуральное} \& s \leq n \rightarrow y(n) = \sum_{i=1}^k c(i)r(i)) \& \forall_i (i \in \{1, \dots, k\} \rightarrow c(i) - \text{число}))$$

Прием применяется к условию задачи на описание. Переменная  $y$  идентифицируется с неизвестной, переменная  $m$  - с натуральной константой. Конечные суммы разворачиваются в обычные, последний квантор общности - в конъюнкцию.

Спецификация приема имеет вид "тип(заголовок)", "направл( $N$ )", "неизвестная( $y$ )". Могут добавляться элементы "см" и "указатель". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит фильтры "тип(описать)", "условие", "корень", "не(Входит(известно цели))", "неизвестная( $y$ )". Он требует доработки.

Число приемов данного типа - 3.

- J. Использование нормализатора вычислений для явного разрешения относительно неизвестных условия задачи на описание.

Пример:

$$\forall_{Aabc} (\text{собствзначение}(A, a, b) = ((a, b) \in c) \rightarrow \text{собствзначение}(A, a, b) \leftrightarrow (a, b) \in c)$$

Прием применяется к условию задачи на описание. Хотя бы одно из выражений  $a, b$  содержит неизвестные. Выражение  $A$  не содержит неизвестных и имеет заголовок "строки" либо "столбцы", т.е. в явном виде определяет матрицу. Левая часть антецедента обрабатывается нормализатором "собствзначения", определяющим собственные значения матрицы. Он выдает утверждение вида  $(a, b) \in c$ , где  $c$  - конечный список пар (собственное значение - его кратность).

Спецификация приема имеет вид "тип(нормсуммавсех)", "направл( $N$ )", "неизвестные( $x_1, \dots, x_n$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит фильтры "тип(описать)", "условие", "корень", "или(не(известно( $a$ ))не(известно( $b$ )))", "известно( $A$ )". Он требует доработки.

Число приемов данного типа - 7.

- К. Использование пакета продукций для явного разрешения относительно неизвестных условия задачи на описание.

Пример:

$$\forall_{A \text{ матрица}} (A = \lambda_{ij}(a(i, j), i \in \{1, \dots, n\} \ \& \ j \in \{1, \dots, n\}) \ \& \ \text{характмн}(\lambda_{ij}(a(i, j), i \in \{1, \dots, n\} \ \& \ j \in \{1, \dots, n\}), p) \rightarrow \text{характмн}(A, x) \leftrightarrow x = p)$$

Прием применяется к подутверждению условия задачи на описание. Переменная  $x$  идентифицируется с неизвестной, терм  $A$  задает константную матрицу. Элементы этой матрицы преобразуются в числа формата "с плавающей запятой", и пакет продукций "характмн" определяет характеристический многочлен матрицы, коэффициенты которого заданы в том же формате. Далее они переводятся в формат термов.

Спецификация приема имеет вид "тип(задачираздела)", "направл( $N$ )", "неизвестные( $x_1, \dots, x_n$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 2 и вводит фильтры "тип(описать)", "условие", "неизвестная( $x$ )". Он требует доработки.

Число приемов данного типа - 2.

- Л. Использование синтезаторов для явного разрешения относительно неизвестных условия задачи на описание.

Пример:

$$\forall_{abcfgmpr} (f(x) \leq b \ \& \ c \leq g(x) \ \& \ 0 < b \ \& \ 0 < c \ \& \ r = \text{set}_x(f(x) = b \ \& \ g(x) = c \ \& \ c \in m) \ \& \ \neg(r = \emptyset) \ \& \ a = \lambda_x(f(x)/g(x), x - \text{число}) \rightarrow \text{Max}(a, m, p, q) \leftrightarrow q = b/c \ \& \ p = r)$$

Прием применяется к условию задачи на описание. Выражения  $p, q$  содержат неизвестные, выражения  $a, m$  - не содержат. Как  $f(x)$ , так и  $g(x)$  содержат переменную  $x$ . Первые два антецедента с помощью синтезаторов "верхняяоценка" и "нижняяоценка" находят положительную верхнюю оценку числителя  $b$  и положительную нижнюю оценку знаменателя  $c$ . Пятый антецедент, используя вспомогательные задачи, определяет множество  $r$  точек, в которых эти оценки достигаются одновременно, и далее устанавливается непустота  $r$ .

Спецификация приема имеет вид "тип(подменю)", "направл( $N$ )", "неизвестные( $x_1, \dots, x_n$ )". Добавляются элементы "указатель", выделяющие обрабатываемые синтезаторами антецеденты. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 2 и вводит фильтры "тип(описать)", "условие", "корень", "не(известно( $p$ ))", "не(известно( $q$ ))", "известно( $a$ )", "известно( $m$ )". Он требует доработки.

Число приемов данного типа - 1.

- М. Разрешение кванторного условия задачи на описание относительно неизвестных с помощью ввода вспомогательного известного описателя.

Пример:

$$\forall_{ABy}(\forall_x(A(x) \& \neg(x \in y) \rightarrow B(x)) \leftrightarrow \text{set}_x(A(x) \& \neg(B(x))) \subseteq y)$$

Прием применяется к условию задачи на описание. Выражение  $y$  содержит неизвестные, выражения  $A(x), B(x)$  - не содержат.

Спецификация приема имеет вид "тип(набороперандов)", "направл( $N$ )", "неизвестные( $x_1, \dots, x_n$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 2 и вводит фильтры "условие", "тип(описать)", "корень", "не(известно( $y$ ))", "известно( $A(x)$ )", "известно( $B(x)$ )". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 4.

- N. Явное разрешение консеквента кванторного условия задачи на описание относительно неизвестной.

Пример:

$$\forall_{afgh}(a = (g(x) \leq h(x)) \rightarrow \forall_x(f(x) \rightarrow g(x) \leq h(x)) \leftrightarrow \forall_x(f(x) \rightarrow a))$$

Прием применяется к условию задачи на описание. Выражение  $f(x)$  не содержит неизвестных. Хотя бы одно из выражений  $g(x), h(x)$  содержит неизвестные и отлично от неизвестной. Консеквент имеет единственную неизвестную и не содержит символа "значение". Правая часть антецедента разрешается относительно неизвестной консеквента задачей на описание. Ей передается дополнительная посылка  $f(x)$ .

Спецификация приема имеет вид "тип(меньше)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "тип(описать)", "условие", "корень", "известно( $f(x)$ )", "контекст(список( $x3$   $g(x)$   $h(x)$ )не(известно( $x3$ )) не(неизвестная( $x3$ )))", "меньше(числонеизвестных(фикс(0 1 5))2)", "не(входит(значение фикс(0 1 5)))". Вводятся также указатель "контекст(неизвестная( $x2$ ) входит( $x2$  фикс(0 1 5)))" и нормализатор "задача(6 тип(описать) полный явное прямойответ упростить одз цель(неизвестная( $x2$ ))) посылки( $f(x)$ )" для обработки правой части антецедента. Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 2.

- O. Переход к более простому описателю в условии задачи на описание и попытка явного разрешения этого условия.

Пример:

$$\forall_{Aafghpqrs}(a = \lambda_{xy}(f(x, y), g(x, y)) \& \text{Max}(\lambda_y(f(h(y), y), g(h(y), y)), \text{set}_v(A(v)), p, q) = (p = r \& q = s) \rightarrow \text{Max}(a, \text{set}_{zv}(z = h(v) \& A(v)), p, q) \leftrightarrow q = s \& p = \text{set}_{zv}(z = h(v) \& v \in r))$$

Прием применяется к подутверждению условия задачи на описание. Выражения  $p, q$  содержат неизвестные, выражения  $a, h(v), A(v)$  - не содержат. Прием усматривает, что двумерная область, по которой берется максимум - линия, и сводит задачу к одномерной.



Спецификация приема имеет вид "тип(транскоммент)", "направл( $N$ )", "неизвестные( $x_1, \dots, x_n$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 0 и вводит фильтры "тип(описать)", "условие", "не(известно( $p$ ))", "не(известно( $q$ ))", "известно( $a$ )", "известно( $h(v)$ )", "известно( $A(v)$ )". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 3.

- P. Переход к более простому описателю в условии задачи на описание, явное разрешение этого условия и получение параметрического описания.

Пример:

$$\forall_{abfguvw} (\text{Extr}(\lambda_x(f(x), g(x)), u, c, w) = b \rightarrow \text{Extr}(\lambda_x(f(x) + a, g(x)), u, v, w) \leftrightarrow \exists_c(b \ \& \ v = c + a))$$

Прием применяется к условию задачи на описание. Выражения  $u, v, w$  содержат неизвестные, выражения  $a, f(x), g(x)$  - не содержат. При поиске экстремумов отбрасывается константное слагаемое  $a$ , которое затем учитывается посредством параметрического описания.

Спецификация приема имеет вид "тип(определено)", "направл( $N$ )", "неизвестные( $x_1, \dots, x_n$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 0 и вводит фильтры "тип(описать)", "условие", "не(известно( $u$ ))", "не(известно( $v$ ))", "не(известно( $w$ ))", "известно( $a$ )", "известно( $f(x)$ )", "известно( $g(x)$ )". Вводятся также указатели "примечание(серия)", "примечание(фильтрсерии)".

Число приемов данного типа - 11.

- Q. Разрешение относительно значения неизвестной функции при решении функционального уравнения.

Обычные приемы разрешения относительно неизвестной при решении дифференциальных уравнений заблокированы. Однако, после того, как уравнение проинтегрировано, бывает полезно применять простейшие средства явного разрешения относительно значения неизвестной функции. Для этого приходится создавать специальные приемы. Пример:

$$\forall_{abcd} (b - \text{rational} \ \& \ \text{числитель}(b) - \text{even} \ \& \ \neg(b = 0) \ \& \ d = c^{1/b} \ \& \ c - \text{число} \rightarrow a^b = c \leftrightarrow 0 \leq c \ \& \ (a = d \ \vee \ a = -d))$$

Прием применяется к условию задачи на описание, имеющей цель (связка ...), указывающую на решение функционального уравнения. Выражение  $a$  содержит неизвестные, выражения  $b, c$  - не содержат. В задаче уже появились равенства, не содержащие производных.

Спецификация приема имеет вид "тип(термодинамика)", "направл( $N$ )", "неизвестные( $x_1 \dots x_n$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 7 и вводит фильтры "условие", "корень", "тип(описать)", "Входит(связка цели)", "не(цель(редакция))", "не(цель(учетответа))", "не(известно( $a$ ))", "известно( $b$ )", "известно( $c$ )". Он недоработан.

Число приемов данного типа - 1.

- iii. Разрешение посылки задачи на доказательство либо на исследование относительно заданных неизвестных.

Пример:

$$\forall_{abc}(\neg(b = 0) \rightarrow ab = c \leftrightarrow a = c/b)$$

Прием применяется к посылке задачи на исследование либо на доказательство. Переменная  $a$  идентифицируется с произведением всех множителей, содержащих неизвестные, выражение  $c$  неизвестных не содержит.

Спецификация приема имеет вид "тип(предпоследоперанд)", "направл( $N$ )", "неизвестные( $x_1 \dots x_n$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень 0 и вводит фильтры "или(тип(доказать)тип(исследовать))", "посылка", "корень", "не(известно( $a$ ))", "известно( $c$ )". Вводится также указатель "перечень( $a$  не(известно( $a$ )))". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 1.

- iv. Разрешение посылки задачи на доказательство либо задачи на исследование, имеющей цель "известно", относительно заданных неизвестных.

Пример:

$$\forall_{ax}(0 \leq \pi + x \ \& \ 0 \leq \pi - x \rightarrow \cos x = a \leftrightarrow (x = \arccos a \ \vee \ x = -\arccos a) \ \& \ 0 \leq 1 + a \ \& \ 0 \leq 1 - a)$$

Прием применяется к посылке задачи на доказательство либо задачи на исследование, имеющей цель "известно". Выражение  $x$  содержит неизвестные, выражение  $a$  - не содержит. Наличие антецедентов обусловлено тем, что в задачах с целью "известно" аргументы тригонометрических функций обычно заключены в конечных пределах, и работа с полной серией корней нецелесообразна.

Спецификация приема имеет вид "тип(цели)", "направл( $N$ )", "неизвестные( $x_1 \dots x_n$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 1 и вводит фильтры "или(тип(доказать)и(тип(исследовать)цель(известно)))", "посылка", "корень", "не(известно( $x$ ))", "известно( $a$ )". Иногда этого достаточно, но чаще нужна доработка.

Число приемов данного типа - 13.

- v. Разрешение посылки задачи на доказательство либо задачи на исследование, имеющей цель "известно", относительно заданных выражений типа "неизв".

Это - версия приема предыдущего типа, имеющая усиленную мотивировку срабатывания. Решение о выборе между ними должно приниматься доводчиком. Пример:

$$\forall_{ax}(0 \leq x \ \& \ 0 \leq \pi - x \rightarrow \operatorname{tg} x = a \leftrightarrow x = \operatorname{arctg} a \ \& \ 0 \leq a \ \vee \ x = \operatorname{arctg} a + \pi)$$

Прием применяется к посылке задачи на исследование, имеющей цель "известно", либо задачи на доказательство. Выражение  $x$  содержит неизвестные и имеет тип "неизв", выражение  $a$  неизвестных не содержит.

Спецификация приема имеет вид "тип(подуровень)", "направл( $N$ )", "неизвестные( $x_1, \dots, x_n$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 1 и вводит фильтры "или(тип(доказать)и(тип(исследовать) цель(известно)))", "посылка", "корень", "неизв( $x$ )", "известно( $a$ )". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

- vi. Разрешение посылки задачи на доказательство относительно заданных неизвестных.

Пример:

$$\forall_{abc}(c - \text{число} \rightarrow a + b = c \leftrightarrow a = c - b)$$

Прием применяется к посылке задачи на доказательство. Переменная  $a$  идентифицируется с непустой суммой всех содержащих неизвестные слагаемых, переменная  $b$  - с остаточной непустой суммой. Выражение с неизвестных не содержит.

Спецификация приема имеет вид "тип(первыйоперанд)", "направл( $N$ )", "неизвестные( $x_1, \dots, x_n$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 0 и вводит фильтры "тип(доказать)", "посылка", "корень", "не(известно( $a$ ))", "известно( $c$ )". Вводится также указатель "перечень( $a$  не(известно( $a$ )))". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 2.

- vii. Разрешение посылки задачи на исследование относительно одной из неизвестных с помощью вспомогательной задачи.

Пример:

$$\forall_{abcd}(ab + c = d \leftrightarrow ab + c = d)$$

Прием применяется к посылке задачи на исследование, не имеющей цели "известно". Переменная  $b$  идентифицируется с неизвестной, не входящей в  $a$ , но, возможно, имеющей вхождения в  $c$ . Либо выражение  $c$  имеет вид  $Ax$ , где  $x$  - неизвестная,  $A$  - известно, причем в этом случае проверяется наличие уравнения, нелинейного относительно  $b$ , либо  $c$  линейно относительно  $b$ . Заменяющее утверждение разрешается относительно  $b$  вспомогательной задачей на описание. Заметим, что вообще говоря разрешение даже линейного уравнения с двумя неизвестными относительно одной из них может оказаться нецелесообразным. Данный прием предпринимает эту попытку в крайнем случае, когда другие средства не помогают.

Спецификация приема имеет вид "тип(вычеркивание)", "направл( $N$ )", "переменная( $y$ )", где  $y$  - неизвестная. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 2 и вводит фильтры "тип(исследовать)", "корень", "неизвестная( $b$ )", "известно( $d$ )". Он не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 1.

- (b) Разрешение группы утверждений относительно заданных неизвестных.
  - i. Разрешение группы условий задачи на описание относительно заданных неизвестных.

Пример:

$$\forall_{abcdefpqrxy}(p = ae - bd \ \& \ q = ce - bf \ \& \ r = af - cd \ \& \ \neg(p = 0) \rightarrow ax + by = c \ \& \ dx + ey = f \leftrightarrow x = q/p \ \& \ y = r/p)$$

Прием применяется к паре условий задачи на описание. Выражения  $x, y$  содержат неизвестные, а выражения  $a, b, c, d, e, f$  - не содержат.

Спецификация приема имеет вид "тип(область)", "направл( $N$ )", "неизвестные( $x_1, \dots, x_n$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 1 и вводит фильтры "тип(описать)", "условие", "не(известно( $x$ ))", "не(известно( $y$ ))", "известно( $a$ )", "известно( $b$ )", "известно( $c$ )", "известно( $d$ )", "известно( $e$ )", "известно( $f$ )", "или(не(заголовок( $a$  1)) не(заголовок( $b$  1)) не(заголовок( $d$  1))не(заголовок( $e$  1))). Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 15.

- ii. Группа условий задачи на описание преобразуется в явное параметрическое описание неизвестных.

Пример:

$$\forall_{abc}(\neg(\cos b = 0) \rightarrow a \leq \operatorname{tg} b \ \& \ \operatorname{tg} b \leq c \leftrightarrow \exists_n(n - \text{целое} \ \& \ \pi n + \operatorname{arctg} a \leq b \ \& \ b \leq \pi n + \operatorname{arctg} c))$$

Прием применяется к паре условий задачи на описание. Выражение  $b$  содержит неизвестные, выражения  $a$  и  $c$  - не содержат.

Спецификация приема имеет вид "тип(о)", "направл( $N$ )", "неизвестные( $x_1 \dots x_n$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 1 и вводит фильтры "тип(описать)", "условие", "не(известно( $b$ ))", "известно( $a$ )", "известно( $c$ )". Вводится указатель "замечание(серия)". Иногда этого достаточно, но во многих случаях требуется доработка.

Число приемов данного типа - 8.

- iii. Разбор случаев для группы условий задачи на описание, с явным разрешением каждого подслучая.

Пример:

$$\forall_{APQabxy}(a \subseteq A \ \& \ (\text{разбиение}(A \setminus a, y) \ \& \ y \subseteq \{;b\}) = P(y) \ \& \ (\text{разбиение}(A, x) \ \& \ x \subseteq \{;b\}) = Q(x) \ \& \ \neg(a = \emptyset) \rightarrow \text{разбиение}(A, x) \ \& \ x \subseteq \{a; b\} \leftrightarrow Q(x) \vee \exists_y(P(y) \ \& \ x = y \cup \{a\}))$$

Прием применяется к паре условий задачи на описание. Выражение  $x$  содержит неизвестные, выражения  $a, b, A$  - не содержат. Прием перечисляет разбиения множества  $A$  на подмножества заданного списка, разбирая два подслучая: включение либо невключение в разбиение элемента  $a$ . Левые части второго и третьего антецедент разрешаются относительно неизвестных  $y, x$ , завершая получение дизъюнкции вариантов разбиений для каждого подслучая.

Спецификация приема имеет вид "тип(нормИнтеграл)", "направл( $N$ )", "неизвестные( $x_1, \dots, x_n$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 1 и вводит фильтры "тип(описать)", "условие",

"не(известно( $x$ ))", "известно( $a$ )", "известно( $b$ )", "известно( $A$ )". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 1.

- iv. Разрешение группы посылок задачи на исследование относительно неизвестных.

Пример:

$$\forall_{abcdefpxy}(p = bd - ae \ \& \ \neg(p = 0) \rightarrow ax + by = c \ \& \ dx + ey = f \leftrightarrow x = (bf - ce)/p \ \& \ y = (cd - af)/p)$$

Прием применяется к паре посылок задачи на исследование, имеющей цель "известно". Выражения  $x, y$  содержат неизвестные, выражения  $a, b, c, d, e, f$  - не содержат.

Спецификация приема имеет вид "тип(предпоследсимвол)", "направл( $N$ )", "неизвестные( $x_1, \dots, x_n$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит фильтры "тип(исследовать)", "цель(известно)", "посылка", "не(известно( $x$ ))", "не(известно( $y$ ))", "известно( $a$ )", "известно( $b$ )", "известно( $c$ )", "известно( $d$ )", "известно( $e$ )", "известно( $f$ )", "или(не(заголовок( $a$  1)) не(заголовок( $b$  1)) не(заголовок( $c$  1)) не(заголовок( $d$  1)))". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 3.

- v. Использование пакета продукций для явного разрешения относительно неизвестных группы условий задачи на описание.

Пример:

$$\forall_{abnxy}(\lambda_{ij}(a(i, j), i \in \{1, \dots, n\} \ \& \ j \in \{1, \dots, n\})y = \lambda_i(b(i), i \in \{1, \dots, n\}) \rightarrow \forall_i(i \in \{1, \dots, n\} \rightarrow \sum_{j=1}^n (a(i, j)x(j)) = b(i)) \leftrightarrow \forall_j(j \in \{1, \dots, n\} \rightarrow x(j) = y(j)))$$

Прием применяется к группе условий задачи на описание, представляющих собой линейные уравнения с численными коэффициентами. Указатель "контрольвывода" инициирует попытку применения приема при усмотрении уравнения вида  $cd + e = f$ , где  $d$  - неизвестная,  $c$  - известно. Проверяется, что каждое слагаемое остаточной суммы  $e$  тоже линейно относительно неизвестной. Список переменных  $x$  идентифицируется с перечнем неизвестных, входящих в уравнения задачи. Переменной  $n$  присваивается длина списка  $x$ . Указатель "коэфф( $a$ )" определяет идентификацию переменной  $a$  с прямоугольной матрицей; проверяется, что ее элементы константны. Антецедент выделен указателем "программа". Он обращается к пакету продукций "линсист", решающему систему линейных уравнений с численными коэффициентами стандартным методом. Предварительно элементы матрицы  $a$  представляются в машинном формате "с плавающей запятой".

Спецификация приема имеет вид "тип(внешнеизв)", "направл( $N$ )", "неизвестные( $x_1 \dots x_n$ )". Добавляется элемент "указатель(...)", выделяющий антецедент для обработки пакетом продукций. Справочник "заголовокприема" ограничивается указанием уровня срабатывания 1 и вводом фильтров "условие", "тип(описать)", "неизвестная( $d$ )". Он не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 3.

- vi. Обращение к пакетному нормализатору для склейки двух параметрических описаний в условиях задачи на описание.

Пример:

$$\forall_{afgpx}(a = (\exists_n(n - \text{целое} \ \& \ f(n) \leq x \ \& \ x \leq g(n)) \ \& \ \exists_m(m - \text{целое} \ \& \ p(m) \leq x \ \& \ x \leq q(m))) \rightarrow \exists_n(n - \text{целое} \ \& \ f(n) \leq x \ \& \ x \leq g(n)) \ \& \ \exists_m(m - \text{целое} \ \& \ p(m) \leq x \ \& \ x \leq q(m)) \leftrightarrow a)$$

Прием применяется к паре условий задачи на описание. Переменная  $x$  - неизвестная; выражения  $f(n), g(n), p(m), q(m)$  неизвестных не содержат. Преобразуемые условия суть параметрические описания, которые необходимо объединить в одно параметрическое описание. Для их объединения используется пакетный нормализатор "пересечениесерий", который и обрабатывает правую часть антецедента.

Спецификация приема имеет вид "тип(гипсинус)", "направл( $N$ )", "неизвестная( $x$ )", "быстрпреобр(. . .)". Последний элемент указывает нормализатор и обрабатываемое им вхождение. Справочник "заголовок-приема" ограничивается указанием уровня срабатывания 1 и вводом фильтров "условие", "тип(описать)", "неизвестная( $x$ )", "не(комментусловия(серия))". Он не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 1.

- (с) Выражение одних неизвестных подтермов задачи на описание либо на исследование через другие.

- i. Выражение неизвестной задачи на описание либо на исследование через другие неизвестные.

- A. Выражение неизвестной задачи на описание либо на исследование через другие неизвестные.

Приемы данного типа, несмотря на свою привлекательность, бывают полезны лишь в редких случаях. Например, при решении систем линейных уравнений. В прочих ситуациях подстановка громоздкого выражения одной неизвестной через другие способна загнать в тупик решение оставшихся уравнений. Поэтому приемов данного типа создано совсем немного, и они имеют множество ограничений. Пример:

$$\forall_{abc}(a - \text{число} \ \& \ b - \text{число} \rightarrow a = b + c \leftrightarrow b = a - c)$$

Прием применяется к условию задачи на описание либо посылке задачи на исследование, имеющих более одной неизвестной. Переменная  $b$  - неизвестная. Выражение  $c$  содержит неизвестные, но не содержит  $b$ . Выражение  $a$  неизвестных не содержит. Уровни срабатывания - 0,1 и 5. Дополнительно проверяются ограничения:

Либо решается задача на описание и текущий уровень равен 5, либо  $a$  равно 0, а число неизвестных преобразуемого условия равно 2, либо это условие - линейное уравнение.

В случае задачи на описание текущий уровень не равен 0, иначе - не равен 1.

Либо преобразуемое уравнение имеет ровно две неизвестных, либо решается задача на описание, имеющая не более одного нелинейного уравнения, либо решается задача на исследование,  $a$  равно 0, а преобразуемое уравнение имеет ровно три неизвестных.

Если решается задача на описание, причем  $b$  имеет целочисленные значения, то  $c$  содержит не более двух неизвестных.

Спецификация приема имеет вид "тип(новоперанд)", "направл( $N$ )", "неизвестные( $x_1 \dots x_n$ )", "переменная( $y$ )". Здесь  $y$  - неизвестная, относительно которой предпринимается разрешение;  $x_1, \dots, x_n$  - все переменные, идентифицируемые с содержащими неизвестные выражениями. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 1 и вводит фильтры "или(и(тип(описать)условие)тип(исследовать))", "корень", "не(цель(редакция))". "неизвестные(2)", "неизвестная( $x_2$ )", "не(известно( $x_3$ ))", "известно( $x_1$ )", "не(входит( $x_2$   $x_3$ ))", "не(контекст(ключ(цели независит  $x_4$ )список( $x_5$   $x_1$   $x_3$ ) пересекаются( $x_4$   $x_5$ )))". Он требует существенной доработки.

Число приемов данного типа - 3.

- В. Выражение неизвестной задачи на описание через другие неизвестные.

Замечание то же, что для предыдущего типа. Пример:

$$\forall_{bcx}(x + b = c \leftrightarrow x = c - b)$$

Здесь имеется в виду сложение векторов. Прием применяется к подутверждению условия задачи на описание. Переменная  $x$  - неизвестная, не встречающаяся в выражениях  $b, c$ . Выражение  $c$  не является неизвестной.

Спецификация приема имеет вид "тип(стандплюс)", "направл( $N$ )", "неизвестная( $x$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит фильтры "условие", "тип(описать)", "корень", "неизвестная( $x$ )", "не(входит( $x$  ; $b$ ))", "не(входит( $x$   $c$ ))". Он требует доработки.

Число приемов данного типа - 4.

- С. Выражение неизвестной задачи на исследование, имеющей цель "известно", через другие неизвестные.

Пример:

$$\forall_{abcx}(\neg(b = 0) \rightarrow a + bx = c \leftrightarrow x = (c - a)/b)$$

Прием применяется к посылке задачи на исследование, имеющей цель "известно". Переменная  $x$  идентифицируется с неизвестной, переменная  $c$  - не с неизвестной. Имеется множество дополнительных ограничений, причем уровень срабатывания достаточно высок.

Спецификация приема имеет вид "тип(прогрвыражение)", "направл( $N$ )", "неизвестные( $x_1, \dots, x_n$ )", "переменная( $x$ )". Здесь  $x$  - неизвестная, относительно которой предпринимается разрешение;  $x_1,$

$\dots, x_n$  - отличные от нее переменные, которым разрешено идентифицироваться с содержащими неизвестные выражениями. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 1 и вводит фильтры "тип(исследовать)", "цель(известно)", "корень", "неизвестная( $x$ )", "не(входит( $x a$ ))", "не(входит( $x b$ ))", "не(входит( $x c$ ))", "конец(не(контекст(список( $x4 a b c$ )числовойатом( $x4 x5$ ) не(переменная( $x5$ ))))))". Он требует доработки.

Число приемов данного типа - 5.

- D. Выражение вспомогательной неизвестной задачи на исследование, имеющей цель "известно", через прочие неизвестные.

Этот тип отличается от предыдущего несколько более сильной мотивированностью срабатывания. Пример:

$$\forall_{abcdp}(\neg(a = 0) \ \& \ \neg(b = 0) \rightarrow a(bp + c) = d \leftrightarrow p = (d - ac)/(ab))$$

Прием применяется к посылке задачи на исследование, имеющей цель "известно". Переменная  $p$  - неизвестная, не являющаяся неизвестной внешней задачи на описание и не входящая в выражения  $a, b, c, d$ . Переменная  $d$  идентифицируется либо не с переменной, либо с неизвестной внешней задачи. Текущая посылка не содержит невырожденных числовых атомов. Есть ряд других ограничений, связанных с конкретными предметными областями.

Спецификация приема имеет вид "тип(принадл)", "направл( $N$ )", "неизвестные( $x_1 \dots x_n$ )", "переменная( $y$ )". Здесь  $y$  - переменная, относительно которой происходит разрешение (в нашем случае  $p$ );  $x_1, \dots, x_n$  - переменные, которые могут идентифицироваться с содержащими неизвестные выражениями (в нашем случае  $a, b, c, d$ ). Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 1 и вводит фильтры "тип(исследовать)", "цель(известно)", "корень", "неизвестная( $p$ )", "не(неизвестная( $p$  внешнеписать))", "не(входит( $p a$ ))", "не(входит( $p b$ ))", "не(входит( $p c$ ))", "не(входит( $p d$ ))", "конец(не(контекст(числовойатом(корень  $x5$ ) не(переменная( $x5$ ))))))". Он требует доработки.

Число приемов данного типа - 1.

- E. Явное выражение одной неизвестной через другие при контроле задачи на исследование, возникшей после разбора случаев.

Пример:

$$\forall_{abc}(c - \text{число} \rightarrow a + b = c \leftrightarrow a = c - b)$$

Прием применяется к посылке задачи на исследование, имеющей цель "контроль". Переменная  $a$  - неизвестная, не входящая в  $b$ . Выражение  $c$  не содержит неизвестных. Имеется посылка с символом "коорд", параметры которой пересекаются с параметрами текущей посылки.

Спецификация приема имеет вид "тип(видеоключ)", "направл( $N$ )", "переменная( $a$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 2 и вводит фильтры "тип(исследовать)", "корень", "цель(контроль)", "неизвестная( $a$ )", "не(входит( $a b$ ))", "известно( $c$ )". Этого почти достаточно.



Число приемов данного типа - 1.

- Г. Условие задачи на описание преобразуется в параметрическое описание неизвестной через другие неизвестные.

Пример:

$$\forall_{abxy}(ax+by = \text{вектор}0 \leftrightarrow a = 0 \ \& \ by = \text{вектор}0 \vee \exists_c(c\text{-число} \ \& \ x = cy \ \& \ ac + b = 0))$$

Прием применяется к условию задачи на описание. Переменная  $x$  - неизвестная, не входящая в  $b, y$ . Выражение  $y$  содержит неизвестные.

Спецификация приема имеет вид "тип(целые неотрицательные)", "направл( $N$ )", "неизвестная( $x$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит фильтры "условие", "тип(описать)", "корень", "неизвестная( $x$ )". Создается также указатель "примечание(серия)". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 2.

- ii. Выражение неизвестной задачи на исследование через другую неизвестную.

Пример:

$$\forall_{abxy}(\neg(a = 0) \rightarrow ax = ay + b \leftrightarrow x = y + b/a)$$

Прием применяется к посылке задачи на исследование, имеющей цель "известно". Переменные  $x, y$  идентифицируются с неизвестными, выражения  $a, b$  не содержат неизвестных.

Спецификация приема имеет вид "тип(пересекаются)", "направл( $N$ )", "неизвестные( $x, y$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "тип(исследовать)", "цель(известно)", "неизвестная( $x$ )", "неизвестная( $y$ )", "известно( $a$ )", "известно( $b$ )". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

- iii. Выражение неизвестной задачи на описание через другую неизвестную.

Пример:

$$\forall_{abxy}(ax + by = 0 \leftrightarrow \neg(a = 0) \ \& \ x = -by/a \vee a = 0 \ \& \ by = 0)$$

Прием применяется к условию задачи на описание. Переменные  $x, y$  идентифицируются с неизвестными, выражения  $a, b$  не содержат неизвестных. Отсутствуют указания на целочисленность неизвестных  $x, y$ .

Спецификация приема имеет вид "тип(конец)", "направл( $N$ )", "неизвестные( $x, y$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит фильтры "условие", "тип(описать)", "корень", "неизвестная( $x$ )", "неизвестная( $y$ )", "известно( $a$ )", "известно( $b$ )". Он требует доработки.

Число приемов данного типа - 1.

- iv. Разрешение условия задачи на описание для выражения одной неизвестной через другую.

Пример:

$$\forall_{abcdef}(ab^c d^e = f \leftrightarrow ab^c d^e = f)$$

Прием применяется к условию задачи на описание. Переменные  $b, d$  идентифицируются с неизвестными, выражения  $a, c, e, f$  неизвестных не содержат. Левая часть антецедента разрешается относительно неизвестной  $b$  с помощью вспомогательной задачи на описание. Несмотря на кажущуюся "безобидность" данного приема, его пришлось сопровождать достаточно сильными ограничениями.

Спецификация приема имеет вид "тип(приемыраздела)", "направл( $N$ )", "неизвестные( $x, y$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит фильтры "условие", "тип(описать)", "корень", "неизвестная( $b$ )", "неизвестная( $d$ )", "известно( $a$ )", "известно( $c$ )", "известно( $e$ )", "известно( $f$ )". Он требует доработки.

Число приемов данного типа - 1.

- v. Использование группы посылок задачи на исследование для выражения неизвестных подтермов через численные параметры.

Пример:

$$\forall_{abcdxy}(c = a^2 - 4b \ \& \ d = \sqrt{c} \rightarrow x + y = a \ \& \ xy = b \leftrightarrow 0 \leq c \ \& \ (x = (a - d)/2 \ \& \ y = (a + d)/2 \vee x = (a + d)/2 \ \& \ y = (a - d)/2))$$

Прием применяется к посылкам задачи на исследование, имеющей цель "известно". Выражения  $x, y$  содержат неизвестные. Выражения  $a, b$  не содержат невырожденных числовых атомов. Выражение  $c$  не содержит неизвестных внешней задачи на описание. Антецеденты выделены указателем "идентификатор". Их выражения обрабатываются нормализаторами общей стандартизации.

Спецификация приема имеет вид "тип(пунктоглавления)", "направл( $N$ )", "неизвестные( $x_1 \dots x_n$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "тип(исследовать)", "посылка", "цель(известно)", "не(контекст(список( $x_5$   $a$   $b$ ) числовойатом( $x_5$   $x_6$ ) не(переменная( $x_6$ ))))", "не(известно( $x$ ))", "не(известно( $y$ ))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

- vi. Разрешение группы условий задачи на описание относительно сложных неизвестных подвыражений.

Пример:

$$\forall_{abcdefghpqrstuvwxy}(ax+by+cz+d = e \ \& \ fx+gy+hz+p = q \ \& \ rx+sy+tz+u = v \leftrightarrow ax + by + cz + d = e \ \& \ fx + gy + hz + p = q \ \& \ rx + sy + tz + u = v)$$

Прием применяется к условиям задачи на описание, имеющей не менее трех неизвестных. Каждое из выражений  $x, y, z$  содержит неизвестные и по крайней мере относительно одной неизвестной нелинейно. Выражения  $d, p, v$  относительно своих неизвестных линейны. Выражения

$e, q, v$  не содержат неизвестных. Хотя бы одна из левых частей преобразуемых равенств имеет более трех слагаемых. Заменяющая часть (формально идентичная заменяемой) преобразуется вспомогательной задачей на описание, которая вводит новые переменные для обозначения выражений  $x, y, z$ , разрешает условия относительно них, а затем подставляет исходные выражения  $x, y, z$ .

Спецификация приема имеет вид "тип(комментарии)", "направл( $N$ )", "неизвестные( $x_1 \dots x_n$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит условия "условие", "тип(описать)", "неизвестные(3)", "не(известно( $x$ ))", "не(известно( $y$ ))", "не(известно( $z$ ))", "известно( $e$ )", "известно( $q$ )", "известно( $v$ )". Для обработки заменяющей части вводится нормализатор "задача(4 тип(описать) полный явное прямоеответ цель(вспомописание( $x y z$ )))". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 1.

- vii. Выражение одного неизвестного подтерма задачи на описание через другой, если эти подтермы имели кратные вхождения в условие.

Пример:

$$\forall_{abcdxy} (d = b^2 - 4ac \rightarrow ax^2 + bxy + cy^2 = 0 \leftrightarrow \neg(a = 0) \& 0 \leq d \& (x = y(\sqrt{d} - b)/(2a) \vee x = -y(\sqrt{d} + b)/(2a)) \vee a = 0 \& (y = 0 \vee bx + cy = 0) \vee d < 0 \& x = 0 \& y = 0)$$

Прием применяется к условию задачи на описание. Выражения  $x, y$  содержат неизвестные, выражения  $a, b, c$  - не содержат. Если задача имеет несколько неизвестных, то уровень срабатывания равен 1, иначе он равен 3.

Спецификация приема имеет вид "тип(смыслочник)", "направл( $N$ )", "неизвестные( $x y$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 1 и вводит фильтры "тип(описать)", "условие", "корень", "не(цель(редакция))", "неизвестные(2)", "не(известно( $x$ ))", "не(известно( $y$ ))", "известно( $a$ )", "известно( $b$ )", "известно( $c$ )". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

- viii. Выражение одного неизвестного подтерма задачи на исследование через другой, если эти подтермы имели кратные вхождения в посылку.

Пример:

$$\forall_{abcdxy} (d = b^2 - 4ac \& \neg(a = 0) \rightarrow ax^2 + bxy + cy^2 = 0 \leftrightarrow 0 \leq d \& (x = y(\sqrt{d} - b)/(2a) \vee x = -y(\sqrt{d} + b)/(2a)) \vee d < 0 \& x = 0 \& y = 0)$$

Прием применяется к посылке задачи на исследование, имеющей цель "известно". Выражения  $x, y$  содержат неизвестные, выражения  $a, b, c$  - не содержат. Фактически созданы два приема. Первый проверяет, что  $x, y$  не имеют невырожденных числовых атомов. У него уровень срабатывания равен 4, у второго приема - равен 8.

Спецификация приема имеет вид "тип(смыслочник)", "направл( $N$ )", "неизвестные( $x, y$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "тип(исследовать)", "корень",

"цель(известно)", не(известно( $x$ )), "не(известно( $y$ ))", "известно( $a$ )", "известно( $b$ )", "известно( $c$ )". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 2.

(d) Преобразование условия задачи на описание либо посылки задачи на исследование к виду, допускающему явное разрешение относительно заданного выражения с неизвестными.

i. Преобразование условия задачи на описание либо посылки задачи на исследование к виду, допускающему явное разрешение относительно заданного выражения с неизвестными.

$$\forall_{abcdefghijk}(0 < a \ \& \ b - 2c = f \ \& \ d = ae \ \& \ g - 2c = h \rightarrow ie^b + jd^c + ka^g = 0 \leftrightarrow ie^f((e/a)^c)^2 + j(e/a)^c = -ka^h)$$

Прием применяется к условию задачи на описание либо посылке задачи на исследование. Выражения  $b, c, g$  содержат неизвестные, а выражения  $f, h, i, j, k$  - не содержат. Если  $h$  отлично от нуля, то  $a$  не содержит неизвестных. Если  $f$  отлично от нуля, то  $e$  не содержит неизвестных. Заменяющее утверждение обрабатывается нормализатором решения квадратных уравнений "квадруравн".

Спецификация приема имеет вид "тип(нормуравн)", "направл( $N$ )", "неизвтермы( $t$ )", "неизвестные( $x_1 \dots x_n$ )", норм( $s$ )". Здесь  $t$  - выражение, относительно которого должно разрешаться уравнение,  $x_1, \dots, x_n$  - переменные, идентифицируемые с содержащими неизвестные выражениями,  $s$  - нормализатор разрешения уравнений. В нашем случае  $t$  - " $(e/a)^c$ ";  $x_1, \dots, x_n$  -  $b, c, g$ . Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 2 и вводит фильтры "или(и(тип(описать)условие) тип(исследовать))", "корень", "не(известно( $b$ ))", "не(известно( $c$ ))", "не(известно( $g$ ))", "известно( $f$ )", "известно( $h$ )", "известно( $i$ )", "известно( $j$ )", "известно( $k$ )", "или(известно( $a$ )заголовок( $h$  0))", "или(известно( $e$ ) заголовок( $f$  0))". Вводится также нормализатор "квадруравн". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 9.

ii. Преобразование условия задачи на описание либо посылки задачи на исследование к виду, допускающему явное разрешение относительно неизвестной.

Пример:

$$\forall_{abx}(a(\sin x)^2 = b \cos(2x) \leftrightarrow (a + 2b) \cos(2x) = a)$$

Прием применяется к условию задачи на описание либо посылке задачи на исследование. Выражение  $x$  содержит неизвестные, выражения  $a, b$  - не содержат. Так как заменяющее утверждение устойчиво к общей стандартизации, немедленной обработки нормализатором разрешения уравнений не требуется.

Спецификация приема имеет вид "тип(блокприемов)", "направл( $N$ )", "неизвестные( $x$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 1 и вводит фильтры "или(и(тип(описать)условие) тип(исследовать))", "корень", "не(известно( $x$ ))", "известно( $a$ )", "известно( $b$ )". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 3.

- iii. Преобразование условия задачи на описание к виду, допускающему явное разрешение относительно заданного выражения с неизвестными.

Пример:

$$\forall_{ABCDEabpq}(pa^2 = A \ \& \ 2apb = B \ \& \ aq = C - pb^2 \ \& \ qb = D \rightarrow Ax^4 + Bx^3 + Cx^2 + Dx = E \leftrightarrow p(ax^2 + bx)^2 + q(ax^2 + bx) = E)$$

Прием применяется к условию задачи на описание. Выражение  $x$  содержит неизвестные; выражения  $A, B, C, D, E$  идентифицируются с целочисленными константами. Антецеденты выделены указателем "программа". Они реализуют перебор целочисленных делителей для выделения квадратного трехчлена относительно двучлена второй степени.

Спецификация приема имеет вид "тип(вычерк)", "направл( $N$ )", "неизвестные( $t$ )", "неизвестные( $x_1 \dots, x_n$ )", "норм( $s$ )". Все это аналогично рассмотренному выше типу, где допускались как задачи на описание, так и задачи на исследование. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 2 и вводит фильтры "тип(описать)", "условие", "корень", "не(известно( $x$ ))", "известно( $p$ )", "известно( $q$ )", "известно( $E$ )". Учет этим справочником условий целочисленности не прорабатывался. Однако, при отсутствии таких условий он создает приемлемые приемы.

Число приемов данного типа - 7.

- iv. Преобразование условия задачи на описание к виду, допускающему явное разрешение относительно неизвестной.

Пример:

$$\forall_{abc}(0 < d \rightarrow a(\sin c)^d + b(\sin c)^d = 0 \leftrightarrow \neg(a = 0) \ \& \ (\operatorname{tg} c)^d = -b/a \ \vee \ a = 0 \ \& \ b \cos c = 0)$$

Прием применяется к условию задачи на описание. Выражение  $c$  содержит неизвестные, а выражения  $a, b, d$  не содержат. Выражение  $d$  отлично от двойки.

Спецификация приема имеет вид "тип(высотаполосы)", "направл( $N$ )", "неизвестные( $x_1 \dots x_n$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 1 и вводит фильтры "тип(описать)", "условие", "корень", "не(известно( $c$ ))", "известно( $a$ )", "известно( $b$ )", "известно( $d$ )". Он требует доработки.

Число приемов данного типа - 27.

- v. Свертка дизъюнктивного условия задачи на описание, приводящая к разрешимому относительно неизвестного подвыражения подслучаю.

Пример:

$$\forall_{ab}(\sin a = 0 \ \vee \ \cos a = 0 \ \vee \ b \leftrightarrow \sin(2a) = 0 \ \vee \ b)$$

Прием применяется к условию задачи на описание. Выражение  $a$  содержит неизвестные.

Спецификация приема имеет вид "тип(дизъюнкциявсех)", "направл( $N$ )", "неизвестные( $x_1 \dots x_n$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 0 и вводит фильтры "условие", "корень", "тип(описать)", "не(известно( $a$ ))". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 3.

- (e) Преобразование условия задачи на описание, разрешенного относительно неизвестной.

- i. Преобразование разрешенного относительно неизвестной условия задачи на описание в дизъюнкцию, подслучай которой дает явное выражение для этой неизвестной.

Пример:

$$\forall_{abc}(a \in \{b; c\} \leftrightarrow a = b \vee a \in \{; c\})$$

Прием применяется к условию задачи на описание. Выражение  $a$  содержит неизвестные, выражения  $b, c$  - не содержат. Либо  $a$  - не переменная, либо существует другое условие с переменной  $a$ , отличное от указателя типа значения  $a$ .

Спецификация приема имеет вид "тип(копия)", "направл( $N$ )", "неизвестная( $x$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 2 и вводит фильтры "условие", "корень", "тип(описать)", "не(известно( $a$ ))", "известно(фикс(0 1 2))", "или(не(переменная( $a$ ))) контекст(новоеусловие( $x4$ ) входит( $x1 x4$ ) равно( $x6$  справка(родобъекта начало( $x4$ ))) заголовок( $x6 0$ )))". Создается также указатель "примечание(разборслучаев)". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 3.

- ii. Разгруппировка условия принадлежности неизвестного элемента известному множеству для последующей расшифровки.

Пример:

$$\forall_{abc}(a \in b \cup c \leftrightarrow a \in b \vee a \in c)$$

Прием применяется к подутверждению условия задачи на описание. Выражение  $a$  содержит неизвестные, выражения  $b$  и  $c$  не содержат. Либо  $b$ , либо  $c$  содержит логический символ, отличный от символов "пересечение", "объединение", "разность", "номера", "набор", "перечень", "область" и не расположенный внутри операций "перечень" либо "номера". Если  $a$  переменная, то она должна встречаться еще в каком-то условии, отличном от принадлежности либо непринадлежности этой переменной известному множеству и не являющемся указателем типа значения  $a$ .

Спецификация приема имеет вид "тип(заменанеизвестной)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 2 и вводит фильтры "условие", "тип(описать)", "не(известно( $a$ )))", "известно( $b$ )", "известно( $c$ )", "или(контекст(подчинено( $x4 b$ )логсимвол( $x4$ )не(символ( $x4$  набор объединение пересечение разность перечень номера область)))не(контекст(подчинено( $x4 x5$ )символ( $x5$  перечень номера)))) контекст(подчинено( $x4 c$ )логсимвол( $x4$ )не(символ( $x4$  набор объединение пересечение разность перечень номера область)))не(контекст(подчинено( $x4 x5$ )символ( $x5$  перечень номера))))", "или(не(переменная( $a$ ))) контекст(новоеусловие( $x4$ ) входит( $a x4$ ) не(контекст(вид( $x4$  принадлежит( $a x5$ )) известно( $x5$ ))) не(контекст(вид( $x4$  не(принадлежит( $a x5$ ))) известно( $x5$ ))) или(не(длинатекста( $x4 2$ )) не(равно(справка(родобъекта начало( $x4$ ))1))))))". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 3.

- iii. Преобразование равенства, дающего явное выражение для неизвестной задачи на описание через другие неизвестные, к виду неявной зависимости - для блокировки нежелательного исключения этой неизвестной.

Пример:

$$\forall_{ab}(a = b \leftrightarrow a - b = 0)$$

Прием применяется на уровне 0 к условию задачи на описание, имеющей более одной неизвестной.  $a$  - неизвестная, не входящая в  $b$ . Выражение  $b$  нелинейно относительно хотя бы двух различных неизвестных. Нет условия вида " $a \in E_k$ ", указывающего на конечную область  $\{0, \dots, k - 1\}$  значений  $a$ . Существует другое условие, содержащее  $a$  и не имеющее вида " $a$  - число". Выражение  $b$  не содержит символ "значение".

Спецификация приема имеет вид "тип(замена)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 0 и вводит фильтры "тип(описать)", "условие", "корень", "неизвестные(2)", "неизвестная( $a$ )", "не(входит( $a$  фикс(0 1 2)))", "не(цель(редакция))", "не(цель(учетответа))". Он требует доработки.

Число приемов данного типа - 1.

- iv. Разрешенное относительно неизвестной условие задачи на описание преобразуется в явное параметрическое описание для исключения данной неизвестной из других условий.

Пример:

$$\forall_{ABa}(a \in A \times B \leftrightarrow \exists_{xy}(x \in A \ \& \ y \in B \ \& \ a = (x, y)))$$

Прием применяется к условию задачи на описание, не имеющей цели (класс ...). Либо  $a$  - неизвестная, либо задача имеет цель вида "(серия ...  $a$  ...)". Существует еще условие, содержащее  $a$ .

Спецификация приема имеет вид "тип(лексикопредшествует)", "направл( $N$ )", "неизвестная( $a$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 1 и вводит фильтры "условие", "тип(описать)", "корень", "или(неизвестная( $a$ ) контекст(цель( $x2$ ) заголовок( $x2$  серия входит( $a$   $x2$ )))", "контекст(новоеусловие( $x2$ ) входит( $a$   $x2$ ))". Создаются также указатели "примечание(серия)" и "примечание(фильтрсерии)". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 6.

- v. Переход от разрешенного относительно неизвестной условия задачи на описание, имеющего вид отрицания, к разрешенному относительно неизвестной условию, не имеющему вида отрицания.

Пример:

$$\forall_{ab}(\neg(a \in b) \leftrightarrow \text{непересек}(\{a\}, b))$$

Прием применяется к условию задачи на описание. Выражение  $a$  не содержит неизвестных;  $b$  - неизвестная.

Спецификация приема имеет вид "тип(отр)", "направл( $N$ )", "неизвестные( $b$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "условие", "корень", "тип(описать)", "неизвестная( $b$ )", "известно( $a$ )". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

- vi. Разрешенное относительно неизвестной условие задачи на описание переформулируется с учетом целевой установки.

Пример:

$$\forall_{abc}(b - \text{число} \ \& \ c - \text{число} \rightarrow a \in (b, c) \leftrightarrow a - \text{число} \ \& \ b < a \ \& \ a < c)$$

Прием применяется к условию задачи на описание, имеющей своей целью один из символов "усмменьше", "неравенства", "областьграницы", "нормобласть". Переменная  $a$  - неизвестная, выражения  $b$  и  $c$  неизвестных не содержат.

Спецификация приема имеет вид "тип(связный)", "направл( $N$ )", "неизвестная( $a$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 0 и вводит фильтры "тип(описать)", "условие", "корень", "неизвестная( $a$ )", "известно( $b$ )", "известно( $c$ )". он требует доработки.

Число приемов данного типа - 1.

- vii. Усиление условия задачи на описание, явно разрешенного относительно неизвестной.

Пример:

$$\forall_{nx}(n - \text{целое} \ \& \ x - \text{целое} \rightarrow n < x \leftrightarrow n + 1 \leq x)$$

Прием применяется к условию задачи на описание. Переменная  $x$  - неизвестная, выражение  $n$  неизвестных не содержит.

Спецификация приема имеет вид "тип(делители)", "направл( $N$ )", "неизвестная( $x$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит фильтры "тип(описать)", "условие", "корень", "неизвестная( $x$ )", "известно( $n$ )". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 6.

- viii. Переход от соотношения для числовых атомов к качественной характеристике объекта при редактировании ответа.

Пример:

$$\forall_{ab}(\text{скалумнож}(a, b) = 0 \leftrightarrow a \perp b)$$

Прием применяется к подутверждению условия задачи на описание, имеющей цель "редакция". Это условие содержит неизвестные.

Спецификация приема имеет вид "тип(плюссимв)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "условие", "тип(описать)", "цель(редакция)", "не(известно(корень))".

Число приемов данного типа - 1.

- ix. Конъюнктивная декомпозиция явно разрешенного относительно неизвестной условия для учета прочих ограничений на эту неизвестную.



Пример:

$$\forall_{abx}(x \in [a, b] \leftrightarrow x - \text{число} \ \& \ a \leq x \ \& \ x \leq b)$$

Прием применяется к условию задачи на описание. Выражение  $x$  содержит неизвестные. Либо  $x$  - не переменная, либо имеется еще какое-то другое условие с  $x$ . Достаточно высокий уровень срабатывания приема гарантирует, что попытки объединения явно разрешенных относительно  $x$  условий в одно условий уже не состоялись.

Спецификация приема имеет вид "тип(конечное)", "направл( $N$ )", "неизвестная( $x$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "условие", "тип(описать)", "не(известно( $x$ ))", "или(не(переменная( $x$ ))контекст(новоусловие( $x3$ ) входит( $x$   $x3$ ) не(контекст(вид( $x3$  принадлежит( $x$   $x4$ )) известно( $x4$ ))) не(контекст(вид( $x3$  не(принадлежит( $x$   $x4$ )))известно( $x4$ ))) не(контекст(вид( $x3$  не(равно( $x$   $x4$ ))) известно( $x4$ ))) или(не(заголовок( $x3$  число)) не(длинатекста( $x3$  2))))))". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 3.

- x. Конъюнктивная декомпозиция явно разрешенного относительно неизвестной условия, приводящая к более простым известным выражениям.

Пример:

$$\forall_{ab}(b - \text{число} \rightarrow a \in (b, \infty) \leftrightarrow a - \text{число} \ \& \ b < a)$$

Прием применяется к подвыражению условия задачи на описание. Выражение  $a$  содержит неизвестные, выражение  $b$  - не содержит. Допускается случай замкнутого луча, с заменой строгого неравенства на нестрогое.

Спецификация приема имеет вид "тип(смугол)", "направл( $N$ )", "неизвестная( $a$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 0 и вводит фильтры "условие", "тип(описать)", "не(известно( $a$ ))", "известно( $b$ )". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 2.

- (f) Усмотрение возможности выразить условие задачи на описание через заданное неизвестное подвыражение и разрешение его относительно этого подвыражения.

Пример:

$$\forall_{afghxy}((y - \text{число} \ \& \ a \leq f(y)) = g(y) \rightarrow a \leq f(\sin(h(x)) + \cos(h(x))) \leftrightarrow g(\sin(h(x)) + \cos(h(x))))$$

Прием применяется к условию задачи на описание, имеющему единственную неизвестную. Выражение  $a$  неизвестных не содержит. Указатель "контекст" определяет идентификацию неизвестной  $x$  и содержащего  $x$  подвыражения текущего условия, имеющего вид  $\sin(h(x)) + \cos(h(x))$ . Для идентификации  $f(\sin(h(x)) + \cos(h(x)))$  используется указатель "новаргумент( $f$   $x$  извлечение)".

Спецификация приема имеет вид "тип(Облвхожд)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 2 и вводит фильтры "тип(описать)", "условие", "корень", "равно(числонеизвестных(корень)1)". Он не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 4.

- (g) Попытка разрешения равенства неизвестного выражения новому параметру для получения параметрического описания в условии задачи на описание.

Пример:

$$\forall_{Pabx}((a = n \ \& \ n\text{--целое}) = (x = b \ \& \ P(n)) \rightarrow a\text{--целое} \leftrightarrow \exists_n(n\text{--целое} \ \& \ x = b \ \& \ P(n)))$$

Прием применяется к условию задачи на описание. Выражение  $a$  содержит единственную неизвестную  $x$  и отлично от переменной. Другого условия с заголовком "целое" нет. Выбирается новая переменная  $n$ , и левая часть антецедента разрешается задачей на описание относительно  $x$ .

Спецификация приема имеет вид "тип(норммощность)", "направл( $N$ )", "неизвестная( $a$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "тип(описать)", "условие", "корень", "не(известно( $a$ ))", "не(переменная( $a$ ))". Он не проработан.

Число приемов данного типа - 1.

## 2. Дизъюнктивно-конъюнктивные декомпозиции.

- (a) Дизъюнктивно-конъюнктивная декомпозиция условия задачи на описание либо посылки задачи на исследование относительно неизвестных.

- i. Дизъюнктивно-конъюнктивная декомпозиция условия задачи на описание, для последующей расшифровки условия принадлежности неизвестному множеству.

Пример:

$$\forall_{abc}(\{a; b\} \subseteq c \leftrightarrow \{; b\} \subseteq c \ \& \ a \in c)$$

Прием применяется к условию задачи на описание. Выражение  $c$  содержит неизвестные и отлично от переменной. Его заголовок отличен от символов "вершины" и "ребра".

Спецификация приема имеет вид "тип(внешзначение)", "направл( $N$ )", "неизвестные( $x_1 \dots x_n$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 2 и вводит фильтры "условие", "тип(описать)", "корень", "не(известно( $c$ ))", "не(переменная( $c$ ))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 2.

- ii. Попытка декомпозиции условия задачи на описание либо посылки задачи на исследование с помощью нормализатора приведения к заданным заголовкам.

- А. Попытка декомпозиции условия задачи на описание либо посылки задачи на исследование с помощью нормализатора приведения к заданным заголовкам.

Пример:

$$\forall_{abc}(c = a - b \ \& \ a - \text{число} \ \& \ b - \text{число} \rightarrow a = b \leftrightarrow c = 0)$$

Прием применяется к условию задачи на описание, не имеющей цели "редакция", либо к посылке задачи на исследование. Выражение  $a$  отлично от переменной и содержит неизвестные. Либо  $b$  отлично от 0, либо  $a$  не имеет своим заголовком один из символов "умножение", "степень", "дробь". Отсутствует цель "известно...". Правая часть первого антецедента обрабатывается нормализатором разложения на множители "видумножение". Прием является одним из наиболее часто применяемых в элементарной алгебре и имеет множество дополнительных фильтров. Созданы две его версии, срабатывающие на различных уровнях.

Спецификация приема имеет вид "тип(декомпозиция)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 5 и вводит фильтры "или(и(условие тип(описать) не(цель(редакция))) тип(исследовать))", "корень", "не(известно(корень))", "не(Входит(известно цели))", "не(подобныетермы( $c$  копия( $a-b$ )))". Вводится нормализатор "видумножение" для обработки первого антецедента. Требуется существенная доработка справочника.

Число приемов данного типа - 4.

- В. Попытка конъюнктивной декомпозиции условия задачи на описание с помощью нормализатора приведения к заданным заголовкам.

Пример:

$$\forall_{ab}(a = b \rightarrow \neg(a = 0) \leftrightarrow \neg(b = 0))$$

Прием применяется к условию задачи на описание, не используемому для сопровождения по о.д.з. Выражение  $a$  представляет собой сумму. Она обрабатывается нормализатором разложения на множители, и проверяется, что заголовком результата (с точностью до отбрасывания внешнего минуса) служит один из символов "умножение", "дробь", "степень".

Спецификация приема имеет вид "тип(суффикс)", "направл( $N$ )", "см(...)", где последний элемент уточняет контекст обращения к нормализатору и проверяет его результативность. Справочник "заголовокприема" указывает уровень обращения 4 и вводит фильтры "тип(описать)", "условие", "корень", "не(известно(корень))", "не(сопровождение)", "не(подобныетермы( $x1$  копия( $x1$ )))", а также переносит фильтры из элемента "см(...)". Заметим, что данный элемент, по крайней мере для рассматриваемого примера, создается системой автоматически по соответствующему протоколу базы теорем, а сам протокол выводится из теоремы для декомпозиции равенства произведения нулю в дизъюнкцию равенств нулю. Таким образом, действий системы по созданию приема в этом случае достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

- С. Попытка дизъюнктивной декомпозиции условия задачи на исследование с помощью нормализатора приведения к заданным заголовкам.

Пример:

$$\forall_{abc}(c = a - b \rightarrow a = b \leftrightarrow c = 0)$$

Прием применяется к численному уравнению, расположенному в посылке задачи на исследование, имеющей цель "известно". Эта посылка содержит более двух неизвестных и не имеет невырожденных числовых атомов. В ней встречается сумма с дробью, знаменатель которой содержит неизвестные, причем другого содержащего неизвестные знаменателя посылка не имеет. Правая часть антецедента обрабатывается нормализатором разложения на множители.

Спецификация приема имеет вид "тип(заменапосылки)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "тип(исследовать)", "корень", "не(известно(корень))", "не(сопровождение)". Он не проработывался.

Число приемов данного типа - 2.

- iii. Дизъюнктивно-конъюнктивная декомпозиция условия задачи на описание либо посылки задачи на исследование относительно неизвестных.

- А. Дизъюнктивно-конъюнктивная декомпозиция условия задачи на описание либо посылки задачи на исследование относительно неизвестных.

Пример:

$$\forall_{abcd}(\{a, b\} = \{c, d\} \leftrightarrow a = c \ \& \ b = d \ \vee \ a = d \ \& \ b = c)$$

Прием применяется к условию задачи на описание либо посылке задачи на исследование, содержащим неизвестные.

Спецификация приема имеет вид "тип(промежуток)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 2 и вводит фильтры "или(тип(описать) тип(исследовать))", "корень", "не(известно(фикс(0 1)))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

- В. Дизъюнктивно-конъюнктивная декомпозиция условия задачи на описание относительно неизвестных.

Пример:

$$\forall_{ab}(0 \leq ab \leftrightarrow a \leq 0 \ \& \ b \leq 0 \ \vee \ 0 \leq a \ \& \ 0 \leq b)$$

Прием применяется к условию задачи на описание, содержащему неизвестные. Оно не используется для сопровождения по о.д.з.

Спецификация приема имеет вид "тип(нормнок)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 2 и вводит фильтры "тип(описать)", "условие", "корень", "не(известно(корень))", "не(Входит(или списокусловий))". Требуется небольшая доработка.

Число приемов данного типа - 17.

- С. Дизъюнктивно-конъюнктивная декомпозиция условия задачи на описание относительно заданных неизвестных, использующая конечное перечисление относительно константных параметров.

Пример:

$$\forall_{nxy}(x - \text{целое} \ \& \ y - \text{целое} \rightarrow xy = n \leftrightarrow \exists_{pq}(n = pq \ \& \ x = p \ \& \ y = q))$$

Прием применяется к условию задачи на описание. Переменная  $n$  идентифицируется с ненулевой целочисленной константой. Выражения  $x, y$  содержат неизвестные. Задача имеет целочисленные неизвестные. Есть ограничение сверху на число делителей  $n$ . Квантор существования выделен указателем "или", определяющим его развертку в дизъюнкцию при перечислении разложений  $n$  в произведение двух целочисленных множителей  $p, q$ .

Спецификация приема имеет вид "тип(ключ)", "неизвестные( $x_1 \dots x_m$ )", "направл( $N$ )", "см(...)". Последний элемент уточняет тип константных значений. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 5 и вводит фильтры "тип(описать)", "условие", "корень", "не(известно( $x$ ))", "не(известно( $y$ ))", "целое( $n$ )". Создаются также указатели "или(...)" и "примечание(разборслучаев)". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 3.

- Д. Дизъюнктивно-конъюнктивная декомпозиция посылки задачи на исследование относительно заданных неизвестных, использующая конечное перечисление относительно константных параметров.

Примером служит предыдущая теорема. Отличие лишь в том, что прием применяется к посылке задачи на исследование, не имеющей цели "известно".

Спецификация приема имеет вид "тип(изменение)", "неизвестные( $x_1 \dots x_m$ )", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "тип(исследовать)", "не(цель(известно))", "корень". Создаются указатели "или(...)" и "примечание(разборслучаев)". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 1.

- iv. Дизъюнктивно-конъюнктивная декомпозиция условия задачи на описание либо посылки задачи на исследование путем анализа экстремальных значений.

- А. Дизъюнктивно-конъюнктивная декомпозиция условия задачи на описание либо посылки задачи на исследование путем анализа экстремальных значений.

Пример:

$$\forall_{abc}(b - \text{натуральное} \rightarrow (\cos a)^b \cdot c = 1 \leftrightarrow (\cos a)^b = 1 \ \& \ c = 1 \ \vee (\cos a)^b = -1 \ \& \ c = -1)$$

Прием применяется к условию задачи на описание либо посылке задачи на исследование, содержащим неизвестные. Каждый множитель выражения  $c$  представляет собой степень синуса либо

косинуса с положительным показателем. Отбрасываются случаи, в которых возможно решение без пересечения нескольких различных серий корней.

Спецификация приема имеет вид "тип(нормвнутренность)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 2 и вводит фильтры "или(и(тип(описать) условие) тип(исследовать))", "корень", "не(известно(фикс(0 1)))". Он не проработан.

Число приемов данного типа - 7.

- V. Дизъюнктивно-конъюнктивная декомпозиция условия задачи на описание путем анализа экстремальных значений.

Пример:

$$\forall_{abcde}(|a| \leq b \ \& \ |c| \leq d \ \& \ bd - e = 0 \rightarrow ac = e \leftrightarrow |a| = b \ \& \ |c| = d \ \& \ 0 \leq ac)$$

Прием применяется к условию задачи на описание, содержащему неизвестные. Выражение  $e$  неизвестных не содержит. Первые два antecedента обрабатываются синтезатором "верхняяоценка", определяющим верхние оценки  $b, d$ . Третий antecedент, выделенный указателем "идентификатор", сравнивает произведение этих оценок с выражением  $e$ .

Спецификация приема имеет вид "тип(нормрасстояние)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 2 и вводит фильтры "тип(описать)", "условие", "корень", "не(известно(корень))". Он правильно расставляет указатели обработки antecedентов. Требуется доработка.

- v. Декомпозиция условия задачи на описание с разрешением получаемых подутверждений.

Пример:

$$\forall_{MNR S abcd f g m n p q r s}(\text{Max}(\lambda_x(f(x), x - \text{число}), a, m, n) = (m = M \ \& \ n = N) \ \& \ \text{Max}(\lambda_y(g(y), y - \text{число}), b, r, s) = (r = R \ \& \ s = S) \rightarrow \text{Max}(\lambda_{xy}(f(x) + g(y), p(x) \ \& \ q(y)), a \times b, c, d) \leftrightarrow c = M \times R \ \& \ d = N + S)$$

Прием применяется к условию задачи на описание. Antecedенты выделены указателем "идентификатор". Их левые части разрешаются относительно соответствующих неизвестных ( $m, n$  либо  $r, s$ ) задачами на описание.

Спецификация приема имеет вид "тип(отбор)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 2 и вводит фильтры "тип(описать)", "условие". Он требует доработки.

- vi. Декомпозиция уравнения с учетом цели "независит".

Пример:

$$\forall_{abcdef}(a - b = c \ \& \ c = de + f \ \& \ a - \text{число} \rightarrow a = b \leftrightarrow e = 0 \ \& \ f = 0)$$

Прием применяется к условию задачи на описание, имеющей цели "пример" и "независит  $x_1 \dots x_k$ ". Сначала первый antecedент, выде-

ленный указателем "идентификатор", упрощает разность частей уравнения. Результат  $c$  представляется в виде  $de + f$  где  $d$  - непустое произведение всех множителей, содержащих хотя бы одну из переменных  $x_1, \dots, x_k$ . Прием не изменяет текущей задачи, а лишь предпринимает попытку решения ее копии, в которой и реализуется замена.

Спецификация приема имеет вид "тип(умножимв)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "тип(описать)", "цель(пример)", "корень". Он не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 1.

(b) Дизъюнктивно-конъюнктивная декомпозиция группы условий задачи на описание.

i. Дизъюнктивно-конъюнктивная декомпозиция группы условий задачи на описание для разделения нескольких выражений, содержащих заданную неизвестную.

Пример:

$$\forall_{abcdefghijpxy}(p = af - be \ \& \ i = d - c \ \& \ j = h - g \rightarrow ax + by + c = d \ \& \ ex + fy + g = h \leftrightarrow \neg(p = 0) \ \& \ px - if + jb = 0 \ \& \ py - ja + ie = 0 \vee p = 0 \ \& \ ax + by + c = d \ \& \ ex + fy + g = h)$$

Прием применяется к паре уравнений задачи на описание. Некоторая неизвестная  $z$  входит в выражения  $x, y$ , не являющиеся неизвестными. Она не входит в  $a, b, c, d, e, f, g, h$ . Антецеденты выделены указателем "идентификатор".

Спецификация приема имеет вид "тип(типаданных)", "направл( $N$ )", "неизвестные( $x, y$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4. Он вводит указатели "контекст(неизвестная( $x11$ ))", "перечень( $a$  не(входит( $x11$   $a$ )))", "перечень( $e$  не(входит( $x11$   $e$ )))", "перечень( $b$  не(входит( $x11$   $b$ )))", "перечень( $f$  не(входит( $x11$   $f$ )))" и фильтры "условие", "тип(описать)", "неизвестные(2)", "входит( $x11$   $x$ )", "входит( $x11$   $y$ )", "не(входит( $x11$   $c$ ))", "не(входит( $x11$   $d$ ))", "не(входит( $x11$   $g$ ))", "не(входит( $x11$   $h$ ))", "не(неизвестная( $x$ ))", "не(неизвестная( $y$ ))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

ii. Попытка декомпозиции группы условий задачи на описание с помощью нормализатора приведения к заданным заголовкам.

Пример:

$$\forall_{abcde}(ab = c \ \& \ ad = e \rightarrow c = 0 \ \& \ e = 0 \leftrightarrow a = 0 \vee \neg(a = 0) \ \& \ b = 0 \ \& \ d = 0)$$

Прием применяется к паре уравнений задачи на описание. Выражения  $c, e$  представляют собой суммы. Антецеденты обрабатывают эти выражения нормализатором упрощенного разложения на множители "факторизация". После этого обнаруживается общий множитель  $a$ , содержащий неизвестные, причем хотя бы одно из остаточных произведений тоже содержит неизвестные.

Спецификация приема имеет вид "тип(позиция)", "направл( $N$ )", "оператор(...)", "неизв( $a$ )", "неизв( $b, d$ )". Последние элементы указывают группы переменных, хотя бы одна из которых идентифицируется с содержащим неизвестные выражением. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания  $\exists$  и вводит фильтры "условие", "тип(описать)", "не(известно( $a$ ))", "или(не(известно( $b$ )) не(известно( $d$ )))", "не(подобныетермы( $c$  копия( $c$ )))", "не(подобныетермы( $e$  копия( $e$ )))". Вводятся необходимые для разложения на множители обращения к нормализатору. Этих действий достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

- iii. Дизъюнктивно-конъюнктивная декомпозиция группы условий задачи на описание для перехода к более простому условию.

Пример:

$$\forall_{abcdefg}(\neg(a^2 + b^2 = 0) \ \& \ g = ad - bc \rightarrow ae + bf = 0 \ \& \ ce + df = 0 \leftrightarrow e = 0 \ \& \ f = 0 \vee ae + bf = 0 \ \& \ g = 0)$$

Прием применяется к паре условий задачи на описание. Выражения  $e, f$ , а также хотя бы одно из выражений  $a, b, c, d$  содержат неизвестные. Выполнено хотя бы одно из следующих требований, означающих, что  $g = 0$  проще исходного уравнения  $ce + df = 0$ :

- A. Исходное уравнение содержит неизвестный логарифм, синус, косинус, тангенс либо котангенс, а  $g$  - не содержит.
- B. Исходное уравнение имеет более одной неизвестной, а  $g$  - ровно одну.
- C. Левая часть исходного уравнения имеет слагаемое с более чем одной неизвестной, а  $g$  - не имеет.
- D. Исходное уравнение нелинейно относительно неизвестных, а  $g$  - линейно.

Спецификация приема имеет вид "тип(тепlobразования)", "направл( $N$ )", "неизв(...)", ..., "неизв(...)". Последние элементы указывают группы переменных, хотя бы одна из которых идентифицируется с содержащим неизвестные выражением. В нашем случае это группы " $e$ ", " $f$ ", " $a, b, c, d$ ". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания  $\exists$  и вводит фильтры "условие", "тип(описать)", "не(известно( $e$ ))", "не(известно( $f$ ))", "или(не(известно( $a$ )) не(известно( $b$ )) не(известно( $c$ ))не(известно( $d$ )))". Он не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 1.

- (с) Разбор случаев для конечного числа значений неизвестных.

Пример:

$$\forall_a(a - \text{boolean} \leftrightarrow a = 0 \vee a = 1)$$

Прием применяется к условию задачи на описание. Переменная  $a$  - двоичная неизвестная, наиболее часто встречающаяся в условиях. Существует другое содержащее  $a$  условие, не имеющее вида  $a = t$ , где  $t$  известно. Переменная  $a$  не используется для уточнения концов промежутка. Преобразованное условие сопровождается комментарием "разборслучаев".



Спецификация приема имеет вид "тип(стандплощадь)", "направл( $N$ )", "неизвестные( $a$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 2 и вводит фильтры "тип(описать)", "условие", "корень", "не(цель(редакция))", "контекст(новоеусловие( $x_2$ ))входит( $a$   $x_2$ ) не(контекст(вид( $x_2$  равно( $a$   $x_3$ ))известно( $x_3$ )))", "не(контекст(неизвестная( $x_2$ )) входит(терм(двоичное( $x_2$ )) списокусловий) не(равно( $a$   $x_2$ )) меньше(число(условие( $x_3$ )) позиция( $x_4$   $x_3$ ) символ( $x_4$   $a$ )) число(условие( $x_3$ ))позиция( $x_4$   $x_3$ ) символ( $x_4$   $x_2$ )))". Вводится также указатель "примечание(разборслучаев)". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

- (d) Эквивалентное преобразование условия задачи на описание, обеспечивающее последующую его декомпозицию.
- i. Эквивалентное преобразование условия задачи на описание, обеспечивающее последующую его декомпозицию.

Пример:

$$\forall_{abcdxy} (x - \text{целое} \ \& \ y - \text{целое} \ \& \ \neg(a = 0) \rightarrow axy + bx + cy = d \leftrightarrow (ax + c)(ay + b) = ad + bc)$$

Прием применяется к условию задачи на описание. Выражения  $x, y$  содержат неизвестные. Переменные  $a, b, c, d$  идентифицируются с целочисленными константами. Дальнейшая декомпозиция использует перечисление всевозможных способов разложения на два целочисленных множителя константы в правой части.

Спецификация приема имеет вид "тип(свобвхождение)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 2 и вводит фильтры "тип(описать)", "условие", "корень", "не(цель(редакция))". Он не проработан.

Число приемов данного типа - 4.

- ii. Использование нормализатора преобразования к заданному заголовку для последующей декомпозиции уравнения.

Пример:

$$\forall_{acd} (a = d \rightarrow d \subseteq c \leftrightarrow a \subseteq c)$$

Прием применяется к подутверждению условия задачи на описание. Выражение  $d$  отлично от переменной, содержит неизвестные и не имеет заголовка "объединение". Правая часть антецедента обрабатывается нормализатором "видобъединение". Результат  $a$  либо имеет заголовок "объединение", либо короче исходного выражения  $d$ . Хотя выше уже рассматривался почти такой же тип приема, но отличие между ними имеется: здесь источником приема служит протокол "нормразделение(...)", а ранее источником была теорема либо близкий к ней квазипротокол.

Спецификация приема имеет вид "тип(соотвпозиция)", "направл( $N$ )", "см(...)", где последний элемент фактически содержит все необходимые фильтры. Он генерируется спецификатором по протоколу "нормразделение(...)" автоматически; в нашем случае этот элемент име-

ет вид "см(не(известно( $d$ ))не(переменная( $d$ )) не(заголовок( $d$  объединение)) или(короче( $a d$ ) заголовок( $a$  объединение)) длина(контрольглубины))". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 2, вводит фильтры "тип(описать)", "условие", "не(цель(редакция))" и добавляет фильтры из элемента "см(...)". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 10.

### 3. Свертка нескольких условий задачи на описание в одно условие.

- (а) Свертка группы явно разрешенных относительно неизвестных условий в одно, тоже явно разрешенное относительно неизвестных.

Пример:

$$\forall_{abc}(a \cup b \subseteq c \leftrightarrow a \subseteq c \ \& \ b \subseteq c)$$

Прием применяется к паре условий задачи на описание (замена выполняется справа налево). Переменная  $c$  - неизвестная, выражения  $a$  и  $b$  неизвестных не содержат.

Спецификация приема имеет вид "тип(кн)", "направл( $N$ )", "неизвестные( $c$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровни срабатывания 0,3,5 и вводит фильтры "условие", "тип(описать)", "неизвестная( $c$ )", "известно( $a$ )", "известно( $b$ )", "или(уровень(5) не(цель(пример)))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 30.

- (b) Свертка нескольких неизвестных условий в одно условие, допускающее непосредственное разрешение относительно неизвестного подвыражения.

Пример:

$$\forall_a(\sin(2a) = 0 \ \& \ \neg(\sin a = 0) \leftrightarrow \cos a = 0)$$

Прием применяется к паре условий задачи на описание. Выражение  $a$  содержит неизвестные.

Спецификация приема имеет вид "тип(однасторона)", "направл( $N$ )", "неизвестные( $a$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 1 и вводит фильтры "условие", "тип(описать)", "не(известно( $a$ ))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 4.

- (с) Свертка в одно условие нескольких условий с неизвестными, используемых только при проверке.

Пример:

$$\forall_a(\neg(\sin a = 0) \ \& \ \neg(\cos a = 0) \leftrightarrow \neg(\sin(2a) = 0))$$

Прием применяется к паре условий задачи на описание, не используемых для сопровождения по о.д.з. Выражение  $a$  содержит неизвестные. Имеется условие, представляющее собой равенство тригонометрической функции

от содержащего неизвестные выражения известному выражению. Отсутствуют равенства, выражающие  $\sin a$  либо  $\cos a$  через терм, не содержащий неизвестных.

Спецификация приема имеет вид "тип(начало)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 1 и вводит фильтры "условие", "тип(описать)", "не(известно( $a$ ))", "не(сопровождение)". Он не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 4.

- (d) Свертка группы неизвестных условий в одно условие, явно разрешенное относительно неизвестного выражения.

Пример:

$$\forall_{ab}((a = b \vee a = -b) \& 0 \leq a \leftrightarrow a = |b|)$$

Прием применяется к паре условий задачи на описание. Выражение  $a$  содержит неизвестные, выражение  $b$  - не содержит. Заметим, что в отличие от ранее рассмотренного в этом подразделе типа, переменная  $a$  не обязательно идентифицируется с неизвестной.

Спецификация приема имеет вид "тип(усмконечное)", "направл( $N$ )", "неизвестные( $x_1 \dots x_n$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит фильтры "условие", "тип(описать)", "не(известно( $a$ ))", "известно( $b$ )". В ряде случаев требуется доработка.

Число приемов данного типа - 12.

- (e) Свертка всех содержащих заданную неизвестную условий задачи на поиск примера в единственное условие, допускающее непосредственный подбор примера.

Пример:

$$\forall_{abx}(x - \text{число} \& a < x \& x < b \leftrightarrow x \in (a, b))$$

Прием применяется к группе условий задачи на описание, имеющей цель "пример". Переменная  $x$  - неизвестная, выражения  $a$  и  $b$  не содержат неизвестных. Других условий, содержащих  $x$ , нет.

Спецификация приема имеет вид "тип(экв)", "направл( $N$ )", "неизвестные( $x$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит фильтры "условие", "тип(описать)", "цель(пример)", "неизвестная( $x$ )", "не(контекст(новоеусловие( $x3$ ))входит( $x$   $x3$ )))", "известно( $a$ )", "известно( $b$ )". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

- (f) Свертка группы условий задачи на описание при редактировании ответа.

Пример:

$$\forall_n(n - \text{целое} \& 1 \leq n \leftrightarrow n - \text{натуральное})$$

Прием применяется к паре условий задачи на описание, имеющей цель "редакция" и не имеющей цели "учетответа". Переменная  $n$  - неизвестная. Сколь бы естественным ни казался данный переход, бывают ситуации, когда он нарушает стандартизацию, необходимую для работы других приемов. Например, область конечного суммирования должна задаваться только с помощью двух нестрогих неравенств.

Спецификация приема имеет вид "тип(объединениесписков)", "направл( $N$ )", "неизвестная( $n$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 2 и вводит фильтры "условие", "тип(описать)", "цель(редакция)", "не(цель(учетответа))", "неизвестная( $n$ )". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

#### 4. Упрощение утверждений относительно неизвестных.

##### (а) Неизвестные подвыражения со сложным заголовком.

i. Преобразование условия либо посылки, исключающее сложное выражение с неизвестными.

A. Преобразование условия задачи на описание либо посылки задачи на исследование, исключающее сложное выражение с неизвестными.

Пример:

$$\forall_{abcd}(0 < b \rightarrow ab^d = c \leftrightarrow \neg(b-1 = 0) \& (0 < c \& 0 < a \& d + \log_b(a) = \log_b(c) \vee c < 0 \& a < 0 \& d + \log_b(-a) = \log_b(-c)) \vee a = 0 \& c = 0 \vee b - 1 = 0 \& a = c)$$

Прием применяется к условию задачи на описание. Выражение  $d$  содержит неизвестные, выражение  $b$  - не содержит. Каждый содержащий неизвестные сомножитель выражений  $a, c$  представляет собой степень с известным основанием. Выражение  $b$  - либо десятичная константа, либо самое короткое основание неизвестной степени среди сомножителей выражений  $a, c$ . Прием логарифмирует показательное уравнение, причем после упрощений логарифмы с неизвестными не возникают.

Спецификация приема имеет вид "тип(прообраз)", "направл( $N$ )", "см(...)". Последний элемент содержит необходимые фильтры. Он создается автоматически спецификатором по характеристике "неизоценка(...)", которая, в свою очередь, создается автоматически процедурой программирующего вывода, получившей теорему. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 1 и вводит фильтры, извлекаемые из элемента "см "тип(описать)", "условие", "корень", "не(известно( $d$ ))", "или(и(известно( $b$ ))не(контекст(сомножитель( $x6$   $a$ ))не(известно( $x6$ )) не(контекст(вид( $x6$  степень( $x7$   $x8$ )) известно( $x7$ )))) не(контекст(сомножитель( $x9$   $c$ ))не(известно( $x9$ )) не(контекст(вид( $x9$  степень( $x5$   $x6$ )) известно( $x5$ )))))) и(не(известно( $b$ ))заголовок( $a$  1) не(контекст(сомножитель( $x9$   $c$ )) не(заголовок( $x9$  1)) не(контекст(вид( $x9$  степень( $b$   $x5$ )) единица(1  $x5$ )))

))))". Хотя этого и не совсем достаточно, но автоматически сгенерированная версия охватывает более широкий класс случаев - учитывается возможность вхождения неизвестных в основание степени  $b$ .

Приведенный пример хорошо иллюстрирует тот факт, что иногда фильтры приема зарождаются еще в процессе вывода его теоремы. Если это учитывать, то станет возможным автоматически генерировать многие необъяснимые иными средствами фильтры приемов.

Число приемов данного типа - 11.

- В. Преобразование подутверждения условия задачи на описание либо посылки задачи на исследование, исключаящее сложное выражение с неизвестными.

Отличие от предыдущего случая лишь в том, что разрешается некорневое применения преобразования. Пример:

$$\forall_{abc}(b\text{-число} \ \& \ \neg(b = 0) \rightarrow a/b < c \leftrightarrow 0 < b \ \& \ a, bc \vee b < 0 \ \& \ bc < a)$$

Прием применяется к подутверждению условия задачи на описание либо посылки задачи на исследование. Хотя бы одно из выражений  $a, b$  содержит неизвестные, выражение  $c$  - не содержит. В качестве надтермов преобразуемого термина допускаются только конъюнкции либо дизъюнкции.

Спецификация приема имеет вид "тип(Узелприема)", "направл( $N$ )", "терм(...)", ..., "терм(...)", где последние элементы перечисляют исключаемые сложные выражения. В нашем случае - " $a/b$ ". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 1 и вводит фильтры "или(и(тип(описать)условие) тип(исследовать))", "не(известно(фикс(0 1 1)))". Он требует доработки.

Число приемов данного типа - 5.

- С. Преобразование условия задачи на описание, исключаящее сложное выражение с неизвестными.

Пример:

$$\forall_{abcdp}(0 \leq d \rightarrow ad^{p/2} + b = c \leftrightarrow a^2d^p - b^2 + 2bc = c^2 \ \& \ 0 \leq (c - b)a)$$

Прием применяется к условию задачи на описание для исключения содержащего неизвестные радикала. Переменная  $p$  идентифицируется с натуральной константой. Выражение  $d$  содержит неизвестные,  $c$  - не содержит. Выражение  $p$  не имеет слагаемых, сомножителем которых служит неизвестный радикал. Имеется множество дополнительных фильтров.

Спецификация приема имеет вид "тип(дизъюнктоперанд)", "направл( $N$ )", "терм(...)", ..., "терм(...)", где последние элементы перечисляют исключаемые сложные выражения. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 1 и вводит фильтры "тип(описать)", "условие", "корень", "не(известно(фикс(0 1 1 2)))", "известно( $c$ )". Он не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 18.

- D. Преобразование посылки задачи на доказательство либо на исследование, исключающее сложное выражение с неизвестными.

Пример:

$$\forall_{abc}(0 \leq a \ \& \ 0 \leq b \ \& \ 0 \leq c \ \& \ 0 \leq d \rightarrow a\sqrt{b} = c\sqrt{d} \leftrightarrow a^2b - c^2d = 0)$$

Прием применяется к посылке задачи на доказательство либо задачи на исследование, имеющей цель "известно". Выражения  $b, d$  содержат неизвестные, выражения  $a$  и  $c$  константные.

Спецификация приема имеет вид "тип(натуральные)", "направл( $N$ )", "терм(...)", ..., "терм(...)", где последние элементы перечисляют исключаемые сложные выражения. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 2 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать)и(тип(исследовать)цель(известно)))", "корень", "не(известно( $b$ ))", "не(известно( $d$ ))". Он не проработан.

Число приемов данного типа - 12.

- E. Преобразование посылки задачи на доказательство, исключающее сложное выражение с неизвестными.

Пример:

$$\forall_{abcdepqrs}(a/b = dp/(es) \ \& \ c = pq/(rs) \ \& \ \neg(b = 0) \rightarrow a/b = c \leftrightarrow p = 0 \vee dr = eq)$$

Прием применяется к посылке задачи на доказательство. Дробь содержит неизвестные, выражение  $c$  - не содержит. Напомним, что неизвестные в задаче на доказательство вводятся в процессе решения, для целенаправленного выражения одних переменных через другие.

Спецификация приема имеет вид "тип(новпосылка)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 1 и вводит фильтры "тип(доказать)", "посылка". Он не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 1.

- ii. Преобразование условия либо посылки к виду, позволяющему исключить сложное выражение с неизвестными.

- A. Преобразование условия задачи на описание к виду, позволяющему исключить сложное выражение с неизвестными.

Пример:

$$\forall_{abcdefq}(q = a^2e - c^2 + 2cd - b^2f + 2b(d - c)\sqrt{f} \rightarrow a\sqrt{e} + b\sqrt{f} = d \leftrightarrow q = d^2 \ \& \ 0 \leq (d - c - b\sqrt{f})a)$$

Прием применяется к условию задачи на описание. Выражения  $e, f$  содержат неизвестные, выражение  $d$  - не содержит. Выражение  $c$  не имеет своими слагаемыми одночленов с квадратными радикалами. После перехода от двух радикалов к одному появляется перспектива полного исключения радикалов.

Спецификация приема имеет вид "тип(исключеизв)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" ограничивается указанием уровня срабатывания 1 и вводом фильтров "тип(описать)", "корень", "условие", "известно( $d$ )". Он не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 15.

- В. Применение нормализатора приведения к заданным заголовкам к подвыражению условия задачи на описание для последующего эквивалентного преобразования, исключающего сложную операцию.

Пример:

$$\forall_{abcde}(e = a/b + c \rightarrow a/b + c = d \leftrightarrow e = d)$$

Прием применяется к условию задачи на описание. Дробь и выражение  $c$  содержат неизвестные. Выражение  $d$  неизвестных не содержит. Правая часть антецедента обрабатывается нормализатором "видумножение", обеспечивающим сложение дробных выражений с неизвестными. Для последующего исключения из уравнения таких выражений будет применяться прием, домножающий обе части на знаменатель. Прием имеет множество дополнительных фильтров. Обращение к нормализатору, в зависимости от контекста, сопровождается множеством комментариев.

Спецификация приема имеет вид "тип(корректформ)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" ограничивается указанием уровня срабатывания 1 и вводом фильтров "тип(описать)", "корень", "условие". Он не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 3.

- С. Преобразование посылки задачи на исследование к виду, позволяющему исключить сложное выражение с неизвестными. Пример:

$$\forall_{xy}(\sin x \cos x = \sin y \cos y \leftrightarrow \sin(x - y) = 0 \vee \cos(x + y) = 0)$$

Прием применяется к содержащей неизвестные посылке задачи на исследование. Следующим шагом после разбора случаев окажется исключение тригонометрических операций.

Спецификация приема имеет вид "тип(упрощплюсвект)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" ограничивается указанием уровня срабатывания 1 и вводом фильтров "тип(исследовать)", "корень". Он не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 2.

- iii. Переход к более простым неизвестным подвыражениям со сложным заголовком.

Пример:

$$\forall_{abx}(\text{дробнаячасть}(a + x) = b \leftrightarrow \text{дробнаячасть}(x) = \text{дробнаячасть}(b - a) \& 0 \leq b \& 0 < 1 - b)$$

Прием применяется к подутверждению условия задачи на описание. Выражение  $x$  идентифицируется с непустой суммой всех содержащих неизвестные слагаемых; остаточная сумма  $a$  тоже непустая. Выражение  $b$  не содержит неизвестных. Если это выражение - переменная, связанная внешним квантором либо описателем и не входящая в противоположную часть равенства, то прием блокируется.

Спецификация приема имеет вид "тип(учетзамены)", "направл( $N$ )", "неизвестные( $x$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень

срабатывания 4 и вводит фильтры "тип(описать)", "условие", "не(цель(редакция))", "не(известно(x))", "известно(b)". Он недоработан.

Число приемов данного типа - 1.

- iv. Переход в условии задачи на описание к альтернативным сложным выражениям с неизвестными.

Пример:

$$\forall_{abcde}(0 < a \ \& \ 0 < b \ \& \ \neg(b - 1 = 0) \rightarrow ca^d + e = 0 \leftrightarrow e < 0 \ \& \ 0 < c \ \& \ d \log_b(a) - \log_b(-e) = -\log_b(c) \vee 0 < e \ \& \ c < 0 \ \& \ d \log_b(a) - \log_b(e) = -\log_b(-c) \vee c = 0 \ \& \ e = 0)$$

Прием применяется к условию задачи на описание. Некоторое ее уравнение уже содержит выражение вида  $\log_b(A)$ , где  $A$  содержит неизвестные,  $b$  - не содержит. Выражения  $a, c, e$  не содержат неизвестных логарифмов. Выражение  $e$  - не сумма. Прием не изменяет текущей задачи, а лишь предпринимает попытку решить ее копию, в которой реализована замена. Вводятся комментарии, блокирующие обратный переход от логарифмов к показательным выражениям.

Спецификация приема имеет вид "тип(упрощминусвект)", "направл(N)", "терм( $t$ )", где последний элемент указывает дополнительно идентифицируемый терм  $t$ . В нашем примере это  $\log_b(A)$ . Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 1 и вводит фильтры "тип(описать)", "условие", "корень", "не(известно(фикс(0 1 1 1 2)))", "не(известно(x8))", "известно(x2)". Создаются указатели "попытказамены", "контекст(условие(x7)позиция(x8 x7)вид(x8 логарифм(b A)))". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 15.

- v. Применение нормализатора, стандартизирующего неизвестные подвыражения условия задачи на описание со сложным заголовком.

Пример:

$$\forall_{abcde}(c = a \ \& \ e = d/2 \rightarrow a < b \leftrightarrow \neg(\cos e = 0) \ \& \ c < b \vee \cos e = 0 \ \& \ a < b)$$

Прием применяется к условию задачи на описание, содержащему подтерм " $\cos(d)$ ". Правая часть первого антецедента обрабатывается нормализатором "половинныйугол", выражающим тригонометрические функции от  $d$  через тангенс половинного угла. Предварительно проверяется ряд требований. В частности, наличие в текущем условии синуса  $d$  либо тангенса  $e$  и отсутствие в нем неизвестных тригонометрических операций не от  $d$  либо не являющихся тангенсом  $e$ .

Спецификация приема имеет вид "тип(равнозначны)", "направл(N)". Справочник "заголовокприема" ограничивается указанием уровня срабатывания 6 и вводом фильтров "тип(описать)", "условие", "корень". Он не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 7.

- vi. Навешивание внешней операции на обе части равенства - условия задачи на описание для последовательной свертки нескольких неизвестных подвыражений со сложным заголовком в одно такое выражение.



Пример:

$$\forall_{abcde} (e = 2a \rightarrow b \cos a \cos e + d = c \leftrightarrow b \sin(4a) + 4d \sin a = 4c \sin a \ \& \ \neg(\sin a = 0) \vee \sin a = 0 \ \& \ b \cos a \cos e + d = c)$$

Прием применяется к условию задачи на описание. Происходит домножение уравнения на  $\sin a$  для перехода к кратным аргументам. Выражение  $a$  содержит неизвестные,  $c$  - не содержит. Выражение  $d$  не является суммой. Среди сомножителей выражения  $b$  имеется  $\cos(4a)$ , но нет  $\cos(a/2)$ . Либо  $c$ , либо  $d$  есть 0. В задаче нет других уравнений, имеющих с  $a$  общую неизвестную.

Спецификация приема имеет вид "тип(заслонфигуры)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" ограничивается указанием уровня срабатывания 4 и вводом фильтров "тип(описать)", "условие", "корень". Он не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 1.

- (b) Расшифровка неизвестного подутверждения условия задачи на описание.

Пример:

$$\forall_A (A \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \text{замкнутое}(A) \leftrightarrow \forall_x (\text{предельнточка}(x, A) \rightarrow x \in A))$$

Прием применяется к содержащему неизвестные подутверждению условия задачи на описание - корневому либо расположенному под корневым отрицанием. Уровень срабатывания достаточно высок, чтобы убедиться в отсутствии возможностей учета данного условия без его расшифровки.

Спецификация приема имеет вид "тип(содержится)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 5 и вводит фильтры "тип(описать)", "условие", "отрицание", "не(цель(редакция))", "не(цель(исследовать))", "не(известно(теквхожд))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 24.

- (c) Попытка применения нормализатора уравнений к переформулировке подутверждения условия задачи на описание.

Пример:

$$\forall_{ab} (a - \text{set} \ \& \ b - \text{set} \rightarrow a = b \leftrightarrow a \subseteq b \ \& \ b \subseteq a)$$

Прием применяется к подутверждению содержащего неизвестные условия задачи на описание. Оба включения в заменяющей части обрабатываются нормализатором уравнений "уравнсодержится", после чего вся эта часть обрабатывается нормализатором "нормлог". Проверяется, что глубина вхождений неизвестных после преобразования уменьшается.

Спецификация приема имеет вид "тип(степеньделителя)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "тип(описать)", "условие", "не(цель(редакция))", "не(известно(корень))", "длина(контрольглубины)".

Число приемов данного типа - 1.

- (d) Группировка дизъюнктивных членов относительно неизвестных.

Пример:

$$\forall_{ab}(b \leq |a| \leftrightarrow b \leq a \vee b \leq -a)$$

Прием применяется к подутверждению условия задачи на описание. Замена выполняется справа налево. Выражение  $b$  содержит неизвестные, выражение  $a$  - не содержит.

Спецификация приема имеет вид "тип(имп)", "направл( $N$ )", "неизвестные( $x_1 \dots x_n$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровни срабатывания 1,3,5 и вводит фильтры "условие", "тип(описать)", "не(цель(пример))", "не(известно( $b$ ))", "известно( $a$ )". Он требует доработки.

Число приемов данного типа - 4.

- (e) Переход к новым неизвестным для упрощения условия задачи на описание.

Пример:

$$\forall_{xy}(0 \leq a \rightarrow x^2 + y^2 = a \leftrightarrow \exists_z(x = \sqrt{a} \sin z \ \& \ y = \sqrt{a} \cos z \ \& \ 0 \leq z \ \& \ z < 2\pi \ \& \ z - \text{число}))$$

Прием применяется к условию задачи на описание. Переменные  $x, y$  - неизвестные, выражение  $a$  не содержит неизвестных. Существует еще какое-то уравнение задачи, не являющееся линейным относительно своих неизвестных. Преобразованное условие сопровождается комментариями "серия" и "фильтрсерии".

Спецификация приема имеет вид "тип(прямойответ)", "направл( $N$ )", "неизвестные( $x_1 \dots x_n$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит фильтры "тип(описать)". "корень", "неизвестная( $x$ )", "неизвестная( $y$ )", "известно( $a$ )". Создаются также указатели "примечание(серия)", "примечание(фильтрсерии)". Требуется доработка.

- (f) Группировка неизвестных членов в одной части условия либо посылки задачи.

- i. Группировка всех неизвестных членов в одной части условия задачи на описание либо посылки задачи на исследование.

Пример:

$$\forall_{ab}(a - \text{число} \rightarrow a = b \leftrightarrow a - b = 0)$$

Прием применяется к подутверждению условия задачи на описание либо посылки задачи на исследование, не имеющих цели "известно". Допускаются только надтермы с заголовками "существует", "и", "или". Выражения  $a, b$  содержат неизвестные. Если одно из них - неизвестная, то она входит в другое. Имеется множество дополнительных фильтров.

Спецификация приема имеет вид "тип(неизвестные)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "или(и(тип(описать)условие) тип(исследовать))", "не(цель(редакция))", "внешзнак(и или существует)", "не(известно( $a$ ))", "не(известно( $b$ ))", "не(контекст(вид( $a$  значение( $x_3$   $x_4$ ))неизвестная( $x_3$ ))

не(входит( $x_3$   $b$ )) переменная( $x_4$ ) контекст(цель( $x_5$ )заголовок( $x_5$  связка) входит( $x_4$   $x_5$ )))", "или(не(тип(исследовать)) и(не(контекст(вид( $a$  значение( $x_3$   $x_4$ )) неизвестная( $x_3$ ) известно( $x_4$ ) не(вхождениетерма( $b$   $a$ ))))не(контекст(вид( $b$  значение( $x_3$   $x_4$ )) неизвестная( $x_3$ ) известно( $x_4$ ) не(вхождениетерма( $a$   $b$ ))))))", "не(контекст(вид( $b$  значение( $x_3$   $x_4$ ))неизвестная( $x_3$ ) не(входит( $x_3$   $a$ )) переменная( $x_4$ ) контекст(цель( $x_5$ )заголовок( $x_5$  связка) входит( $x_4$   $x_5$ )))", "или(не(неизвестная( $a$ ))входит( $a$   $b$ ))", "или(не(неизвестная( $b$ ))входит( $b$   $a$ ))". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 4.

- ii. Группировка нескольких неизвестных членов в одной части уравнения задачи на исследование для приведения подобных членов относительно неизвестного подвыражения.

Пример:

$$\forall_{abcdepq}(ab/p + c = db/q + e \leftrightarrow (a/p - d/q)b + c = e)$$

Прием применяется к посылке задачи на исследование, имеющей цель "известно". Выражение  $b$  содержит неизвестные; выражения  $a, d, p, q$  не содержат.

Спецификация приема имеет вид "тип(последнийтерм)", "направл( $N$ )", "неизвестная( $x$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит фильтры "тип(исследовать)", "цель(известно)", "посылка", "корень", "не(известно( $b$ ))", "известно( $a$ )", "известно( $d$ )", "известно( $p$ )", "известно( $q$ )". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 6.

- (g) Применение нормализатора стандартной формы к неизвестному подвыражению.

- i. Применение нормализатора стандартной формы для разгруппировки неизвестного подвыражения условия задачи на описание.

Пример:

$$\forall_{abcdfg}(f = a(b + c)^d \rightarrow a(b + c)^d = g \leftrightarrow f = g)$$

Прием применяется к условию задачи на описание. Сумма  $b + c$  содержит неизвестные. Показатель степени  $d$  идентифицируется с натуральной константой, меньшей 6. Допускается вырожденный случай показателя единица, но тогда  $a$  отлично от единицы. Выражение  $g$  отлично от нуля и не содержит неизвестных. Правая часть антецедента обрабатывается нормализатором раскрытия скобок "стандплюс" и нормализатором выражений с неизвестными "уравнплюс". Либо число неизвестных более одной, либо после раскрытия скобок глубина вхождений неизвестных уменьшается, либо  $d = 1$ , а каждое из выражений  $a, b + c$  линейно относительно некоторой неизвестной, либо  $b + c$  имеет дробное слагаемое с неизвестным знаменателем. Имеется множество других фильтров.

Спецификация приема имеет вид "тип(таблзначение)", "направл( $N$ )", "оператор( $s$ )", где  $s$  - название нормализатора стандартной формы. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 2 и

вводит фильтры "тип(описать)", "условие", "корень". Он не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 6.

- ii. Применение нормализатора стандартной формы для разгруппировки неизвестного подвыражения посылки задачи на исследование.

Пример:

$$\forall_{abcef g}(f = a(b + c) + e \rightarrow a(b + c) + e = g \leftrightarrow f = g)$$

Прием применяется к посылке задачи на исследование, имеющей цель "известно". Левая часть преобразуемого равенства содержит более одной неизвестной, а результат  $f$  обработки ее нормализатором "станд-плюс" содержит единственную неизвестную. Отсутствуют невырожденные числовые атомы.

Спецификация приема имеет вид "тип(суп)", "направл( $N$ )", "оператор( $s$ )". Справочник "заголовокприема" ограничивается указанием уровня срабатывания 2 и вводом фильтров "тип(исследовать)", "цель(известно)", "корень". Он не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 3.

- (h) Преобразование неизвестного кванторного условия задачи на описание в бескванторное с помощью вспомогательной задачи на описание.

Пример:

$$\forall_{abcf gyz}(\text{Min}(\lambda_x(g(x), x - \text{число}), \text{set}_x(x - \text{число} \ \& \ f(x)), y, z) = (y = b \ \& \ z = c) \ \& \ \neg(b = \emptyset) \rightarrow \forall_x(x - \text{число} \ \& \ f(x) \rightarrow a < g(x)) \leftrightarrow a < c)$$

Прием применяется к условию задачи на описание. Выражение  $a$  содержит неизвестные, выражения  $f(x)$  и  $g(x)$  - не содержат. Переменные  $f, g$  функциональные. Левая часть первого антецедента разрешается задачей на описание относительно неизвестных  $y, z$ .

Спецификация приема имеет вид "тип(учетнормализации)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" ограничивается указанием уровня срабатывания 2 и вводом фильтров "тип(описать)", "условие", "корень". Он не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 2.

- (i) Эквивалентное преобразование условия задачи на описание для перехода к неизвестному подвыражению, уже встречающемуся в условиях.

Пример:

$$\forall_{abn}(a \subseteq b \ \& \ \text{card}(b) = n \ \& \ \text{конечное}(b) \rightarrow \neg(a = b) \leftrightarrow \text{card}(a) < n)$$

Прием применяется к условию задачи на описание, содержащему неизвестные. Выражение  $\text{card}(a)$  содержит неизвестные и уже встречается в задаче.

Спецификация приема имеет вид "тип(замечусловие)", "направл( $N$ )", "терм( $t$ )", "неизвестные( $x$ )". В нашем случае  $t - \text{card}(a)$ ,  $x - a$ . Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 2 и вводит фильтры

"тип(описать)", "условие", "корень", "не(известно(корень))", "не(цель(редакция))", "не(Входит(независит цели))", "не(Входит(известно цели))", "контекст(условие(х3) позиция(х4 х3) вид(х4 мощность(а)))", "не(известно(а))". Создается указатель "вывод(конечное(а))". Этого достаточно.

- (j) Упрощение относительно неизвестных одной посылки задачи на исследование с помощью другой.

- i. Преобразование одной посылки задачи на исследование с помощью другой для получения уравнения относительно неизвестных величин внешней задачи на описание.

Пример:

$$\forall_{abnpqrsx}(a/b = x \rightarrow pa^n/q = rb^n/s \leftrightarrow psx^n = qr)$$

Прием применяется к посылке задачи на исследование, имеющей цель "известно". Переменная  $n$  идентифицируется с натуральной константой. Выражения  $p, q, r, s$  не содержат неизвестных. Выражение  $x$  содержит неизвестные, но только такие, которые являются неизвестными внешней задачи на описание. Хотя бы одно из выражений  $a, b$  содержит неизвестные, не являющиеся неизвестными внешней задачи на описание.

Спецификация приема имеет вид "тип(цепьзадач)", "направл( $N$ )", "неизвестные( $x_1 \dots x_n$ )", "антецедент( $k$ )". Здесь  $k$  указывает номер антецедента, идентифицируемого со второй посылкой. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит фильтры "тип(исследовать)", "корень", "цель(известно)", "или(не(внешнеизв( $a$ ))не(внешнеизв( $b$ )))", "или(не(известно( $a$ )) не(известно( $b$ )))", "внешнеизв( $x$ )", "известно( $n$ )", "известно( $p$ )", "известно( $q$ )", "известно( $r$ )", "известно( $s$ )". Вводится также указатель "коммутативно(фикс(1))", указывающий, что при идентификации первого антецедента перестановка частей равенства не допускается. Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 3.

- ii. Преобразование одной посылки задачи на исследование с помощью другой для получения уже встречавшегося неизвестного подвыражения.

Пример:

$$\forall_{abxy}(x + y = a \rightarrow x^2 + y^2 = b \leftrightarrow 2xy = a^2 - b)$$

Прием применяется к посылке задачи на исследование, имеющей цель "известно". Выражения  $x, y$  содержат неизвестные, выражения  $a, b$  - не содержат. Произведение с множителями  $x, y$  уже встречается в посылках.

Спецификация приема имеет вид "тип(Целое)", "направл( $N$ )", "неизвестные( $x_1 \dots x_n$ )", "терм( $t$ )", "антецедент( $i$ )". Здесь  $t$  - уже встречавшееся в задаче выражение,  $i$  - номер антецедента, идентифицируемого с другой посылкой. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 5 и вводит фильтры "тип(исследовать)", "корень", "цель(известно)", "не(известно( $x$ ))", "не(известно( $y$ ))", "известно( $a$ )",

"известно( $b$ )", "контекст(посылка( $x_3$ ) позиция( $x_4$   $x_3$ ) вид( $x_4$  умножение( $x_5$   $x$   $y$ )) единица( $1$   $x_5$ ))". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

- iii. Преобразование имеющего несколько числовых атомов уравнения задачи на исследование с помощью другого уравнения для декомпозиции на группу уравнений с единственным числовым атомом.

Пример:

$$\forall_{abcdefgh}(ag + b = c \ \& \ \neg(g = 0) \ \& \ f = bh - dg - ch + eg \rightarrow ah + d = e \leftrightarrow f = 0)$$

Прием применяется к посылке задачи на исследование, имеющей цель "известно". Первый антецедент идентифицируется с другой посылкой. Выражение  $a$  идентифицируется с непустым произведением всех содержащих неизвестные сомножителей. Выражение  $g$  неизвестных не содержит. Правая часть последнего антецедента обрабатывается нормализатором разложения на множители. Консеквент обрабатывается нормализатором "нормчисло", причем каждый содержащий неизвестные дизъюнктивный член результата имеет ровно один невырожденный числовой атом. Исходная посылка имеет более одного невырожденного числового атома, причем дополнительная посылка не имеет других невырожденных числовых атомов.

Спецификация приема имеет вид "тип(перем)", "направл( $N$ )", "антецедент( $i$ )". Дополнительно используются элемент "см(...)", указывающий содержащие либо не содержащие неизвестных выражения, и элемент "указатель(...)", уточняющий способ идентификации общего неизвестного множителя  $a$ . Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 11 и вводит фильтры "тип(исследовать)", "корень", "цель(известно)", "не(контекст(вид(результат или( $x_9$   $x_{10}$ )) единица(ложь  $x_{10}$ ) не(известно( $x_9$ )) не(равно(число(числовойатом( $x_9$   $x_{11}$ ) не(известно( $x_{11}$ )))1))))", "не(равно(число(числовойатом(корень  $x_9$ ) не(известно( $x_9$ )))1))", "не(контекст(числовойатом(фикс(1) $x_9$ ) не(известно( $x_9$ )) не(вхождениетерма(корень  $x_9$ )))", "не(известно( $a$ ))", "известно( $g$ )". Создается также указатель "перечень( $a$  не(известно( $a$ )))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

- iv. Преобразование уравнения с несколькими числовыми атомами с помощью другого уравнения задачи на исследование для получения уравнения с единственным числовым атомом.

Примером служит прием с той же теоремой, что в предыдущем пункте. Он применяется к посылке задачи на исследование, имеющей цель "известно". Выражение  $a$  по-прежнему идентифицируется с непустым произведением всех содержащих неизвестные сомножителей, выражение  $g$  неизвестных не содержит. Первый антецедент идентифицируется с другим уравнением. Одно из уравнений не имеет невырожденных числовых атомов, не входящих в другое уравнение, а последнее - имеет не более одного такого атома. Исходное уравнение имело более одного невырожденного числового атома, а результирующее уравнение имеет

ровно один такой атом. Правая часть последнего антецедента обрабатывается нормализатором раскрытия скобок "стандплюс".

Спецификация приема имеет вид "тип(шахмблок)", "направл( $N$ )", "антецедент( $i$ )", "см(...)", "указатель(...)" - аналогично предыдущему пункту. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "тип(исследовать)", "корень", "цель(известно)", "контекст(равно( $x_9$  число(числовойатом(корень  $x_{11}$ ) не(известно( $x_{11}$ )) не(вхождениетерма(фикс(1) $x_{11}$ ))) равно( $x_{10}$  число(числовойатом(фикс(1)  $x_{11}$ ) не(известно( $x_{11}$ )) не(вхождениетерма(корень  $x_{11}$ ))) или(и(заголовок( $x_9$  0)меньше( $x_{10}$  2)) и(заголовок( $x_{10}$  0) меньше( $x_9$  2))))", "равно(число(числовойатом(результат  $x_{11}$ ) не(известно( $x_{11}$ )) 1)", "меньше(1 число(числовойатом(корень  $x_{11}$ ) не(известно( $x_{11}$ )))", "не(известно( $a$ ))", "известно( $g$ )". Создается указатель "перечень( $a$  не(известно( $a$ )))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

- v. Преобразование одного численного уравнения задачи на исследование с помощью другого для исключения неизвестных.

Примером служит прием все с той же теоремой:

$$\forall_{abcdefgh}(ag + b = c \ \& \ \neg(g = 0) \ \& \ f = bh - dg - ch + eg \rightarrow ah + d = e \leftrightarrow f = 0)$$

Он применяется к посылке задачи на исследование, имеющей цель "известно". Выражение  $a$  идентифицируется с непустым произведением всех содержащих неизвестные сомножителей, выражение  $g$  неизвестных не содержит. Первый антецедент идентифицируется с другим уравнением. Каждая неизвестная, входящая в другое уравнение, входит и в исходное уравнение. Некоторая неизвестная исходного уравнения не входит в  $f$ . Оба уравнения не имеют невырожденных числовых атомов.

Спецификация приема имеет вид "тип(случзнач)", "направл( $N$ )", "антецедент( $i$ )", "см(...)", "указатель(...)" - аналогично предыдущим пунктам. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит фильтры "тип(исследовать)", "корень", "цель(известно)". "не(контекст(неизвестная( $x_9$ ) входит( $x_9$  фикс(1)) не(входит( $x_9$  корень))))", "контекст(неизвестная( $x_9$ ) входит( $x_9$  корень) не(входит( $x_9$  результат)))", "не(контекст(числовойатом(корень  $x_9$ ) не(переменная( $x_9$ ))))", "не(контекст(числовойатом(фикс(1)  $x_9$ ) не(переменная( $x_9$ ))))", "не(известно( $a$ ))", "известно( $g$ )", "известно( $e$ )". Создается указатель "перечень( $a$  не(известно( $a$ )))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 2.

- vi. Преобразование одной посылки задачи на исследование с помощью другой для исключения неизвестного подвыражения.

Пример:

$$\forall_{abcdnpq}(\neg(a = 0) \ \& \ \neg(b = 0) \ \& \ ab = cd \rightarrow pa^n = qc^n \leftrightarrow pd^n = qb^n)$$

Прием применяется к посылке задачи на исследование, имеющей цель "известно". Выражения  $a, c$  содержат неизвестные, выражения  $b, d$  - не содержат.

Спецификация приема имеет вид "тип(Слагаемое)", "направл( $N$ )", "неизвестные( $x_1 \dots x_n$ )", "антецедент( $i$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит фильтры "тип(исследовать)", "корень", "цель(известно)", "не(известно( $a$ ))", "не(известно( $c$ ))", "известно( $b$ )", "известно( $d$ )", "известно( $n$ )", "известно( $p$ )", "известно( $q$ )". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 2.

- vii. Преобразование одной посылки задачи на исследование с помощью другой для упрощения относительно неизвестных подвыражений.

Пример:

$$\forall_{abcdexy}(ax^2 + b = c \ \& \ x + y = e \rightarrow ay^2 + b = d \leftrightarrow a(x - y)e = c - d)$$

Прием применяется к посылке задачи на исследование. Выражения  $x, y$  содержат неизвестные, выражения  $a, c, d, e$  не содержат.

Спецификация приема имеет вид "тип(перечислцелые)", "направл( $N$ )", "неизвестные( $x_1$ )",  $\dots$ , "неизвестные( $x_n$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит фильтры "тип(исследовать)", "корень", "цель(известно)", "не(известно( $x$ ))", "не(известно( $y$ ))", "известно( $a$ )", "известно( $c$ )", "известно( $d$ )", "известно( $e$ )".

Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 6.

- viii. Преобразование одного уравнения задачи на исследование с помощью другого для упрощения относительно невырожденных числовых атомов.

Пример:

$$\forall_{abcdx}(ax = b \ \& \ \neg(a = 0) \ \& \ d - \text{число} \rightarrow cx = d \leftrightarrow bc = ad)$$

Прием применяется к посылке задачи на исследование, имеющей цель "известно". Первый антецедент идентифицируется с другой посылкой. Каждое из выражений  $a, c, x$  имеет невырожденные числовые атомы, а выражения  $b, d$  - не имеют.

Спецификация приема имеет вид "тип(размер)", "направл( $N$ )", "числ-атомы( $x_1 \dots x_n$ )". Здесь  $x_1, \dots, x_n$  - переменные, идентифицируемые с содержащими невырожденные числовые атомы термами. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 14 и вводит фильтры "тип(исследовать)", "корень", "цель(известно)", "контекст(числовойатом( $a$  х5) не(переменная(х5)))", "контекст(числовойатом( $c$  х5) не(переменная(х5)))", "контекст(числовойатом( $x$  х5) не(переменная(х5)))", "не(контекст(список( $x6$   $b$   $d$ ) числовойатом( $x6$  х5) не(переменная(х5))))". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

- ix. Преобразование одного уравнения задачи на исследование с помощью другого для получения уравнения с единственной неизвестной.

Пример:

$$\forall_{abcxy}(ax = b \ \& \ \neg(c = 0) \rightarrow ac = y \leftrightarrow xy = bc)$$



Прием применяется к не содержащей невырожденных числовых атомов посылке задачи на исследование, имеющей цель "известно". Первый антецедент идентифицируется с другой посылкой. Выражения  $b, c$  не содержат неизвестных. Текущая посылка имеет более одной неизвестной, а выражения  $x, y$  в совокупности - единственную неизвестную.

Спецификация приема имеет вид "тип(рисунок)", "направл( $N$ )", "неизвестные( $x_1 \dots x_n$ )". Здесь  $x_1, \dots, x_n$  - все содержащие неизвестные подтермы заменяющего утверждения. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 5 и вводит фильтры "тип(исследовать)", "корень", "цель(известно)", "равно(число(неизвестная( $x_4$ ) или входит( $x_4 x$ ) входит( $x_4 y$ ))) 1)", "меньше(1 число(неизвестная( $x_4$ ) входит( $x_4$  корень)))", "конец(не(контекст(числовойатом(корень  $x_4$ ) не(переменная( $x_4$ ))))))", "известно( $b$ )", "известно( $c$ )". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

- x. Преобразование одного уравнения задачи на исследование с помощью другого для уменьшения числа вхождений неизвестных.

В качестве примера рассмотрим прием, теорема которого - та же, что в предыдущем пункте. Прием применяется к не содержащей невырожденных числовых атомов посылке задачи на исследование, имеющей цель "известно". Первый антецедент идентифицируется с другой посылкой. Выражения  $b, c$  не содержат неизвестных. Число вхождений неизвестных в выражение  $x$  меньше числа вхождений неизвестных в выражение  $a$ . Каждая неизвестная заменяющего термина входит в заменяемый.

Спецификация приема имеет вид "тип(вычислениедлины)", "направл( $N$ )", "неизвестные( $x_1 \dots x_n$ )". Здесь  $x_1, \dots, x_n$  - все содержащие неизвестные подтермы заменяющего утверждения. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 5 и вводит фильтры "тип(исследовать)", "корень", "цель(известно)", "меньше(число(неизвестная( $x_4$ ) разряд( $x x_4 x_5$ )) число(неизвестная( $x_4$ ) разряд( $a x_4 x_5$ )))", "конец(не(контекст(числовойатом(корень  $x_4$ ) не(переменная( $x_4$ ))))))", "известно( $b$ )", "известно( $c$ )". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

- xi. Преобразование одной посылки задачи на исследование с помощью другой для последующей декомпозиции.

Пример:

$$\forall_{abcd}(c = a \ \& \ c - d = b \ \& \ a - \text{число} \rightarrow d = a \leftrightarrow b = 0)$$

Прием применяется к посылке задачи на исследование, не имеющей цели "известно". Выражение  $a$  отлично от нуля. Первый антецедент идентифицируется с другой посылкой. Выражения  $c, d$  содержат неизвестные. Левая часть второго антецедента обрабатывается нормализатором разложения на множители "видумножение". Проверяется, что результат имеет либо хотя бы два содержащих неизвестные сомножителя, либо степень с неизвестным основанием среди своих сомножителей. Заменяющее уравнение обрабатывается нормализатором "нормчисло", обеспечивающим декомпозицию.

Спецификация приема имеет вид "тип(инф)", "направл( $N$ )", "антецедент( $i$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 5 и вводом фильтров "тип(исследовать)", "корень", "не(цель(известно))", "контекст(вид(результат или( $x_5$   $x_6$ )) не(известно( $x_5$ ))не(известно( $x_6$ )))". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 1.

(к) Упрощение условия задачи на описание с помощью другого условия либо посылки.

i. Эквивалентное преобразование одного условия с помощью другого для исключения заданной неизвестной.

Пример:

$$\forall_{abcdefgx}(agx + b = c \ \& \ \neg(a = 0) \rightarrow dgx + e = f \leftrightarrow ae - bd = af - cd)$$

Прием применяется к условию задачи на описание, имеющей более одной неизвестной. Первый антецедент идентифицируется с другим условием. Переменная  $x$  - неизвестная; выражения  $a, c, d, f$  неизвестных не содержат. Выражения  $b, e$  неизвестной  $x$  не содержат. Каждая неизвестная выражения  $b$  встречается в выражении  $e$ . Если преобразуемое уравнение линейное, то и дополнительное тоже линейное.

Спецификация приема имеет вид "тип(текущаязадача)", "направл( $N$ )", "переменная( $x$ )", "неизвестные( $b, e$ )", "антецедент( $i$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 1 и вводит фильтры "условие", "тип(описать)", "корень", "неизвестная( $x$ )", "неизвестные(2)". "не(Входит(независит цели))", "не(Входит(известно цели))", "не(входит( $x$   $b$ ))", "не(входит( $x$   $e$ ))", "известно( $d$ )", "известно( $f$ )", "известно( $a$ )", "известно( $c$ )", "не(контекст(неизвестная( $x_8$ ) входит( $x_8$   $b$ ) не(входит( $x_8$   $e$ )))". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 1.

ii. Эквивалентное преобразование одного условия с помощью другого для получения условия более простого типа.

Пример:

$$\forall_{abcdefgh}(ag + b = c \ \& \ \neg(g = 0) \ \& \ f = bh - dg - ch + eg \rightarrow ah + d = e \leftrightarrow f = 0)$$

Прием применяется к условию задачи на описание, имеющей более одной неизвестной. Первый антецедент идентифицируется с другим условием. Выражение  $a$  содержит неизвестные; выражения  $g, h$  не содержат. Правая часть последнего антецедента обрабатывается нормализатором раскрытия скобок "стандплюс". Проверяется, что число слагаемых левой части заменяемого терма, имеющих своим сомножителем радикал с неизвестными, больше такого числа для левой части заменяющего терма.

Спецификация приема имеет вид "тип(конкатенация)", "направл( $N$ )", "неизвестные(...)". Справочник "заголовокприема" ограничивается указанием уровня срабатывания 2 и вводом фильтров "тип(описать)", "условие", "корень", "не(известно(корень))", "неизвестные(2)", "не(

цель(редакция)", "не(Входит(независит цели))", "не(Входит(известно цели))". Он не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 6.

- iii. Эквивалентное преобразование одного условия с помощью другого для получения условия с единственной неизвестной.

В качестве примера рассмотрим прием, теорема которого такая же, как в предыдущем пункте. Он применяется к условию задачи на описание, имеющей более одной неизвестной. Первый антецедент идентифицируется с другим условием. Выражение  $a$  содержит неизвестные; выражения  $g, h$  не содержат. Правая часть последнего антецедента обрабатывается нормализатором раскрытия скобок "стандплюс". Проверяется, что число неизвестных в заменяемом уравнении более одной, а в заменяющем уравнении неизвестная единственная.

Спецификация приема имеет вид "тип(комментариипосылки)", "направл( $N$ )", "неизвестные(...)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 2 и вводит фильтры "тип(описать)", "условие", "корень", "не(известно(корень))", "неизвестные(2)", "не(цель(редакция))", "не(Входит(независит цели))", "не(Входит(известно цели))", "конец(меньше(1 числонеизвестных(корень)))", "конец(равно(числонеизвестных(результат)1))", "не(известно( $a$ ))", "известно( $e$ )".

Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

- iv. Эквивалентное преобразование одного условия с помощью другого для обеспечения декомпозиции уравнения.

Пример:

$$\forall_{abcdxy} (\neg(a = 0) \& ax + b = 0 \& ad - bc = yp \rightarrow cx + d = 0 \leftrightarrow y = 0 \vee p = 0)$$

Прием применяется к условию задачи на описание. Второй антецедент идентифицируется с другим условием. Переменные  $x, y$  - различные неизвестные; выражения  $a, c$  неизвестных не содержат. Существует такая неизвестная, что каждое слагаемое выражений  $b, d$  имеет своим множителем ее либо ее степень. Левая часть третьего антецедента обрабатывается нормализатором упрощенного разложения на множители "факторизация". Выражение  $p$  линейно относительно неизвестных, а выражение  $d$  - нелинейно.

Спецификация приема имеет вид "тип(замечание)", "направл( $N$ )", "неизвестные(...)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 2 и вводит фильтры "тип(описать)", "условие", "корень", "не(известно(корень))", "неизвестные(2)", "не(цель(редакация))", "не(Входит(независит цели))", "не(Входит(известно цели))". Он не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 4.

- v. Эквивалентное преобразование одного условия задачи на описание с помощью другого для исключения неизвестных.

Пример:

$$\forall_{ab}(\cos(2a) = b \rightarrow \neg(\sin a = 0) \leftrightarrow \neg(1 - b = 0))$$

Прием применяется к условию задачи на описание. Антецедент идентифицируется с другим условием. Выражение  $a$  содержит неизвестные, а выражение  $b$  - не содержит. К условию, используемому для сопровождения по о.д.з., прием не применяется.

Спецификация приема имеет вид "тип(подствпосылки)", "направл( $N$ )", "антецедент( $i$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 1 и вводит фильтры "условие", "тип(описать)", "корень", "не(известно(корень))", "известно( $b$ )". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

- vi. Эквивалентное преобразование одного условия задачи на описание с помощью другого и попытка разрешить результат относительно неизвестных.

Пример:

$$\forall_{Aabcdpqr}(\neg(a = 0) \& ab + c = d \& (aq - cp = ar - dp) = A \rightarrow bp + q = r \leftrightarrow A)$$

Прием применяется к условию задачи на описание, имеющей единственную неизвестную. Второй антецедент идентифицируется с другим условием. Выражение  $b$  содержит неизвестную; выражения  $a, d, p, r$  не содержат. Левая часть последнего антецедента разрешается относительно неизвестной при помощи вспомогательной задачи на описание.

Спецификация приема имеет вид "тип(нормграницы)", "направл( $N$ )", "неизвестные(...)", "известно(...)", "антецедент( $i$ )", "идентификатор( $j$ )". Здесь  $i$  - номер антецедента, идентифицируемого с дополнительным условием,  $j$  - номер антецедента, левая часть которого разрешается вспомогательной задачей на описание. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 6 и вводит фильтры "условие", "тип(описать)", "корень", "не(известно( $b$ ))", "известно( $a$ )", "известно( $d$ )", "известно( $p$ )", "известно( $r$ )". Вводятся также нормализаторы, необходимые для обработки последнего антецедента. Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

- vii. Эквивалентное преобразование одного условия задачи на описание с помощью другого для исключения известного параметра.

Пример:

$$\forall_{ABbcd}(\neg(b = 0) \& A = bc \& B - \text{число} \rightarrow B = cd \leftrightarrow Ad - Bb = 0)$$

Прием применяется к условию задачи на описание, имеющей единственную неизвестную. Второй антецедент идентифицируется с другим условием. Выражения  $A, B$  содержат неизвестную, выражение  $c$  - не содержит. Выражения  $b, d$  константные. Выражение  $c$  имеет известный параметр, не входящий в выражения  $A, B$ .

Спецификация приема имеет вид "тип(выходнаястепень)", "направл( $N$ )", "неизвестные( $A, B$ )", "параметры( $c$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 1 и вводит фильтры "тип(

описать)", "корень", "условие", "контекст(входит(х5 параметры(c))не(входит(х5 A)) не(входит(х5 B)))", "не(известно(A))", "не(известно(B))", "известно(c)", "константа(b)", "константа(d)". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

- viii. Исключение неизвестных в условии задачи на описание, имеющей цель "замещение".

Напомним, что цель "замещение" указывает на необходимость переформулировки условий задачи на описание без использования неизвестных. В таких задачах допускается вхождение неизвестных в посылки. Пример:

$$\forall_{ABKabcd}(\text{коорд}(A, K) = (a, b) \ \& \ \text{коорд}(B, K) = (c, d) \rightarrow A = B \leftrightarrow a = c \ \& \ b = d)$$

Прием применяется к содержащему неизвестные условию задачи на описание, имеющей цель "замещение". Оба антецедента идентифицируются с посылками. Выражения  $a, b, c, d$  неизвестных не содержат.

Спецификация приема имеет вид "тип(вычитсимв)", "направл(N)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "тип(описать)", "цель(замещение)", "условие", "не(известно(теквхожд))", "известно(a)", "известно(b)", "известно(c)", "известно(d)". Требуется доработка.

- (l) Преобразование одной группы условий задачи на описание в другую группу, допускающую разрешение относительно неизвестных подвыражений.

Пример:

$$\forall_{abcd}(\sin a \sin b = c \ \& \ \cos a \cos b = d \leftrightarrow \cos(a+b) = d-c \ \& \ \cos(a-b) = d+c)$$

Прием применяется к паре условий задачи на описание, имеющей более одной неизвестной. Выражения  $a, b$  содержат неизвестные, выражения  $c, d$  - не содержат.

Спецификация приема имеет вид "тип(цепьвхождений)", "направл(N)", "неизв(...)". Элементов последнего типа может быть несколько, причем каждый из них определяет группу переменных, хотя бы одна из которых идентифицируется с содержащим неизвестные выражением. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит фильтры "условие", "тип(описать)", "не(известно(a))", "не(известно(b))", "известно(c)", "известно(d)". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 2.

- (m) Попытка преобразования группы условий задачи на описание для одновременной их декомпозиции.

Пример:

$$\forall_{abcdefghijkpq}(h = ag \ \& \ i = dg \ \& \ \neg(h = 0) \ \& \ \neg(i = 0) \ \& \ p = gad \sin(k-j) + ae - db - af + cd \ \& \ q = gad \sin(j+k) + ae + bd - af - cd \rightarrow h \sin j \cos k + b = c \ \& \ i \cos j \sin k + e = f \leftrightarrow p = 0 \ \& \ q = 0)$$

Прием применяется к паре условий задачи на описание, имеющей более одной неизвестной. Выражения  $j, k$  содержат неизвестные. Правые части двух последних антецедентов обрабатываются нормализатором разложения на множители "видумножение". Результаты представляются как произведения, содержащие каждое хотя бы два сомножителя с неизвестными (возможно, эти произведения - числители некоторых дробей).

Спецификация приема имеет вид "тип(убывание)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" ограничивается указанием уровня срабатывания 3 и вводом фильтров "тип(описать)", "условие". Он не прорабатывался.

- (п) Группировка одноместной операции внутрь неизвестной ассоциативно - коммутативной операции, если внешнее двуместное отношение допускает перегруппировку членов этой операции, а противоположная его часть тоже неизвестна.

Пример:

$$\forall_{abc}(-(a + b) = c \leftrightarrow -a - b = c)$$

Прием применяется к условию задачи на описание либо посылке задачи на исследование. Обе части равенства содержат неизвестные. Отсутствует цель "редакция".

Спецификация приема имеет вид "тип(рядфурье)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 5 и вводит фильтры "или(тип(исследовать)и(тип(описать)условие))", "корень", "не(цель(редакция))". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 1.

- (о) Упрощение относительно выражения с неизвестными при редактировании параметрического описания ответа функционального уравнения.

При решении функциональных уравнений и, в частности, при редактировании их ответа, большинство приемов, связанных с решением обычных уравнений, оказываются заблокированы. Поэтому для тех случаев, когда требовалось упростить вид ответа, было создано несколько специальных приемов. В обычных уравнениях они не имеют смысла, так как с избытком поглощаются другими приемами. Пример:

$$\forall_{abc}(0 < a \ \& \ \neg(a - 1 = 0) \rightarrow \log_a b = c \leftrightarrow b = a^c)$$

Прием применяется к условию задачи на описание, имеющей цель (связка ...). Такая цель перечисляет варьируемые переменные функционального уравнения. Задача имеет также цель "учетответа". Выражение  $b$  содержит неизвестные, выражения  $a$  и  $c$  неизвестных не содержат.

Спецификация приема имеет вид "тип(наборзначений)", "направл( $N$ )", "неизвестные(...)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит фильтры "условие", "корень", "тип(описать)", "Входит(связка цели)", "цель(учетответа)", "не(известно( $b$ ))", "известно( $a$ )", "известно( $c$ )". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 2.

5. Свертка дизъюнкции утверждений, явно разрешенных относительно неизвестного выражения, в одно утверждение, явно разрешенное относительно этого выражения.

Пример:

$$\forall_{ax}(x = a \ \& \ 0 < a \ \vee \ x = -a \ \& \ a < 0 \leftrightarrow x = |a| \ \& \ \neg(a = 0))$$

Прием применяется к условию задачи на описание. Выражение  $x$  содержит неизвестные, выражение  $a$  - не содержит. Спецификация приема имеет вид "тип(симвномер)", "направл( $N$ )", "неизвестная( $x$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит фильтры "условие", "тип(описать)", "корень", "не(известно( $x$ ))", "известно( $a$ )". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

### Преобразование посылки к виду дизъюнкции

1. Переход к дизъюнкции в посылке задачи на доказательство или задаче на исследование, имеющей цель "противоречие".

Пример:

$$\forall_{abc}(a \in b \cup c \leftrightarrow a \in b \ \vee \ a \in c)$$

Прием применяется к посылке задачи на доказательство либо задачи на исследование, имеющей цель "противоречие". Выведенная дизъюнкция снабжается комментарием "разборслучаев".

Спецификация приема имеет вид "тип(минимакс)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) и(тип(исследовать) цель(противоречие)))", "корень". Создается указатель "примечание(разборслучаев)". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 6.

2. Конъюнктивная декомпозиция под корневым отрицанием в посылке задачи на доказательство или задачи на исследование, имеющей цель "противоречие".

Пример:

$$\forall_{abc}(a \in b \setminus c \leftrightarrow \neg(a \in c) \ \& \ a \in b)$$

Прием применяется к подутверждению посылки задачи на доказательство либо имеющей цель "противоречие" задачи на исследование. Это утверждение расположено непосредственно под корневым отрицанием, так что после замены возникает дизъюнкция.

Спецификация приема имеет вид "тип(блокпроверок)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "или(тип(доказать)и(тип(исследовать) цель(противоречие)))", "посылка", "отр". Вводится также указатель "примечание(разборслучаев)". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

3. Переход к дизъюнктивной посылке, определяющей значение переменной, входящей в условие.

Пример:

$$\forall_{abc}(a \in \{b; c\} \leftrightarrow a = b \vee a \in \{; c\})$$

Прием применяется к посылке задачи, не имеющей тип "исследовать". Переменная  $a$  идентифицируется с переменной, не входящей в выражение  $b$ . Имеется условие задачи, содержащее переменную  $a$ . Преобразованная посылка сопровождается комментарием "разборслучаев".

Спецификация приема имеет вид "тип(нормперечень)", "направл( $N$ )", "переменная( $a$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "посылка", "корень", "не(тип(исследовать))", "не(входит( $a$   $b$ ))", "переменная( $a$ )", "контекст(условие( $x4$ ) входит( $a$   $x4$ ))". Создается указатель "примечание(разборслучаев)". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

4. Разбор случаев при исследовании свойств объекта.

Пример:

$$\forall_{ab}(0 < ab \leftrightarrow a < 0 \& b < 0 \vee 0 < a \& 0 < b)$$

Прием применяется к посылке задачи на исследование, имеющей цель "линия". Такая цель означает, что исследуются свойства линии, заданной своим уравнением. Преобразованная посылка сопровождается комментарием "разборслучаев".

Спецификация приема имеет вид "тип(направлпараболы)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "тип(исследовать)", "цель(исследовать)", "корень". Создается указатель "примечание(разборслучаев)". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 2.

5. Дизъюнктивная декомпозиция посылки задачи на исследование.

Пример:

$$\forall_{abcd}(ab + ad + bc + cd = 0 \leftrightarrow a + c = 0 \vee b + d = 0)$$

Прием применяется к посылке задачи на исследование.

Спецификация приема имеет вид "тип(частноемн)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 7 и вводит фильтры "тип(исследовать)", "корень". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 2.



## Упрощение утверждений с описателями

1. Исключение описателя с помощью кванторов.

Пример:

$$\forall_{Pafm}(P(a) \ \& \ m = f(a) \rightarrow m = \max(\lambda_x(f(x), P(x))) \leftrightarrow \forall_x(P(x) \rightarrow f(x) \leq m))$$

Здесь  $\max$  - символ "максвсех". Если  $m$  - переменная, не входящая в правую часть преобразуемого равенства, то она не связана внешним квантором либо описателем. Блокируется разрушение условия задачи на описание, явное задающего значение неизвестной  $m$ .

Спецификация приема имеет вид "тип(сектор)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 2 и вводит фильтры "или(посылка не(тип(описать)) цель(развертка) и(или(не(неизвестная( $m$ )) не(цель(редакция))) или(известно( $m$ ) не(известно(фикс(0 1 2))))))", "не(контекст(подчинено(теквхожд  $x_2$ ) символ( $x_2$  длялюбого существует класс отображение) входит( $m$  связприставка( $x_2$ ))не(входит( $m$  фикс(0 1 2))))))". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 1.

2. Исключение содержащего неизвестные описателя с помощью кванторов.

Пример:

$$\forall_{Pa}(\sup(\text{set}_x(P(x))) \leq a \leftrightarrow \forall_x(P(x) \rightarrow x \leq a))$$

Прием применяется к условию задачи на описание. Утверждение  $P(x)$  содержит неизвестные.

Спецификация приема имеет вид "тип(Угол)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 2 и вводит фильтры "условие", "тип(описать)", "корень", "не(известно(фикс(0 1 1 1 2)))". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 4.

3. Использование эквивалентности для упрощения описателя.

Пример:

$$\forall_{abcdef}(\text{образ}(\lambda_x(-f(x), x - \text{число}), a) \subseteq [b, c] \leftrightarrow \text{образ}(\lambda_x(f(x), x - \text{число}), a) \subseteq [-c, -b])$$

Здесь  $d, e$  - указатели типа конца промежутка.

Спецификация приема имеет вид "тип(посылка)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 2. Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 7.

4. Упрощение описателя путем перехода к параметрическому описанию.

Пример:

$$\forall_{afg}(a = \lim_{n \rightarrow \infty} \{f(n)\} \ \& \ a - \text{число} \rightarrow \text{частичнпредел}(x, \lambda_n(f(n) + g(n), n - \text{натуральное})) \leftrightarrow \exists_y(\text{частичнпредел}(y, \lambda_n(g(n), n - \text{натуральное})) \ \& \ x = a + y))$$

Правая часть первого антецедента обрабатывается оператором "нормпредел".

Спецификация приема имеет вид "тип(разряд)", "направл(N)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 2 и вводит указатель "примечание(условие(и(тип(описать)условие) фильтрсерии))". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 2.

5. Исключение описателя с помощью вспомогательных вычислений.

Пример:

$$\forall_{abx}(b = \lim_{n \rightarrow \infty} \{a(n)\} \ \& \ b - \text{число} \rightarrow \text{частичнпредел}(x, \lambda_n(a(n), n - \text{натуральное})) \leftrightarrow x = b)$$

Правая часть первого антецедента обрабатывается оператором "нормпредел". Результат  $b$  не содержит символа "предел".

Спецификация приема имеет вид "тип(стремится)", "направл(N)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 2. Требуется доработка.

6. Переход от утверждения с описателем "отображение" к утверждению с описателем "класс".

Пример:

$$\forall_{ABa}(\text{числотр}(B(i)) \rightarrow a \in \bigcap_{i, A(i)} B(i) \leftrightarrow \text{верхняягрань}(a, \text{set}_x(\exists_i(A(i) \ \& \ x = \text{inf}(B(i)))))) \ \& \ \text{нижняягрань}(a, \text{set}_x(\exists_i(A(i) \ \& \ x = \text{sup}(B(i))))))$$

Прием применяется к корневому вхождению.

Спецификация приема имеет вид "тип(теоремыбуфера)", "направл(N)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтр "корень". Он не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 2.

7. Разрешение относительно переменной, связанной внешним описателем.

- (а) Параметрическое описание переменной, связанной внешним описателем "класс".

Пример:

$$\forall_{ABf}(\text{card}(\text{образ}(f, A)) = 1 \rightarrow \text{Отображение}(f, A, B) \leftrightarrow \exists_b(b \in B \ \& \ f = \text{конст}(A, b))$$

Переменная  $f$  связана внешним описателем "класс", причем существует не содержащий преобразуемого вхождения конъюнктивный член утверждения под данным описателем, в котором встречается  $f$  и длина которого более 2.

Спецификация приема имеет вид "тип(тригповтор)", "направл( $N$ )", "переменная( $f$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 2 и вводит фильтры "переменная( $f$ )", "контекст(подчинено(теквхожд  $x1$ ) символ( $x1$  класс) входит( $f$  связприставка( $x1$ )) конъюнкчлен(последнийоперанд( $x1$ )  $x3$ ) входит( $f$   $x3$ ) не(подчинено(теквхожд  $x3$ )) не(длинатекста( $x3$  2)))". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

- (b) Явное разрешение утверждения относительно переменной, связанной внешним описателем.

Пример:

$$\forall_{ikmn}(k - \text{целое} \rightarrow k - i \in \{m, \dots, n\} \leftrightarrow i \in \{k - n, \dots, k - m\})$$

Переменная  $i$  связана внешним описателем. Все переменные выражений  $k, m, n$  - свободные.

Спецификация приема имеет вид "тип(параллели)", "направл( $N$ )", "переменная( $i$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 1 и вводит фильтры "переменная( $i$ )", "контекст(подчинено(теквхожд  $x2$ ) символ( $x2$  класс отображение) входит( $i$  связприставка( $x2$ )))", "свобоперанд(фикс(0 1 1 1))", "свобоперанд(фикс(0 1 2 1))", "свобоперанд(фикс(0 1 2 2))". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 3.

- (c) Явное разрешение относительно одной из варьируемых переменных условия условного выражения под описателем "отображение".

Пример:

$$\forall_{abci}(\neg(a = 0) \rightarrow ai + b = c \leftrightarrow i = (c - b)/a)$$

Переменная  $i$  связана внешним описателем "отображение", причем преобразуемое равенство не имеет такой связанной тем же описателем другой переменной, которая в связывающей приставке расположена после  $i$ . Преобразуемое вхождение не расположено внутри других описателей. Между ним и описателем "отображение" встречается подтерм с заголовком "вариант".

Спецификация приема имеет вид "тип(отладка)", "направл( $N$ )", "неизвестная( $i$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 0 и вводит фильтры "переменная( $i$ )", "контекст(подчинено(теквхожд  $x4$ ) символ( $x4$  отображение) равно( $x5$  связприставка( $x4$ )) разряд( $x5$   $i$   $x6$ ) не(контекст(входит( $x7$  параметры(теквхожд)) не(заголовок( $i$   $x7$ )) разряд( $x5$   $x7$   $x8$ ) постпозиция( $x8$   $x6$ ))) не(контекст(подчинено(теквхожд  $x10$ ) символ( $x10$  класс отображение) подчинено( $x10$   $x4$ ) не(равно(вхождение( $x4$ ) вхождение( $x10$ )))))) контекст(подчинено(теквхожд  $x10$ ) символ( $x10$  вариант) подчинено( $x10$   $x4$ )))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

- (d) Явное разрешение относительно варьируемой переменной при вычислении операции над семейством.

Данный тип представляет собой версию рассмотренного выше типа "Явное разрешение утверждения относительно переменной, связанной внешним описателем", имеющую чуть более сильную мотивацию срабатывания. Пример:

$$\forall_{abc} (b < 0 \rightarrow a + bi < c \leftrightarrow (c - a)/b < i)$$

Переменная  $i$  входит в связывающую приставку внешнего описателя "отображение", расположенного непосредственно под одноместной операцией. Выражения  $a, b, c$  не содержат переменных этой связывающей приставки.

Спецификация приема имеет вид "тип(указательвхождения)", "направл( $N$ )", "неизвестная( $i$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит фильтры "переменная( $i$ )", "контекст(подчинено(теквхожд  $x4$ ) символ( $x4$  отображение) входит( $i$  связприставка( $x4$ )) контекст(операнд( $x5$   $x4$ ) равно(количествооперандов( $x5$ )1)) не(пересекаются( $a$  связприставка( $x4$ ))) не(пересекаются( $b$  связприставка( $x4$ ))) не(пересекаются( $c$  связприставка( $x4$ ))))". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 5.

- (e) Группировка элементов описание класса, явно разрешенных относительно переменной связывающей приставки.

Пример:

$$\forall_{abx} (x \leq a \ \& \ x \leq b \leftrightarrow x \leq \min(a, b))$$

Переменная  $x$  входит в связывающую приставку внешнего описателя "класс". Выражения  $a, b$  не содержат переменных этой приставки.

Спецификация приема имеет вид "тип(десделение)", "направл( $N$ )", "переменная( $x$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 1 и вводит фильтры "переменная( $x$ )", "не(входит( $x$   $a$ ))", "не(входит( $x$   $b$ ))", "контекст(подчинено(теквхожд  $x3$ ) символ( $x3$  класс) входит( $x$  связприставка( $x3$ )))". Создается также указатель "дизъюнктоперанд". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 13.

- (f) Дизъюнктивно-конъюнктивная свертка для упрощения относительно переменной, связываемой внешним описателем.

Пример:

$$\forall_{Aafx} (f(a) \ \& \ a - \text{целое} \ \& \ A \rightarrow x = a \ \& \ A \vee a < x \ \& \ x - \text{целое} \ \& \ f(x) \leftrightarrow -[-a] \leq x \ \& \ x - \text{целое} \ \& \ f(x))$$

Переменная  $x$  ходит в связывающую приставку внешнего описателя. Выражение  $a$  не содержит переменных этой приставки. Истинность первого антецедента устанавливается задачей на доказательство которой передается дополнительная посылка  $A$ . Истинность третьего антецедента устанавливается задачей на доказательство, которой передаются дополнительные

посылки " $f(a)$ " и " $\text{целое}(a)$ ". Второй антецедент обрабатывается проверочным оператором, которому передается дополнительная посылка  $A$ .

Спецификация приема имеет вид "тип(нижнийкрай)", "направл( $N$ )", "переменная( $x$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 2 и вводит фильтры "переменная( $x$ )", "конец(контекст(подчилено(теквхожд  $x2$ ) символ( $x2$  класс отображение) входит( $x$  связприставка( $x2$ )) не(пересекаются(параметры( $a$  связприставка( $x2$ ))))))". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 2.

### Упрощение кванторов

1. Декомпозиция кванторной импликации в конъюнкцию нескольких кванторных импликаций и элементарных утверждений.

Пример:

$$\forall ABCDa(\forall_x(A(x) \rightarrow B(x, \text{индикатор}(C, D, a)(x))) \leftrightarrow \forall_x(A(x) \& x \in D \rightarrow B(x, a)) \& \forall_x(A(x) \& \neg(x \in D) \rightarrow B(x, 0)))$$

Рассматриваемое вхождение терма "индикатор(...)" не расположено внутри квантора либо описателя, размещенного в консеквенте заменяемой импликации и связывающего какие-либо переменные этого терма.

Спецификация приема имеет вид "тип(Примечпосылки)", "направл( $N$ )". В данном примере добавляется элемент "указатель(вхождение( $B$ ))". Справочник "заголовокприема" ограничивается указанием уровня срабатывания 2. Он не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 4.

2. Упрощение квантора за счет перехода к новым переменным.

Пример:

$$\forall_{ABn}(\exists_{xy}(A(x^n) \& x - \text{число} \& 0 < x \& B(y)) \leftrightarrow \exists_{xy}(A(x) \& x - \text{число} \& 0 < x \& B(y)))$$

Спецификация приема имеет вид "тип(нормодз)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" ограничивается указанием уровня срабатывания 1 и вводом ряда необходимых указателей. Он требует доработки.

Число приемов данного типа - 14.

3. Отбрасывание избыточных обобщенных антецедентов кванторной импликации.

Пример:

$$\forall_{Pa}(\neg(a - \text{натуральное}) \rightarrow \forall_n(n - \text{натуральное} \& P(n) \rightarrow n = a) \leftrightarrow \forall_n(n - \text{натуральное} \rightarrow \neg(P(n))))$$

Спецификация приема имеет вид "тип(двойнойаргумент)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" ограничивается указанием уровня срабатывания 2. Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 2.

4. Попытка применения нормализатора приведения к заданным заголовкам для декомпозиции кванторной импликации.

Пример:

$$\forall_{Apq}(p(x) = q(x) \rightarrow \forall_x(A(x) \rightarrow p(x) = 0) \leftrightarrow \forall_x(A(x) \rightarrow q(x) = 0))$$

Выражение  $p(x)$  - сумма. Левая часть антецедента обрабатывается нормализатором разложения на множители "видумножение". Результат  $q(x)$  имеет заголовок "умножение", "дробь" либо "степень" (с точностью до внешнего знака "минус"). Заменяющая импликация обрабатывается нормализатором "нормдлялюбого", а ее равенство - нормализатором "нормчисло".

Спецификация приема имеет вид "тип(команда)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" ограничивается указанием уровня срабатывания 3. Он не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 1.

### Упрощение проверяемого условия

1. Расшифровка по определению проверяемого условия.

Пример:

$$\forall_{ABf}(\text{биекция}(f, A, B) \leftrightarrow \text{Dom}(f) = A \ \& \ \text{Val}(f) = B \ \& \ \text{взаимнооднозначно}(f))$$

Прием применяется к подутверждению условия задачи на доказательство либо задачи на описание, имеющей цель "проверка".

Спецификация приема имеет вид "тип(вставкафрагментов)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит фильтры "условие", "или(тип(доказать) и(тип(описать) цель(проверка)))". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 7.

2. Преобразование условия задачи на доказательство, исключающее сложное выражение.

Пример:

$$\forall_{acde}(\neg(c = 0) \rightarrow \text{csup}(a) + d = e \leftrightarrow \text{верхняягрань}((e - d)/c, a) \ \& \ \forall_x(x < (e - d)/c \ \& \ x - \text{число} \rightarrow \exists_y(y \in a \ \& \ x < y)))$$

Прием применяется к условию задачи на доказательство. В этом условии отсутствуют выражения с заголовками "суп", "инф", более длинные, чем выражение

$\sup(a)$ . Условие не имеет выражений с большей оценкой сложности, чем данное выражение.

Спецификация приема имеет вид "тип(исключение)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит фильтры "условие", "тип(доказать)", "корень". Он не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 9.

- Преобразование условия задачи на доказательство к виду, позволяющему исключить сложное выражение.

Пример:

$$\forall_{abcde}(0 \leq b \ \& \ 0 \leq d \ \& \ a \leq 0 \ \& \ c \leq 0 \ \& \ 0 \leq e \rightarrow 0 \leq a\sqrt{b} + c\sqrt{d} + e \leftrightarrow 0 \leq e^2 - a^2b - c^2d - 2ac\sqrt{b}\sqrt{d})$$

Прием применяется к условию задачи на доказательство. Хотя бы одно из выражений  $b, d$  имеет своим сомножителем сумму либо является суммой. Остаточная сумма  $e$  не имеет слагаемых, среди сомножителей которых встречаются неконстантные радикалы. После преобразования остается единственный радикал, от которого далее можно будет избавиться.

Спецификация приема имеет вид "тип(усмчетное)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит фильтры "условие", "тип(доказать)", "отрицание". Он не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 4.

- Преобразование условия задачи на доказательство к виду, содержащему общее подвыражение с посылкой.

Пример:

$$\forall_{abc}(\text{Вектор}(a) \ \& \ \text{Вектор}(b) \ \& \ \text{Вектор}(c) \rightarrow \text{компланарны}(a, b, c) \leftrightarrow \text{скалумнож}(a, \text{вектумнож}(b, c)) = 0)$$

Прием применяется к подутверждению условия задачи на доказательство. Некоторая посылка этой задачи содержит выражение "вектумнож( $b, c$ )".

Спецификация приема имеет вид "тип(минус)", "направл( $N$ )", "терм( $t$ )", где  $t$  - общее с посылкой подвыражение. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 5 и вводит фильтры "условие", "тип(доказать)", "контекст(посылка( $x4$ ) вхождениетерма( $x4$  вектумнож( $b, c$ )))". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

- Применение нормализатора приведения к заданным заголовкам для декомпозиции условия задачи на доказательство.

Пример:

$$\forall_{cd}(d = c \rightarrow 0 \leq c \leftrightarrow 0 \leq d)$$

Прием применяется к условию задачи на доказательство. Правая часть антецедента обрабатывается нормализатором разложения на множители "видумножение". Выражение  $c$  представляет собой сумму, а выражение  $d$  - нет. Созданы две версии приема. В первой, срабатывающей на уровне 1, предполагается, что  $c$  имеет дробное слагаемое. Это гарантирует невырожденный результат применения нормализатора. Во второй версии, срабатывающей на уровне 5, такое предположение отсутствует.

Спецификация приема имеет вид "тип(нормарктангенс)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" ограничивается указанием уровня срабатывания 5 и вводом фильтров "тип(доказать)", "условие", "корень". Он не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 4.

#### 6. Исключение сложного понятия под символом "истинность".

Пример:

$$\forall_f(\text{коммутативно}(f) \rightarrow \text{обратимо}(f) \leftrightarrow \text{правобратимо}(f))$$

Преобразуемое утверждение расположено внутри выражения с заголовком "истинность".

Спецификация приема имеет вид "тип(выход)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 2 и вводит фильтр "контекст(подчинено(теквхожд  $x1$ ) символ( $x1$  истинность))". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

#### 7. Группировка в одной части доказываемого отношения всех невырожденных объектов.

Пример:

$$\forall_{Aacf}(\text{группа}(A) \ \& \ f = \text{операция}(A) \rightarrow f(a) = b \leftrightarrow f(\text{суффикс}(a, \text{обрэлемент}(b, f))) = \text{единица}(f))$$

Прием применяется к условию задачи на доказательство. Выражение  $b$  не имеет заголовка "единица".

Спецификация приема имеет вид "тип(независит)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 5 и вводит фильтры "условие", "тип(доказать)", "корень". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 1.

### Специальная стандартизация

Как и в случае тождеств, приемы данного раздела реализуют ту специальную стандартизацию утверждений, решение о которой принимается путем анализа имеющихся теорем предметной области. Этим должны будут заниматься процедуры алгоритмизации предметной области, развитие которых находится лишь на начальной стадии. По-видимому, большинство типов приемов данного раздела подлежат разгруппировке в подтипы, преследующие более конкретные цели. Фактически, раздел просто является временным хранилищем приемов, типы которых будут уточняться.



1. Группировка в одной части двуместного отношения всех операндов ассоциативно-коммутативной операции.

Пример:

$$\forall_{ab}(a - \text{число} \ \& \ b - \text{число} \rightarrow a = b \leftrightarrow a - b = 0)$$

Ни одна из частей равенства не является нулевой. Либо равенство расположено в условии задачи, либо является посылкой задачи на исследование, либо расположено в посылке, имеющей вид отрицания данного равенства. Впрочем, имеется более десятка других фильтров, ограничивающих применение данного приема. Например, будет заблокирована попытка "испортить" равенство неизвестной известному выражению. Как иногда случается, приемы с простыми теоремами требуют крайне сложного управления. Это - как раз такой случай.

Спецификация приема имеет вид "тип(группировка)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 0 и вводит фильтры "или(не(тип(описать)) и(или(не(цель(редакция)) коммент(стандменьше)) не(Входит(известно цели))))", "не(символ( $a$  0))", "не(символ( $b$  0))", "или(отр условие и(тип(исследовать) корень))", "или(и(тип(доказать) условие свобоперанд(теквхожд) не(контекст(перестановка( $a$   $b$   $x_3$   $x_4$ ) числовойатом( $x_3$   $x_5$ ) равно( $x_3$   $x_5$ ) не(переменная( $x_5$ )) не(константа( $x_5$ )) не(вхождениетерма( $x_4$   $x_3$ ))))))", "не(контекст(перестановка( $a$   $b$   $x_3$   $x_4$ ) переменная( $x_3$ ) подчинено(теквхожд  $x_5$ ) символ( $x_5$  длялюбого существует класс отображение) входит( $x_3$  связприставка( $x_5$ ))))", "или(тип(доказать) и(или(и(известно(теквхожд) не(контекст(вид(теквхожд равно( $x_3$   $x_4$ )) переменная( $x_3$ ) не(входит( $x_3$   $x_4$ )) или(и(тип(описать) цель(редакция))не(отр)))))) не(внешзнак(существует длялюбого и или не))или(контекст(операнд( $x_3$  теквхожд) символ( $x_3$  не) антецедент( $x_3$ )) не(цель(редуцирование))))", "или(не(тип(исследовать)) и(не(цель(анализфразы)) не(цель(текстоваязадача))))", "или(не(тип(преобразовать)) и(не(цель(нормуравн)) не(цель(нормализатор)) не(цель(упрощзнак)) не(цель(вычпрог))))". Он требует доработки.

Число приемов данного типа - 4.

2. Использование нормализатора для специальной стандартизации.

- (а) Попытка применения нормализатора приведения к заданным заголовкам для декомпозиции элементарного утверждения.

Пример:

$$\forall_{kmnpq}(m = k \rightarrow m^p q | n \leftrightarrow k^p q | n)$$

Левая часть антецедента обрабатывается нормализатором разложения на множители, снабженным комментарием, указывающим необходимость разложения натуральных сомножителей в произведение степеней простых чисел. Проверяется, что результат  $k$  имеет своим заголовком символ "умножение" либо "степень"(с точностью до внешнего знака "минус"). Аналогичная стандартизация предпринимается для другого операнда отношения "делит". Таким образом подготавливается срабатывание приемов, заменяющих один целочисленный параметр на другой.

Спецификация приема имеет вид "тип(номерэлемента)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" ограничивается указанием уровня срабатывания 3. Он не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 3.

- (b) Применение нормализатора приведения к заданным заголовкам для декомпозиции условия задачи на описание, не содержащего неизвестных.

Пример:

$$\forall_{ab}(b = a \rightarrow 0 < a \leftrightarrow 0 < b)$$

Прием применяется к условию задачи на описание, не содержащему неизвестных и не используемому для сопровождения по о.д.з. Выражение  $a$  содержит символ "дробь". Правая часть антецедента обрабатывается нормализатором разложения на множители "видумножение". Результат имеет своим заголовком один из символов "умножение", "степень", "дробь" (с точностью до внешнего знака "минус").

Спецификация приема имеет вид "тип(текприем)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит фильтры "тип(описать)", "корень", "условие", "не(сопровождение)", "известно(корень)". Он не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 3.

- (c) Стандартизация известного подвыражения условия задачи на описание либо посылки задачи на исследование с помощью нормализатора приведения к заданным заголовкам.

Пример:

$$\forall_{abcdefg}(g = a + b \rightarrow (a + b)^c d + e = f \leftrightarrow g^c d + e = f)$$

Прием применяется к условию задачи на описание либо посылке задачи на исследование. Число неизвестных задачи более одной. Выражения  $f$  и  $a + b$  неизвестных не содержит, а выражения  $d, e$  - содержат. Правая часть антецедента обрабатывается нормализатором разложения на множители "видумножение". Результат  $g$  имеет своим заголовком один из символов "умножение", "степень", "дробь" (с точностью до отбрасывания внешнего минуса). Выражение  $c$  - натуральная константа. Применение приема подготавливает возможность разложения на множители разности частей уравнения.

Спецификация приема имеет вид "тип(внешсловарь)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 2 и вводит фильтры "или(и(тип(описать)условие)тип(исследовать))", "корень". Он не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 1.

- (d) Попытка применения ослабленного нормализатора приведения к заданным заголовкам для декомпозиции условия на известные параметры при редактировании ответа задачи на описание.

Пример:

$$\forall_{ab}(b = a \rightarrow a = 0 \leftrightarrow b = 0)$$

Прием применяется к подутверждению не содержащего неизвестных условия задачи на описание, имеющей цель "редакция". Выражение  $a$  представляет собой сумму. К правой части антецедента применяется ослабленный нормализатор разложения на множители "факторизация". Результат  $b$  имеет своим заголовком один из символов "умножение", "степень", "дробь" (с точностью до отбрасывания внешнего минуса). Прием применяется даже к условиям, используемым для сопровождения по о.д.з.

Спецификация приема имеет вид "тип(лимит)", "направл( $N$ )", "см(...)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3, вводит фильтры "тип(описать)", "условие", "цель(редакция)", "известно(корень)" и переносит фильтры из элементы "см". Он не проработан.

Число приемов данного типа - 1.

- (e) Обработка сопровождающего по о.д.з. утверждения нормализатором стандартизации условий на известные параметры при редактировании ответа задачи на описание.

При завершающем редактировании ответа задачи приходится упрощать сопровождающие (не содержащие неизвестных) утверждения, даже если они необходимы для сопровождения по о.д.з. После такого упрощения (например, явного разрешения неравенства относительно какого-либо параметра) сопровождение по о.д.з. разрушается. Чтобы, тем не менее, сохранить хоть какую-либо возможность после этого выполнять преобразования оставшихся условий, используется комментарий (стандследствие ...), в котором сохранены исходные версии упрощенных утверждений и их связь с новыми утверждениями. Пример:

$$\forall_{abc}(c = (a < b) \rightarrow a < b \leftrightarrow c)$$

Прием применяется к не содержащему неизвестных условию задачи на описание, имеющей цель "редакция". Правая часть антецедента обрабатывается нормализатором "стандменьше" строгих неравенств для параметров. Этот нормализатор предпринимает попытку упростить или даже разрешить неравенство относительно параметра, не прибегая к чрезмерно громоздким преобразованиям. Замена применяется даже к условию, сопровождающему по о.д.з. В этом случае оно предварительно регистрируется в комментарии (стандследствие ...).

Спецификация приема имеет вид "тип(простое)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 1 и вводит фильтры "условие", "тип(описать)", "корень", "цель(редакция)", "известно(корень)", "не(цель(новыенеизвестные))", "не(Входит(связка цели))", "коммент(стандменьше)", "не(равно(с теквхожд))", "не(входит(или  $c$ ))", "не(цель(мощность))", "не(цель(и))". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 2.

- (f) Обработка не сопровождающего по о.д.з. утверждения нормализатором стандартизации условий на известные параметры при редактировании ответа задачи на описание.

Пример - такой же, как выше, но проверяется, что преобразуемое утверждение не используется для сопровождения по о.д.з., и комментарий "стандследствие" не создается.

Спецификация приема имеет вид "тип(коррекциясылок)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 1 и вводит фильтры "условие", "тип(описать)", "корень", "цель(редакция)", "известно(корень)", "не(цель(новыенеизвестные))", "не(сопровождение)", "коммент(стандменьше)", "не(равно(с теквхожд))", "не(цель(мощность))", "не(цель(и))". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 2.

- (g) Применение нормализатора стандартной формы для стандартизации операнда одноместного отношения.

Пример:

$$\forall_{ab}(b = a \rightarrow a - \text{rational} \leftrightarrow b - \text{rational})$$

Прием применяется к подутверждению условия. Правая часть антецедента обрабатывается нормализатором раскрытия скобок "стандплюс". Предварительно проверяется, что некоторое слагаемое выражения  $a$  имеет своим множителем сумму либо натуральную степень суммы с показателем, меньшим 4. Кроме того, не должно усматриваться, что значение суммы рациональное.

Спецификация приема имеет вид "тип(копиязадачи)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" ограничивается указанием уровня срабатывания 2. Он не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 1.

- (h) Применение нормализатора стандартной формы для контекстной стандартизации.

Пример:

$$\forall_{abcdefg}(f = a(b + c)^d + e \rightarrow a(b + c)^d + e = g \leftrightarrow f = g)$$

Прием применяется к условию задачи на описание. Переменная  $d$  идентифицируется с натуральной константой, меньшей 6. Условие содержит целочисленную неизвестную. Правая часть антецедента обрабатывается нормализатором стандартной формы "стандплюс", обеспечивающим раскрытие скобок. Сумма  $b + c$  не константная и не содержит неизвестных. Смысл данной контекстной стандартизации заключается в подготовке возможности анализа делимости коэффициентов уравнения.

Спецификация приема имеет вид "тип(контрользамены)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" ограничивается указанием уровня срабатывания 2. Он не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 6.

### 3. Стандартизация с переходом от квантора к описателю.

Пример:

$$\forall_{ABNPQx}(B(i) = \text{set}_y(y \in A \ \& \ \forall_z(Q(y, i) \rightarrow P(y, i))) \rightarrow \text{кортеж}(x, N, A) \ \& \ \forall_{iz}(i \in \{1, \dots, N\} \ \& \ Q(x(i), i) \rightarrow P(x(i), i)) \leftrightarrow x \in \prod_{i=1}^N B(i))$$

Указатель "контекст" определяет дополнительную идентификацию под квантором общности в консеквенте выражения  $x(i)$ . Квантор задает дополнительное условие на элементы набора, позволяющее определить поразрядные области  $B(i)$  для этих элементов.

Спецификация приема имеет вид "тип(комбинаторныефункции)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" ограничивается указанием уровня срабатывания 3. Он не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 1.

4. Стандартизирующая контрапозиция кванторной импликации.

Пример:

$$\forall_{Pn}(n - \text{натуральное} \rightarrow \forall_k(P(k) \ \& \ k - \text{натуральное} \rightarrow \neg(k \leq n)) \leftrightarrow \forall_k(k \in \{1, \dots, n\} \rightarrow \neg(P(k))))$$

Спецификация приема имеет вид "тип(выписка)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4. Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 2.

5. Стандартизация посылок задачи на исследование.

- (а) Специальная стандартизация посылки задачи на исследование.

Примеры:

$$\forall_{ab}(a + b = 0 \rightarrow \sin a = 0 \leftrightarrow \sin b = 0)$$

Прием применяется к посылке задачи на исследование, имеющей цель "известно". Выражение  $a$  представляет собой сумму, а  $b$  - нет.

$$\forall_{abcd}(a = \text{путь}(c) \ \& \ \text{обратныйпуть}(\text{путь}(c)) = \text{путь}(d) \rightarrow b = \text{обратныйпуть}(a) \leftrightarrow b = \text{путь}(d))$$

Выражение  $b$  имеет заголовок "Путь", т.е. задает ориентированную кривую, по которой перемещается материальная точка.

Спецификация приема имеет вид "тип(ответ)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 6 и вводит фильтры "тип(исследовать)", "корень". Он не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 6.

- (б) Специальная группировка посылок задачи на исследование.

Пример:

$$\forall_{abc}(b - \text{set} \ \& \ c - \text{set} \rightarrow \text{непрерывно}(a, b) \ \& \ \text{непрерывно}(a, c) \leftrightarrow \text{непрерывно}(a, b \cup c))$$

Прием применяется к паре посылок задачи на исследование, имеющей цель "непрерывно". Такая цель означает, что предпринимается исследование функции на непрерывность. Переменная  $a$  - неизвестная.

Спецификация приема имеет вид "тип(массив)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 6 и вводит фильтры "тип(исследовать)", "корень". Он не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 5.

- (с) Использование равенства из контекста для уменьшения числа параметров известной посылки задачи на исследование.

Пример:

$$\forall_{acdef}(d - a = 0 \ \& \ c + d = e \ \& \ f = (0 < e) \rightarrow 0 < a + c \leftrightarrow f)$$

Прием применяется к не содержащей неизвестных посылке задачи на исследование. Первый антецедент идентифицируется с другой посылкой. Выражение  $a$ , связывающее обе посылки, неконстантное. Левая часть второго антецедента обрабатывается нормализаторами "нормплюс" и "видумножение", правая часть последнего антецедента - нормализатором "нормменьше". В результате утверждение  $f$  имеет единственную свободную переменную, в то время как исходная посылка - не менее двух свободных переменных.

Спецификация приема имеет вид "тип(включается)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 2 и вводит фильтры "тип(исследовать)", "корень", "известно(корень)". Он не прорабатывался. Число приемов данного типа - 1.

6. Специальная стандартизация посылки задачи на описание.

Пример:

$$\forall_{abcdefg}(\text{диффлагранжа}(f, a, \lambda_{xy}(bx^2/c + dx^2/e + g(y), h(y))) \leftrightarrow \text{диффлагранжа}(f, a, \lambda_{xy}((b/c + d/e)x^2 + g(y), h(y))))$$

Прием применяется к подутверждению посылки задачи на описание.

Спецификация приема имеет вид "тип(входит)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 6 и вводит фильтры "тип(описать)", "посылка". Он не доработан.

Число приемов данного типа - 4.

7. Специальная стандартизация условия задачи на описание.

- (а) Специальная стандартизация условия задачи на описание.

Это - наиболее общий тип данного подраздела. Остальные типы представляют собой его частные случаи. Пример:

$$\forall_{abcdf}(\text{set}_x(g(x) \ \& \ x \in a) = d \ \& \ f = \lambda_x(h(x), g(x)) \rightarrow \text{Max}(f, a, b, c) \leftrightarrow \text{Max}(f, d, b, c))$$

Прием применяется к подутверждению условия задачи на описание. Второй антецедент идентифицируется с утверждением из контекста, определяющим функцию  $f$  от более чем одной переменной. Утверждение под описателем "класс", задающее область поиска максимума, разрешается вспомогательной задачей на описание относительно неизвестных  $x$ . Этим подготавливается возможность срабатывания последующих приемов.

Спецификация приема имеет вид "тип(номерсимв)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит фильтры "условие", "тип(описать)", "корень". Он не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 20.

- (b) Специальная стандартизация имплицативного условия задачи на описание.

Пример:

$$\forall_{fg}(f(n) - \text{число} \rightarrow \forall_n(n - \text{натуральное} \rightarrow f(n) = g(n)) \leftrightarrow \forall_n(n - \text{натуральное} \rightarrow f(n) - g(n) = 0))$$

Прием применяется к условию задачи на описание. Переменные  $f, g$  функциональные. Существует такая неизвестная  $h$ , что в  $f(n)$  входит выражение вида  $h(t_1)$ , в  $g(n)$  - выражение вида  $h(t_2)$ , причем оба терма  $t_1, t_2$  содержат переменную  $n$ . При этом ни одно из выражений  $f(n), g(n)$  не имеет вида "значение( $h, n$ )", где  $h$  - неизвестная. Выполняемая приемом группировка подготавливает явное разрешение относительно  $h(X)$ , например, для получения рекурсивного соотношения.

Спецификация приема имеет вид "тип(Неизв)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 2 и вводит фильтры "тип(описать)", "корень", "условие", "не(известно(корень))". Он не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 1.

- (c) Переформулировка условия задачи на описание, имеющего вид нечислового предиката, но содержащего численную неизвестную, в терминах числовых атомов.

Пример:

$$\forall_{ab}(\text{Вектор}(a) \ \& \ \text{Вектор}(b) \rightarrow a \perp b \leftrightarrow \text{скалумнож}(a, b) = 0)$$

Прием применяется к содержащему численную неизвестную условию задачи на описание.

Спецификация приема имеет вид "тип(двойнаяоперация)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит фильтры "тип(описать)", "условие", "не(известно(корень))", "корень", "не(цель(редакция))", "контекст(неизвестная( $x3$ ) входит( $x3$  корень) легко-видеть(число( $x3$ )))". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

- (d) Преобразование известного подвыражения условия задачи на описание для упрощения разрешения относительно неизвестных.

Пример:

$$\forall_{abcdx}(d = ab + ac \rightarrow \sin x = ab + ac \leftrightarrow \sin x = d)$$

Прием применяется к условию задачи на описание. Выражение  $x$  содержит неизвестные. Каждое из выражений  $b, c$  - синус либо косинус, с точностью до отбрасывания знака. Правая часть антецедента обрабатывается нормализатором "видумножение", причем результат  $d$  - синус либо косинус, с точностью до знака.

Спецификация приема имеет вид "тип(концеотрезка)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 1 и вводит фильтры "тип(описать)", "условие", "корень". Он не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 4.

- (e) Стандартизация условия задачи на описание относительно константных подвыражений.

Пример:

$$\forall_{abcdnpq}(c - \text{целое} \ \& \ n - \text{целое} \ \& \ 0 \leq n \ \& \ b = pq \ \& \ p|c \ \& \ d = c/p \ \& \ \text{нод}(a, p) = 1 \rightarrow ap^n = b + c \leftrightarrow ap^{n-1} = q + d \ \& \ 0 \leq n - 1)$$

Прием применяется к условию задачи на описание. Выражения  $a, b$  - целочисленные константы,  $p$  - натуральная константа. Выражение  $n$  содержит целочисленную неизвестную. Четвертый антецедент проверяет, что  $p$  делится на  $p$ , и находит частное  $q$ . Он, как и последний антецедент, выделен указателем "программа". Первые три антецедента и пятый антецедент обрабатываются проверочными операторами. Правая часть шестого антецедента упрощается задачей на преобразование. Проверяется, что результат  $d$  не имеет дробных слагаемых. В итоге прием сокращает на константу  $p$  обе части уравнения.

Спецификация приема имеет вид "тип(параметры)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 6 и вводит фильтры "тип(описать)", "условие", "корень". Он не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 2.

- (f) Стандартизация условия задачи на описание, подготавливающая возможность учета цели "независит".

Пример:

$$\forall_{abcd}(\neg(c = 0) \rightarrow a + b/c = d \leftrightarrow ac + b = cd)$$

Прием применяется к условию задачи на описание, имеющей цель (независит  $x_1 \dots x_n$ ). Выражение  $c$  не содержит неизвестных и переменных  $x_1, \dots, x_n$ . Либо переменная  $d$  не является неизвестной, либо она входит в противоположную часть равенства.

Спецификация приема имеет вид "тип(кортежпеременных)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 6 и вводит фильтры "тип(описать)", "условие", "корень". Он не прорабатывался.



Число приемов данного типа - 1.

- (g) Применение специального нормализатора к условию задачи на описание.

Пример:

$$\forall_{abcde}(e = \text{Max}(a, b, c, d) \rightarrow \text{Max}(a, b, c, d) \leftrightarrow e)$$

Прием применяется к подутверждению условия задачи на описание. Выражения  $c, d$  содержат неизвестные, выражения  $a, b$  - не содержат. Правая часть антецедента обрабатывается нормализатором нормМаксимум. Этот нормализатор преобразует условие "Максимум(...)", используя заблаговременно определенные с помощью производной особые точки. Он сводит отыскание максимума на промежутке к анализу значений в особых точках и выполняет сравнение этих значений.

Спецификация приема имеет вид "тип(четырнадцать)", "направл(N)", "неизвестные(...)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит фильтры "условие", "тип(описать)", "корень", "не(известно(c))", "не(известно(d))", "известно(a)", "известно(b)". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 2.

- (h) Применение специального нормализатора к подвыражению условия задачи на описание.

Пример:

$$\forall_{fgy}(g = f \rightarrow \text{ортканоничвид}(f, x, y) \leftrightarrow \text{ортканоничвид}(g, x, y))$$

Прием применяется к подутверждению условия задачи на описание. Выражение  $f$  имеет заголовок "отображение" и задает квадратичную форму. Правая часть антецедента обрабатывается нормализатором "нормквдрформа", выполняющим простейшую стандартизацию уравнения этой формы: раскрытие скобок, преобразование дроби с суммой в числителе к виду суммы дробей, группировку относительно переменных и т.п.

Спецификация приема имеет вид "тип(семнадцать)", "направл(N)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит фильтры "условие", "тип(описать)", "корень". Требуется доработка. Число приемов данного типа - 1.

- (i) Стандартизация условия задачи на описание с помощью синтезаторов.

Пример:

$$\forall_{AGpqry}(\text{квдрканоничвид}(x, p(x), y, q, r) \& G = \text{числфунк}(y, q) \rightarrow \text{положитопред}(\lambda_x(p(x), A(x))) \leftrightarrow \text{положитопред}(G))$$

Прием применяется к подутверждению условия задачи на описание. Проверяется, что квадратичная форма  $p(x)$  имеет слагаемое, отличное от квадрата переменной. Первый антецедент обрабатывается синтезатором приведения квадратичной формы к каноническому виду.

Спецификация приема имеет вид "тип(исследовать)", "направл(N)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит

фильтры "тип(описать)", "условие", "не(известно(корень))", "корень". Он не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 2.

- (j) Преобразование условия задачи на описание к виду равенства.

Пример:

$$\forall_{abc}(c = b - a \ \& \ c \leq 0 \rightarrow a \leq b \leftrightarrow c = 0)$$

Прием применяется к содержащему неизвестные условию задачи на описание. Ситуация, в которой прием срабатывает, весьма редкая, и чтобы не тратить время впустую, уровень срабатывания выбран большим.

Спецификация приема имеет вид "тип(Примечание)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 6 и вводит фильтры "тип(описать)", "условие", "корень", "не(известно(корень))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

- (k) Стандартизация параметрического описания в условии задачи на описание.

Пример:

$$\forall_{abcdef}(a \leq b \ \& \ b = ad + e \rightarrow \exists_n(f = (an + b)\pi/c \ \& \ n - \text{целое}) \leftrightarrow \exists_n(f = (an + e)\pi/c \ \& \ n - \text{целое}))$$

Прием применяется к условию задачи на описание. Выражение  $f$  содержит неизвестные;  $a, b, c$  - натуральные константы. Второй антецедент выполняет деление с остатком.

Спецификация приема имеет вид "тип(учетпассива)", "направл( $N$ )", "неизвестная(...)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 0 и вводит фильтры "условие", "тип(описать)", "корень", "не(известно( $f$ ))". Он не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 13.

- (l) Стандартизация подутверждения импликативного условия задачи на описание, ориентированная на его свертку в бескванторное условие.

Пример:

$$\forall_{abn}(n - \text{целое} \ \& \ b = [a] \rightarrow a < n \leftrightarrow b + 1 \leq n)$$

Прием применяется к антецеденту либо консеквенту кванторной импликации, являющейся условием задачи на описание. Переменная  $n$  входит в связывающую приставку этой импликации. Отсутствует содержащий  $n$  подтерм, имеющий вид "значение( $f, A$ )". Правая часть второго антецедента обрабатывается нормализатором "нормцелаячасть". Целью преобразования является переход к нестрогому целочисленному неравенству, что повышает вероятность срабатывания приема, исключая квантор.

Спецификация приема имеет вид "тип(усмвозрастаетвточке)", "направл( $N$ )", "переменная( $n$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень

срабатывания 2 и вводит фильтры "переменная( $n$ )", "контекст(подчинено(теквхожд  $x3$ ) символ( $x3$  длялюбого существует класс отображение) входит( $n$  связприставка( $x3$ )))", "не(контекст(подчинено(теквхожд  $x3$ ) символ( $x3$  длялюбого существует класс отображение) пересекаются(параметры( $x1$ ) связприставка( $x3$ )))". Такой вариант приема тоже приемлем.

Число приемов данного типа - 1.

- (m) Усиление ограничения на известные параметры в условии задачи на описание.

Заметим, что условия на неизвестные естественно ослаблять, а условия на параметры - усиливать, чтобы они расширяли возможности срабатывания приемов. В качестве примера берем теорему предыдущего пункта. Однако, она создает прием, применяемый не к подутверждению кванторной импликации, а непосредственно к не содержащему неизвестных условию задачи на описание. Как и ранее, используется нормализатор "нормцелаячасть", причем проверяется, что результат  $b$  не содержит символа "целаячасть". Проверяется также отсутствие в нем символов "суп", "инф".

Спецификация приема имеет вид "тип(нормверхпредел)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень 1 и вводит фильтры "тип(описать)", "условие", "корень", "известно(корень)". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 3.

8. Специальная стандартизация утверждения под описателем "класс".

Пример:

$$\forall_n(n - \text{even} \leftrightarrow 2|n)$$

Прием применяется к подутверждению выражения вида "card(set(...))". Параметры выражения  $n$  пересекаются со связывающей приставкой описателя "класс". Замена условия четности на условие делимости необходима для расширения класса приемов, которые могут сработать при нахождении мощности.

Спецификация приема имеет вид "тип(ответзадачи)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" ограничивается указанием уровня 2. Он не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 10.

9. Специальная стандартизация утверждения под описателем "отображение".

Пример:

$$\forall_{abc}(b - \text{число} \ \& \ c - \text{число} \rightarrow a \in (b, c) \leftrightarrow a - \text{число} \ \& \ b < a \ \& \ a < c)$$

Прием применяется для перехода к стандартному обозначению промежутка интегрирования.  $a$  - переменная интегрирования, не входящая в выражения  $b, c$ .

Спецификация приема имеет вид "тип(нормфакториал)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" ограничивается указанием уровня срабатывания 2. Он не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 3.

### Исключение сложных понятий

1. Уменьшение числа сложных понятий.

Пример:

$$\forall_{ABf}(\neg(\text{прообраз}(f, A) = \emptyset) \& \neg(\text{прообраз}(f, B) = \emptyset) \& f - \text{слово} \rightarrow \inf(\text{прообраз}(f, A)) < \inf(\text{прообраз}(f, B)) \leftrightarrow f(\inf(\text{прообраз}(f, A \cup B))) \in A \setminus B)$$

Прием применяется без ограничений.

Спецификация приема имеет вид "тип(целые)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" определяет уровень срабатывания 2. Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

2. Преобразование утверждения со сложными операциями, подготавливающее возможность исключения этих операций.

Пример:

$$\forall_{abc}(\text{Вектор}(a) \& \text{Вектор}(b) \& \text{Вектор}(c) \rightarrow \text{компланарны}(a, b, c) \leftrightarrow \text{скалумнож}(a, \text{вектумнож}(b, c)) = 0)$$

Хотя бы одно из выражений  $b, c$  имеет заголовок "вектумнож" (т.е. символ векторного произведения).

Спецификация приема имеет вид "тип(формредактор)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" ограничивается указанием уровня срабатывания 5. Он не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 2.

3. Преобразование утверждения со сложными отношениями, упрощающее проверку истинности этих отношений.

Пример:

$$\forall_{afg}(g = \lambda_i(f(i), i - \text{число}) \rightarrow \text{сходится}(\lambda_n(\sum_{i=a}^n f(i), n - \text{натуральное})) \leftrightarrow \text{сходится}(\lambda_n(\sum_{i=a}^n g(i), n - \text{натуральное})))$$

Выражение  $f(i)$  в правой части антецедента обрабатывается нормализатором "асимптоценка", которому передаются посылки "натуральное( $i$ )" и " $i \rightarrow \infty$ ". В результате общий член ряда заменяется на свою асимптотическую оценку, что обычно сильно упрощает анализ сходимости. Предварительно проверяется, что  $f(i)$  имеет своим обобщенным сомножителем какую-либо тригонометрическую функцию, либо логарифм, либо конечную сумму.

Спецификация приема имеет вид "тип(условие)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" ограничивается указанием уровня срабатывания 2. Он не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 10.

4. Рекурсивная расшифровка утверждения со сложным понятием.

Пример:

$$\forall_{ABCafnx}(x = \{\lambda_i(a(i), i \in \{1, \dots, n\})\} \& B = \lambda_i(f(a(1), a(i)), i \in \{1, \dots, n\}) \& C = \lambda_i(f(a(i), a(1)), i \in \{1, \dots, n\}) \rightarrow f[x, x] \subseteq A \leftrightarrow \{\lambda_i(a(i), i \in \{1, \dots, n\})\} \subseteq A \& \{\lambda_i(a(i), i \in \{2, \dots, n\})\} \subseteq A)$$

Прием применяется без ограничений. Рассматривается конечный список  $x$  (идентифицируемый как  $a$ ), и проверяется включение множества результатов применения двуместной операции  $f$  к элементам этого списка в множество  $A$ . Выделяются множества  $B, C$  результатов применения  $f$  к парам элементов списка, у которых первым либо последним операндом служит первый элемент  $a(1)$  списка  $x$ . Проверяется их включение в  $A$ , а затем анализируется включение в  $A$  результатов применения  $f$  к списку  $x$  с отброшенным первым элементом.

Спецификация приема имеет вид "тип(сохр1)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" ограничивается указанием уровня срабатывания 1. Требуется доработка.

5. Исключение сложного отношения.

Пример:

$$\forall_{acdf}(0 \leq f(i) \& a = -(\lim_{i \rightarrow \infty} \ln f(i) / \ln i) \& (a - \text{число} \& \neg(a - 1 = 0)) \vee a = \infty \vee a = -\infty) \rightarrow \text{сходится}(\lambda_n(\sum_{i=c}^n f(i), n - \text{натуральное})) \leftrightarrow 1 < a)$$

Проверяется наличие среди обобщенных множителей общего члена  $f(i)$  логарифма, содержащего  $i$ . Первый антецедент обрабатывается проверочным оператором, которому передаются дополнительные посылки " $i$  – натуральное" и " $i \rightarrow \infty$ ". Предел во втором антецеденте вычисляется нормализатором "норм-предел".

Спецификация приема имеет вид "тип(внешоператор)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" ограничивается указанием уровня срабатывания 1. Он не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 7.

6. Частичное исключение сложного отношения в условии задачи на описание.

Пример:

$$\forall_{abf}(\lim_{n \rightarrow \infty} |f(n+1)/f(n)| = a \rightarrow \text{сходится}(\lambda_m(\sum_{n=b}^m f(n), m - \text{натуральное})) \leftrightarrow a - 1 < 0 \vee a - 1 = 0 \& \text{сходится}(\lambda_m(\sum_{n=b}^m f(n), m - \text{натуральное})))$$

Реализуется признак Даламбера сходимости ряда. Прием применяется к условию задачи на описание, имеющему свободные переменные. Левая часть антецедента обрабатывается нормализатором "нормпредел", причем предел удаётся вычислить. Для случая единичного предела исходное условие сохраняется. Здесь будет выполняться дополнительный анализ.

Спецификация приема имеет вид "тип(просмотрзадачи)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "условие", "корень", "тип(описать)". Он не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 2.

## Явное разрешение безотносительно к неизвестным

### 1. Разрешение относительно неконстантного выражения.

#### (а) Разрешение относительно неконстантного выражения.

Пример:

$$\forall_{ab}(b \leq -a \leftrightarrow a \leq -b)$$

Замена выполняется справа налево. Выражение  $b$  неконстантное, выражение  $a$  - константное.

Спецификация приема имеет вид "тип(точкаотрезка)", "направл( $N$ )", "терм( $t$ )". Здесь  $t$  - неконстантное выражение, относительно которого выполняется разрешение. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 1 и вводит фильтры "константа( $a$ )", "не(константа( $b$ ))". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 8.

#### (b) Разрешение сопровождающего утверждения ответа задачи на описание относительно неконстантного выражения.

Пример:

$$\forall_{abc}(0 < b \rightarrow ab \leq c \leftrightarrow a \leq c/b)$$

Прием применяется к подутверждению не содержащего неизвестных условия задачи на описание, имеющей цель "редакция". Переменная  $b$  идентифицируется с непустым произведением всех константных сомножителей. Остаточное произведение  $a$  неконстантное. Выражение  $c$  константное.

Спецификация приема имеет вид "тип(удалениепримечания)", "направл( $N$ )", "переменные( $x$ )". Здесь  $x$  идентифицируется с неконстантным термом. Справочник "заголовокприема" указывает уровни срабатывания 1 и 5. Он вводит фильтры "условие", "тип(описать)", "цель(редакция)", "известно(теквход)", "не(цель(новыенеизвестные))", "или(не(коммент(стандменьше)) уровень(5))", "не(константа( $a$ ))", "константа( $c$ )", "не(заголовок( $b$  1))". Вводятся также указатели "сопровождение", "замечание(стандменьше)", "перечень( $b$  константа( $b$ ))". Этого почти достаточно.

2. Разрешение элементарного утверждения относительно переменной, связываемой внешним квантором.

Пример:

$$\forall_{abx}(\neg(a = 0) \rightarrow ax + b = 0 \leftrightarrow x = -b/a)$$

Переменная  $x$  связана внешним квантором и не входит в выражения  $a, b$ . В случае квантора существования преобразуемое равенство является конъюнктивным членом подкванторного утверждения, в случае квантора общности - антецедентом.

Спецификация приема имеет вид "тип(усмнеделит)", "неизвестная( $x$ )", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 1 и вводит фильтры "переменная( $x$ )", "или(входит(длялюбогочорень)входит(существуетчорень))", "или(контекст(операнд(х3 теквхожд) символ(х3 и) операнд(х4 х3) символ(х4 существует) входит(х23 связприставка(х4))) контекст(операнд(х3 теквхожд) символ(х3 длялюбогоч) входит(х23 связприставка(х3)) не(равно(вхождение(теквхожд) последнийоперанд(х3))))", "не(входит( $x$   $a$ ))", "не(входит( $x$   $b$ ))", "или(не(тип(преобразовать))посылка не(цель(нормтеорема)))". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 6.

3. Явное разрешение кванторной посылки относительно функциональной переменной.

Пример:

$$\forall_{afk}(k - \text{целое} \rightarrow \forall_n(n - \text{натуральное} \ \& \ k \leq n \rightarrow f(n) = af(n - 1)) \leftrightarrow \forall_n(n - \text{натуральное} \ \& \ k - 1 \leq n \rightarrow f(n) = f(k - 1)a^{n-k+1}))$$

Прием применяется к посылке задачи.

Спецификация приема имеет вид "тип(нормнижнягрань)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 1 и вводит фильтры "посылка", "корень". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 4.

4. Разрешение группы известных условий задачи на описание относительно параметра.

Пример:

$$\forall_{akmn}(k - \text{целое} \ \& \ m - \text{целое} \ \& \ a = k - m + 1 \ \& \ 0 < a \rightarrow m \leq n \ \& \ n \leq k \ \& \ n - \text{целое} \leftrightarrow \exists_b(b \in \{0, \dots, a - 1\} \ \& \ n = m + b))$$

Прием применяется к группе условий задачи на описание. Третий антецедент выделен указателем "идентификатор". Переменная  $a$  - натуральная константа, меньшая 15. В случае цели "мощность" она меньше 4. Выражения  $m, n, k$  не содержат неизвестных, причем  $n$  - переменная. Квантор существования разворачивается в дизъюнкцию, которая помечается комментарием "разборслучаев".

Спецификация приема имеет вид "тип(Суффикс)", "направл( $N$ )", "переменная( $n$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 1 и вводит фильтры "условие", "тип(описать)", "переменная( $n$ )", "известно( $k$ )", "известно( $m$ )", "известно( $n$ )", "не(входит( $n m$ ))", "не(входит( $n k$ ))". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 2.

5. Явное выражение параметра известного условия задачи на описание через другие параметры.

Пример:

$$\forall_{abc}(\neg(a = 0) \rightarrow ab + c = 0 \leftrightarrow b = -c/a)$$

Прием применяется к подутверждению не содержащего неизвестных условия задачи на описание. Переменная  $b$  не входит в выражения  $a, c$ .

Спецификация приема имеет вид "тип(известно)", "направл( $N$ )", "переменная( $b$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровни срабатывания 0 и 1. Он вводит фильтры "условие", "тип(описать)", "не(цель(замещение))", "не(цель(эквивалентно))", "или(корень контекст(подтерм(или( $x_4$  теквхожд)) корень) контекст(подтерм(или( $x_5$  и(теквхожд  $x_4$ ))) корень))", "известно(корень)", "переменная( $b$ )", "не(цель(свертка))", "не(цель(развертка))", "не(входит( $b a$ ))", "не(входит( $b c$ ))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

6. Разрешение посылки относительно параметра.

- (а) Явное выражение параметра посылки через другие параметры.

Пример:

$$\forall_{ab}(\text{Вектор}(a) \ \& \ \text{Вектор}(b) \rightarrow -a = b \leftrightarrow a = -b)$$

Прием применяется к не содержащей неизвестных посылке. Переменная  $a$  на входит в выражение  $b$ , отличное от переменной.

Спецификация приема имеет вид "тип(бланк)", "направл( $N$ )", "переменная( $a$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 1 и вводит фильтры "переменная( $a$ )", "посылка", "корень", "известно(корень)", "не(входит( $a b$ ))", "не(переменная( $b$ ))".

Число приемов данного типа - 2.

- (б) Явное выражение численного параметра посылки задачи на исследование через другие численные параметры при контроле разбора случаев.

Пример:

$$\forall_{abcx}(\neg(a = 0) \rightarrow ax + b = c \leftrightarrow x = (c - b)/a)$$

Прием применяется к посылке задачи на исследование, имеющей цель "контроль", т.е. ориентированной на проверку непротиворечивости подслучая, возникшего в процессе решения. Переменная  $x$  не входит в выражения



$b, c$ . Эти выражения не содержат невырожденных числовых атомов. Либо  $c$  - не переменная, либо она входит в противоположную часть преобразуемого равенства.

Спецификация приема имеет вид "тип(списокпосылок)", "направл( $N$ )", "переменная( $x$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 1 и вводит фильтры "переменная( $x$ )", "посылка", "тип(исследовать)", "корень", "известно(корень)", "цель(контроль)", "конец(не(контекст(список( $x_4$   $x_1$   $x_2$   $x_3$ ) числовойатом( $x_4$   $x_5$ ) не(переменная( $x_5$ )))))", "не(входит( $x$   $a$ ))", "не(входит( $x$   $b$ ))", "не(входит( $x$   $c$ ))", "или(не(переменная( $c$ )) входит( $c$  фикс(0 1 1)))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

### Числовые атомы

В этом разделе многие типы приемов перекрываются и различаются лишь степенью мотивированности срабатывания. Это позволяет доводчику приемов выбирать подходящий тип для разделения желательных и нежелательных срабатываний. Изначально генератор приемов вводит самый общий тип, а затем "сужает" его в процессе доводки по задачнику.

1. Выражение невырожденного числового атома через численные параметры в посылке задачи.

- (a) Выражение невырожденного числового атома через численные параметры в посылке задачи.

Пример:

$$\forall_{abc}(b - \text{число} \ \& \ c - \text{число} \rightarrow \text{card}(a) + b = c \leftrightarrow \text{card}(a) = c - b)$$

Прием применяется к подутверждению посылки. Выражения  $b, c$  не содержат невырожденных числовых атомов. Необходимость в таком приеме возникает, если из контекста не усматривается конечность множества  $a$ .

Спецификация приема имеет вид "тип(развязка)", "направл( $N$ )", "терм( $t$ )", где  $t$  - рассматриваемый числовой атом. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 0 и вводит фильтры "посылка", "не(контекст(список( $x_4$   $b$   $c$ ) числовойатом( $x_4$   $x_5$ ) не(переменная( $x_5$ ))))". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

- (b) Выражение невырожденного числового атома через численные параметры в задаче на исследование.

- i. Выражение невырожденного числового атома через численные параметры в задаче на исследование.

Пример:

$$\forall_{ABab}(\neg(a = 0) \rightarrow al(AB) = b \leftrightarrow l(AB) = b/a)$$

Прием применяется к посылке задачи на исследование. Выражения  $a, b$  не содержат невырожденных числовых атомов. Уровень срабатывания приема крайне высокий. По существу, это остаточное действие.

На меньших уровнях срабатывают более мотивированные приемы разрешения относительно расстояний.

Спецификация приема имеет вид "тип(запись)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит фильтры "тип(исследовать)", "корень", "не(контекст(список( $x_3$   $a$   $b$ ) числовойатом( $x_3$   $x_4$ ) не(переменная( $x_4$ ))))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 3.

- ii. Выражение через численные параметры числового атома, встречающегося невырожденным образом еще в одном уравнении.

Пример:

$$\forall_{ABabc}(\neg(a = 0) \rightarrow al(AB) + b = c \leftrightarrow l(AB) = (c - b)/a)$$

Прием применяется к посылке задачи на исследование. Существует другая посылка задачи - уравнение, в котором встречается выражение  $l(AB)$ , причем его вхождение не является корневым операндом. Выражения  $a, b, c$  не имеют невырожденных числовых атомов.

Спецификация приема имеет вид "тип(выборпозиции)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 2 и вводит фильтры "тип(исследовать)", "корень", "контекст(посылка( $x_4$ ) заголовок( $x_4$  равно) не(равно( $x_4$  корень)) вхождениетерма( $x_4$  терм(расстояние( $x_{26}$   $x_{27}$ ))  $x_5$ ) не(контекст(операнд( $x_6$   $x_5$ ) символ( $x_6$  равно))))", "не(контекст(список( $x_4$   $a$   $b$   $c$ ) числовойатом( $x_4$   $x_5$ ) не(переменная( $x_5$ ))))", "или(не(заголовок( $b$  0)) не(заголовок( $a$  1)))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 5.

- iii. Выражение через численные параметры, в том числе через заданные известные параметры, числового атома, встречающегося невырожденным образом еще в одном уравнении.

Пример:

$$\forall_{ABabc}(\neg(a = 0) \rightarrow al(AB)/b = c \leftrightarrow l(AB) = bc/a)$$

Прием применяется к подутверждению посылки задачи на исследование. Выражения  $a, b$  не содержат неизвестных, а выражение  $c$  - невырожденных числовых атомов. Существует другая посылка задачи - уравнение, в котором встречается выражение  $l(AB)$ , причем его вхождение не является корневым операндом.

Спецификация приема имеет вид "тип(импликант)", "направл( $N$ )", "известно( $x_1$ )", ..., "известно( $x_n$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 2 и вводит фильтры "тип(исследовать)", "корень", "контекст(посылка( $x_4$ ) заголовок( $x_4$  равно) не(равно( $x_4$  корень)) вхождениетерма( $x_4$  терм( $l(AB)$ ) $x_5$ ) не(контекст(операнд( $x_6$   $x_5$ ) символ( $x_6$  равно))))", "не(контекст(числовойатом( $c$   $x_4$ ) не(переменная( $x_4$ ))))", "известно( $a$ )", "известно( $b$ )". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 2.

- iv. Выражение числового атома через численные параметры, ориентированные на последующее получение численного уравнения.

Пример:

$$\forall_{ABC Dabcdkmnpqrs} (\neg(a = 0) \ \& \ \neg(m = 0) \ \& \ pl(AB) + ql(CD) = r \ \& \ (ml(CD)^2 + n)/k = s \rightarrow (al(AB)^2 + b)/c = d \leftrightarrow l(AB) = \sqrt{(cd - b)/a})$$

Прием применяется к посылке задачи на исследование. Два последних антецедента идентифицируются с другими посылками. Выражения  $a, b, c, d, k, m, n, p, q, r, s$  не содержат невырожденных числовых атомов.

Спецификация приема имеет вид "тип(блокзадачи)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 6 и вводит фильтры "тип(исследовать)", "корень", "не(контекст(список( $x_5 a b c d$ )числовойатом( $x_5 x_6$ ) не(переменная( $x_6$ ))))", "не(контекст(список( $x_5 p q r$ ) числовойатом( $x_5 x_6$ ) не(переменная( $x_6$ ))))", "не(контекст(список( $x_5 m n k s$ )числовойатом( $x_5 x_6$ ) не(переменная( $x_6$ ))))". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 2.

- v. Выражение через численные параметры невырожденного числового атома, являющегося единственным невырожденным числовым атомом еще одного уравнения.

Пример:

$$\forall_{ABCabc} (\neg(a = 0) \rightarrow a \angle(ABC) + b = c \leftrightarrow \angle(ABC) = (c - b)/a)$$

Прием применяется к посылке задачи на исследование. Выражение  $\angle(ABC)$  встречается еще в одном уравнении, причем это уравнение не имеет других невырожденных числовых атомов. Выражения  $a, b, c$  не содержат невырожденных числовых атомов.

Спецификация приема имеет вид "тип(Интеграл)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 8 и вводит фильтры "тип(исследовать)", "корень", "конец(контекст(новояпосылка( $x_4$ ) заголовок( $x_4$  равно) вхождениетерма( $x_4$  фикс(0 1 1 1 2)) не(контекст(числовойатом( $x_4 x_5$ ) не(переменная( $x_5$ )) не(равно( $x_5$  фикс(0 1 1 1 2))))))", "не(контекст(список( $x_4 a b c$ ) числовойатом( $x_4 x_5$ ) не(переменная( $x_5$ ))))", "или(не(заголовок( $b 0$ ))не(заголовок( $a 1$ )))". Этого достаточно.

- vi. Выражение через численные параметры невырожденного числового атома, входящего в другое уравнение, отличное от равенства двух числовых атомов.

Примером служит теорема из предыдущего пункта. Соответствующий прием применяется к посылке задачи на исследование. Выражение " $\angle(ABC)$ " встречается хотя бы в одном другом уравнении задачи, отличном от равенства двух числовых атомов. Выражения  $a, b, c$  не содержат невырожденных числовых атомов.

Спецификация приема имеет вид "тип(оценкапозиции)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 6 и

вводит фильтры "тип(исследовать)", "корень", "контекст(новояпосылка(x4) заголовок(x4 равно) вхождениетерма(x4 фикс(0 1 1 1 2)x5) не(контекст(подтерм(равно(теквхожд(x5)x6)) контекст(числовойатом(x6 x7) равно(x6 x7))))))", "не(контекст(список(x4 a b c) числовойатом(x4 x5) не(переменная(x5)))))", "или(не(заголовок(b 0)) не(заголовок(a 1)))".

Число приемов данного типа - 1.

- (с) Выражение невырожденного числового атома общего вида через численные параметры в задаче на исследование.

Пример:

$$\forall_{abcx}(\neg(b = 0) \rightarrow a + bx = c \leftrightarrow x = (c - a)/b)$$

Прием применяется к посылке задачи на исследование, имеющей цель "известно". Выражения  $a, b, c$  не содержат невырожденных числовых атомов. Выражение  $x$  представляет собой невырожденный числовой атом. Его заголовок отличен от символов "расстояние", "угол", "площадь". Последнее ограничение объясняется тем, что для планиметрических числовых атомов явное разрешение редко бывает целесообразным без дополнительных условий. Оно обеспечивается специальными приемами.

Спецификация приема имеет вид "тип(левсосед)", "направл( $N$ )", "терм( $t$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "тип(исследовать)", "цель(известно)", "посылка", "корень", "контекст(числовойатом( $x$  x4) равно( $x$  x4))", "элементарно( $x$ )", "не(переменная( $x$ ))", "не(контекст(список(x4 a b c) числовойатом(x4 x5) не(переменная(x5))))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 2.

- (d) Выражение числового атома через численные параметры в посылке задачи на доказательство.

Пример:

$$\forall_{ABabcd}(\neg(a = 0) \rightarrow al(AB)^2/c + d = b \leftrightarrow l(AB) = \sqrt{(b - d)c/a} \ \& \ 0 \leq a(b - d)c)$$

Прием применяется к посылке задачи на доказательство. Выражения  $a, b, c, d$  не содержат невырожденных числовых атомов.

Спецификация приема имеет вид "тип(вхождениетерма)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит посылки "посылка", "тип(доказать)", "корень", "не(контекст(список(x5 a b c d) числовойатом(x5 x6) не(переменная(x6))))". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 3.

- (e) Шаг разрешения невырожденных числовых атомов относительно численных параметров в задаче на исследование.

Пример:  $\forall_{bcx}(\neg(b = 0) \rightarrow bx = c \leftrightarrow x = c/b)$

Прием применяется к посылке задачи на исследование, имеющей цель "известно". Выражения  $b, c$  не содержат невырожденных числовых атомов, а

выражение  $x$  - содержит невырожденный числовой атом, заголовок которого отличен от символов "расстояние", "угол", "площадь".

Спецификация приема имеет вид "тип(текущийуровень)", "направл( $N$ )", "терм( $x$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 2 и вводит фильтры "тип(исследовать)", "цель(известно)", "корень", "контекст(числовойатом( $x$  х1)не(переменная(х1)))", "не(контекст(список(х1  $b$   $c$ ) числовойатом(х1 х4) не(переменная(х4))))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 2.

- (f) Предварительный шаг выражения числового атома через численные параметры, если этот атом является единственным невырожденным числовым атомом еще одного уравнения.

Пример:

$$\forall_{ABabcdpq}(\neg(a = 0) \rightarrow a(pl(AB)+q)^2/c+d = b \leftrightarrow |pl(AB)+q| = \sqrt{(b-d)c/a} \& 0 \leq a(b-d)c)$$

Прием применяется к подутверждению посылки задачи на исследование. Выражения  $a, b, c, d, p, q$  не содержат невырожденных числовых атомов. Существует другое уравнение задачи, содержащее единственный невырожденный числовой атом  $l(AB)$ . Проверяется, что нормализаторы устранили модуль в заменяющей части.

Спецификация приема имеет вид "тип(содержание)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания "десять" и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать)тип(исследовать))", "контекст(посылка(х5) заголовок(х5 равно) не(равно(х5 корень)) вхождени- етерма(х5 терм( $l(AB)$ )х6) не(контекст(числовойатом(х5 х7) не(равно(х7 фикс(0 1 1 1 1 2 1 1 2))) не(переменная(х7)))))", "не(контекст(числовой- атом( $a$  х5) не(переменная(х5))))", "не(контекст(числовойатом( $b$  х5) не(пе- рменная(х5))))", "не(контекст(числовойатом( $c$  х5) не(переменная(х5))))", "не(контекст(числовойатом( $d$  х5) не(переменная(х5))))", "не(контекст(чи- словойатом( $p$  х5) не(переменная(х5))))", "не(контекст(числовойатом( $q$  х5) не(переменная(х5))))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

## 2. Выражение одного невырожденного числового атома через другие.

- (a) Выражение одного числового атома через другой.

- i. Выражение одного невырожденного числового атома через другой в посылках задачи на доказательство либо на исследование.

Пример:

$$\forall_{ABKabc}(\neg(a = 0) \rightarrow a \cdot \text{крд}(A, K, i) + b \cdot \text{крд}(B, K, i) = c \leftrightarrow \text{крд}(A, K, i) = (c - b \cdot \text{крд}(B, K, i))/a)$$

Прием применяется к подутверждению посылки задачи на доказательство либо на исследование. Каждое из выражений  $a, b, c$  либо не содержит неизвестных, либо имеет тип "внешнеизв", т.е. содержит лишь неизвестные внешней задачи на описание.

Спецификация приема имеет вид "тип(блокнормализации)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 8 и вводит фильтры "или(тип(доказать)тип(исследовать))", "посылка", "или(известно( $a$ ) внешнеизв( $a$ ))", "или(известно( $b$ ) внешнеизв( $b$ ))", "или(известно( $c$ ) внешнеизв( $c$ ))". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 6.

- ii. Выражение одного невырожденного числового атома через другой в посылках задачи на доказательство либо на исследование с помощью известных параметров.

Пример:

$$\forall_{ABCDab}(\neg(a = 0) \rightarrow al(AB) = bl(CD) \leftrightarrow l(AB) = bl(CD)/a)$$

Прием применяется к посылке задачи на доказательство либо на исследование. Выражения  $a, b$  не содержат неизвестных. Если  $a$  неконстантное, то и  $b$  неконстантное.

Спецификация приема имеет вид "тип(комментарийпосылки)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 8 и вводит фильтры "или(тип(доказать)тип(исследовать))", "посылка", "известно( $a$ )", "известно( $b$ )". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 2.

- iii. Выражение одного числового атома через другой в посылках задачи на доказательство.

В качестве примера возьмем теорему приема из предыдущего пункта. Теперь прием применяется только к посылке задачи на доказательство. Выражение  $a$  не содержит неизвестных. Выражение  $b$  либо вообще не содержит неизвестных, либо имеет тип "внешнеизв". Если  $a$  неконстантное, то и  $b$  неконстантное. Уровень срабатывания в данном случае существенно меньше, чем для предыдущего пункта.

Спецификация приема имеет вид "тип(откат)", "направл( $N$ )", "известно( $a$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит фильтры "тип(доказать)", "посылка", "известно( $a$ )", "или(известно( $b$ ) внешнеизв( $b$ ))". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 1.

- iv. Выражение одного числового атома через другой в задаче на исследование, чтобы уменьшить количество невырожденных числовых атомов в уравнении с численной неизвестной.

Пример:

$$\forall_{ABCDab}(\neg(a = 0) \rightarrow al(AB) + bl(CD) = 0 \leftrightarrow l(AB) = -bl(CD)/a)$$

Прием применяется к посылке задачи на исследование. Выражение  $a$  не содержит неизвестных. Выражение  $b$  либо не содержит неизвестных, либо имеет тип "внешнеизв". Существует другое уравнение задачи, в которое входят оба числовых атома  $l(AB)$  и  $l(CD)$ , причем оно также содержит неизвестную внешней задачи на описание.

Спецификация приема имеет вид "тип(видпеременной)", "направл( $N$ )", "известно( $a$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит фильтры "тип(исследовать)", "корень", "известно( $a$ )", "или(известно( $b$ ) внешнеизв( $b$ ))", "конец(контекст(посылка( $x3$ ) заголовок( $x3$  равно) не(равно( $x3$  корень)) вхождениетерма( $x3$   $l(AB)$ ) вхождениетерма( $x3$   $l(CD)$ ) неизвестная( $x4$  внешнеписать) входит( $x4$   $x3$ )))". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 5.

- v. Выражение одного числового атома через другой, чтобы получить уравнение с единственным числовым атомом.

Пример:

$$\forall_{ABCDabc}(\neg(a = 0) \rightarrow al(AB) + bl(CD) = c \leftrightarrow l(AB) = (c - bl(CD))/a)$$

Прием применяется к посылке задачи на доказательство либо на исследование. Выражения  $a, b, c$  не содержат неизвестных. Существует другое уравнение задачи, содержащее числовые атомы  $l(AB)$ ,  $l(CD)$  и не содержащее прочих невырожденных числовых атомов.

Спецификация приема имеет вид "тип(усм)", "направл( $N$ )", "известно( $a$ )", "известно( $b$ )", "известно( $c$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит фильтры "или(тип(доказать)тип(исследовать))", "посылка", "корень", "известно( $a$ )", "известно( $b$ )", "известно( $c$ )", "конец(контекст(посылка( $x4$ ) заголовок( $x4$  равно) не(равно( $x4$  корень)) вхождениетерма( $x4$   $l(AB)$ ) вхождениетерма( $x4$   $l(CD)$ ) не(контекст(числовойатом( $x4$   $x5$ ) не(равно( $x5$  фикс(0 1 1 1 2))) не(равно( $x5$  фикс(0 1 1 2 2))) не(переменная( $x5$ ))))))". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 6.

- vi. Выражение одного числового атома через другой, чтобы обеспечить сокращение другого уравнения на общий множитель обеих его частей.

Пример:

$$\forall_{ABCDab}(\neg(a = 0) \rightarrow al(AB) = bl(CD) \leftrightarrow l(AB) = bl(CD)/a)$$

Прием применяется к посылке задачи на доказательство либо на исследование. Выражения  $a, b$  не содержат неизвестных. Существует другое уравнение вида " $dl(AB)/f = el(CD)/g$ ", где хотя бы одно из выражений  $d, e, f, g$  содержит неизвестные. Если  $a$  неконстантное, то и  $b$  неконстантное.

Спецификация приема имеет вид "тип(лежатнапрямой)", "направл( $N$ )", "известно( $a$ )", "известно( $b$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит фильтры "или(тип(доказать)тип(исследовать))", "посылка", "корень", "известно( $a$ )", "известно( $b$ )", "конец(контекст(посылка( $x3$ ) не(равно( $x3$  корень)) вид( $x3$   $dl(AB)/f = el(CD)/g$  единица(1  $d e f g$ ) или(не(известно( $d$ )) не(известно( $e$ )) не(известно( $f$ )) не(известно( $g$ ))))))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

- vii. Выражение числового атома через пропорциональный ему атом, если последний уже использован для аналогичного представления какого-либо числового атома.

Примером служит прием, теорема которого та же, что в предыдущем пункте. Однако, от другого уравнения требуется, чтобы оно имело вид " $l(PQ) = el(CD)/f$ " для каких-то  $P, Q$ .

Спецификация приема имеет вид "тип(расстояния)", "направл( $N$ )", "известно( $a$ )", "известно( $b$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит фильтры "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "посылка", "корень", "известно( $a$ )", "известно( $b$ )", "конец(контекст(посылка( $x3$ ) не(равно( $x3$  корень))) заголовок( $x3$  равно) первыйсимвол( $x3$  расстояние) равно( $x4$  второйтема( $x3$ )) вид( $x4 e \cdot l(CD)/f$  единица( $1 e f$ )))". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

- viii. Выражение не встречающегося в других уравнениях числового атома через пропорциональный ему атом.

Пример:

$$\forall_{ABCDab}(\neg(a = 0) \rightarrow al(AB) = bl(CD) \leftrightarrow l(AB) = bl(CD)/a)$$

Прием применяется к посылке задачи на доказательство либо на исследование. Выражения  $a, b$  не содержат неизвестных. Если  $a$  неконстантное, то и  $b$  неконстантное. Выражение  $l(AB)$  не встречается в других уравнениях задачи.

Спецификация приема имеет вид "тип(точкилуча)", "направл( $N$ )", "известно( $a$ )", "известно( $b$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит фильтры "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "посылка", "корень", "известно( $a$ )", "известно( $b$ )", "конец(не(контекст(посылка( $x3$ ) не(равно( $x3$  корень))) заголовок( $x3$  равно) вхождениетерма( $x3 l(AB)$ )))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

- ix. Выражение одного числового атома через другой, чтобы получить систему из двух уравнений с двумя неизвестными атомами, один из которых - переменная.

Пример:

$$\forall_{ABCDc}(l(AB) + l(CD) = c \leftrightarrow l(AB) = c - l(CD))$$

Прием применяется к посылке задачи на доказательство либо на исследование. Выражение  $c$  не содержит неизвестных. Существуют два других уравнения задачи, первое из которых содержит  $l(AB)$ , второе -  $l(CD)$ , причем имеется также числовая переменная  $x$ , входящая в оба уравнения. Эти уравнения не содержат числовых атомов, отличных от  $l(AB), l(CD), x$ .

Спецификация приема имеет вид "тип(Вещество)", "направл( $N$ )", "известно( $c$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 9 и вводит фильтры "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "посылка", "корень", "известно( $c$ )", "конец(контекст(посылка( $x1$ ) заголовок( $x1$  равно) не(равно( $x1$  корень))) вхождениетерма( $x1$  фикс(0 1 1 1)) числовойатом( $x1 x2$ ) переменная( $x2$ ) контекст(посылка( $x4$ ) заголовок( $x4$  равно) не(равно( $x4$  корень))) не(равно( $x4 x1$ ))) вхождениетерма( $x4$  фикс(0 1 1 2)) вхождениетерма( $x4 x2$ ) не(контекст(список( $x5 x1$ )))".



х4) числовой атом(х5 х6) не(известно(х6)) не(равно(х6 х2)) не(равно(х6 фикс(0 1 1 1))) не(равно(х6 фикс(0 1 1 2)))))))). Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

- х. Выражение одного числового атома через некоторый другой, если существует дополнительное уравнение для обоих атомов, в котором первый атом встречается однократно.

Пример:

$$\forall_{ABabc}(\neg(a = 0) \rightarrow al(AB) + b = c \leftrightarrow l(AB) = (c - b)/a)$$

Прием применяется к посылке задачи на доказательство либо на исследование. Эта посылка содержит, помимо  $l(AB)$ , еще ровно один невырожденный числовой атом  $P$ . Существует другое уравнение задачи, имеющее единственное вхождение атома  $l(AB)$ , имеющее хотя бы одно вхождение атома  $P$  и не содержащее других невырожденных числовых атомов. Выражения  $a, b, c$  не содержат атом  $l(AB)$ .

Спецификация приема имеет вид "тип(внешддлялюбого)", "направл( $N$ )", "терм( $t$ )", где  $t$  - числовой атом, относительно которого разрешается уравнение. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 10 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать)тип(исследовать))", "корень", "контекст(числовой атом(корень х4) не(переменная(х4) не(равно(х4 фикс(0 1 1 1 2))) не(контекст(числовой атом(корень х5) не(переменная(х5) не(равно(х5 х4)) не(равно(х5 фикс(0 1 1 1 2)))))) контекст(посылка(х5) заголовок(х5 равно) не(равно(х5 корень)) равно(число(вхождениетерма(х5 фикс(0 1 1 1 2) х6))1) вхождениетерма(х5 х4) не(контекст(числовой атом(х5 х6) не(переменная(х6) не(равно(х6 х4)) не(равно(х6 фикс(0 1 1 1 2))))))", "не(контекст(список(х4  $a b c$ ) вхождениетерма(х4 фикс(0 1 1 1 2))))", "или(не(заголовок(х2 0)) не(заголовок(х1 1)))". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

- (b) Выражение одного числового атома через другие.

- i. Выражение числового атома через другие числовые атомы, если существует еще одно уравнение, содержащее первый атом и хотя бы один из последних.

Пример:

$$\forall_{ABabc}(\neg(a = 0) \rightarrow al(AB) + b = c \leftrightarrow l(AB) = (c - b)/a)$$

Прием применяется к посылке задачи на доказательство либо на исследование. Существует другое уравнение задачи, содержащее  $l(AB)$  и еще хотя бы один невырожденный числовой атом текущего уравнения. Выражение  $a$  не содержит неизвестных. Выражения  $a, b, c$  не содержат подтерм  $l(AB)$ . Выражение  $c$  не является невырожденным числовым атомом.

Спецификация приема имеет вид "тип(альтзначения)", "направл( $N$ )", "известно( $a$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 13 и вводит фильтры "или(тип(доказать)тип(исследовать))", "посылка", "корень", "известно( $a$ )", "не(контекст(список(х4  $a b c$ ) вхождениетерма(х4  $l(AB)$ )))", "конец(контекст(посылка(х4) не(равно(х4

корень)) заголовок(x4 равно) вхождениетерма(x4 фикс(0 1 1 1 2)) числовойатом(корень x5) не(переменная(x5)) не(равно(x5 фикс(0 1 1 1 2))) вхождениетерма(x4 x5)))", "или(не(заголовок(b 0)) не(заголовок(a 1)))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

- ii. Выражение числового атома через другие числовые атомы, если существует еще одно уравнение, содержащее все эти атомы.

Пример:

$$\forall_{ABabc}(\neg(a = 0) \rightarrow al(AB) + b = c \leftrightarrow l(AB) = (c - b)/a)$$

Прием применяется к посылке задачи на доказательство либо на исследование. Эта посылка имеет хотя бы один невырожденный числовой атом, отличный от  $l(AB)$ . Существует другое уравнение задачи, содержащее все неизвестные числовые атомы текущего уравнения. Выражения  $a, b, c$  не содержат подтерма  $l(AB)$ . Выражение  $c$  не является невырожденным числовым атомом. Выражение  $a$  либо не содержит неизвестных, либо имеет тип "внешнеизв".

Спецификация приема имеет вид "тип(заменанабора)", "направл(N)", "внешнеизв(a)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 13 и вводит фильтры "или(тип(доказать)тип(исследовать))", "посылка", "корень", "или(известно(a)внешнеизв(a))", "не(контекст( список(x4 a b c) вхождениетерма(x4 l(AB))))", "конец(контекст(числовойатом(корень x4) не(переменная(x4)) не(равно(x4 фикс(0 1 1 1 2))))))", "конец(контекст(посылка(x4) заголовок(x4 равно) не(равно(x4 корень)) не(контекст(числовойатом(корень x5) не(известно(x5)) не(вхождениетерма(x4 x5))))))", "или(не(заголовок(b 0))не(заголовок(a 1)))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

- iii. Разрешение уравнения относительно числового атома, встречающегося в другом уравнении, не являющемся равенством двух числовых атомов.

Пример:

$$\forall_{ABCab}(\angle(ABC) + a = b \leftrightarrow \angle(ABC) = b - a)$$

Прием применяется к посылке задачи на доказательство либо на исследование. Существует другое уравнение задачи, содержащее вхождение выражения " $\angle(ABC)$ ", не являющееся операндом равенства. Выражение  $b$  не является невырожденным числовым атомом.

Спецификация приема имеет вид "тип(асимптоценка)", "направл(N)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 6 и вводит фильтры "или(тип(доказать)тип(исследовать))", "посылка", "корень", "контекст(новаяпосылка(x3) заголовок(x3 равно) вхождениетерма(x3 фикс(0 1 1 1)x4) не(контекст(подтерм(равно(теквхожд(x4 x5)) контекст(числовойатом(x5 x6) равно(x5 x6))))))", "не(контекст(числовойатом(x2 x3) не(переменная(x3)) равно(x2 x3)))". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 2.

- iv. Разрешение относительно числового атома исходного уравнения.

Пример:

$$\forall_{ABCab}(\angle(ABC) + a = b \leftrightarrow \angle(ABC) = b - a)$$

Прием применяется к посылке задачи на исследование, имеющей цель "известно". Эта посылка не имеет комментариев "следствие", "условие ...", т.е. присутствовала в исходной формулировке задачи. Выражение  $a$  не имеет подтерма " $\angle(ABC)$ ". Выражение  $b$  не является невырожденным числовым атомом.

Спецификация приема имеет вид "тип(нормформ)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 2 и вводит фильтры "тип(исследовать)", "цель(известно)", "корень", "комментусловия(следствие)", "не(Входит(логсимвол(условие) комментариипосылки(корень)))", "не(вхождениетерма( $a$  фикс(0 1 1 1)))", "не(вхождениетерма( $b$  фикс(0 1 1 1)))", "не(контекст(числовойатом( $b$  х3) не(переменная( $x3$ )) равно( $b$  х3)))". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

- v. Разрешение уравнения относительно числового атома, встречающегося в другом уравнении, не являющемся равенством двух числовых атомов, если те атомы, через которые он выражается, сами встречаются в таких уравнениях.

Пример:

$$\forall_{ABCab}(\angle(ABC) + a = b \leftrightarrow \angle(ABC) = b - a)$$

Прием применяется к посылке задачи на исследование, имеющей цель "известно". Существует вхождение выражения  $\angle(ABC)$  в другое уравнение задачи, не являющееся операндом равенства двух числовых атомов. Каждый невырожденный числовой атом выражений  $a, b$  имеет такое вхождение в другое уравнение задачи, которое не является операндом равенства двух числовых атомов. Выражение  $b$  не является невырожденным числовым атомом.

Спецификация приема имеет вид "тип(попытказамены)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 6 и вводит фильтры "тип(исследовать)", "цель(известно)", "корень", "контекст(новаяпосылка( $x3$ ) заголовок( $x3$  равно) вхождениетерма( $x3$  фикс(0 1 1 1)  $x4$ ) не(контекст(подтерм(равно(теквхожд( $x4$ ) $x5$ )) контекст(числовойатом( $x5$   $x8$ ) равно( $x5$   $x8$ ))))))", "не(контекст(список( $x3$   $a$   $b$ ) числовойатом( $x3$   $x4$ ) не(переменная( $x4$ )) не(контекст(посылка( $x5$ ) заголовок( $x5$  равно) не(равно( $x5$  корень)) вхождениетерма( $x5$   $x4$   $x6$ ) не(контекст(подтерм(равно(теквхожд( $x6$ ) $x7$ )) контекст(числовойатом( $x7$   $x8$ ) равно( $x7$   $x8$ )))))))))", "не(контекст(числовойатом( $b$  х3) не(переменная( $x3$ )) равно( $b$  х3)))". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

- vi. Выражение числового атома, встречающегося в другом уравнении задачи на исследование, не являющемся равенством двух числовых атомов, через более простые атомы.

Пример:

$$\forall_{abcd}(\neg(a = 0) \rightarrow aS(d) + b = c \leftrightarrow S(d) = (c - b)/a)$$

Прием применяется к посылке задачи на исследование, имеющей цель "известно". Существует вхождение выражения  $S(d)$  в другое уравнение задачи, не являющееся операндом равенства двух числовых атомов. Ни одно из выражений  $a, b, c$  не имеет невырожденного числового атома, оценка сложности которого больше 4.

Спецификация приема имеет вид "тип(разделысимволов)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 2 и вводит фильтры "тип(исследовать)", "цель(известно)", "корень", "не(контекст(список( $x_5 a b c$ ) числовойатом( $x_5 x_6$ ) не(переменная( $x_6$ )) не(меньше(Оценка( $x_6$ )13))))", "контекст(новаяпосылка( $x_5$ ) заголовок( $x_5$  равно) вхожденииатерма( $x_5$  фикс(0 1 1 1 2) $x_6$ ) не(контекст(подтерм(равно(теквхожд( $x_6$ ) $x_7$ )) контекст(числовойатом( $x_7 x_8$ ) равно( $x_7 x_8$ ))))", "или(не(заголовок( $b 0$ )) не(заголовок( $a 1$ )))". Этого достаточно. Заметим, что оценка сложности символа "площадь" равна 13.

Число приемов данного типа - 3.

- vii. Выражение через более простые атомы числового атома, встречающегося в другом равенстве из посылок задачи на доказательство, не являющемся равенством двух числовых атомов.

Пример:

$$\forall_{abcd}(\neg(a = 0) \rightarrow aS(d) + b = c \leftrightarrow S(d) = (c - b)/a)$$

Прием применяется к посылке задачи на доказательство. Существует вхождение выражения  $S(d)$  в другое уравнение списка посылок задачи, не являющееся операндом равенства двух числовых атомов. Оценки сложности невырожденных числовых атомов, встречающихся в выражениях  $a, b, c$ , меньше 5.

Спецификация приема имеет вид "тип(учетодз)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 2 и вводит фильтры "посылка", "тип(доказать)", "корень", "не(контекст(список( $x_5 a b c$ ) числовойатом( $x_5 x_6$ ) не(переменная( $x_6$ )) не(меньше(Оценка( $x_6$ )13))))", "контекст(новаяпосылка( $x_5$ ) заголовок( $x_5$  равно) вхождениеатерма( $x_5$  фикс(0 1 1 1 2)  $x_6$ ) не(контекст(подтерм(равно(теквхожд( $x_6$ ) $x_7$ )) контекст(числовойатом( $x_7 x_8$ ) равно( $x_7 x_8$ ))))", "или(не(заголовок( $b 0$ )) не(заголовок( $a 1$ )))". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

- viii. Выражение невырожденного числового атома через атомы других типов в задаче на исследование.

Пример:

$$\forall_{Kabci}(\neg(a = 0) \rightarrow a \cdot \text{крд}(c, K, i) + b = d \leftrightarrow \text{крд}(c, K, i) = (d - b)/a)$$

Прием применяется в задаче на исследование. Выражение  $d$  не содержит неизвестных, выражение  $a$  не содержит невырожденных числовых атомов, выражение  $b$  не содержит символа "крд".

Спецификация приема имеет вид "тип(базавхождения)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3 и

вводит фильтры "тип(исследовать)", "цель(известно)", "корень", "не(контекст(список(х5 a b d) вхождениетерма(х5 крд(c K i))))", "или(не(заголовок(b 0)) не(заголовок(a 1)))". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 7.

- ix. Выражение одного невырожденного числового атома через однотипный числовой атом и через атомы других типов в задаче на исследование.

Пример:

$$\forall_{ABKcdi}((\neg(d = 0) \vee \neg(c = 0)) \rightarrow (\text{крд}(A, K, i) - \text{крд}(B, K, i))c = d \leftrightarrow \text{крд}(A, K, i) = \text{крд}(B, K, i) + d/c)$$

Прием применяется в задаче на исследование. Существует еще одна посылка этой задачи, содержащая оба выражения "крд(A, K, i)", "крд(B, K, i)". Выражение c не содержит невырожденных числовых атомов. Выражение d не содержит символа "крд".

Спецификация приема имеет вид "тип(разныепрямые)", "направл(N)". Справочник "заголовокприема" ограничивается указанием уровня срабатывания 1 и вводом фильтра "тип(исследовать)". Он не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 1.

- x. Разрешение уравнения относительно подвыражения с числовым атомом, ориентированное на уменьшение количества числовых атомов в другом уравнении с численными неизвестными.

Пример:

$$\forall_{ABabc}(\neg(a = 0) \rightarrow a(l(AB)^2) + b = c \leftrightarrow l(AB)^2 = (c - b)/a)$$

Прием применяется к посылке задачи на исследование. Существует другое уравнение U задачи, содержащее как l(AB), так и некоторую неизвестную внешней задачи на описание. Каждый невырожденный числовой атом текущего уравнения встречается и в уравнении U. Выражение a не содержит неизвестных. Выражения a, b, c не содержат подтерма l(AB). Выражение c не является невырожденным числовым атомом и не имеет вид квадрата расстояния.

Спецификация приема имеет вид "тип(копияветви)", "направл(N)", "известно(a)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 8 и вводит фильтры "тип(исследовать)", "посылка", "корень", "известно(a)", "не(контекст(список(х4 a b c) вхождениетерма(х4 l(AB))))", "конец(контекст(посылка(х4) заголовок(х4 равно) не(равно(х4 корень)) вхождениетерма(х4 фикс(0 1 1 1 2)) неизвестная(х5 внешнеписать) входит(х5 х4) не(контекст(числовойатом(корень х6) не(переменная(х6)) не(вхождениетерма(х4 х6))))))", "или(не(заголовок(b 0)) не(заголовок(a 1)))". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 1.

3. Стандартизация равенства с числовыми атомами в посылке задачи на исследование либо на доказательство.

- (а) Переход в равенстве с невырожденными числовыми атомами к более простым числовым атомам.

Пример:

$$\forall_{ABCbcdp} (\angle(ABC) = p \ \& \ \text{прямая}(BC) \perp \text{прямая}(AC) \ \& \ \text{актив}(\angle(ABC)) \ \& \ \text{коллинеарны}(b, \text{вектор}(AB)) \ \& \ cd \leq 0 \rightarrow d \cdot \text{скалумнож}(\text{вектор}(CA), b) = c \leftrightarrow dl(AC) \text{длина}(b) \sin p = -c)$$

Прием применяется в задачах на исследование.

Спецификация приема имеет вид "тип(комментпосылок)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит фильтр "тип(исследовать)". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

- (б) Упрощение посылки задачи на исследование либо на доказательство относительно невырожденных числовых атомов.

Пример:

$$\forall_{ABabcd} (0 \leq a \ \& \ 0 \leq b \ \& \ 0 \leq d \ \& \ c = d^2 \rightarrow al(AB)^2 = bc \leftrightarrow \sqrt{al}(AB) = \sqrt{bd})$$

Прием применяется к посылке задачи на доказательство либо на исследование. Выражения  $a, b$  не содержат неизвестных. Переменная  $c$  идентифицируется с произведением всех сомножителей, содержащих неизвестные. Последний антецедент, выделенный указателем "идентификатор", усматривает в  $c$  полный квадрат.

Спецификация приема имеет вид "тип(исключениеоперанда)", "направл( $N$ )", "см(известно( $a$ ) известно( $b$ ))". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 5 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "корень", "известно( $a$ )", "известно( $b$ )". Он почти не проработан.

Число приемов данного типа - 16.

- (с) Преобразование посылки для последующего разрешения относительно невырожденных числовых атомов.

Пример:

$$\forall_{ABabcde} ((al(AB) + b)(cl(AB) + d) = e \leftrightarrow acl(AB)^2 + (bc + ad)l(AB) + bd = e)$$

Прием применяется к посылке задачи на доказательство либо на исследование. Выражения  $a, b, c, d$  не содержат неизвестных. Выражение  $e$  не содержит невырожденных числовых атомов и отлично от нуля.

Спецификация приема имеет вид "тип(4)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 1 и вводит фильтры "посылка", "корень", "или(тип(доказать) тип(исследовать))". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 4.

- (d) Переход к соотношению пропорциональности для числовых атомов.

Пример:

$$\forall_{ABCDEFab}(a\angle(ABC) - b\angle(DEF) = 0 \leftrightarrow a\angle(ABC) = b\angle(DEF))$$

Прием применяется к посылке задачи на доказательство либо на исследование.

Спецификация приема имеет вид "тип(результподст)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 5 и вводит фильтры "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "посылка", "корень". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 3.

4. Разрешение системы уравнений относительно числовых атомов.

- (a) Определение числовых атомов из системы уравнений в посылках задачи на исследование.

Пример:

$$\forall_{ABCDapq}(0 < p + q \rightarrow l(AB) + l(CD) = a \ \& \ pl(AB) = ql(CD) \leftrightarrow l(AB) = aq/(p + q) \ \& \ l(CD) = ap/(p + q))$$

Прием применяется к посылке задачи на доказательство либо на исследование. Выражения  $a, p, q$  не содержат неизвестных.

Спецификация приема имеет вид "тип(списокусловий)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "известно( $a$ )", "известно( $p$ )", "известно( $q$ )". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

- (b) Выражение числовых атомов через другие числовые атомы путем решения системы уравнений.

В качестве примера рассматриваем прием, теорема которого та же, что в предыдущем пункте. Отличие лишь в том, что выражение  $a$  может содержать неизвестные, но не содержит выражений  $l(AB), l(CD)$ .

Спецификация приема имеет вид "тип(склеяканеравенств)", "направл( $N$ )", "терм( $a$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "известно( $p$ )", "известно( $q$ )", "не(вхождениетерма(копия( $a$ ) фикс(0 2 1 1)))", "не(вхождениетерма(копия( $a$ ) фикс(0 2 2 1)))". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

5. Комбинация уравнений с числовыми атомами.

- (a) Комбинация уравнений с невырожденными числовыми атомами для получения уравнения с численными параметрами.

Пример:

$$\forall_{ABCDEFabcprq} (al(AB) + bl(CD) = cl(EF) \& aq - bp = 0 \& \neg(l(EF) = 0) \& \neg(a = 0) \& \neg(p = 0) \rightarrow pl(AB) + ql(CD) = rl(EF) \leftrightarrow pc - ar = 0)$$

Прием применяется к посылке задачи на доказательство либо на исследование. Выражения  $a, c, p, r$  не содержат невырожденных числовых атомов. Первый антецедент идентифицируется с другой посылкой. Второго антецедент выделен указателем "идентификатор". Его левая часть обрабатывается нормализатором раскрытия скобок.

Спецификация приема имеет вид "тип(пересечениесписков)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания  $b$  и вводит фильтры "посылка", "корень", "или(тип(доказать) и(тип(исследовать) цель(известно)))", "не(контекст(числовойатом( $a$  х4) не(переменная( $x4$ ))))", "не(контекст(числовойатом( $c$  х4) не(переменная( $x4$ ))))", "не(контекст(числовойатом( $p$  х4) не(переменная( $x4$ ))))", "не(контекст(числовойатом( $r$  х4) не(переменная( $x4$ ))))". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 9.

- (b) Уравнение с невырожденными числовыми атомами преобразуется с помощью нескольких дополнительных уравнений в группу уравнений, каждое из которых более простое, чем некоторое из исходных уравнений.

Пример:

$$\forall_{ABCDEFabcdmnpq} (\text{разныеточки}(A, B) \& \text{разныеточки}(C, D) \& \text{разныеточки}(E, F) \& \neg(p = 0) \& cl(EF) = al(AB)^n \& cl(CD) = bl(AB)^m \& d = al(AB)^{n-1} = bl(AB)^{m-1} + c \& d = p \rightarrow l(AB) + l(CD) + l(EF) = q \leftrightarrow cq = pl(AB) \& al(AB)^{n-1}q = pl(EF) \& bl(AB)^{m-1}q = pl(CD))$$

Прием применяется к посылке задачи на доказательство либо на исследование. Выражения  $p, q$  не содержат неизвестных. Пятый, шестой и последний антецеденты идентифицируются с другими посылками. Седьмой антецедент выделен указателем "идентификатор". Его правая часть обрабатывается нормализаторами общей стандартизации.

Спецификация приема имеет вид "тип(равныетермы)", "направл( $N$ )", "антецедент(5 6 8)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания  $9$  и вводит фильтры "посылка", "корень", "или(тип(доказать)тип(исследовать))", "не(равно( $A B$ ))", "не(равно( $C D$ ))", "не(равно( $E F$ ))". Он не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 1.

- (c) Линейная комбинация двух соотношений пропорциональности числовых атомов для исключения этих атомов.

Пример:

$$\forall_{ABCDabcd} (\neg(a = 0) \& \neg(l(AB) = 0) \& al(AB) = bl(CD) \rightarrow cl(AB) = dl(CD) \leftrightarrow ad = bc)$$



Прием применяется к посылке задачи на доказательство либо на исследование. Последний антецедент идентифицируется с другой посылкой. Выражения  $a, b, c, d$  не содержат термов " $l(AB)$ ", " $l(CD)$ ". Каждый невырожденный числовой атом, входящий в выражения  $a, b$ , входит в  $c$  либо в  $d$ .

Спецификация приема имеет вид "тип(медиана)", "направл( $N$ )", "антецедент(3)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 6 и вводит фильтры "посылка", "корень", "или(тип(доказать)тип(исследовать))", "не(контекст( $x_5 a b c d$ ) вхождениетерма( $x_5 l(AB)$ ))", "не(контекст( $x_5 a b c d$ ) вхождениетерма( $x_5 l(CD)$ ))", "не(контекст(список( $x_5 a b$ ) числовойатом( $x_5 x_6$ ) не(переменная( $x_6$ )) не(вхождениетерма( $c x_6$ )) не(вхождениетерма( $d x_6$ ))))". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

- (d) Комбинация уравнений для перехода от уравнения с несколькими невырожденными числовыми атомами к уравнению, имеющему не более одного невырожденного числового атома.

Пример:

$$\forall_{ABCDabcdp}(l(AB)^2 + l(CD)^2 = a \ \& \ l(AB) + l(CD) + b = c \ \& \ p = (c - b)^2 - a - 2d \rightarrow l(AB)l(CD) = d \leftrightarrow p = 0)$$

Прием применяется к посылке задачи на доказательство либо на исследование. Выражения  $a, b, c, d$  не содержат подвыражений  $l(AB)$ ,  $l(CD)$ . Первые два антецедента идентифицируются с посылками, третий - выделен указателем "идентификатор". Его правая часть обрабатывается нормализатором раскрытия скобок. Выражение  $p$  имеет не более одного невырожденного числового атома.

Спецификация приема имеет вид "тип(спускоперандов)", "направл( $N$ )", "антецедент(1 2)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 7 и вводит фильтры "посылка", "корень", "или(тип(доказать)тип(исследовать))", "не(контекст(список( $x_5 a b c d$ ) или(вхождениетерма( $x_5 l(AB)$ ) вхождениетерма( $x_5 l(CD)$ ))))", "меньше(число(числовойатом( $p x_5$ ) не(переменная( $x_5$ ))) 2)". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

- (e) Комбинация уравнений и сокращение для перехода от уравнения с несколькими невырожденными числовыми атомами к уравнению, имеющему единственный неизвестный числовой атом.

Пример:

$$\forall_{ABCDabcd}(\neg(l(CD) = 0) \ \& \ \neg(b = 0) \ \& \ a = bl(CD)^2 \ \& \ (bc - ad = 0) = (p = 0) \rightarrow c = dl(CD)^2 \leftrightarrow p = 0)$$

Прием применяется к посылке задачи на доказательство либо на исследование, имеющей более одного неизвестного числового атома. Третий антецедент идентифицируется с другой посылкой, четвертый - выделен указателем "идентификатор". Выражения  $a, b, c, d$  не содержат подтерма  $l(CD)$ . Левая часть уравнения в третьем антецеденте обрабатывается сначала нормализатором раскрытия скобок, затем - нормализатором упрощенного

разложения на множители "факторизация". После этого уравнение обрабатывается нормализатором "нормчисло". Проверяется, что  $p$  содержит единственный неизвестный числовой атом.

Спецификация приема имеет вид "тип(прогинф)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 13 и вводит фильтры "посылка", "корень", "или(тип(доказать)тип(исследовать))", "равно(число(числовойатом( $p$  х5) не(известно(х5))) 1)", "меньше(1 число(числовойатом(корень х5) не(известно(х5))))", "не(вхождениетерма( $a$   $l(CD)$ ))", "не(вхождениетерма( $b$   $l(CD)$ ))", "не(вхождениетерма( $c$   $l(CD)$ ))", "не(вхождениетерма( $d$   $l(CD)$ ))". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

- (f) Деление двух соотношений с числовыми атомами для получения соотношения пропорциональности.

Пример:

$$\forall_{ABCDabc}(\neg(a = 0) \ \& \ al(AB) = b \rightarrow al(CD) = c \leftrightarrow bl(CD) = cl(AB))$$

Прием применяется к посылке задачи на доказательство либо на исследование. Второй антецедент идентифицируется с посылкой. Выражение  $a$  содержит невырожденный числовой атом, а выражения  $b, c$  не содержат.

Спецификация приема имеет вид "тип(трасснабор)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 7 и вводит фильтры "посылка", "корень", "или(тип(доказать)тип(исследовать))", "контекст(числовойатом( $a$  х4) не(переменная(х4)))", "не(контекст(список(х4  $b$   $c$ ) числовойатом(х4 х5) не(переменная)х5))". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

- (g) Комбинация двух уравнений для исключения заданного числового атома.

Пример:

$$\forall_{ABabcd}(al(AB) + b = 0 \ \& \ \neg(a = 0) \rightarrow cl(AB) + d = 0 \leftrightarrow ad - bc = 0)$$

Прием применяется к посылке задачи на доказательство либо на исследование. Выражения  $a, c$  не содержат невырожденных числовых атомов. Выражения  $b, d$  не содержат подтерма  $l(AB)$ . Каждый входящий в  $b$  невырожденный числовой атом входит также в  $d$ .

Спецификация приема имеет вид "тип(схемаслучаев)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 5 и вводит фильтры "посылка", "корень", "или(тип(доказать)тип(исследовать))", "не(контекст(список(х5  $c$   $a$ ) числовойатом(х5 х6) не(переменная(х6))))", "не(контекст(список(х5  $b$   $d$ ) вхождениетерма(х5 фикс(0 1 1 1 2))))", "не(контекст(числовойатом( $b$  х5) не(переменная(х5)) не(вхождениетерма( $d$  х5))))". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

- (h) Использование пропорциональности двух числовых атомов для исключения одного из них.

Пример:

$$\forall_{ABCDabcprq}(pl(AB) = ql(CD) \& \neg(q = 0) \leftrightarrow al(AB) + c = bl(CD) \leftrightarrow (ad - bp)l(AB) + cq = 0)$$

Прием применяется к посылке задачи на доказательство либо на исследование. Выражения  $a, b, p, q$  не содержат невырожденных числовых атомов.

Спецификация приема имеет вид "тип(обозначения)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 5 и вводит фильтры "посылка", "корень", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "не(контекст(список( $x_4 a b p q$ ) числовойатом( $x_4 x_5$ ) не(переменная( $x_5$ ))))". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

- (i) Линейная комбинация двух уравнений с более чем одним невырожденным числовым атомом, дающая соотношение пропорциональности для двух невырожденных числовых атомов.

Пример:

$$\forall_{ABCEDEFMNabcdmpqr}(\neg(a = 0) \& al(AB) + bl(CD) + ml(RS) = cl(EF) \& aq - bp = 0 \& ar - pm = 0 \rightarrow pl(AB) + ql(CD) + rl(RS) = dl(MN) \leftrightarrow pcl(EF) = adl(MN))$$

Прием применяется к посылке задачи на доказательство либо на исследование. Выражения  $a, c, d, p$  не содержат невырожденных числовых атомов. Второй антецедент идентифицируется с посылкой, два последних - выделены указателем "идентификатор".

Спецификация приема имеет вид "тип(корневоевхождение)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 5 и вводит фильтры "посылка", "корень", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "не(контекст(список( $x_5 a c d p$ ) числовойатом( $x_5 x_6$ ) не(переменная( $x_6$ ))))". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 2.

- (j) Линейная комбинация уравнений для понижения степени числовых атомов.

Пример:

$$\forall_{ABabcde}(a + (b + l(AB))^2 = c \rightarrow a + (d - l(AB))^2 = e \leftrightarrow 2(b + d)l(AB) = c - e - b^2 - d^2)$$

Прием применяется к посылке задачи на доказательство либо на исследование. Антецедент идентифицируется с другой посылкой. Выражения  $b, c, d, e$  не содержат невырожденных числовых атомов.

Спецификация приема имеет вид "тип(Содержание)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 8 и вводит фильтры "посылка", "корень", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "не(контекст(список( $x_6 b c d e$ ) числовойатом( $x_6 x_7$ ) не(переменная( $x_7$ ))))". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 2.

- (к) Комбинация уравнений, позволяющая исключить часть вхождений числовых атомов.

Пример:

$$\forall_{ABCDabcprq}(\neg(a = 0) \ \& \ al(AB)l(CD)/b = c \rightarrow pl(AB)l(CD) + q = r \leftrightarrow bcp/a + q = r)$$

Прием применяется к посылке задачи на доказательство либо на исследование. Второй антецедент идентифицируется с другой посылкой. Выражения  $a, b, c$  не содержат невырожденных числовых атомов.

Спецификация приема имеет вид "тип(альтоперанд)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "посылка", "корень", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "не(контекст(список( $x_4$   $a$   $b$   $c$ ) числовойатом( $x_4$   $x_5$ ) не(переменная( $x_5$ ))))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 4.

- (л) Комбинация уравнений, дающая равенство числовых атомов.

Пример:

$$\forall_{ABCDac}(al(AB) = c \ \& \ \neg(a = 0) \rightarrow al(CD) = c \leftrightarrow l(AB) = l(CD))$$

Прием применяется к посылке задачи на доказательство либо на исследование.

Спецификация приема имеет вид "тип(перпендикулярны)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 2 и вводит фильтры "посылка", "корень", "или(тип(доказать) тип(исследовать))". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

6. Переформулировка нечислового отношения в терминах отношения для числовых атомов.

- (а) Переформулировка нечислового отношения в терминах отношения для числовых атомов.

Пример:

$$\forall_{Aafn}(\text{группа}(A) \ \& \ n - \text{целое} \ \& \ a \in \text{носитель}(A) \ \& \ f = \text{операция}(A) \ \& \ \text{порядокэлемента}(a, A) - \text{число} \rightarrow \text{алгстепень}(a, f, n) = \text{единица}(f) \leftrightarrow \text{порядокэлемента}(a, A)|n)$$

Прием применяется без ограничений.

Спецификация приема имеет вид "тип(нижняястрока)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 2. Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

- (b) Переход в условии задачи на доказательство от нечислового предиката к соотношению для числовых атомов.

Пример:

$$\forall_{ab}(\text{Вектор}(a) \ \& \ \text{Вектор}(b) \rightarrow a \perp b \leftrightarrow \text{скалумнож}(a, b) = 0)$$

Прием применяется к подутверждению условия задачи на доказательство.

Спецификация приема имеет вид "тип(поискслова)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "условие", "тип(доказать)". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 2.

7. Использование синтезатора для выражения неизвестной через выделенные в задаче числовые атомы.

Пример:

$$\forall_{abpx}(\text{отрезки}([b, a], p) \rightarrow x = a - b \leftrightarrow x = p)$$

Прием применяется в задаче на исследование, имеющей цель "известно". Переменная  $x_{23}$  - неизвестная внешней задачи на описание. Антецедент обрабатывается синтезатором "отрезки", выражающим длину промежутка  $[b, a]$  через длины других упоминаемых в задаче промежутков. Предварительно проверяется наличие в задаче посылки вида " $A = [b, B]$ ".

Спецификация приема имеет вид "тип(циклоперанд)", "направл( $N$ )", "неизвестная( $x$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 2 и вводит фильтры "тип(исследовать)", "цель(известно)", "внешнеизв( $x$ )". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 1.

8. Переход в определении функции от невырожденного числового атома к численному параметру.

Пример:

$$\forall_{ATabc_fyz}(T = [a, b] \ \& \ \text{Min}(\lambda_x(f(x), x - \text{число}), [0, b - a], u, t) = A(u, t) \rightarrow \text{Min}(\lambda_x(f(\text{длина}([a, x])), x - \text{число}), T, y, z) \leftrightarrow \exists_{ut}(A(u, t) \ \& \ z = t \ \& \ y = \text{set}_v(\exists_w(w \in u \ \& \ v = a + w))))$$

Прием применяется к условию задачи на описание, имеющему подвыражение "длина( $[a, x]$ )". Это условие содержит неизвестные. Второй антецедент выделен указателем "идентификатор". Его левая часть разрешается вспомогательной задачей на описание относительно неизвестных  $u, t$ .

Спецификация приема имеет вид "тип(вид)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 0 и вводит фильтры "тип(описать)", "условие", "не(известно(корень))". Он недоработан.

Число приемов данного типа - 2.

**Нечисловые атомы**

1. Выражение невырожденного нечислового атома через атомарные параметры.

Пример:

$$\forall_{ABabc}(\neg(a = 0) \ \& \ \text{Вектор}(b) \ \& \ \text{Вектор}(c) \rightarrow a \cdot \text{вектор}(AB) + b = c \leftrightarrow \text{вектор}(AB) = (1/a)(c - b))$$

Прием применяется к посылке задачи на доказательство либо на исследование. Выражения  $b, c$  не имеют невырожденных атомарных векторных подвыражений. Терм  $c$  не является невырожденным атомарным векторным выражением.

Спецификация приема имеет вид "тип(блоктрассировки)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 0 и вводит фильтры "посылка", "корень", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "не(контекст(список( $x4 \ b \ c$ ) Атомарное(Вектор  $x4 \ x5$ ) не(переменная( $x5$ ))))", "не(контекст(Атомарное(Вектор  $c \ x4$ ) не(переменная( $x4$ )) равно( $c \ x4$ )))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

2. Выражение невырожденного нечислового атома через другие атомы.

В качестве примера рассмотрим прием, теорема которого - та же, что в предыдущем пункте. Отличие состоит в том, что выражения  $b, c$  не должны содержать подтерма "вектор( $AB$ )", однако могут иметь другие невырожденные векторные атомарные подтермы.

Спецификация приема имеет вид "тип(супремум)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит фильтры "посылка", "корень", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "не(контекст(список( $x4 \ b \ c$ ) вхождениетерма( $x4$  вектор( $AB$ ))))", "не(контекст(Атомарное(Вектор  $c \ x4$ ) не(переменная( $x4$ )) равно( $c \ x4$ )))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

3. Выражение нечислового атома через другие атомы.

Пример:

$$\forall_{ABab}(\neg(a = 0) \rightarrow aA + bB = \text{вектор}0 \leftrightarrow A = -(b/a)B)$$

Здесь операция умножения - умножение вектора на число. Прием применяется к посылке задачи на исследование. Переменная  $A$  идентифицируется с атомарным векторным выражением - невырожденным либо с переменной. Термы  $a, b, B$  не имеют вхождений подтерма  $A$ .

Спецификация приема имеет вид "тип(неизвестная)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 2 и вводит фильтры "тип(исследовать)", "корень", "конец(контекст(Атомарное(Вектор  $A \ x3$ ) равно( $A \ x3$ )))", "не(контекст(список( $x3 \ a \ b \ B$ ) вхождениетерма( $x3 \ A$ )))". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 2.

## Координаты

1. Переход от задания исследуемого объекта через координаты к равенству, определяющему координаты этого объекта.

Пример:

$$\forall_{ABK}(A = \text{точки}(B, K) \leftrightarrow \text{коорд}(A, K) = B)$$

Прием применяется к посылке задачи на исследование. Переменная  $A$  - неизвестная. Выражение  $B$  имеет заголовок "класс".

Спецификация приема имеет вид "тип(соотвмножитель)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит фильтры "тип(исследовать)", "корень", "заголовок( $B$  класс)", "неизвестная( $A$ )". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 2.

2. Переформулировка утверждения через координаты.

- (a) Переформулировка подутверждения условия задачи через координаты.

Пример:

$$\forall_{ABCDKabcdpqr}(\text{коорд}(A, K) = (a, b) \ \& \ \text{коорд}(B, K) = (c, d) \ \& \ \text{разныеточки}(A, B) \ \& \ \text{коорд}(\text{прямая}(CD), K) = \text{set}_{xy}(px + qy + r = 0 \ \& \ x - \text{число} \ \& \ y - \text{число}) \rightarrow \text{прямая}(AB) \parallel \text{прямая}(CD) \leftrightarrow q(d - b) - p(a - c) = 0)$$

Прием применяется к подутверждению условия.

Спецификация приема имеет вид "тип(сравн)", "направл( $N$ )", "антецедент(4)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 2 и вводит фильтры "условие", "или(не(тип(описать))не(цель(исследовать)))", "не(равно( $A B$ ))". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 54.

- (b) Переформулировка подутверждения посылки задачи на исследование через координаты.

Пример:

$$\forall_{Kpqr}(\text{одномерный}(p, K) \ \& \ \text{одномерный}(q, K) \ \& \ \text{одномерный}(r, K) \rightarrow p + q = r \leftrightarrow \text{крд}(p, K, 1) + \text{крд}(q, K, 1) = \text{крд}(r, K, 1))$$

Прием применяется в задачах на исследование.

Спецификация приема имеет вид "тип(базаприемов)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 1 и вводит фильтр "тип(исследовать)". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 4.

3. Переформулировка условия задачи на описание с помощью ввода координат множества объектов.

Пример:

$$\forall_{AEK} \text{кабсдеф}(\text{прямокоорд}(K) \ \& \ \text{линьвторпорядка}(E) \ \& \ \text{коорд}(E, K) = \text{set}_{xy}(ax^2 + by^2 + cxy + dx + ey + f = 0 \ \& \ x - \text{число} \ \& \ y - \text{число}) \rightarrow A - \text{касательная к } E \leftrightarrow \exists_{gh} (g - \text{число} \ \& \ h - \text{число} \ \& \ \text{коорд}(A, K) = \text{set}_{uv}((2ag + ch + d)u + (2bh + cg + e)v + dg + eh + 2f = 0 \ \& \ u - \text{число} \ \& \ v - \text{число}) \ \& \ ag^2 + bh^2 + cgh + dg + eh + f = 0))$$

Прием применяется к условию задачи на описание. Выражение  $A$  содержит неизвестные. В задаче пока отсутствует уравнение для координат точек множества  $A$ .

Спецификация приема имеет вид "тип(касательная)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит фильтры "условие", "корень", "тип(описать)", "не(известно( $A$ ))", "не(заголовок(терм(коорд( $A$   $K$ )) класс))", "не(Входит(известно цели))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

4. Переформулировка утверждения в терминах, позволяющих далее использовать координаты объектов.

Пример:

$$\forall_{ABCDEKa}(\text{прямокоорд}(K) \ \& \ \text{ориентация}(K, (\text{вектор}(AB), \text{вектор}(AC), \text{вектор}(AD))) = a \rightarrow E \in \text{трехгрануол}(ABCD) \leftrightarrow a = \text{ориентация}(K, (\text{вектор}(AE), \text{вектор}(AC), \text{вектор}(AD))) \ \& \ a = \text{ориентация}(K, (\text{вектор}(AB), \text{вектор}(AE), \text{вектор}(AD))) \ \& \ a = \text{ориентация}(K, (\text{вектор}(AB), \text{вектор}(AC), \text{вектор}(AE))))$$

Прием применяется к посылке задачи на доказательство либо на исследование. Уже имеются выражения для координат рассматриваемых в теореме приема векторов. Второй антецедент выделен указателем "идентификатор". Его левая часть никак не преобразуется, а просто присваивается переменной  $a$ .

Спецификация приема имеет вид "тип(Длина)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" ограничивается указанием уровня срабатывания 8 и вводом фильтров "посылка", "или(тип(доказать)тип(исследовать))". Он не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 1.

5. Переход к координатам более простого объекта.

Пример:

$$\forall_{ABCDK} \text{кабсдеф}(\text{коорд}(A, K) = (d, e, f) \rightarrow \text{коорд}(A + B, K) = (a, b, c) \leftrightarrow \text{коорд}(B, K) = (a - d, b - e, c - f))$$

Сложение векторное. Прием применяется без ограничений.

Спецификация приема имеет вид "тип(сдвиг)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3. Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 1.



## 6. Задача на преобразование, имеющая цель "класс".

Напомним, что в таких задачах требуется исключить описатели "класс", "отображение". Они возникали в аналитической геометрии для перехода к элементарному описанию множества точек. Сначала вводятся координаты и составляется уравнение этого множества, затем - уравнение исключается и множество выражается некоторым стандартным образом без привлечения описателей.

- (a) Ввод в рассмотрение уравнения для координат множества точек в задаче на преобразование, имеющей цель "класс".

Пример:

$$\forall_{ABC KP}(K = (A, B, C) \rightarrow \exists_{xy}(\text{Прямая}(x) \& P(x, y)) \leftrightarrow \exists_{abcxy}(\text{коорд}(x, K) = \text{set}_{uv}(au + bv + c = 0 \& u - \text{число} \& v - \text{число}) \& a - \text{число} \& b - \text{число} \& c - \text{число} \& \text{Прямая}(x) \& P(x, y)))$$

Прием применяется к подутверждению условия задачи на преобразование, имеющей цель "класс". Утверждение  $P(x, y)$  не имеет своим конъюнктивным членом уравнение прямой  $x$ . В нем имеется терм вида "коорд(..., K)" либо "точки(..., K)".

Спецификация приема имеет вид "тип(раздел)", "направл(N)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит фильтры "тип(преобразовать)", "условие", "цель(класс)", "не(контекст(вид(P(x, y) коорд(x, K) = R & S)))". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 1.

- (b) Исключение вспомогательных параметров в условии задачи на преобразование, имеющей цель "класс".

Пример:

$$\forall_{ABCDEKabc}(\text{прямокоорд}(K) \& K = (A, B, C) \& \text{коорд}(D, K) = (a, b) \& \text{коорд}(E, K) = (c, 0) \& 0 < c \& \text{разныеточки}(A < D) \rightarrow a < 0 \leftrightarrow \pi/2 < \angle(DAE))$$

Прием применяется к подутверждению условия задачи на преобразование, имеющей цель "класс". Никакая свободная переменная  $x$  выражений  $A, D, E$  не выделена комментарием (вспомпараметр  $x$ ). Выражение  $a$  имеет свободную переменную, выделенную таким комментарием.

Спецификация приема имеет вид "тип(параллелпрямые)", "направл(N)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 7 и вводит фильтры "условие", "тип(преобразовать)", "цель(класс)", "не(контекст(список(x4 A D E) входит(x5 параметры(x4)) не(коммент(вспомпараметр переменная(x5))))))", "контекст(входит(x5 параметры(a)) не(коммент(вспомпараметр переменная(x5))))", "не(равно(A D))". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 3.

- (c) Условие существования объекта переформулируется в задаче на преобразование, имеющей цель "класс", как условие существования его координат.

Пример:

$$\forall_{AKPQ}(\exists_{xy}(x - \text{точка} \ \& \ x \in A \ \& \ \text{коорд}(A, K) = \text{set}_{uv}(P(u, v)) \ \& \ Q(x, y)) \leftrightarrow \exists_{aby}(Q(\text{тчкоорд}(K, (a, b)), y) \ \& \ P(a, b) \ \& \ \text{коорд}(A, K) = \text{set}_{uv}(P(u, v)) \ \& \ a - \text{число} \ \& \ b - \text{число}))$$

Прием применяется к подутверждению условия задачи на преобразование, имеющей цель "класс".

Спецификация приема имеет вид "тип(записьоператора)", "направл(N)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 6 и вводит фильтры "условие", "тип(преобразовать)", "цель(класс)". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

- (d) Явное задание объекта через координаты в задаче на преобразование, имеющей цель "класс".

Пример:

$$\forall_{AKabcdpq}(\neg(p+q=0) \rightarrow A \in \text{отрезок}(\text{тчкоорд}(K, (a, b))\text{тчкоорд}(K, (c, d))) \ \& \ pl(\text{Атчкоорд}(K, (a, b))) = ql(\text{Атчкоорд}(K, (c, d)))) \leftrightarrow A = \text{тчкоорд}(K, ((ap + cq)/(p + q), (bp + dq)/(p + q)))$$

Прием применяется к подутверждению условия задачи на преобразование, имеющей цель "класс".

Спецификация приема имеет вид "тип(контрольфрагмента)", "направл(N)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит фильтры "условие", "тип(преобразовать)", "цель(класс)". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

- (e) Переформулировка подутверждения условия задачи на преобразование, имеющей цель "класс", через параметры координат множества объектов.

Пример:

$$\forall_{AKMNPabc}(\text{Прямая}(A) \ \& \ K = (M, N, P) \ \& \ \text{коорд}(A, K) = \text{set}_{xy}(ax + by + c = 0 \ \& \ x - \text{число} \ \& \ y - \text{число}) \rightarrow A \parallel \text{прямая}(MP) \leftrightarrow b = 0)$$

Прием применяется к подутверждению условия задачи на преобразование, имеющей цель "класс".

Спецификация приема имеет вид "тип(точкиокружности)", "направл(N)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 2 и вводит фильтры "условие", "тип(преобразовать)", "цель(класс)". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 2.

## 7. Задачи на исследование, имеющие цель "исследовать".

- (a) Явное задание конечного множества объектов через их координаты в задаче на исследование, имеющей цель "исследовать".

Пример:

$$\forall_{AKan}(\text{коорд}(A, K) = \{\lambda_i(a(i), i \in \{1, \dots, n\})\} \leftrightarrow A = \{\lambda_i(\text{тчкоорд}(K, a(i)), i \in \{1, \dots, n\})\})$$

Прием применяется в задаче на исследование, имеющей цель "исследовать". Описатели "отображение" разворачиваются в конечные наборы.

Спецификация приема имеет вид "тип(стандстепень)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит фильтры "тип(исследовать)", "цель(исследовать)". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 1.

### Ввод вспомогательного обозначения

1. Ввод обозначения для функции, рассматриваемой в условии задачи на описание.

Пример:

$$\forall_{abcfuv}(\text{Min}(\lambda_x(u(x), v(x)), a, b, c) \leftrightarrow \text{Min}(f, a, b, c))$$

Прием применяется к условию задачи на описание. Описатель "отображение" не содержит неизвестных. Для определяемой им функции вводится новая переменная  $f$ , причем добавляется посылка  $f = \lambda_x(u(x), v(x))$ . Дальнейшие ссылки на функцию при исследовании ее свойств будут происходить через данную переменную.

Спецификация приема имеет вид "тип(тринадцать)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 1 и вводит фильтры "условие", "тип(описать)", "корень", "известно(фикс(0 1 1))". Вводится также указатели "посылка( $\lambda_x(u(x), v(x)) = f$ , примечание(упростить) примечание(ориентация равенства) примечание(определение параметра))", "обозначения( $f$ )", "новая переменная( $f$ )". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 4.

### 1.2.4 Усмотрение истинности либо ложности

Все приемы этого раздела имеют заголовок "второйтерм". За исключением особо оговариваемых случаев, они выполняют замену некоторого утверждения на константу "истина" либо "ложь".

#### Непосредственное усмотрение истинности либо ложности

Пример:

$$\forall_n(n - \text{целое} \rightarrow n|n)$$

Прием применяется без ограничений.

Спецификация приема имеет вид "тип(элементы задачи)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 0. Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 106.

**Фиксация однозначно определимого операнда**

Пример:

$$\forall_n(n - \text{натуральное} \rightarrow \text{наибольший}(n, \text{set}_m(m - \text{натуральное} \ \& \ m|n)))$$

Указатель "однозначно" изменяет теорему приема при его компиляции, преобразуя консеквент к виду "наибольший( $x, \text{set}_m(m - \text{натуральное} \ \& \ m|n)$ )  $\rightarrow x = n$ ". Таким образом, прием заменяет утверждение "наибольший(...)" на равенство.

Спецификация приема имеет вид "тип(линейное уравнение)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовок приема" указывает уровень срабатывания 2 и вводит указатель "однозначно". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 2.

**Усмотрение истинности либо ложности с помощью проверочного оператора**

1. Усмотрение истинности либо ложности с помощью проверочного оператора.

Примеры:

$$\forall_{ab}(0 \leq a \rightarrow 0 \leq a^b)$$

$$\forall_a(a - \text{set} \rightarrow a - \text{set})$$

Антецеденты обрабатываются проверочными операторами.

Спецификация приема имеет вид "тип(блок программы)". Справочник "заголовок приема" указывает уровень срабатывания 1. Во втором приеме он также вводит фильтр "или(не(корень) не(переменная( $a$ )) и(тип(описать) неизвестная( $a$ )))". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 82.

2. Усмотрение истинности либо ложности подутверждения условия с помощью проверочного оператора.

Этот тип приема введен, чтобы предотвратить попытки устранения полезных посылок задачи, являющихся очевидными следствиями других посылок.

- (а) Усмотрение истинности либо ложности подутверждения условия с помощью проверочного оператора.

Пример:

$$\forall_a(\neg(a = 0) \rightarrow \neg(a = 0))$$

Прием применяется к подутверждению условия, не используемого для сопровождения по о.д.з. Наличие отрицания перед равенством обязательно. Антецедент обрабатывается проверочным оператором.

Спецификация приема имеет вид "тип(простая импликация)". Справочник "заголовок приема" указывает уровни срабатывания 2 и 4. Он вводит фильтры "условие", "альтернатива(и(тип(описать) не(известно(корень))) уровень(4) уровень(2))", "не(сопровождение)". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 6.

- (b) Усмотрение истинности либо ложности подутверждения условия задачи на описание с помощью проверочного оператора.

Обычно приемы данного типа применяются при наличии дополнительных ограничений - при специальных целях задачи либо специальном виде условия. Пример:

$$\forall_{ab}(a < b \rightarrow a < b)$$

Прием применяется к подутверждению дизъюнктивного условия задачи на описание, не связанному внешними кванторами и описателями. Антецедент обрабатывается проверочным оператором.

Спецификация приема имеет вид "тип(то)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "тип(описать)", "условие". Он не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 18.

- (c) Усмотрение истинности либо ложности подутверждения условия задачи на доказательство с помощью проверочного оператора.

В данном контексте активность приемов усмотрения истинности подутверждений усиливается. Примером может служить теорема приема из предыдущего пункта. В этой версии прием применяется к подутверждению условия задачи на доказательство, не связанному внешними кванторами и описателями. Других ограничений нет.

Спецификация приема имеет вид "тип(префиксныйфильтр)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит фильтры "тип(доказать)", "условие", "свобоперанд(теквхожд)". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 15.

- (d) Усмотрение истинности либо ложности подутверждения условия задачи на преобразование с помощью проверочного оператора.

Пример:

$$\forall_{ab}(a \leq b \rightarrow a \leq b)$$

Прием применяется к подутверждению условия задачи на преобразование, не связанному внешними кванторами и описателями. Антецедент обрабатывается проверочным оператором.

Спецификация приема имеет вид "тип(подмножества)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 2 и вводит фильтры "тип(преобразовать)", "условие", "свобоперанд(теквхожд)". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

- (e) Усмотрение истинности либо ложности условия задачи на доказательство с помощью усиленного проверочного оператора.

Примером может служить теорема приема из предыдущего пункта. Однако, прием применяется не к подутверждению условия, а к самому условию.

При этом антецедент выделен не указателем "блокпроверок", а указателем "проверка" и обрабатывается усиленным проверочным оператором "прменьшеилиравно", содержащим целый ряд специальных группировок для усмотрения неравенств многочленного типа.

Спецификация приема имеет вид "тип(чисткапрограммы)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит фильтры "тип(доказать)", "условие", "корень", "менее(4 максимальныйуровень)". Вводится также указатель "проверка(1)". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 3.

3. Усмотрение ложности подутверждения посылки с помощью проверочного оператора.

Пример:

$$\forall_{ab}(\neg(a \in b) \rightarrow \neg(a \in b))$$

Заметим, что удалять посылки, представляющие собой отрицания принадлежности и являющиеся следствиями других посылок, нецелесообразно. Они могут пригодиться в явном виде. Поэтому данный прием применяется лишь к подутверждениям посылок задач на доказательство либо на исследование, не являющимся отрицаниями принадлежности. Например, если посылка имеет вид условия принадлежности, то к ней прием применяться будет. Антецедент обрабатывается проверочным оператором. Есть ряд дополнительных фильтров.

Спецификация приема имеет вид "тип(компонентынабора)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 2 и вводит фильтры "посылка", "не(отр)", "или(тип(доказать)тип(исследовать))". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 2.

4. Усмотрение ложности константного утверждения с помощью проверочного оператора.

Пример:

$$\forall_a(\neg(a = 0) \rightarrow \neg(a = 0))$$

Прием применяется к константному равенству. Либо это равенство не корневое, либо представляет собой посылку задачи на описание или на исследование. В случае задачи на исследование, имеющей цель "известно", дополнительно требуется наличие цели "контроль". Антецедент обрабатывается проверочным оператором.

Спецификация приема имеет вид "тип(шрихшеффера)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 1 и вводит фильтры "константа(теквход)", "или(не(корень) и(или(и(не(тип(преобразовать)) не(тип(доказать))) посылка) или(не(тип(исследовать)) не(цель(известно)) цель(контроль)))", "или(не(тип(описать)) условие не(цель(стандравно)))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 2.

- Усмотрение истинности с помощью проверочного оператора, обрабатывающего вспомогательное константное утверждение.

Пример:

$$\forall_{abc}(0 \leq 2c - \pi|b| \rightarrow 0 < b \arctg a + c)$$

Выражения  $b, c$  не содержат переменных. Антецедент обрабатывается проверочным оператором.

Спецификация приема имеет вид "тип(вычисление)", "блокпроверок(1)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 1 и вводит фильтры "константа( $b$ )", "константа( $c$ )". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 5.

- Усмотрение с помощью проверочного оператора истинности либо ложности конъюнктивного члена описания класса.

Пример:

$$\forall_{ab}(\neg(a \in b) \rightarrow \neg(a \in b))$$

Прием применяется к конъюнктивному члену описания класса, имеющему общую переменную со связывающей приставкой этого класса. Антецедент обрабатывается проверочным оператором.

Спецификация приема имеет вид "тип(нормзначение)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 2 и вводит фильтр "контекст(операнд( $x_3$  теквхожд) символ( $x_3$  и) операнд( $x_4$   $x_3$ ) символ( $x_4$  класс) пересекаются(параметры(теквхожд) связприставка( $x_4$ )))". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 2.

### Усмотрение истинности либо ложности из утверждений, содержащихся в контексте

- Усмотрение истинности либо ложности из утверждений, содержащихся в контексте.

Пример:

$$\forall_f(\text{последовательность}(f, \mathbb{R}) \ \& \ \text{сходится}(f) \rightarrow \text{огрсверху}(\text{Val}(f)))$$

Второй антецедент идентифицируется с утверждением из контекста, первый - обрабатывается проверочным оператором.

Спецификация приема имеет вид "тип(обл)". Справочник "заголовокприема" указывает уровни срабатывания 1 и 3; вводится фильтр "или(не(корень) не(посылка))". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 75.

2. Усмотрение истинности либо ложности подутверждения условия задачи на описание с помощью утверждения из контекста.

- (а) Усмотрение истинности либо ложности подутверждения условия задачи на описание с помощью утверждения из контекста.

Пример:

$$\forall_{abc}(c \leq a \ \& \ a - b < 0 \rightarrow \neg(b \leq c))$$

Прием применяется к подутверждению условия задачи на описание. Первый антецедент идентифицируется с утверждением из контекста, второй - обрабатывается проверочным оператором. Либо анализируемое неравенство само является условием, причем  $c$  содержит неизвестные, либо задача имеет цель "редакция", неравенство не содержит неизвестных, выражение  $c$  неконстантное, а выражения  $a, b$  константные.

Спецификация приема имеет вид "тип(двоичное)". Справочник "заголовокприема" ограничивается указанием уровней срабатывания 1,3,6 и вводом фильтров "тип(описать)", "условие". Он не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 13.

- (б) Усмотрение истинности условия задачи на описание с помощью утверждения из контекста.

Пример:  $\forall_{ABCD}(\text{биссектриса}(ABCD) \ \& \ \text{разныепрямые}(\text{прямая}(AB), \text{прямая}(BC))) \rightarrow \neg(C = D))$

Прием применяется к условию задачи на описание, имеющему вид отрицания равенства. Первый антецедент идентифицируется с утверждением из контекста, второй - обрабатывается проверочным оператором.

Спецификация приема имеет вид "тип(комплексныечисла)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 0 и вводит фильтры "тип(описать)", "условие", "отр", "не(равно(терм(прямая(AB)) терм(прямая(BC))))". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 12.

3. Усмотрение истинности подутверждения условия либо собственного подутверждения неэлементарной посылки с помощью утверждения из контекста.

Пример:

$$\forall_{abc}(b \in a \ \& \ \neg(c \in a) \rightarrow \neg(b - c = 0))$$

Прием применяется к подутверждению условия либо к подутверждению посылки, не являющейся элементарным утверждением. Первый антецедент идентифицируется с утверждением из контекста, второй - обрабатывается проверочным оператором.

Спецификация приема имеет вид "тип(подстзамена)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 2 и вводит фильтр "или(условие не(отрицание))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 5.



4. Усмотрение истинности либо ложности подутверждения дизъюнкции с помощью утверждения из контекста.

Пример:

$$\forall_{abcd}(a + b^d c = 0 \ \& \ \neg(a = 0) \rightarrow \neg(b = 0))$$

Прием применяется к подутверждению дизъюнкции. Первый антецедент идентифицируется с посылкой, второй - обрабатывается проверочным оператором.

Спецификация приема имеет вид "тип(текстовыйтерминал)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 2 и вводит фильтр "заголовок(корень или)". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 2.

5. Усмотрение истинности условия задачи на доказательство с помощью утверждения из контекста.

Пример:

$$\forall_{abcd}(a - c = 0 \ \& \ b + c = 0 \rightarrow a + b = 0)$$

Прием применяется к условию задачи на доказательство. Указатель "эквивалентно" уточняет, что преобразуется равенство, а не его левая часть.

Спецификация приема имеет вид "тип(равны)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит фильтры "тип(доказать)", "условие", "корень". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 2.

6. Усмотрение истинности избыточного условия под описателем "отображение".

Пример:

$$\forall_{abi}(a \leq i \ \& \ 0 \leq a - b \rightarrow b \leq i)$$

Прием применяется к подутверждению описателя "отображение(...)", причем переменная  $i$  входит в связывающую приставку этого описателя. Первый антецедент идентифицируется с утверждением из контекста (оно тоже расположено внутри описателя), второй - обрабатывается проверочным оператором.

Спецификация приема имеет вид "тип(разверткапрограммы)", "переменная( $i$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 0 и вводит фильтры "переменная( $i$ )", "контекст(подчинено(теквхожд х3) символ(х3 отображение) входит( $i$  связприставка(х3)))". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

### Усмотрение истинности либо ложности подутверждения условия с помощью идентифицирующих операторов

Пример:

$$\forall_{ABCDE}(D \in \text{отрезок}(AE) \ \& \ E \in \text{отрезок}(BC) \rightarrow D \in \text{фигура}(ABC))$$

Прием применяется к подутверждению условия. Антецеденты обрабатываются идентифицирующими операторами.

Спецификация приема имеет вид "тип(Норм)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 2 и вводит фильтр "условие". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 3.

### Усмотрение истинности либо ложности с помощью непосредственных вычислений

1. Усмотрение истинности либо ложности подутверждения условия с помощью непосредственных вычислений.

Пример:

$$\forall_{abcdmn}(a = mc \ \& \ d = \text{нод}(m, n) \ \& \ \neg(d|b) \rightarrow \neg(a \bmod n = b))$$

Прием применяется к подутверждению условия. Выражение  $a$  представляет собой сумму. Первый антецедент выделен указателем "идентификатор". Его левая часть обрабатывается нормализатором "факторизация". Переменные  $b, m$  идентифицируются с целочисленными константами, переменная  $n$  - с натуральной константой. Второй и третий антецеденты выделены указателем "программа". Они реализуют непосредственные вычисления. Константа  $d$  отлична от единицы.

Спецификация приема имеет вид "тип(пересечение)". Кроме того, для данного примера в ней присутствуют элементы "указатель(программа(2 3))", "типданных(целое  $b$   $m$ )", "типданных(натуральное  $n$ )".

Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 5 и вводит фильтры "условие", "целое( $b$ )", "целое( $m$ )", "натуральное( $n$ )". Создается также указатель "программа(2 3)". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 4.

2. Усмотрение ложности посылки с помощью непосредственных вычислений.

Пример:

$$\forall_{abcdpq}(p = |a| \ \& \ q = d - c \ \& \ \neg(p|q) \ \& \ b - \text{целое} \rightarrow \neg(ab + c = d))$$

Прием применяется к посылке задачи на доказательство либо на исследование. Последний антецедент идентифицируется с другой посылкой. Переменная  $b$  идентифицируется с переменной, переменные  $a, c, d$  - с целочисленными константами. Первые три антецедента выделены указателем "программа". Они реализуются путем непосредственных вычислений.

Спецификация приема имеет вид "тип(нормдуга)", "типданных(целое  $a$  с  $d$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 1 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "корень", "целое( $a$ )", "целое( $c$ )", "целое( $d$ )". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 1.

### Усмотрение истинности или ложности подутверждения условия с помощью нормализатора вычисления

Пример:

$\forall_{abdf}(\lim_{n \rightarrow \infty} |f(n+1)/f(n)| = a \ \& \ a - 1 < 0 \rightarrow \text{сходится}(\lambda_m(\sum_{n=b}^m f(n), m - \text{натуральное})))$

Прием применяется к подутверждению условия. Первый антецедент, выделенный указателем "идентификатор", обращается к нормализатору "нормпредел" для вычисления предела. Второй антецедент обрабатывается проверочным оператором. Прием имеет ряд дополнительных фильтров, направленных на отсеечение тех случаев, когда вычисление предела маловероятно.

Спецификация приема имеет вид "тип(унитерм)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 2 и вводит фильтр "условие". Он не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 10.

### Усмотрение истинности либо ложности с помощью пакетных синтезаторов

1. Усмотрение истинности условия задачи на доказательство с помощью пакетного синтезатора.

Пример:

$\forall_{abc}(a - b \leq c \ \& \ c \leq 0 \rightarrow a \leq b)$

Прием применяется к условию задачи на доказательство. Первый антецедент обрабатывается синтезатором "верхняяоценка". Проверяется, что результат  $c$  константный. Затем второй антецедент обрабатывается проверочным оператором.

Спецификация приема имеет вид "тип(сжатиефильтра)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 5 и вводит фильтры "условие", "тип(доказать)", "корень". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 3.

2. Усмотрение истинности либо ложности условия задачи на описание с помощью пакетного синтезатора.

Пример:

$\forall_{abcdep}(\sqrt{a^2 + b^2} \leq p \ \& \ 0 < d - p \rightarrow \neg(a \cos x + b \sin x = d))$

Прием применяется к уравнению задачи на описание либо к отрицанию уравнения, не используемому для сопровождения по о.д.з. Хотя бы одно из выражений  $a, b$  неконстантное. Выражение  $d$  константное. Первый антецедент обрабатывается синтезатором "верхняяоценка", второй - проверочным оператором.

Спецификация приема имеет вид "тип(разность)", "указатель(значения(1))". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 7 и вводит фильтры "условие", "тип(описать)", "отрицание", "не(цель(редакция))", "не(сопровождение)", "или(не(константа( $a$ )) не(константа( $b$ )))", "не(равно( $d p$ ))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 7.

### Усмотрение истинности либо ложности условия с помощью вспомогательных задач на доказательство

1. Усмотрение истинности условия с помощью вспомогательных задач на доказательство.

Пример:

$$\forall_{fghp}(f(i) = g(i)h(i)/p(i) \ \& \ \text{сходится}(\lambda_n(\sum_{i=1}^n |g(i)/p(i)|, n - \text{натуральное})) \rightarrow \text{сходится}(\lambda_n(\sum_{i=1}^n f(i), n - \text{натуральное})))$$

Прием применяется к условию задачи на доказательство. К непустому произведению  $h(i)$  относятся все сомножители, имеющие либо вид неотрицательных степеней синуса или косинуса, либо вид степени минус единицы. Истинность второго антецедента усматривается с помощью вспомогательной задачи на доказательство. Уровень обращения к ней равен 5; прием имеет ограничитель трудоемкости.

Спецификация приема имеет вид "тип(объединениефрагментов)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 1 и вводит фильтры "условие", "корень". Он не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 8.

2. Усмотрение истинности условия задачи на доказательство с помощью вспомогательных задач на доказательство.

- (а) Усмотрение истинности условия задачи на доказательство с помощью вспомогательных задач на доказательство.

Пример:

$$\forall_{FGabcdfg}(\forall_y(y \in [a, b] \rightarrow 0 \leq F(y)) \ \& \ \text{Производная}(f, g) \ \& \ g = \lambda_y(F(y), G(y)) \rightarrow \text{неубывает}(f, [a, b]))$$

Прием применяется к условию задачи на доказательство. Последние два антецедента идентифицируются с посылками, заблаговременно созданными для исследования функции с помощью производной. Первый антецедент обрабатывается вспомогательной задачей на доказательство.

Спецификация приема имеет вид "тип(смонитор)" . Справочник "заголовокприема" ограничивается указанием уровня срабатывания 1 и вводом фильтров "тип(доказать)", "условие", "корень". Требуется доработка. Число приемов данного типа - 22.

(b) Доказательство после применения нормализатора.

- i. Попытка применения усиливающего нормализатора утверждений к условию задачи на доказательство.

Пример:

$$\forall_{ab}(a < b \rightarrow a < b)$$

Прием применяется к условию задачи на доказательство, имеющему подвыражение вида "целаячасть( $t$ )", где  $t$  неконстантное. Антецедент обрабатывается нормализатором "исклцелаячасть", сопровождаемым комментарием "доказать". Затем решается вспомогательная задача на доказательство результата этой обработки. Нормализатор "исклцелаячасть" предпринимает попытку избавиться от целых частей, быть может, усиливая доказываемое утверждение так, чтобы оно было следствием нового утверждения.

Спецификация приема имеет вид "тип(идентификация)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 1 и вводит фильтры "тип(доказать)", "условие", "корень". Он не проработывался.

Число приемов данного типа - 2.

- ii. Доказательство путем применения нормализатора приведения к заданным заголовкам и дизъюнктивно-конъюнктивной декомпозиции условия.

Пример:

$$\forall_{ab}(b = a \ \& \ \neg(b = 0) \rightarrow \neg(a = 0))$$

Прием применяется к условию задачи на доказательство. Выражение  $a$  представляет собой сумму. Первый антецедент обращается к нормализатору "видумножение" для разложения  $a$  на множители. В результате получается выражение  $b$ , заголовком которого (после отбрасывания минуса, если он есть) служит один из символов "умножение", "степень", "дробь". Истинность второго антецедента устанавливается при помощи задачи на доказательство.

Спецификация приема имеет вид "тип(комплексное)", "см(...)", "указатель(...)". Элемент "см" обеспечивает проверку того, что  $a$  - сумма и что  $b$  имеет мультипликативный заголовок. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 5 и вводит фильтры "тип(доказать)", "условие", "отр". Кроме того, переносятся фильтры и указатели из спецификации. Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 1.

- (c) Попытка сведения к вспомогательной задаче на доказательство, решаемой специальным методом.

Пример:

$$\forall_{ab}(a \leq b \rightarrow a \leq b)$$

Прием инициирует доказательство неравенства с помощью производных. Неравенство является условием задачи на доказательство. Прием выбирает переменную  $x$ , входящую в неравенство, и передает вспомогательной задаче на доказательство, обрабатывающей антецедент, комментарий (нижняя грань  $x$ ). Такой комментарий запускает процесс анализа разности частей неравенства, рассматриваемой как функция от  $x$ : вычисляется производная, находятся ее корни, особые точки и т.д. Прием сопровождается множеством дополнительных фильтров.

Спецификация приема имеет вид "тип(рекурсия)". Справочник "заголовокприема" ограничивается указанием уровня срабатывания 1 и вводом фильтров "тип(доказать)", "условие", "корень". Он не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 2.

- (d) Решение вспомогательной задачи для доказательства шага индукции.

Пример:

$$\forall_{abcf}(0 \leq \sum_{n=1}^c f(n) + a \ \& \ 0 \leq f(c+1) + b - a \rightarrow 0 \leq \sum_{n=1}^{c+1} f(n) + b)$$

Прием применяется к условию задачи на доказательство, имеющей комментарий (натуральное  $k$ ). Такой комментарий указывает, что происходит доказательство индукцией по параметру  $k$ , запущенное некоторым другим приемом. Первый антецедент идентифицируется с посылкой - индуктивным предположением. Истинность второго антецедента устанавливается при помощи задачи на доказательство.

Спецификация приема имеет вид "тип(плюсбеск)", "указатель(доказать( $N$ )))". Второй элемент выделяет антецедент, истинность которого устанавливается задачей на доказательство. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 1 и вводит фильтры "тип(доказать)", "условие", "корень". Он не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 4.

3. Усмотрение истинности либо ложности неизвестного условия задачи на описание с помощью вспомогательной задачи на доказательство.

Пример:

$$\forall_{ab}(0 < a - b \rightarrow \neg(a = b))$$

Прием применяется к содержащему неизвестные равенству - условию задачи на описание, не имеющей цели "редакция". Это условие не является равенством неизвестной известному выражению. Усматривается, что равенство - числовое. Антецедент обрабатывается задачей на доказательство. Уровень срабатывания достаточно высок - попытка предпринимается лишь при отсутствии более естественных средств.

Спецификация приема имеет вид "тип(стрелкапирса)". Справочник "заголовокприема" ограничивается указанием уровня срабатывания 8 и вводом фильтров "условие", "тип(описать)", "корень", "не(известно(корень))", "не(цель(редакция))", "не(равно( $a$   $b$ ))". Он не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 12.

4. Усмотрение истинности либо ложности сопровождающего утверждения при редактировании ответа задачи на описание с помощью вспомогательной задачи на доказательство.

В качестве примера рассмотрим теорему приема из предыдущего пункта. Прием применяется к не содержащему неизвестных числовому равенству - условию задачи на описание, имеющей цель "редакция". В посылках имеется неравенство, пересекающееся по своим параметрам с данным условием. Антецедент обрабатывается задачей на доказательство.

Спецификация приема имеет вид "тип(дистрибразвертка)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 5 и вводит фильтры "условие", "тип(описать)", "цель(редакция)", "корень", "не(цель(не))", "не(равно(a b))". Он не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 1.

### Усмотрение истинности либо ложности с помощью вспомогательной задачи на преобразование

1. Усмотрение истинности либо ложности подутверждения условия с помощью вспомогательной задачи на преобразование.

Пример:

$$\forall_{abcde fghmnpqr uv} (f = \lambda_{xy}(g(x, y), h(x, y)) \& g(p + x, q + ax) = b(a)x^n / c(a) + d(a)x^m / e(a) + r(x) \& \exists_i (b(i) = 0 \& \neg(d(i) = 0)) \rightarrow \neg(\text{Extr}(f, (p, q), u, v)))$$

Прием применяется к подутверждению условия. Второй антецедент выделен указателем "идентификатор". Его левая часть обрабатывается задачей на преобразование, имеющей цель "формулатейлора  $x^0$ ", а затем - нормализатором "Норммногочлен". В формуле Тейлора берутся первые шесть членов. Переменная  $m$  идентифицируется с нечетной натуральной константой, а переменная  $n$  - с четной, причем меньшей  $m$ . Остаточная сумма  $r(x)$  не имеет одночленов от  $x$ , степень которых не превосходит  $m$ . В качестве  $a$  берется вспомогательная новая переменная. Последний антецедент обрабатывается задачей на доказательство.

Спецификация приема имеет вид "тип(выводусловия)". Справочник "заголовокприема" ограничивается указанием уровня срабатывания 2 и вводом фильтра "условие". Он не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 7.

2. Усмотрение истинности условия задачи на доказательство с помощью вспомогательной задачи на преобразование.

Пример:

$$\forall_{AB} (\text{конечное}(B) \& A \subseteq B \& 0 \leq \text{card}(A) - \text{card}(B) \rightarrow A = B)$$

Прием применяется к условию задачи на доказательство. Преобразуется все равенство целиком: оно заменяется на константу "истина". Предварительно проверяется наличие посылки, в которую входит символ "мощность". Антецеденты обрабатываются проверочными операторами. Вспомогательная задача на преобразование упрощает правую часть последнего антецедента.

Спецификация приема имеет вид "тип(частнпроизв)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 2 и вводит фильтры "условие", "тип(доказать)", "корень". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 1.

### Использование нормализатора утверждений для усмотрения избыточного условия на неизвестную в ответе задачи на описание

Пример:

$$\forall_{abx}((0 < a - b) = \text{истина} \ \& \ a \leq x \rightarrow \neg(x = b))$$

Прием применяется к условию задачи на описание, имеющему вид отрицания равенства. Задача имеет цель "редакция". Переменная  $x$  - неизвестная; выражения  $a, b$  не содержат неизвестных. Второй антецедент идентифицируется с другим условием. Первый антецедент выделен указателем "идентификатор". Его левая часть обрабатывается нормализатором "стандменьше", предпринимающим попытку упрощения строгих неравенств для известных параметров.

Спецификация приема имеет вид "тип(круг)", "неизвестная( $x$ )", "оператор(стандменьше)", "антецедент(2)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 2 и вводит фильтры "условие", "тип(описать)", "цель(редакция)", "отр", "неизвестная( $x$ )", "известно( $a$ )", "известно( $b$ )". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 4.

### Доказательство равенства с однозначно характеризующим объектом

Пример:

$$\forall_{abcde}(\text{наибольший}(b, a) \ \& \ (d(b) = e) = (b = c) \ \& \ \text{наибольший}(c, a) \rightarrow d(b) = e)$$

Прием применяется к равенству - условию задачи на доказательство. Первый антецедент идентифицируется с посылкой, причем точка привязки выбрана именно в нем. Второй антецедент выделен указателем "идентификатор". Его левая часть разрешается относительно подвыражения  $b$  вспомогательной задачей на описание. Истинность третьего антецедента устанавливается с помощью вспомогательной задачи на доказательство.

Спецификация приема имеет вид "тип(если)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 6 и вводит фильтры "тип(доказать)", "посылка", "корень". Создаются также указатели "следствие(3)", "идентификатор(2)", "эквивалентно", "смусловие", "теквхожд(1)", "комментарий(3 обращение)", "вхождение( $d$ )", "отображение ( $d$ )". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 2.



### Отбрасывание вырожденных случаев

1. Отбрасывание посылки "актив(...)" для вырожденного объекта.

Пример:

$$\forall_A(\text{актив}(l(AA)))$$

Заголовок приема - "второйтерм".

Спецификация приема имеет вид "тип(свобоперанд)". Справочник "заголовок-приема" указывает уровень срабатывания 0. Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

2. Отбрасывание группы посылок задачи на исследование, относящихся к избыточному объекту.

Пример:

$$\forall_{ABa}(B - \text{точка} \ \& \ \text{вектор}(AB) = a \leftrightarrow \text{истина})$$

Прием применяется к паре посылок задачи на исследование, имеющей цель "известно". Переменная  $B$  - неизвестная, не входящая в прочие посылки (кроме, быть может, имеющих заголовок "актив"). Она не является неизвестной внешней задачи на описание.

Спецификация приема имеет вид "тип(обобщлагаемое)", "переменная( $B$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 2 и вводит фильтры "тип(исследовать)", "цель(известно)", "не(контекст(новояпосылка( $x2$ )) не(заголовок( $x2$  актив)) входит( $B$   $x2$ )))", "неизвестная( $B$ )", "не(внешнеизв( $B$ ))". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 2.

3. Отбрасывание вырожденного случая при исследовании свойств объекта.

Пример:

$$\forall_f(\text{Dom}(f) = \emptyset \leftrightarrow \text{ложь})$$

Прием применяется к условию задачи на описание, имеющей цель "исследовать".

Спецификация приема имеет вид "тип(тип)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 1 и вводит фильтры "условие", "тип(описать)", "цель(исследовать)", "корень". Этого достаточно.

4. Отбрасывание дублирующей посылки в задаче на исследование, имеющей цель "исследовать".

Пример:

$$\forall_{AKabcdefm}(\text{коорд}(A, K) = \text{set}_{xyz}(\text{пропорцнаборы}((x+a, y+b, z+c), (d, e, f)) \ \& \ x - \text{число} \ \& \ y - \text{число} \ \& \ z - \text{число}) \rightarrow \text{коорд}(A, K) = m)$$

Прием имеет заголовок "второйтерм" и применяется к равенству - посылке задачи на исследование, имеющей цель "исследовать". Антецедент идентифицируется с другой посылкой. Выражение  $m$  имеет заголовок "класс" и не содержит неизвестных. Правая часть антецедента тоже не содержит неизвестных.

Спецификация приема имеет вид "тип(параметр)". Справочник "заголовокприема" ограничивается указанием уровня срабатывания 0. Он не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 1.

### 1.2.5 Вывод в посылках

Приемы данного раздела имеют заголовок "вывод".

#### Вывод одного отношения

1. Вывод одноместного отношения.

(а) Вывод одноместного отношения.

Пример:

$\forall_{AB} f(\text{изоморфизм}(f, A, B) \rightarrow \text{взаимнооднозначно}(f))$

Антецедент идентифицируется с посылкой.

Спецификация приема имеет вид "тип(антецедент)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 0 и вводит фильтр "посылка". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 23.

(б) Вывод одноместного отношения, характеризующего текущий объект.

Отличие от предыдущего типа состоит в другой инициализации срабатывания. Здесь она происходит не при усмотрении посылки заданного вида, а при усмотрении подвыражения заданного вида. Это подвыражение может встречаться как в посылках, так и в условиях. Пример:

$\forall_{ABC}(\text{эллипс}(\text{Окружность}(ABC)))$

Указатель "контрольвывода" определяет срабатывание приема при усмотрении подвыражения "Окружность(ABC)" в посылке задачи на доказательство либо на исследование. Это подвыражение расположено внутри равенства, определяющего уравнение окружности.

Спецификация приема имеет вид "тип(общкоммент)", "терм( $t$ )". Здесь  $t$  - терм, усмотрение которого инициирует попытку применения приема. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 0 и вводит фильтр "посылка". Создается также указатель "контрольвывода(Окружность(ABC))". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 2.

## 2. Частные случаи вывода равенств для числовых атомов.

Этот и два следующих раздела занимают особое место в логическом ассемблере. При обучении решателя планиметрическим задачам оказалось, что необходима весьма тонкая калибровка степени мотивированности срабатывания приема, выводящего некоторое соотношение. При ослаблении фильтров приема происходило быстрое заполнение списка посылок задачи бесполезными фактами, при усилении - отсекались необходимые для решения задачи срабатывания. Для преодоления этого явления возможны два пути. Первый - использование древовидной системы типов и подтипов приемов вывода, характеризующихся различными степенями мотивированности срабатывания. Для одной и той же теоремы создавались несколько различных приемов вывода, отличающихся уровнем срабатывания и силой фильтров. На малых уровнях размещались приемы с сильной мотивацией срабатывания, на больших - с ослабленной. При таком подходе пришлось ввести в логический ассемблер очень большое количество типов приемов вывода равенств с числовыми атомами. Выбор конкретной версии приема должен осуществляться генератором приемов в процессе примерки на задачнике. Второй путь - использование пакетных анализаторов в качестве усилителя. В рамках пакетного анализатора количество приемов, выводящих следствия, существенно меньше, чем в основной базе приемов. Это позволяет ослабить ограничения на их срабатывания и выполнять вывод на значительно большую глубину. В решаемую задачу будут передаваться лишь те следствия, которые окажутся наиболее интересными. Необходима разумная кластеризация приемов вывода и создание для этих кластеров множества различных пакетных анализаторов. Данный подход неплохо зарекомендовал себя в планиметрии. Однако, он замедляет решение задачи в стандартных ситуациях, и применяется лишь на повторном цикле решения - если обычных методов оказалось недостаточно. По-видимому, целесообразно использовать оба подхода.

## (а) Равенство двух невырожденных числовых атомов.

## i. Равенство двух невырожденных числовых атомов.

Пример:

$$\forall_{ABCDEF}(\text{биссектриса}(ABCD) \ \& \ F \in \text{прямая}(BD) \ \& \ \text{прямая}(EF) \parallel \text{прямая}(BC) \ \& \ E \in \text{прямая}(AB) \rightarrow l(BE) = l(EF))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование.

Спецификация приема имеет вид "тип(редакторответа)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "усм(актив(прямая(BD)))", "не(равно(B D))", "усм(актив(прямая(EF)))", "не(равно(E F))", "усм(актив(прямая(BC)))", "не(равно(B C))", "усм(актив(прямая(AB)))", "не(равно(A B))", "не(равно(терм(прямая(EF)) терм(прямая(BC))))", "не(равно(B E))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 48.

## ii. Равенство двух невырожденных числовых атомов, один из которых - старый.

- А. Равенство двух невырожденных числовых атомов, хотя бы один из которых - старый.

Пример:

$$\forall_{ABCD}(\text{параллелограмм}(ABCD) \rightarrow l(AB) = l(CD))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Хотя бы один из атомов  $l(AB)$ ,  $l(CD)$  уже встречается в задаче.

Спецификация приема имеет вид "тип(факторизация)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать)тип(исследовать))", "или(усм(актив(расстояние(AB))) усм(актив(расстояние(CD))))", "не(равно(A B))", "не(равно(C D))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 6.

- В. Равенство невырожденного числового атома заданному старому невырожденному атому.

Пример:

$$\forall_{ABC}(\text{актив}(l(AB)) \& \text{прямая}(AB) \perp \text{прямая}(BC) \& \angle(BAC) = \pi/4 \rightarrow l(AB) = l(BC))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Первый антецедент указывает на то, что атом  $l(AB)$  уже встречается в задаче.

Спецификация приема имеет вид "тип(нормализация)", "терм( $t$ )". Здесь  $t$  - числовой атом, который должен уже иметься в задаче. В нашем примере такое указание избыточно, однако при отсутствии соответствующего антецедента был бы создан фильтр "актив( $l(AB)$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать)тип(исследовать))", "усм(актив(прямая(AB)))", "не(равно(A B))", "усм(актив(прямая(B C)))", "не(равно(B C))". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 24.

- С. Равенство существенного атома заданному старому атому.

Напомним, что существенные атомы определяются пакетным индикатором "существом", исходя из возможности связать их с числовыми атомами, входящими в уравнения с численными неизвестными. Пример:

$$\forall_{ABCDE}(\text{прямая}(AC) \text{ — касательная к окружность}(BE) \& \text{прямая}(AD) \text{ — касательная к окружность}(BE) \& C \in \text{окружность}(BE) \& D \in \text{окружность}(BE) \rightarrow l(AC) = l(AD))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Атом  $l(AC)$  уже встречается в задаче, атом  $l(AD)$  - существенный.

Спецификация приема имеет вид "тип(Облнорм)", "терм( $t$ )". Здесь  $t$  - числовой атом, который должен уже иметься в задаче. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "усм(актив(расстояние( $AC$ )))", "легковидеть(существу(расстояние( $AD$ )))", "не(равно( $CD$ ))", "не(равно( $AC$ ))", "не(равно( $AD$ ))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 2.

- D. Вывод существенного равенства числового атома заданному старому атому.

Существенным называется равенство, для которого пакетный индикатор "существуравно" усматривает его эвристическую ценность. Например, это может быть равенство двух сторон треугольника, или равенство углов с общей стороной и общей вершиной, или равенство углов, позволяющее усмотреть параллельность прямых, и т.п. Пример:

$$\forall_{ABCDEF}(\text{актив}(\text{окружность}(AB)) \ \& \ C \in \text{окружность}(AB) \ \& \ D \in \text{окружность}(AB) \ \& \ E \in \text{окружность}(AB) \ \& \ F \in \text{окружность}(AB) \ \& \ \text{актив}(\angle(CED)) \ \& \ \text{однасторона}(E, F, \text{прямая}(CD)) \rightarrow \angle(CED) = \angle(CFD))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Выводимое равенство является существенным.

Спецификация приема имеет вид "тип(Стандплюс)", "терм( $t$ )", где  $t$  - заданный старый числовой атом (т.е. уже встречающийся в задаче). Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 9 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "конец(легковидеть(существуравно(равно(угол( $CED$ )) угол( $CFD$ ))))", "не(равно( $CD$ ))", "не(равно( $CE$ ))", "не(равно( $CF$ ))", "не(равно( $DE$ ))", "не(равно( $DF$ ))", "не(равно( $EF$ ))", "усм(актив(прямая( $CE$ )))", "усм(актив(прямая( $DE$ )))", "не(усм(принадлежит( $D$  прямая( $CE$ ))))". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

- E. Равенство предположительно перспективного атома заданному старому атому.

Предположительная перспективность числового атома устанавливается пакетным индикатором "возмактив". Обычно какой-либо уже введенный в рассмотрение числовой атом связывается с новым атомом. Например, площадь треугольника, у которого уже рассматривается длина стороны. Индикатор сугубо эвристический; укомплектован приемами путем анализа примеров. Накладываемые им ограничения весьма слабы, но все-таки позволяют отсеять множество числовых атомов, совсем не связанных с уже рассматриваемыми в задаче. Пример:

$$\forall_{ABCDE}(\text{актив}(\angle(DAE)) \ \& \ A \in \text{отрезок}(BE) \ \& \ A \in \text{отрезок}(CD) \rightarrow \angle(BAC) = \angle(DAE))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Угол  $BAC$  предположительно перспективный.

Спецификация приема имеет вид "тип(копияблокаанализа)", "терм( $t$ )". Здесь  $t$  - старый числовой атом. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "легковидеть(возмактив(угол( $BAC$ )))", "не(равно( $B E$ ))", "не(равно( $C D$ ))", "не(усм(принадлежит( $E$  прямая( $AD$ )))", "не(равно( $A B$ ))", "не(равно( $A C$ ))". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

F. Равенство определимого атома старому неизвестному атому.

Определимым называется числовой атом, для которого пакетный индикатор "определимо" усматривает возможность выразить его через уже известные числовые атомы. Пример:

$$\forall_{ABCD}(\text{актив}(\angle(DCA)) \ \& \ \text{прямая}(BC) \perp \text{прямая}(CD) \ \& \ \text{прямая}(AB) \perp \text{прямая}(AC) \ \& \ \angle(DCA) < \pi/2 \ \& \ D \in \text{плоскость}(ABC) \rightarrow \angle(ABC) = \angle(DCA))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Угол  $ABC$  определим, угол  $DCA$  не известен.

Спецификация приема имеет вид "тип(точкаплоскости)", "терм( $t$ )". Здесь  $t$  - старый не известный числовой атом. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 6 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "конец(не(известно(терм(угол( $DCA$ ))))", "конец(легковидеть(определимо(угол( $ABC$ ))))", "усм(актив(прямая( $CD$ )))", "усм(актив(прямая( $AC$ )))", "усм(актив(прямая( $BC$ )))", "не(равно( $BC$ ))", "не(равно( $CD$ ))", "усм(актив(прямая( $AB$ )))", "не(равно( $AB$ ))", "не(равно( $AC$ ))", "не(усм(принадлежит( $A$  прямая( $CD$ ))))". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

G. Равенство числового атома заданному атому "неизв".

Числовой атом относится к типу "неизв" для задачи на исследование, если он либо является неизвестной внешней задачи на описание, либо входит в уравнение с такой неизвестной. В случае задачи на доказательство вместо неизвестной внешней задачи на описание рассматривается неизвестная самой задачи на доказательство. Пример:

$$\forall_{ABCD}(\text{актив}(\angle(CAD)) \ \& \ \text{актив}(\angle(BAC)) \ \& \ \angle(CAD) = 2\angle(BAC) \ \& \ \text{разныестороны}(C, D, \text{прямая}(AB)) \rightarrow \angle(BAD) = \angle(BAC))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Угол  $BAC$  имеет тип "неизв".

Спецификация приема имеет вид "тип(арность)", "терм( $t$ )", где  $t$  - числовой атом типа "неизв". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "неизв(терм(угол( $BAC$ )))",

"не(равно(терм(угол( $BAD$ ) терм(угол( $BAC$ )))))", "усм(актив(прямая( $AB$ )))", "усм(актив(прямая( $AC$ )))", "не(усм(принадлежит( $D$  прямая( $AC$ ))))", "не(усм(принадлежит( $C$  прямая( $AB$ ))))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 5.

Н. Равенство существенного атома заданному атому "неизв".

Пример:

$$\forall_{ABCDEFG}(\text{биссектриса}(BACD) \ \& \ \text{прямая}(EF) \perp \text{прямая}(AD) \ \& \ E \in \text{прямая}(AB) \ \& \ F \in \text{прямая}(AC) \ \& \ G \in \text{прямая}(AD) \rightarrow l(EG) = l(GF))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Числовой атом  $l(GF)$  является существенным, числовой атом  $EG$  имеет тип "неизв".

Спецификация приема имеет вид "тип(минусбек)", "терм( $t$ )", где  $t$  - числовой атом типа "неизв". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "легковидеть(существом( $l(GF)$ ))", "неизв(терм( $l(EG)$ ))", "усм(актив(прямая( $EF$ )))", "не(равно( $E F$ ))", "усм(актив(прямая( $AD$ )))", "не(равно( $A D$ ))", "усм(актив(прямая( $AB$ )))", "не(равно( $A B$ ))", "усм(актив(прямая( $AC$ )))", "не(равно( $A C$ ))", "не(равно( $E G$ ))", "не(равно( $G F$ ))". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

И. Равенство числового атома заданному известному числовому атому.

Пример:

$$\forall_{BDEF}(\text{актив}(\angle(EFD)) \ \& \ \text{прямая}(BE) \parallel \text{прямая}(FD) \ \& \ \text{актив}(l(BE)) \ \& \ \text{разныестороны}(B, D, \text{прямая}(EF)) \ \& \ \text{разныепрямые}(\text{прямая}(BE), \text{прямая}(FD)) \rightarrow \angle(EFD) = \angle(BEF))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Угол  $EFD$  известен, угол  $BEF$  - не известен.

Спецификация приема имеет вид "тип(Делитель)", "терм( $t$ )", где  $t$  - известный числовой атом. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 5 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "конец(известно(терм(угол( $EFD$ ))))", "конец(не(известно(терм(угол( $BEF$ )))))", "усм(актив(прямая( $EF$ )))", "усм(актив(прямая( $DF$ )))", "не(усм(принадлежит( $D$  прямая( $EF$ ))))", "не(равно(терм(прямая( $BE$ )) терм(прямая( $DF$ ))))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 7.

Ж. Равенство применимого числового атома, косвенно связанного с выделенными в задаче объектами, заданному известному числовому атому.

Числовой атом называется применимым, если пакетный индикатор "применимо" усматривает, что через него можно выразить представляющий интерес неизвестный числовой атом. Это - двойник пакетного индикатора "определимо", который усматривал возможность выражения числового атома через известные атомы. Под косвенной связью понимается то, что хотя сам числовой атом пока не рассматривается, но важные связанные с ним объекты (например, прямые - стороны угла) уже введены в рассмотрение. Пример:

$$\forall_{ABCDEF}(\text{актив}(\text{окружность}(AB)) \ \& \ C \in \text{окружность}(AB) \ \& \ D \in \text{окружность}(AB) \ \& \ E \in \text{окружность}(AB) \ \& \ F \in \text{окружность}(AB) \ \& \ \text{актив}(\angle(CED)) \ \& \ \text{однасторона}(E, F, \text{прямая}(CD)) \rightarrow \angle(CED) = \angle(CFD))$$

Прием используется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Угол  $CED$  известен. Угол  $CFD$  применим. Его стороны - прямые  $CF$  и  $FD$  - уже рассматриваются в задаче.

Спецификация приема имеет вид "тип(сумма)", "терм( $t$ )", где  $t$  - известный числовой атом. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 5 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "конец(известно(терм(угол( $CED$ ))))", "конец(легковидеть(применимо(угол( $CFD$ ))))", "не(равно( $C D$ ))", "не(равно( $C E$ ))", "не(равно( $C F$ ))", "не(равно( $D E$ ))", "не(равно( $D F$ ))", "не(равно( $E F$ ))", "усм(актив(прямая( $CE$ )))", "усм(актив(прямая( $DE$ )))", "не(усм(принадлежит( $D$  прямая( $CE$ ))))". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 2.

- К. Равенство числового атома, косвенно связанного с выделенными в задаче объектами, заданному известному числовому атому.

Пример:

$$\forall_{ABCDEF GP}(\text{окружность}(DP) \ \text{вписана в} \ \text{Угол}(BAC) \ \& \ E \in \text{окружность}(DP) \ \& \ E \in \text{прямая}(AC) \ \& \ F \in \text{окружность}(DP) \ \& \ F \in \text{прямая}(AB) \ \& \ D \in \text{отрезок}(EG) \ \& \ \text{разныеточки}(D, G) \rightarrow \angle(FDG) = \angle(BAC))$$

Прием используется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Угол  $BAC$  известен. Стороны угла  $FDG$  - прямые  $DF$  и  $DG$  - уже рассматриваются в задаче.

Спецификация приема имеет вид "тип(Дробь)", "терм( $t$ )", где  $t$  - известный числовой атом. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 5 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "усм(актив(угол( $BAC$ )))", "конец(известно(терм(угол( $BAC$ ))))", "усм(актив(прямая( $DF$ )))", "усм(актив(прямая( $DG$ )))", "не(равно( $E F$ ))", "усм(актив(прямая( $AC$ )))", "не(равно( $A C$ ))", "усм(актив(прямая( $AB$ )))", "не(равно( $A B$ ))", "не(равно( $E G$ ))", "не(равно( $D E$ ))", "не(равно( $D G$ ))". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 2.



L. Равенство двух старых числовых атомов.

Пример:

$$\forall_{ABCDE}(\text{актив}(\angle(DAE)) \ \& \ \text{актив}(\angle(BAC)) \ \& \ A \in \text{отрезок}(BE) \ \& \ A \in \text{отрезок}(CD) \rightarrow \angle(BAC) = \angle(DAE))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Как видно из теоремы приема, углы  $BAC$ ,  $DAE$  уже рассматриваются в задаче.

Спецификация приема имеет вид "тип(подборнеизвестных)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 2 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "усм(актив(прямая( $AB$ )))", "усм(актив(прямая( $AC$ )))", "не(равно( $BE$ ))", "не(равно( $CD$ ))", "не(усм(принадлежит( $E$  прямая( $AD$ ))))", "не(усм(принадлежит( $C$  прямая( $AB$ ))))", "не(равно( $AB$ ))", "не(равно( $AC$ ))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 21.

M. Равенство заданного старого атома, встречающегося в невырожденных посылках, другому старому атому.

Пример:

$$\forall_{ABCD}(\text{актив}(\angle(ABC)) \ \& \ \text{актив}(\angle(ABD)) \ \& \ D \in \text{отрезок}(BC) \rightarrow \angle(ABD) = \angle(ABC))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Угол  $ABD$  встречается в такой посылке задачи, заголовков которой отличен от символа "актив".

Спецификация приема имеет вид "тип(учетвывода)", "терм( $t$ )", где  $t$  - старый числовой атом, встречающийся в невырожденных посылках. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 8 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "контекст(посылка( $x1$ ) не(заголовок( $x1$  актив))) позиция( $x2$   $x1$ ) вид( $x2$  угол( $ABD$ ))", "не(равно( $BC$ ))", "не(равно( $BD$ ))", "не(равно( $CD$ ))". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

N. Равенство числового атома "неизв" заданному старому атому.

Пример:

$$\forall_{ABCD}(\text{прямая}(CD) \perp \text{прямая}(AB) \ \& \ l(AC) = l(BC) \ \& \ C \in \text{прямая}(AB) \rightarrow l(AD) = l(BD))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Расстояние  $l(AD)$  имеет тип "неизв", расстояние  $l(BD)$  уже встречается в задаче.

Спецификация приема имеет вид "тип(извлечениекорня)", "терм( $t$ )", где  $t$  - числовой атом типа "неизв". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "неизв(терм(расстояние( $AD$ )))", "усм(актив(расстояние( $BD$ )))", "усм(актив(прямая( $CD$ )))",

"не(равно( $C D$ ))", "усм(актив(прямая( $A B$ )))", "не(равно( $A B$ ))", "не(равно( $A D$ ))", "не(равно( $B D$ ))". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 2.

- O. Равенство двух числовых атомов, один из которых входит в условие задачи на доказательство.

Пример:

$$\forall_{ABCDE}(\text{актив}(\angle(ACB)) \ \& \ \text{актив}(\text{прямая}(AC)) \ \& \ \text{актив}(\text{прямая}(BC)) \ \& \ \text{прямая}(CE) \perp \text{прямая}(AB) \ \& \ l(CD) = l(DE) \ \& \\ D \in \text{отрезок}(CE) \ \& \ D \in \text{прямая}(AB) \rightarrow \angle(ACB) = \angle(AEB))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство. Угол  $ACB$  встречается в условии этой задачи.

Спецификация приема имеет вид "тип(теоремыраздела)", "терм( $t$ )", где  $t$  - атом, встречающийся в условии. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 6 и вводит фильтры "посылка", "тип(доказать)", "конец(контекст(условие( $x_1$ ) позиция( $x_2 x_1$ )вид( $x_2$  угол( $ACB$ ))))", "не(равно( $A C$ ))", "не(равно( $B C$ ))", "усм(актив(прямая( $CE$ )))", "не(равно( $C E$ ))", "усм(актив(прямая( $AB$ )))", "не(равно( $A B$ ))", "не(усм(принадлежит( $B$  прямая( $AC$ ))))", "не(равно( $C D$ ))", "не(равно( $D E$ ))". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

- P. Равенство заданного старого числового атома атому, косвенно связанному с выделенными в задаче объектами.

Пример:

$$\forall_{ABCD}(\text{прямая}(AB) \perp \text{прямая}(BC) \ \& \ l(AD) = l(DC) \ \& \\ D \in \text{прямая}(AC) \rightarrow l(BD) = l(DC))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Так как второй антецедент выделен указателем "усм", атом  $l(DC)$  уже имеется в посылках задачи. Прямая  $BD$  тоже рассматривается в задаче. Таким образом, имеется косвенное указание на рассмотрение атома  $l(BD)$ .

Спецификация приема имеет вид "тип(точкапривязки)", "терм( $t$ )", где  $t$  - старый числовой атом. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "усм(актив(прямая( $B D$ )))", "усм(актив(прямая( $A B$ )))", "не(равно( $A B$ ))", "усм(актив(прямая( $B C$ )))", "не(равно( $B C$ ))", "усм(актив(прямая( $A C$ )))", "не(равно( $A C$ ))", "не(равно( $B D$ ))", "не(равно( $D C$ ))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 5.

- Q. Равенство числового атома заданному старому атому, выраженному через числовые параметры.

Пример:

$$\forall_{ABCD}(\text{актив}(l(AB)) \ \& \ \text{прямая}(BC) \parallel \text{прямая}(AD) \ \& \ \text{прямая}(AB) \parallel \text{прямая}(CD) \ \& \ \text{разныепрямые}(\text{прямая}(AB), \text{прямая}(AD)) \rightarrow l(AB) = l(CD))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Числовой атом  $l(AB)$  либо известен, либо выражен через численные неизвестные внешней задачи на описание.

Спецификация приема имеет вид "тип(новыесвязки)", "терм( $t$ )", где  $t$  - старый числовой атом. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "конец(или(известно(терм(расстояние( $AB$ ))) внешнеизв(терм(расстояние( $AB$ ))))", "усм( актив(прямая( $BC$ )))", "не(равно( $B C$ ))", "усм(актив(прямая( $AD$ )))", "не(равно( $A D$ ))", "усм(актив(прямая( $AB$ )))", "не(равно( $A B$ ))", "усм(актив(прямая( $CD$ )))", "не(равно( $C D$ ))", "не(равно(терм(прямая( $BC$ )) терм(прямая( $AD$ ))))", "не(равно(терм(прямая( $AB$ )) терм(прямая( $CD$ ))))", "не(равно(терм(прямая( $AB$ )) терм(прямая( $AD$ ))))". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

- R. Равенство двух числовых атомов, включаемое в цепочку соотношений для получения уравнения относительно численных неизвестных.

В качестве примера берем теорему приема из предыдущего пункта. Теперь прием будет применяться в посылках задачи на исследование. Атом  $l(AB)$  имеет тип "внешнеизв", т.е. выражается через численные неизвестные внешней задачи на описание. Пакетный индикатор "смурavn" усматривает возможность использовать числовой атом  $l(CD)$  для составления уравнения относительно неизвестных внешней задачи. При этом предполагается, что сам атом  $CD$ , через посредство  $l(AB)$ , уже выражен через них. При поиске цепочки соотношений, начинающихся с атома  $CD$ , переход к атому  $l(AB)$  блокируется.

Спецификация приема имеет вид "тип(фильтрквадратов)", "терм( $t$ )", где  $t$  - исходный атом "внешнеизв". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 5 и вводит фильтры "посылка", "тип(исследовать)", "конец(внешнеизв(терм(расстояние( $AB$ ))))", "конец(легковидеть(смурavn(расстояние( $CD$ )) замечание(стоп расстояние( $AB$ ))))", "усм(актив(прямая( $BC$ )))", "не(равно( $B C$ ))", "усм(актив(прямая( $AD$ )))", "не(равно( $A D$ ))", "не(равно(терм(прямая( $BC$ )) терм(прямая( $AD$ ))))", "не(равно(терм(прямая( $AB$ )) терм(прямая( $CD$ ))))", "не(равно( $A B$ ))", "не(равно( $C D$ ))", "не(равно(терм(прямая( $AB$ )) терм(прямая( $AD$ ))))". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

- S. Выражение текущего числового атома через старые нечисловые атомарные объекты.

Пример:

$$\forall_{ABCD}(\text{актив}(\text{вектор}(AB)) \ \& \ \text{актив}(\text{вектор}(AC)) \ \& \ \text{прямая}(AB) \parallel \text{прямая}(CD) \ \& \ \text{прямая}(AC) \parallel \text{прямая}(BD) \rightarrow S(\text{фигура}(ABDC))) = \text{длина}(\text{вектумнож}(\text{вектор}(AB), \text{вектор}(AC)))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Указатель "контрольвывода" инициирует попытку его применения при усмотрении атома " $S(\text{фигура}(ABDC))$ ". Атомарные выражения "вектор( $AB$ )", "вектор( $AC$ )" уже встречаются в задаче.

Спецификация приема имеет вид "тип(Попытка)", "терм( $t$ )", где  $t$  - инициирующий попытку срабатывания числовой атом. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 6 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "усм(актив(прямая( $AB$ )))", "не(равно( $A B$ ))", "усм(актив(прямая( $CD$ )))", "не(равно( $C D$ ))", "усм(актив(прямая( $AC$ )))", "не(равно( $A C$ ))", "усм(актив(прямая( $BD$ )))", "не(равно( $B D$ ))", "не(равно(терм(прямая( $AB$ )) терм(прямая( $CD$ )))", "не(равно(терм(прямая( $AC$ )) терм(прямая( $BD$ )))". Создается также указатель "контрольвывода( $S(\text{фигура}(ABDC))$ )". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

T. Вывод определения числового атома через описатели.

Пример:

$$\forall_A(\text{группа}(A) \ \& \ \text{конечное}(\text{носитель}(A)) \rightarrow \text{периодгруппы}(A) = \text{ноквсех}(\text{set}_n(\exists_x(x \in \text{носитель}(A) \ \& \ n = \text{порядокэлемента}(x, A))))$$

Указатель "контрольвывода" инициирует попытку срабатывания приема при усмотрении подтерма "периодгруппы( $A$ )".

Спецификация приема имеет вид "тип(внутри)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит фильтр "комментпосылок(определ периодгруппы( $A$ ))". Создаются также указатели "контрольвывода(периодгруппы( $A$ ))", "комментариипосылок(определ периодгруппы( $A$ ))". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

iii. Равенство числовых атомов, косвенно связанных с выделенными в задаче объектами.

A. Равенство числовых атомов, косвенно связанных с выделенными в задаче объектами.

Пример:

$$\forall_{ABCD}(\text{квадрат}(ABCD) \rightarrow l(AB) = l(BC))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Прямые  $AB$  и  $BC$  уже введены в рассмотрение.

Спецификация приема имеет вид "тип(подстановка)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "усм(актив(прямая( $AB$ )))", "усм(актив(прямая( $BC$ )))", "не(равно( $A B$ ))", "не(равно( $B C$ ))". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 7.

- В. Равенство заданного существенного атома, косвенно связанного с выделенными в задаче объектами, другому атому, косвенно связанному с выделенными объектами.

Пример:

$$\forall_{ABCDEF PQ} (\angle(BAC) = \angle(EDF) \ \& \ A \in \text{окружность}(PQ) \ \& \ B \in \text{окружность}(PQ) \ \& \ C \in \text{окружность}(PQ) \ \& \ D \in \text{окружность}(PQ) \ \& \ E \in \text{окружность}(PQ) \ \& \ F \in \text{окружность}(PQ) \ \& \ \text{актив}(\text{окружность}(PQ)) \ \& \ \text{актив}(\angle(BAC)) \ \& \ \text{актив}(\angle(EDF)) \rightarrow l(BC) = l(EF))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Пакетный индикатор усматривает, что атом  $l(BC)$  является существенным. Прямые  $BC$  и  $EF$  уже встречаются в задаче.

Спецификация приема имеет вид "тип(соответствожд)", "терм( $t$ )", где  $t$  - существенный атом. Справочник "заголовокпрема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "легковидеть(существом(расстояние( $BC$ )))", "усм(актив(прямая( $BC$ )))", "усм(актив(прямая( $EF$ )))", "не(равно( $AD$ ))", "не(равно( $AE$ ))", "не(равно( $AF$ ))", "не(равно( $BC$ ))", "не(равно( $BD$ ))", "не(равно( $BE$ ))", "не(равно( $BF$ ))", "не(равно( $CD$ ))", "не(равно( $CE$ ))", "не(равно( $CF$ ))", "не(равно( $EF$ ))", "усм(актив(прямая( $AB$ )))", "усм(актив(прямая( $AC$ )))", "усм(актив(прямая( $DE$ )))", "усм(актив(прямая( $DF$ )))", "не(усм(принадлежит( $C$  прямая( $AB$ ))))", "не(усм(принадлежит( $F$  прямая( $DE$ ))))". Некоторые из этих фильтров не нужны, и требуется доработка.

Число приемов данного типа - 2.

- С. Равенство заданного определимого атома, косвенно связанного с выделенными в задаче объектами, другому атому, косвенно связанному с выделенными объектами.

Пример:

$$\forall_{ABCDEF} (C \in \text{окружность}(AF) \ \& \ B \in \text{окружность}(AF) \ \& \ D \in \text{окружность}(AF) \ \& \ \text{прямая}(DE) \perp \text{прямая}(AD) \ \& \ 0 \leq \pi/2 - \angle(BCD) \ \& \ 0 \leq \pi/2 - \angle(BDE) \ \& \ E \in \text{плоскость}(ABC) \rightarrow \angle(BCD) = \angle(BDE))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Пакетный индикатор усматривает, что атом  $\angle(BCD)$  является определимым. Прямые  $BC$ ,  $CD$ ,  $BD$  и  $DE$  уже встречаются в задаче.

Спецификация приема имеет вид "тип(прямоугольник)", "терм( $t$ )", где  $t$  - существенный атом. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "легковидеть(определимо(угол  $BCD$ )))", "усм(актив(прямая( $BC$ )))", "усм(актив(прямая( $CD$ )))", "усм(актив(прямая( $BD$ )))", "усм(актив(прямая( $DE$ )))", "не(равно( $BC$ ))", "не(равно( $CD$ ))", "не(равно( $BD$ ))", "не(равно( $DE$ ))",

"усм(актив(прямая( $AD$ )))", "не(равно( $A D$ ))", "не(равно( $A C$ ))", "не(равно( $A B$ ))", "не(усм(принадлежит( $D$  прямая( $BC$ ))))", "не(усм(принадлежит( $E$  прямая( $BD$ ))))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

- D. Равенство заданного применимого атома, косвенно связанного с выделенными в задаче объектами, другому атому, косвенно связанному с выделенными объектами.

В качестве примера берем теорему приема из предыдущего пункта. Теперь атом  $BCD$  не определим, а применим.

Спецификация приема имеет вид "тип(новыенеизвестные)", "терм( $t$ ), где  $t$  - применимый атом. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "легковидеть(применимо(угол( $BCD$ )))", "усм(актив(прямая( $BC$ )))", "усм(актив(прямая( $CD$ )))", "усм(актив(прямая( $BD$ )))", "усм(актив(прямая( $DE$ )))", "не(равно( $BC$ ))", "не(равно( $CD$ ))", "не(равно( $BD$ ))", "не(равно( $DE$ ))", "усм(актив(прямая( $AD$ )))", "не(равно( $AD$ ))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

- iv. Равенство заданного существенного атома другому числовому атому.

Пример уже встречался выше:

$$\forall_{ABCDEF PQ} (\angle(BAC) = \angle(EDF) \ \& \ A \in \text{окружность}(PQ) \ \& \ B \in \text{окружность}(PQ) \ \& \ C \in \text{окружность}(PQ) \ \& \ D \in \text{окружность}(PQ) \ \& \ E \in \text{окружность}(PQ) \ \& \ F \in \text{окружность}(PQ) \ \& \ \text{актив}(\text{окружность}(PQ)) \ \& \ \text{актив}(\angle(BAC)) \ \& \ \text{актив}(\angle(EDF)) \rightarrow l(BC) = l(EF))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Пакетный индикатор усматривает, что атом  $l(BC)$  является существенным. Однако, в отличие от рассмотренного ранее типа приема, здесь не требуется, чтобы прямые  $BC$  и  $EF$  уже рассматривались в задаче. Соответственно, уровень срабатывания 9 данного приема выше уровня срабатывания 6 приема, рассмотренного ранее.

Спецификация приема имеет вид "тип(невыполнимо)", "терм( $t$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "легковидеть(существом(расстояние( $BC$ )))", "не(равно( $AD$ ))", "не(равно( $AE$ ))", "не(равно( $AF$ ))", "не(равно( $BC$ ))", "не(равно( $BD$ ))", "не(равно( $BE$ ))", "не(равно( $BF$ ))", "не(равно( $CD$ ))", "не(равно( $CE$ ))", "не(равно( $CF$ ))", "не(равно( $EF$ ))", "не(усм(принадлежит( $C$  прямая( $AB$ ))))", "не(усм(принадлежит( $F$  прямая( $DE$ ))))". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 1.

- v. Равенство двух числовых атомов, хотя бы один из которых имеет тип "возмактив". Пример:

$$\forall_{ABCD} (\text{параллелограмм}(ABCD) \rightarrow l(AB) = l(CD))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Пакетный индикатор "возмактив" усматривает, что хотя

бы один из атомов  $AB$ ,  $CD$  является предположительно перспективным - уже введенным в рассмотрение либо представляющим определенный интерес для рассмотрения.

Спецификация приема имеет вид "тип(усиление)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "или(легковидеть(возмактив(расстояние( $AB$ ))) легковидеть(возмактив(расстояние( $CD$ ))))", "не(равно( $A B$ ))", "не(равно( $C D$ ))". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 2.

- vi. Вывод существенного равенства числовых атомов.

Пример:

$$\forall_{ABCDEF}(l(AB) = l(DE) \ \& \ C \in \text{отрезок}(AB) \ \& \ F \in \text{отрезок}(DE) \ \& \ l(AC) = l(DF) \rightarrow l(BC) = l(EF))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Пакетный индикатор "существуравно" усматривает, что выводимое равенство представляет интерес.

Спецификация приема имеет вид "тип(контрольвывода)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 9 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "конец(легковидеть(существуравно( $l(BC) = l(EF)$ )))", "не(равно( $A B$ ))", "не(равно( $D E$ ))", "не(равно( $A C$ ))", "не(равно( $B C$ ))", "не(равно( $D F$ ))", "не(равно( $E F$ ))". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 5.

- vii. Равенство заданного атома "возмсвяз" другому атому.

Пакетный индикатор "возмсвяз" усматривает перспективность попыток установления связи числового атома с уже имеющимися в задаче числовыми атомами. Пример:

$$\forall_{ABCDE}(l(AB) = l(AD) \ \& \ l(AC) = l(AE) \ \& \ l(BC) = l(DE) \rightarrow \angle(CAB) = \angle(DAE))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Пакетный индикатор усматривает, что атом  $CAB$  имеет тип "возмсвяз".

Спецификация приема имеет вид "тип(текоператор)", "терм( $t$ )", где  $t$  - атом "возмсвяз". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "конец(легковидеть(возмсвяз(угол( $CAB$ ))))". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 1.

- viii. Равенство двух числовых атомов, один из которых сводится к старому.

Пример:

$$\forall_{ABC}(l(AB) = l(BC) \ \& \ \text{актив}(прямая(AC)) \rightarrow \angle(BAC) = \angle(BCA) \ \& \ \angle(BCA) < \pi/2)$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. В задаче уже рассматривается угол с вершиной  $A$ , стороны которого лежат на прямых  $AB$  и  $AC$ . К нему и сводится угол  $BAC$ .

Спецификация приема имеет вид "тип(углывершины)", "терм( $t$ )", где  $t$  - атом, сводящийся к старому. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "усм(актив(угол( $BAC$ )))", "не(равно( $AC$ ))". Он не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 1.

- (b) Соотношение пропорциональности для двух невырожденных числовых атомов.

- i. Соотношение пропорциональности для двух числовых атомов.

Пример:

$$\forall_{ABCDEFabpq}(D \in \text{отрезок}(AB) \ \& \ bl(AD) = al(BD) \ \& \ E \in \text{отрезок}(AC) \ \& \ F \in \text{прямая}(CD) \ \& \ F \in \text{прямая}(BE) \ \& \ pl(BF) = ql(EF) \ \& \ \text{разныепрямые}(\text{прямая}(AB), \text{прямая}(AC)) \ \& \ \text{разныеточки}(A, C) \rightarrow (aq - bp)l(CE) = bpl(AE))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Соотношения пропорциональности в антецедентах усматриваются пакетным синтезатором "пропорциональны". Расстояния  $l(AD)$  и  $l(BD)$  уже рассматриваются в задаче.

Спецификация приема имеет вид "тип(оценка)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "не(известно(результат))", "конец(или(не(известно( $a$ )) не(известно( $q$ )) не(известно( $p$ ))не(известно( $b$ )) не(контекст(значения(равно(умножение( $c$  расстояние( $CE$ )) умножение( $d$  расстояние( $AE$ ))))известно( $c$  известно( $d$ ))))))", "не(равно( $AC$ ))", "усм(актив(прямая( $CD$ )))", "не(равно( $CD$ ))", "усм(актив(прямая( $BE$ )))", "не(равно( $BE$ ))", "усм(актив(расстояние( $AD$ )))", "усм(актив(расстояние( $BD$ )))", "усм(актив(расстояние( $BF$ )))", "усм(актив(расстояние( $EF$ )))", "не(равно( $AD$ ))", "не(равно( $BD$ ))", "не(равно( $AE$ ))", "не(равно( $CE$ ))", "не(равно(терм(прямая( $AB$ )) терм(прямая( $AC$ ))))". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 8.

- ii. Соотношение пропорциональности с известными коэффициентами связывает два числовых атома.

- A. Соотношение пропорциональности с известными коэффициентами связывает два числовых атома.

Пример:

$$\forall_{ABCDEF}(\text{окружность}(AB)\text{вписана в фигура}(FCDE) \ \& \ \text{квадрат}(FCDE) \rightarrow 2l(AE) = \sqrt{2}l(CD))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование.



Спецификация приема имеет вид "тип(кортеж)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 5 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "не(известно(результат))", "не(равно( $A E$ ))", "не(равно( $C D$ ))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 4.

- В. Вывод из соотношения пропорциональности для двух неизвестных числовых атомов, имеющего известные коэффициенты, другого соотношения пропорциональности с известными коэффициентами.

Пример:

$$\forall_{ABCDab}(\angle(ABD) = \angle(DBC) \ \& \ D \in \text{прямая}(AC) \ \& \ al(AB) = bl(BC) \ \& \ \text{разныеточки}(A, C) \ \& \ \text{разныепрямые}(\text{прямая}(AB), \text{прямая}(BC)) \rightarrow bl(CD) = al(AD))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Выражения  $a, b$  не содержат неизвестных, а результаты обработки нормализаторами общей стандартизации числовых атомов  $l(AB), l(BC)$  - содержат.

Спецификация приема имеет вид "тип(оглавление)", "пропорция( $n$ )", где  $n$  - номер антецедента, представляющего собой соотношение пропорциональности, обрабатываемое пакетным синтезатором "пропорциональны". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 5 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "не(известно(результат))", "известно( $b$ )", "известно( $a$ )", "проверка(не(известно(терм(расстояние( $AB$ ))))3)", "проверка(не(известно(терм(расстояние( $BC$ ))))3)", "усм(актив(прямая( $AC$ )))", "не(равно( $A C$ ))", "усм(актив(расстояние( $AB$ )))", "усм(актив(расстояние( $BC$ )))", "не(усм(принадлежит( $D$  прямая( $AB$ ))))", "не(усм(принадлежит( $C$  прямая( $BA$ ))))", "не(усм(принадлежит( $C$  прямая( $BD$ ))))", "не(равно( $C D$ ))", "не(равно( $A D$ ))", "не(равно(терм(прямая( $AB$ )) терм(прямая( $BC$ ))))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 3.

- С. Соотношение пропорциональности с известными коэффициентами связывает два числовых атома, хотя бы один из которых - старый.

$$\forall_{ABCDEFabpq}(D \in \text{отрезок}(AB) \ \& \ bl(AD) = al(BD) \ \& \ E \in \text{отрезок}(AC) \ \& \ F \in \text{прямая}(CD) \ \& \ F \in \text{прямая}(BE) \ \& \ pl(BF) = ql(EF) \ \& \ \text{разныепрямые}(\text{прямая}(AB), \text{прямая}(AC)) \ \& \ \text{разныеточки}(A, C) \rightarrow (aq - bp)l(CE) = bpl(AE))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Хотя бы одно из расстояний  $l(CE), l(AE)$  уже рассматривается в задаче. Выражения  $a, b, p, q$  не содержат неизвестных. Синтезатор "пропорциональны" не усматривает пропорциональности расстояний  $CE, AE$ .

Спецификация приема имеет вид "тип(подцель)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 5 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "или(усм(

актив(расстояние( $CE$ ))) усм(актив(расстояние( $AE$ ))))", "известно( $a$ )", "известно( $q$ )", "известно( $p$ )", "известно( $b$ )", "не(равно( $A C$ )))", "усм(актив(прямая( $CD$ )))", "не(равно( $C D$ )))", "усм(актив(прямая( $BE$ )))", "не(равно( $B E$ )))", "усм(актив(расстояние( $AD$ )))", "усм(актив(расстояние( $BD$ )))", "усм(актив(расстояние( $BF$ )))", "усм(актив(расстояние( $EF$ )))", "не(равно( $A D$ )))", "не(равно( $B D$ )))", "не(равно( $A E$ )))", "не(равно( $C E$ )))", "не(равно(терм(прямая( $AB$ )) терм(прямая( $AC$ ))))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

- Д. Соотношение пропорциональности с известными коэффициентами позволяет определить числовой атом.

Пример:

$$\forall_{ABCDEFGab}(\text{актив(окружность}(AB)) \ \& \ C \in \text{окружность}(AB) \ \& \ D \in \text{окружность}(AB) \ \& \ E \in \text{окружность}(AB) \ \& \ F \in \text{окружность}(AB) \ \& \ G \in \text{прямая}(CD) \ \& \ G \in \text{прямая}(EF) \ \& \ al(CE) = bl(DF) \ \& \ \text{разныепрямые}(\text{прямая}(CD), \text{прямая}(EF)) \rightarrow al(EG) = bl(DG))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Хотя бы одно из расстояний  $l(EG)$ ,  $l(DG)$  известно. Выражения  $a, b$  также известны. Выводимое соотношение содержит неизвестные. Расстояния  $CE$ ,  $DF$  уже рассматриваются в задаче.

Спецификация приема имеет вид "тип(терм)". Могут добавляться элементы "значения( $n$ )", указывающие номера антецедентов, обрабатываемых пакетным синтезатором. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "или(известно(терм(расстояние( $EG$ ))) известно(терм(расстояние( $DG$ ))))", "не(известно(результат))", "известно( $a$ )", "известно( $b$ )", "не(равно( $C D$ )))", "не(равно( $C E$ )))", "не(равно( $C F$ )))", "не(равно( $D E$ )))", "не(равно( $D F$ )))", "не(равно( $E F$ )))", "усм(актив(прямая( $CD$ )))", "усм(актив(прямая( $EF$ )))", "усм(актив(расстояние( $CE$ )))", "усм(актив(расстояние( $DF$ )))", "не(равно( $E G$ )))", "не(равно( $D G$ )))", "не(равно(терм(прямая( $CD$ )) терм(прямая( $EF$ ))))". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

- Е. Соотношение пропорциональности позволяет определить заданный числовой атом.

Пример:

$$\forall_{ABCDEF}(l(AB) = l(AC) \ \& \ \text{прямая}(AD) \perp \text{прямая}(BC) \ \& \ D \in \text{отрезок}(BC) \ \& \ E \in \text{отрезок}(AB) \ \& \ F \in \text{отрезок}(AC) \ \& \ l(DE) = l(DF) \ \& \ \text{актив}(\angle(EDF)) \rightarrow 2\angle(EDA) = \angle(EDF))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Угол  $EDF$  известен.

Спецификация приема имеет вид "тип(нормплоскость)", "терм( $t$ )", где  $t$  - определяемый числовой атом. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 5 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "конец(известно(терм(

угол( $EDF$ )))", "усм(актив(прямая( $AD$ )))", "не(равно( $A D$ ))", "усм(актив(прямая( $BC$ )))", "не(равно( $B C$ ))", "не(равно( $A B$ ))", "не(равно( $A C$ ))", "усм(актив(прямая( $DE$ )))", "усм(актив(прямая( $DF$ )))", "не(равно( $B D$ ))", "не(равно( $C D$ ))", "не(равно( $A E$ ))", "не(равно( $B E$ ))", "не(равно( $A F$ ))", "не(равно( $C F$ ))", "не(усм(принадлежит( $f$  прямая( $DE$ ))))". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

- F. Соотношение пропорциональности с известными коэффициентами связывает заданный новый числовой атом со старым числовым атомом.

Пример:

$$\forall_{ABCp}(\text{актив}(l(AC)) \ \& \ \text{актив}(l(BC)) \ \& \ B \in \text{отрезок}(AC) \ \& \ C \in \text{прямая}(AB) \ \& \ pl(AC) = ql(BC) \rightarrow l(AB) = (q - p)l(AC)/q)$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Выражения  $p, q$  не содержат неизвестных. Расстояние  $AB$  в задаче пока не рассматривается.

Спецификация приема имеет вид "тип(выражения)", "терм( $t$ )", где  $t$  - старый числовой атом. Могут добавляться элементы "значения( $n$ )", указывающие на антецеденты, обрабатываемые пакетными синтезаторами. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания  $\bar{5}$  и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "не(контекст(усм(актив(расстояние( $AB$ )))))", "известно( $q$ )", "известно( $p$ )", "не(равно( $A C$ ))", "усм(актив(прямая( $AB$ )))", "не(равно( $A B$ ))", "не(равно( $B C$ ))". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

- G. Соотношение пропорциональности с известными коэффициентами связывает заданный атом "неизв" с другим атомом.

Пример:

$$\forall_{ABCDEFGH}(\text{окружность}(EF) \text{вписана в фигура}(CABD) \ \& \ \text{прямая}(AB) \parallel \text{прямая}(CD) \ \& \ \text{прямая}(GH) \perp \text{прямая}(AB) \ \& \ G \in \text{прямая}(AB) \ \& \ H \in \text{прямая}(CD) \rightarrow 2l(EF) = l(GH))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Числовой атом  $l(EF)$  имеет тип "неизв".

Спецификация приема имеет вид "тип(путихождения)", "терм( $t$ )", где  $t$  - числовой атом "неизв". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания  $\bar{5}$  и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "неизв(терм(расстояние( $EF$ )))", "усм(актив(расстояние( $EF$ )))", "усм(актив(прямая( $AB$ )))", "не(равно( $A B$ ))", "усм(актив(прямая( $CD$ )))", "не(равно( $C D$ ))", "усм(актив(прямая( $GH$ )))", "не(равно( $G H$ ))", "не(равно(терм(прямая( $AB$ )) терм(прямая( $CD$ ))))", "не(равно( $E F$ ))". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

Н. Соотношение пропорциональности "существопропорц" с известными коэффициентами.

Пакетный индикатор "существопропорц" усматривает ценные соотношения пропорциональности между двумя расстояниями. Например, соотношение пропорциональности для длин лежащих на общей прямой оснований двух треугольников с общей вершиной, если рассматривается площадь одного из них. Пример:

$$\forall_{ABCDab}(\angle(ABD) = \angle(DBC) \ \& \ D \in \text{прямая}(AC) \ \& \ \text{разныеточки}(A, C) \ \& \ al(AB) = bl(BC) \ \& \ \text{разныепрямые}(\text{прямая}(AB), \text{прямая}(BC)) \rightarrow bl(CD) = al(AD))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Выводимое соотношение имеет тип "существопропорц". Выражения  $a, b$  не содержат неизвестных.

Спецификация приема имеет вид "тип(схематипосылок)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 5 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "неизв(терм(расстояние( $EF$ )))", "не(известно(результат))", "конец(легковидеть(существопропорц(фикс( $l(CD)$ ) фикс( $l(AD)$ ))))", "известно( $b$ )", "известно( $a$ )", "усм(актив(прямая( $AC$ )))", "не(равно( $A C$ ))", "усм(актив(расстояние( $AB$ )))", "усм(актив(расстояние( $BC$ )))", "не(усм(принадлежит( $D$  прямая( $AB$ ))))", "не(усм(принадлежит(прямая( $BA$ ))))", "не(усм(принадлежит( $C$  прямая( $BD$ ))))", "не(равно( $C D$ ))", "не(равно( $A D$ ))", "не(равно(терм(прямая( $AB$ )) терм(прямая( $BC$ ))))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

iii. Соотношение пропорциональности связывает заданный числовой атом со старым.

А. Соотношение пропорциональности связывает заданный числовой атом со старым.

Пример:

$$\forall_{ABCDEFGH}(\text{трапеция}(ABCD) \ \& \ \text{окружность}(EF) \ \text{вписана в фигура}(ABCD) \ \& \ H \in \text{прямая}(BC) \ \& \ G \in \text{прямая}(AD) \ \& \ \text{прямая}(AD) \perp \text{прямая}(HG) \rightarrow l(HG) = 2l(EF))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Числовой атом  $EF$  уже рассматривается в задаче.

Спецификация приема имеет вид "тип(нормвариант)", "терм( $t$ )", где  $t$  - заданный атом. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 5 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "не(известно(результат))", "усм(актив(расстояние( $EF$ )))", "усм(актив(прямая( $BC$ )))", "не(равно( $B C$ ))", "усм(актив(прямая( $AD$ )))", "не(равно( $A D$ ))", "усм(актив(прямая( $HG$ )))", "не(равно( $G H$ ))", "не(равно( $E F$ ))". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 2.

- В. Соотношение пропорциональности для двух старых числовых атомов.

Пример:

$$\forall_{ABCDEab}(\text{актив}(l(BD)) \ \& \ \text{актив}(l(AB)) \ \& \ B \in \text{отрезок}(AD) \ \& \ \text{прямая}(DE) \parallel \text{прямая}(BC) \ \& \ C \in \text{прямая}(AE) \ \& \ al(AB) = bl(AC) \ \& \ \text{разныепрямые}(\text{прямая}(AD), \text{прямая}(AE)) \rightarrow al(BD) = bl(CE))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Числовые атомы  $l(BD)$ ,  $l(CE)$  уже рассматриваются в задаче.

Спецификация приема имеет вид "тип(преобразователь)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "альтернатива(тип(доказать) не(константа(результат)) не(известно(результат)))", "усм(актив(расстояние(CE)))", "не(равно(AD))", "усм(актив(прямая(DE)))", "не(равно(DE))", "усм(актив(прямая(BC)))", "не(равно(BC))", "усм(актив(прямая(AE)))", "не(равно(AE))", "не(равно(AB))", "не(равно(BD))", "не(равно(терм(прямая(DE)) терм(прямая(BC))))", "не(равно(CE))", "не(равно(терм(прямая(AD)) терм(прямая(AE))))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 16.

- С. Соотношение пропорциональности связывает заданный числовой атом с численными параметрами.

Пример:

$$\forall_{ABCDE}(l(BD) = l(AD) \ \& \ l(BE) = l(EC) \ \& \ B \in \text{прямая}(AD) \ \& \ B \in \text{прямая}(EC) \ \& \ \text{разныеточки}(A, B) \ \& \ \text{разныеточки}(B, C) \rightarrow l(AC) = 2l(DE))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Расстояние  $l(DE)$  либо известно, либо выражено через численные неизвестные внешней задачи на описание.

Спецификация приема имеет вид "тип(логсвязка)", "терм( $t$ )", где  $t$  - заданный числовой атом (в нашем примере -  $l(AC)$ ). Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 5 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "контекст(равно(x1 терм(расстояние(DE)))или(известно(x1) внешнеизв(x1)))", "не(известно(результат))", "усм(актив(расстояние(DE)))", "усм(актив(прямая(AD)))", "не(равно(AD))", "усм(актив(прямая(EC)))", "не(равно(CE))", "не(равно(AC))", "не(равно(DE))", "не(равно(AB))", "не(равно(BC))". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

- Д. Соотношение пропорциональности для двух числовых атомов, один из которых - старый, а другой - новый существенный.

Пример:

$$\forall_{ABCD}(\angle(CAD) = \angle(DAB) \ \& \ \text{однасторона}(C, D, \text{прямая}(AB)) \ \& \ \text{разныепрямые}(\text{прямая}(AB), \text{прямая}(AC)) \rightarrow \angle(BAC) = 2\angle(DAB))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Пакетный индикатор "существом" усматривает, что атом  $BAC$  можно связать с числовыми атомами, входящими в уравнения с численными неизвестными.

Спецификация приема имеет вид "тип(переменная)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "не(контекст(усм(актив(угол( $BAC$ )))))", "легковидеть(существом(угол( $BAC$ )))", "не(усм(принадлежит( $D$  прямая( $AC$ ))))", "не(усм(принадлежит( $B$  прямая( $AC$ ))))", "не(усм(принадлежит( $B$  прямая( $AD$ ))))", "не(равно(терм(прямая( $AB$ )) терм(прямая( $AC$ ))))". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

(с) Вывод явного выражения для значения невырожденного числового атома.

i. Вывод явного выражения для значения числового атома.

Пример:

$$\forall_{ABCDEab}(D \in \text{окружность}(AB) \ \& \ E \in \text{окружность}(AB) \ \& \\ D \in \text{отрезок}(CE) \ \& \ bl(DE) = cl(CD) \ \& \ \text{актив}(\angle(ECA)) \ \& \ \angle(ECA) = \\ a \ \& \ \text{актив}(\text{окружность}(AB)) \rightarrow \angle(DAE) = \pi - 2 \arctg((2b/c + 1) \text{tg } a))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Выражения  $a, b, c$  не содержат неизвестных, числовой атом  $\angle(DAE)$  - содержит.

Спецификация приема имеет вид "тип(частичныйответ)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "известно( $b$ )", "известно( $c$ )", "известно( $a$ )", "не(известно(терм(угол( $DAE$ ))))", "не(равно( $D E$ ))", "не(равно( $C E$ ))", "не(равно( $C D$ ))", "не(усм(принадлежит( $A$  прямая( $CE$ ))))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 8.

ii. Вывод явного выражения для значения старого числового атома.

Пример:

$$\forall_{ABC}(\text{актив}(\angle(BAC)) \rightarrow \frac{l(BC)}{\sqrt{l(AB)^2 + l(AC)^2 - 2l(AB)l(AC) \cos \angle(BAC)}} =$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Расстояния  $AC, AB$  и угол  $BAC$  известны. Расстояние  $BC$  уже рассматривается в задаче, но не известно.

Спецификация приема имеет вид "тип(метатерм)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 9 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "усм(актив( $l(AB)$ ))", "усм(актив( $l(AC)$ ))", "известно(терм( $l(AB)$ ))", "известно(терм( $l(AC)$ ))", "известно(терм( $\angle(BAC)$ ))", "усм(актив( $l(BC)$ ))", "не(известно(терм( $l(BC)$ )))", "не(усм(принадлежит( $C$  прямая( $AB$ ))))", "не(равно( $B C$ ))", "не(равно( $A B$ ))", "не(равно( $A C$ ))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 2.

- iii. Вывод явного выражения для значения текущего числового атома.

Пример:

$$\forall_{abcdmn}(d = a + b \ \& \ \text{уголмежду}(a, b) = c \ \& \ \text{длина}(a) = m \ \& \ \text{длина}(b) = n \rightarrow \text{длина}(d) = \sqrt{m^2 + n^2 + 2mn \cos c})$$

В первом антецеденте рассматривается векторная сумма. Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Попытка его применения инициируется усмотрением подвыражения "длина( $d$ )". Выражения  $c, m, n$  известны, длина вектора  $d$  - неизвестна.

Спецификация приема имеет вид "тип(номероперанда)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "известно( $m$ )", "известно( $n$ )", "известно( $c$ )", "не(известно(терм(длина( $d$ ))))". Создается также указатель "контрольвывода(длина( $d$ ))". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 11.

- iv. Вывод явного выражения для значения невырожденного числового атома "неизв".

Пример:

$$\forall_{ABCpqr}(\text{прямая}(AC) \perp \text{прямая}(BC) \ \& \ \text{актив}(\angle(BAC)) \ \& \ l(AC) = m \ \& \ m = pr/su \ \& \ l(AB) = qr/tu \rightarrow \angle(BAC) = \arccos(pt/qs))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Третий антецедент идентифицируется с посылкой, четвертый и пятый - выделены указателем "идентификатор". Выражения  $p, q, s, t$  не содержат неизвестных. Числовой атом " $\angle(BAC)$ " имеет тип "неизв". Выражение  $l(AB)$  уже рассматривается в задаче.

Спецификация приема имеет вид "тип(выпуклавниз)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "известно( $q$ )", "известно( $t$ )", "известно( $p$ )", "известно( $s$ )", "неизв(терм(угол( $BAC$ )))", "усм(актив(прямая( $AC$ )))", "не(равно( $AC$ )))", "усм(актив(прямая( $BC$ )))", "не(равно( $BC$ )))", "усм(актив(прямая( $AB$ )))", "не(усм(принадлежит( $C$  прямая( $AB$ ))))". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 5.

- v. Усмотрение константного значения числового атома.

А. Усмотрение константного значения числового атома.

Пример:

$$\forall_{ABC}(\text{прямая}(AB) \perp \text{прямая}(BC) \ \& \ l(AC) = 2l(AB) \rightarrow \angle(ACB) = \pi/6)$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование.

Спецификация приема имеет вид "тип(возведениевстепень)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3 и

вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "не(равно(терм(угол( $ACB$ ))терм(дробь( $\pi$  6))))", "усм(актив(прямая( $AB$ )))", "не(равно( $A B$ ))", "усм(актив(прямая( $BC$ )))", "не(равно( $B C$ ))", "усм(актив(расстояние( $AC$ )))", "усм(актив(расстояние( $AB$ )))". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 5.

- V. Усмотрение константного значения текущего числового атома.

Пример:

$$\forall_{abc}(a = \text{вектумнож}(b, c) \rightarrow \text{уголмежду}(a, b) = \pi/2)$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Попытка его применения инициируется усмотрением подвыражения "уголмежду( $a, b$ )". Антецедент идентифицируется с посылкой.

Спецификация приема имеет вид "тип(квазиперемнная)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 2 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "не(равно(терм(уголмежду(вектумнож( $b, c$ ),  $c$ )) терм(дробь( $\pi$  2))))". Создается также указатель "контрольвывода(уголмежду( $a, b$ ))". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 4.

- C. Усмотрение константного значения старого числового атома.

Пример:

$$\forall_{ABCD}(\text{квадрат}(ABCD) \& \text{актив}(\angle(ABD)) \rightarrow \angle(ABD) = \pi/4)$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование.

Спецификация приема имеет вид "тип(тангенс)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "усм(актив(прямая( $AB$ )))", "усм(актив(прямая( $BD$ )))", "не(усм(принадлежит( $D$  прямая( $AB$ )))". Последние три фильтра избыточны. Тем не менее, прием будет вполне работоспособен.

Число приемов данного типа - 6.

- D. Усмотрение константного значения числового атома, косвенно связанного с выделенными в задаче объектами.

Пример:

$$\forall_{ABCD}(\text{квадрат}(ABCD) \& \text{актив}(\text{прямая}(BD)) \rightarrow \angle(CBD) = \pi/4)$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование.

Спецификация приема имеет вид "тип(наборчленов)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "усм(актив(прямая( $BC$ )))", "не(равно( $B D$ ))". Последний фильтр избыточен, но на работоспособности приема это не сказывается.



Число приемов данного типа - 1.

(d) Выражение невырожденного числового атома через более простые числовые атомы.

i. Выражение текущего числового атома через более простые числовые атомы.

Пример:

$$\forall_{ABCD}(\text{прямоугольник}(ABCD) \rightarrow S(\text{фигура}(ABCD)) = l(AB)l(BC))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Попытка его применения инициируется при усмотрении подвыражения " $S(\text{фигура}(ABCD))$ ". Специальный комментарий блокирует повторные попытки выражения площади.

Спецификация приема имеет вид "тип(усмцелое)", "терм( $t$ )", где  $t$  - текущий числовой атом. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "или(тип(доказать)тип(исследовать))", "не(равно( $A B$ ))", "не(равно( $B C$ ))". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 27.

ii. Выбор наилучшего выражения текущего числового атома через более простые атомы.

A. Выбор наилучшего выражения текущего числового атома через более простые атомы.

Иногда для "сложного" числового атома существует несколько различных выражений через более простые атомы. Например, для площади треугольника имеются различные формулы - через длину высоты и сторону, через длины двух сторон и угол между ними, через длины трех сторон и т.п. Чтобы выбрать наилучший для текущей ситуации способ, используется специальный механизм. Приемы снабжаются двумя уровнями срабатывания - предварительным и основным. На предварительном уровне вводится оценка целесообразности использования данного приема, сохраняемая в комментариях. На основном уровне прием убеждается, что его оценка не хуже оценок других версий, и лишь тогда срабатывает. Более приоритетной считается версия с меньшим значением оценки. В данном разделе собраны приемы именно таких типов. Начинаем с общего типа; выбор того или иного его подтипа осуществляется доводчиком генератора приемов в процессе примерки на задачах. Пример:

$$\forall_{ABCD}(\text{прямая}(AB) \perp \text{прямая}(CD) \ \& \ D \in \text{прямая}(AB) \rightarrow 2S(\text{фигура}(ABC)) = l(AB)l(CD))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Попытка его применения инициируется при усмотрении подвыражения " $S(\text{фигура}(ABC))$ ". Имеется два уровня срабатывания - 1 и 2. Указатель "оценка(1 треугольник фигура( $ABC$ ) 2)" определяет ввод оценки 2 на уровне 1. На уровне 2 происходит принятие решения о срабатывании, если другие приемы для площади треугольника не предложили оценку 1.

Спецификация приема имеет вид "тип(отборприемов)", "терм( $t$ )", "оценка(...)". Здесь  $t$  - текущий числовой атом. Элемент "оценка(...)" непосредственно переносится в указатели. Справочник "заголовокприема" указывает уровни срабатывания 1,2 и вводит фильтры "или(тип(доказать)тип(исследовать))", "усм(актив(прямая( $AB$ )))", "усм(актив(прямая( $CD$ )))", "не(равно( $C D$ ))", "не(равно( $A B$ ))". Создаются также указатели "контрольвывода( $S$ (фигура( $ABC$ )))" и указатель "оценка(1 треугольник фигура( $ABC$ ) 2)". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 6.

- В. Выбор наилучшего выражения текущего числового атома через более простые атомы, если хотя бы один из них выражен через известные параметры.

На данный момент глубина вложенности подпунктов превысила разумные лимиты. Чтобы не нарушать структуры дерева типов приемов, созданного в логической системе и используемого доводчиком генератора приемов, перейдем к альтернативной их нумерации: после буквы будут расположены несколько номеров, отделенных точками.

- В.1. Выбор наилучшего выражения текущего числового атома через более простые атомы, если хотя бы один из них выражен через известные параметры.

В качестве примера рассмотрим прием, теорема которого совпадает с теоремой приема из предыдущего пункта. Дополнительно требуется, чтобы хотя бы одно из расстояний  $l(AB)$ ,  $l(CD)$  было известно. В этом случае используется указатель "оценка(1 треугольник фигура( $ABC$ ) 1)".

Спецификация приема имеет вид "тип(переходник)", "терм( $t$ )", "оценка(...)". Справочник "заголовокприема" указывает уровни срабатывания 1,2 и вводит фильтры "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "или(известно(терм(расстояние( $AB$ )))известно(терм(расстояние( $CD$ ))))", "усм(актив(прямая( $AB$ )))", "усм(актив(прямая( $CD$ )))", "не(равно( $C D$ ))", "не(равно( $A B$ ))". Создаются также указатели "контрольвывода( $S$ (фигура( $ABC$ )))" и "оценка(1 треугольник фигура( $ABC$ ) 1)". Требуется доработка.

- В.2. Выбор наилучшего выражения текущего числового атома через более простые атомы и через известные параметры.

Пример:

$$\forall_{ABC} a (l(AB) = l(AC) \ \& \ \angle(BAC) = a \rightarrow 2S(\text{фигура}(ABC)) = l(AB)^2 \sin a)$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Попытка его применения инициируется при усмотрении подвыражения " $S$ (фигура( $ABC$ ))". Антецеденты выделены указателем "идентификатор". Выражение  $a$  не содержит неизвестных. Проверяется, что угол при основании не равен  $\pi/3$ , так как

для равностороннего треугольника имеется другой прием. Уровни срабатывания - 1 и 2. Оценка равна 2.

Спецификация приема имеет вид "тип(сбросмодуля)", "терм( $t$ )", "оценка(...)". Справочник "заголовокприема" указывает уровни срабатывания 1,2 и вводит фильтры "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "известно( $a$ )", "не(усм(принадлежит( $C$  прямая( $AB$ ))))", "не(равно( $A B$ ))". Создаются также указатели "контрольвывода( $S$ (фигура( $ABC$ )))" и "оценка(1 треугольник фигура( $ABC$  2))". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 1.

В.3. Выбор наилучшего выражения текущего числового атома через более простые старые атомы и через заданный известный атом.

Пример:

$$\forall_{ABCDE}(\text{параллелограмм}(ABCD) \ \& \ E \in \text{прямая}(BD) \ \& \ E \in \text{прямая}(AC) \ \& \ \text{актив}(\angle(BEA)) \rightarrow 2S(\text{фигура}(ABCD)) = l(AC)l(BD) \sin(\angle(BEA)))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Попытка его применения иницируется при усмотрении подвыражения " $S$ (фигура( $ABCD$ ))". Угол  $BEA$  известен, расстояния  $BD$  и  $AC$  уже рассматриваются в задаче. Уровни срабатывания - 1 и 2. Оценка равна 1.

Спецификация приема имеет вид "тип(заменафильтра)", "терм( $t$ )", "оценка(...)", "известно( $r$ )". Здесь  $t$  - текущий числовой атом,  $r$  - известный числовой атом. Справочник "заголовокприема" указывает уровни срабатывания 1,2 и вводит фильтры "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "усм(актив(расстояние( $AC$ )))", "усм(актив(расстояние( $BD$ )))", "известно(терм(угол( $BEA$ )))", "усм(актив(прямая( $BD$ )))", "не(равно( $B D$ ))", "усм(актив(прямая( $AC$ )))", "не(равно( $A C$ ))", "усм(актив(прямая( $BE$ )))", "усм(актив(прямая( $AE$ )))", "не(усм(принадлежит( $A$  прямая( $BE$ )))". Создаются также указатели "контрольвывода( $S$ (фигура( $ABCD$ )))" и "оценка(1 параллелограмм фигура( $ABCD$ ) 1)". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 1.

В.4. Выбор наилучшего выражения текущего числового атома через более простые старые атомы, один из которых выделен как известный, причем среди оставшихся атомов (включая исходный) имеется еще хотя бы один известный атом.

В.4.1. Выбор наилучшего выражения текущего числового атома через более простые старые атомы, один из которых выделен как известный, причем среди оставшихся атомов (включая исходный) имеется еще хотя бы один известный атом.

Пример:

$$\forall_{ABC}(\text{актив}(\angle(BAC)) \rightarrow 2S(\text{фигура}(ABC)) = l(AB)l(AC) \times \sin(\angle(BAC)))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Попытка его применения инициируется при усмотрении подвыражения " $S(\text{фигура}(ABC))$ ". Угол  $BAC$  известен. Хотя бы один из числовых атомов  $S(\text{фигура}(ABC))$ ,  $l(AB)$ ,  $l(AC)$  тоже известен. Расстояния  $AC$ ,  $AB$  же рассматриваются в задаче. Уровни срабатывания - 3 и 4, оценка равна 2.

Спецификация приема имеет вид "тип(вхождениепеременной)", "терм( $t$ )", "оценка(...)", "известно( $r$ )". Здесь  $t$  - текущий числовой атом,  $r$  - известный числовой атом. Справочник "заголовокприема" указывает уровни срабатывания 3,4 и вводит фильтры "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "конец(известно(терм(угол( $BAC$ ))))", "конец(или(известно(терм( $S(\text{фигура}(ABC))$ ))) известно(терм( $l(AB)$ ))) известно(терм( $l(AC)$ )))", "усм(актив(расстояние( $AB$ )))", "усм(актив(расстояние( $AC$ )))", "усм(актив(прямая( $AB$ )))", "усм(актив(прямая( $AC$ )))", "не(усм(принадлежит( $C$  прямая( $AB$ ))))", "не(равно( $A B$ ))", "не(равно( $A C$ ))". Создаются также указатели "контрольвывода( $S(\text{фигура}(ABC))$ )" и "оценка(3 треугольник фигура( $ABC$ ) 2)". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 1.

В.4.2. Выбор наилучшего выражения текущего числового атома через более простые известные атомы.

Пример:

$$\forall ABCa(l(AB) = l(AC) \ \& \ \angle(ABC) = a \rightarrow 2S(\text{фигура}(ABC)) = l(AB)^2 \sin(2a))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Попытка его применения инициируется при усмотрении подвыражения " $S(\text{фигура}(ABC))$ ". Антецеденты выделены указателем "идентификатор". Выражения  $a$  и  $l(AB)$  не содержат неизвестных. Отбрасывается случай равнобедренного треугольника, для которого имеется отдельный прием. Уровни срабатывания - 1 и 2, оценка равна 2.

Спецификация приема имеет вид "тип(заменапеременной)", "терм( $t$ )", "оценка(...)". Здесь  $t$  - текущий числовой атом. Справочник "заголовокприема" указывает уровни срабатывания 1,2 и вводит фильтры "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "известно(терм( $l(AB)$ ))", "известно( $a$ )", "не(усм(принадлежит( $C$  прямая( $AB$ ))))", "не(равно( $A B$ ))". Создаются также указатели "контрольвывода( $S(\text{фигура}(ABC))$ )" и "оценка(1 треугольник фигура( $ABC$ ) 2)". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 2.

- С. Выбор наилучшего выражения текущего числового атома через более простые старые атомы, каждый из которых либо известен, либо имеет тип "неизв".

Пример:

$$\forall_{ABC}(\text{актив}(\angle(BAC)) \rightarrow 2S(\text{фигура}(ABC)) = l(AB)l(AC) \times \sin(\angle(BAC)))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Попытка его применения инициируется при усмотрении подвыражения " $S(\text{фигура}(ABC))$ ". Среди числовых атомов " $S(\text{фигура}(ABC))$ ", " $l(AB)$ ", " $l(AC)$ ", " $\angle(BAC)$ " имеется не более одного не известного, не имеющего типа "неизв". Хотя бы один из них не известен. Расстояния  $l(AB)$  и  $l(AC)$  уже рассматриваются в задаче. Уровни срабатывания - 3 и 4, оценка равна 3.

Спецификация приема имеет вид "тип(четнаяфункция)", "терм( $t$ )", "оценка(...)". Справочник "заголовокприема" указывает уровни срабатывания 3,4 и вводит фильтры "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "усм(актив(расстояние( $AB$ )))", "усм(актив(расстояние( $AC$ )))", "конец(числатомы(набор(терм( $S(\text{фигура}(ABC))$ )), терм( $l(AB)$ ), терм( $l(AC)$ ), терм( $\angle(BAC)$ )) новатом)", "усм(актив(прямая( $AB$ )))", "усм(актив(прямая( $AC$ )))", "не(усм(принадлежит( $C$  прямая( $AB$ ))))", "не(равно( $A B$ ))", "не(равно( $A C$ ))". Создаются также указатели "контрольвывода( $S(\text{фигура}(ABC))$ )" и "оценка(3 треугольник фигура( $ABC$ ) 3)". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 1.

- D. Выбор наилучшего выражения текущего числового атома через более простые старые атомы, если хотя бы один из рассматриваемых атомов выражен через численные параметры.

В качестве примера рассмотрим прием, теорема которого - та же, что в предыдущем пункте. Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Попытка его применения инициируется при усмотрении подвыражения " $S(\text{фигура}(ABC))$ ". Среди числовых атомов " $S(\text{фигура}(ABC))$ ", " $l(AB)$ ", " $l(AC)$ ", " $\angle(BAC)$ " имеется хотя бы один, либо известный, либо имеющий тип "внешнеизв". Расстояния  $l(AB)$  и  $l(AC)$  уже рассматриваются в задаче. Уровни срабатывания - 3 и 4, оценка равна 3.

Спецификация приема имеет вид "тип(стандследствие)", "терм( $t$ )", "оценка(...)". Справочник "заголовокприема" указывает уровни срабатывания 3,4 и вводит фильтры "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "конец(числатомы(равно( $x1$  набор(терм( $S(\text{фигура}(ABC))$ )), терм( $l(AB)$ ), терм( $l(AC)$ ), терм( $\angle(BAC)$ ))) входит( $x2 x1$ ) или(известно( $x2$ ) внешнеизв( $x2$ )))", "усм(актив(расстояние( $AB$ )))", "усм(актив(расстояние( $AC$ )))", "усм(актив(прямая( $AB$ )))", "усм(актив(прямая( $AC$ )))", "не(усм(принадлежит( $C$  прямая( $AB$ ))))", "не(равно( $A B$ ))", "не(равно( $A C$ ))". Создаются также указатели "контрольвывода( $S(\text{фигура}(ABC))$ )" и "оценка(3 треугольник фигура( $ABC$ ) 3)". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 1.

- (e) Вывод выражения невырожденного числового атома через численные параметры.
- i. Вывод выражения невырожденного числового атома через численные параметры.

Пример:

$$\forall_{abx}(\text{длина}(a) = x \ \& \ a + b = \text{вектор}0 \rightarrow \text{длина}(b) = x)$$

Операция сложения векторная. Антецеденты идентифицируются с посылками. Выражение  $x$  не имеет невырожденных числовых атомов.

Спецификация приема имеет вид "тип(различимы)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 2 и вводит фильтры "посылка", "не(контекст(числовойатом( $x$  х4) не(переменная( $x$ 4))))". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 2.

- ii. Вывод выражения текущего невырожденного числового атома через численные параметры.

Пример:

$$\forall_{PXm}(\text{дисперсия}(X, P) = m \rightarrow \text{среднквадроткл}(X, P) = \sqrt{m})$$

Прием применяется в задачах на исследование. Попытка его применения инициируется усмотрением подвыражения "среднквадроткл( $X, P$ )". Антецедент идентифицируется с посылкой. Выражение  $m$  не содержит невырожденных числовых атомов.

Спецификация приема имеет вид "тип(обозначпеременных)", "терм( $t$ )", где  $t$  - текущий атом. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 2 и вводит фильтры "тип(исследовать)", "не(контекст(числовойатом( $m$  х2)не(переменная( $x$ 2))))". Создается также указатель "контрольвывода(среднквадроткл( $X, P$ ))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 3.

- (f) Вывод уравнения для численных параметров нечислового объекта.

Пример:

$$\forall_{ABfg}(\text{плотнраспред}(A, B) = \lambda_t(f(t), g(t)) \ \& \ \text{матожидание}(A, B) = a \rightarrow a = \int_{-\infty}^{\infty} tf(t)dt)$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Оба антецедента идентифицируются с посылками. Хотя бы одно из выражений  $a$ ,  $f(t)$  содержит неизвестные. Ни одно из них не содержит невырожденных числовых атомов.

Спецификация приема имеет вид "тип(прогртерм)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 2 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "или(не(известно( $a$ )) не(известно( $f(t)$ )))", "не(контекст(список( $x$ 2  $a$   $f(t)$ ) числовойатом( $x$ 2 х3)не(переменная( $x$ 3))))". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 5.

- (g) Вывод стандартизирующего равенства, сводящего текущий невырожденный числовой атом к однотипному атому.

Пример:

$$\forall_{abcdpqxy}([x + a, b] = p \ \& \ [b, x + c] = q \rightarrow \text{длина}(q) = c - a - \text{длина}(p))$$

Прием применяется в задачах на доказательство либо на исследование. Попытка его применения инициируется усмотрением подвыражения "длина( $q$ )". Выражение "длина( $p$ )" уже встречается в посылках. Выражения  $a, c$  не имеют невырожденных числовых атомов. Заметим, что прием был создан для задач по физике, причем  $p, q$  - два последовательных временных промежутка.

Спецификация приема имеет вид "тип(доопределение)", "терм( $t$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 2 и вводит фильтры "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "контекст(посылка( $x_5$ ) вхождениетерма( $x_5$  длина( $p$ )))", "не(контекст(список( $x_5$   $a$   $c$ ) числовойатом( $x_5$   $x_6$ )не(переменная( $x_6$ )))". Создается также указатель "контрольвывода(длина( $q$ ))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 3.

- (h) Использование специального нормализатора для вычисления значения числового атома.

Пример:

$$\forall_{ABCarpq}(\text{актив}(S(\text{фигура}(ABC))) \ \& \ S(\text{фигура}(ABC)) = a \ \& \ S(\text{фигура}(ABC)) = p \ \& \ p = q \rightarrow S(\text{фигура}(ABC)) = q)$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Первый антецедент идентифицируется с посылкой, остальные - выделены указателем "идентификатор". Второй и третий антецеденты просто присваивают терм " $S(\text{фигура}(ABC))$ " переменным  $a$  и  $p$ . Затем  $a$  обрабатывается (для использования в фильтрах) нормализатором общей стандартизации "нормплощадь", а  $p$  - обрабатывается в четвертом антецеденте нормализатором "вычплощадь", предпринимающим попытку вычисления площади из соотношений пропорциональности. Нормализатор "нормплощадь" ограничивается попыткой усмотрения величины площади, явно задаваемой равенством из посылок. Проверяется, что  $a$  содержит неизвестные, а  $q$  - не содержит. Числовой атом  $S(\text{фигура}(ABC))$  имеет тип "неизв". Проверяется наличие в посылках равенства, задающего значение какой-либо площади. Без этого обращение к нормализатору "вычплощадь" не имеет смысла.

Спецификация приема имеет вид "тип(числзначение)", "оператор( $R$ )", "антецедент( $i$ )". Здесь  $R$  - используемый нормализатор,  $i$  - номер непосредственно реализуемого антецедента. Используются также элементы "см(...)" и "указатель(...)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4, вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать)тип(исследовать))", "известно( $q$ )", "проверка(не(известно(терм( $a$ )))4)". Добавляются фильтры и указатели согласно элементам "см(...)" и "указатель(...)". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 2.

- (i) Вывод следствия уравнений с числовыми атомами.

- i. Вывод из уравнения нового уравнения для невырожденных числовых атомов, представляющих интерес в текущем контексте.

Пример:

$$\forall_{STapqr}(T = [p, q] \& S = [r, q] \& r \in T \& \text{длина}([p, r]) = a \rightarrow \text{длина}(S) = \text{длина}(T) - a)$$

Прием применяется в задачах на исследование. Выражения  $a, p, r$  не содержат невырожденных числовых атомов. Прием был создан для задач по физике, причем  $S, T$  - временные промежутки.

Спецификация приема имеет вид "тип(замена знака)", "антецедент( $i$ )", где  $i$  - номер антецедента, идентифицируемого с уравнением. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "тип(исследовать)", "не(контекст(список( $x_2 a p r$ ) числовой-атом( $x_2 x_3$ ) не(переменная( $x_3$ ))))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

- ii. Исключение числового атома при выводе линейной комбинации двух уравнений.

Пример:

$$\forall_{ABabcd}(al(AB) = b \& cl(AB) + d = 0 \rightarrow ad + bc = 0)$$

Прием применяется в задачах на исследование. Выражения  $a, c$  не содержат невырожденных числовых атомов, не имеющих заголовка "крд". Каждое из выражений  $b, d$  содержит только такие невырожденные числовые атомы, которые входят в другое. Ни одно из них не содержит атом  $l(AB)$ .

Спецификация приема имеет вид "тип(узлыоглавления)", "символы( $s$ )", где  $s$  - список символов, допустимых в качестве заголовков невырожденных числовых атомов, встречающихся в коэффициентах при исключаемом атоме. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 5 и вводит фильтры "посылка", "тип(исследовать)", "не(контекст(список( $x_5 a c$ ) числовой-атом( $x_5 x_6$ ) не(переменная( $x_6$ )) не(заголовок( $x_6$  крд))))", "не(контекст(числовой-атом( $d x_5$ ) не(переменная( $x_5$ )) не(вхождениетерма( $b x_5$ ))))", "не(контекст(числовой-атом( $b x_5$ ) не(переменная( $x_5$ )) не(вхождениетерма( $d x_5$ ))))", "не(контекст(вхождениетерма( $d$  фикс(1 1 2))))", "не(контекст(вхождениетерма( $b$  фикс(1 1 2))))". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

- iii. Вывод следствия двух уравнений, позволяющего исключить некоторый невырожденный числовой атом первого уравнения.

Пример:

$$\forall_{ABmnqrs}(nl(AB)r = s \& m(l(AB)^2)r = q \rightarrow msl(AB) = nq)$$

Прием применяется в задачах на исследование, имеющих цель "известно". Выражение  $r$  имеет невырожденный числовой атом, отличный от  $l(AB)$  и не входящий в терм  $s$ . Выражения  $m, n, q$  не имеют невырожденных числовых атомов.



Спецификация приема имеет вид "тип(нормменьшеилиравно)", "переменная( $x$ )", где  $x$  - единственная переменная заменяющего терма, которая может быть идентифицирована с термом, содержащим невырожденные числовые атомы. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания  $\delta$  и вводит фильтры "тип(исследовать)", "цель(известно)", "контекст(числовойатом( $r$   $x1$ ) не(переменная( $x1$ )) не(равно( $x1$  фикс(1 1 2))) не(вхождениетерма( $s$   $x1$ )))", "не(контекст(список( $x1$   $m$   $n$   $q$ ) числовойатом( $x1$   $x2$ ) не(переменная( $x2$ ))))", "не(равно( $A$   $B$ ))". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 1.

- iv. Вывод следствия двух уравнений, имеющего единственный числовой атом, если исходное уравнение имело более одного такого атома.

Пример:

$$\forall_{abcde fghij} (i = gd \ \& \ h = ga \ \& \ h \sin j + b = c \ \& \ i \cos j + e = f \rightarrow a^2 g^2 d^2 - a^2 (f - e)^2 - d^2 (c - b)^2 = 0)$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Два последних антецедента идентифицируются с посылками, два первых - выделены указателем "идентификатор". Выражение  $j$  содержит неизвестные. Выражения  $b, c, e, f, h, i$  в совокупности содержат ровно один не известный числовой атом. Выражение  $j$  имеет не известный числовой атом, не входящий ни в одно из выражений  $b, c, e, f, h, i$ .

Спецификация приема имеет вид "тип(большаядуга)", "переменная( $x$ )", "антецедент( $m$ )", "антецедент( $n$ )". Здесь  $x$  - переменная, идентифицируемая с термом, содержащим исключаемый числовой атом;  $m, n$  - номера антецедентов, идентифицируемых с уравнениями. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания  $\delta$  и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "не(известно( $j$ ))", "длинатекста(перечисление(список( $x11$   $b$   $c$   $e$   $f$   $h$   $i$ ) числовойатом( $x11$   $x12$ ) не(известно( $x12$ )) терм( $x12$ ))1)", "контекст(числовойатом( $j$   $x11$ ) не(известно( $x11$ )) не(контекст(список( $x12$   $b$   $c$   $e$   $f$   $h$   $i$ ) вхождениетерма( $x12$   $x11$ ))))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

- v. Вывод численного уравнения из двух уравнений с невырожденными числовыми атомами.

Пример:

$$\forall_{abcde f p q} (a + b = de \ \& \ (a + b)f = c \ \& \ dp = q \rightarrow cp - qef = 0)$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Два последних антецедента идентифицируются с посылками, первый - выделен указателем "идентификатор". Выражения  $c, e, f, p, q$  не имеют не известных невырожденных числовых атомов. Каждое слагаемое суммы  $a + b$  имеет тригонометрический аргумент, содержащий невырожденный не известный числовой атом. Выражение  $d$  имеет не известный невырожденный числовой атом. Выражение  $dp$  имеет тригонометрическую операцию. Выражения  $c, q$  ненулевые. Выводимое уравнение содержит неизвестные.

Спецификация приема имеет вид "тип(внешконъюнкция)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 7 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "не(контекст(список( $x_7$   $c e f p q$ ) числовойатом( $x_7$   $x_8$ ) не(известно( $x_8$ )) не(переменная( $x_8$ ))))", "не(известно(результат))". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 1.

- vi. Вывод следствия более чем двух уравнений для исключения неизвестных подвыражений.

Пример:

$$\forall_{abcdefpqr}(a-b+d = p \ \& \ b-c+e = q \ \& \ c-a+f = r \rightarrow d+e+f = p+q+r)$$

Прием применяется в задачах на исследование, имеющих цель "известно". Выражения  $a, b, c$  и выводимое уравнение содержат неизвестные.

Спецификация приема имеет вид "тип(простымножители)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 9 и вводит фильтры "тип(исследовать)", "цель(известно)", "не(известно(результат))", "не(известно( $a$ ))", "не(известно( $b$ ))", "не(известно( $c$ ))". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

- (j) Вывод следствий из численных уравнений.

В данном подразделе рассматриваются приемы, выводящие следствия из уравнений безотносительно к наличию или отсутствию в них невырожденных числовых атомов.

- i. Вывод следствия нескольких численных уравнений, более простого относительно некоторой неизвестной.

Пример:

$$\forall_{abcdefgh}(ag + b = c \ \& \ ah + d = e \ \& \ f = bh - dg - ch + eg \rightarrow f = 0)$$

Прием применяется в задачах на исследование. Первые два антецедента идентифицируются с послылками, третий выделен указателем "идентификатор". Указатель "контекст" определяет дополнительную идентификацию неизвестной  $x$ , входящей в каждое из выражений  $b, d$ , причем такой, по которой каждое из них линейно. Относительно этой неизвестной выражение  $a$  нелинейно; выражения  $g, h$  не содержат  $x$ . Правая часть третьего антецедента обрабатывается нормализаторами "нормплюс", "стандплюс", "уравнплюс". Результат  $f$  содержит неизвестную  $x$  и линейен по ней. Он содержит не более двух неизвестных.

Спецификация приема имеет вид "тип(станд)". Добавлены элементы "см(...)" и "указатель(...)", характеризующие приведенный выше контекст срабатывания. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 8 и вводит фильтр "тип(исследовать)". Остальные фильтры и указатели просто переносятся из спецификации. Это не означает, что требуется доработка справочника, так как контекст срабатывания был понятен уже приему программирующего логического вывода, создававшему данную теорему. Он и должен был предложить элементы "см", "указатель".

Число приемов данного типа - 1.

- ii. Вывод из нескольких уравнений уравнения для численных параметров, в котором исключено сложное неизвестное подвыражение.

Пример:

$$\forall_{abcde fghij} (i = gd \ \& \ h = ga \ \& \ h \sin j + b = c \ \& \ i \cos j + e = f \rightarrow a^2 g^2 d^2 - a^2 (f - e)^2 - d^2 (c - b)^2 = 0)$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Два последних антецедента идентифицируются с посылками, первые два - выделены указателем "идентификатор". Выражение  $j$  содержит неизвестные. Выражения  $b, c, e, f, h, i$  не содержат тригонометрических операций с неизвестными аргументами.

Спецификация приема имеет вид "тип(количествооперандов)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 10 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать)тип(исследовать))", "не(контекст(список(x11 a b c d e f g) числовойатом(x11 x12) не(известно(x12)) не(переменная(x12))))", "не(известно(результат))". Как программирующий вывод, так и данный справочник для этого типа приемов не прорабатывались.

Число приемов данного типа - 2.

- iii. Вывод следствия из численного уравнения, ориентированного на сближение с другим уравнением.

Пример:

$$\forall_{abcde} (a \log_b c + d = e \rightarrow c^a b^d = b^e)$$

Прием применяется в задачах на исследование. Выражение  $d$  содержит неизвестные. В посылках уже встречается выражение вида  $b^X$ , где  $X$  содержит неизвестные. Внутри выражения  $d$  отсутствует неизвестный логарифм, расположенный внутри степенного выражения.

Спецификация приема имеет вид "тип(стмногочлена)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 5 и вводит фильтры "тип(исследовать)", "корень", "конец(не(контекст(числовойатом(корень x6) не(переменная(x6))))))". Он не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 5.

- iv. Применение нормализатора стандартной формы к неизвестной части численного уравнения для вывода следствия.

Пример:

$$\forall_{abcdep} (p = a(b + c) + d \ \& \ a(b + c) + d = e \rightarrow p = e)$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Второй антецедент идентифицируется с посылкой, первый выделен указателем "идентификатор". Его правая часть обрабатывается нормализаторами "стандплюс" и "нормплюс", в результате чего происходит раскрытие скобок. Сумма  $b + c$  содержит неизвестные.

Спецификация приема имеет вид "тип(центр)". Добавляется элемент "см(...)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 13, вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать)тип(исследовать))" и переносит фильтры из элемента "см". Он не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 1.

- v. Вывод следствия из двух численных уравнений для исключения неизвестной.

Пример:

$$\forall_{abcdefghij}(i = gd \ \& \ h = ga \ \& \ h \sin j + b = c \ \& \ i \cos j + e = f \rightarrow a^2 g^2 d^2 - a^2 (f - e)^2 - d^2 (c - b)^2 = 0)$$

Прием применяется в задачах на исследование. Выражение  $j$  содержит неизвестную, не встречающуюся в выражениях  $b, c, e, f, h, i$ . Два последних антецедента идентифицируются с посылками, не содержащими невырожденных числовых атомов. Первые два антецедента выделены указателем "идентификатор". Хотя бы одно из выражений  $b, c, e, f, h, i$  содержит неизвестные. Данный тип приема более мотивирован, чем основанный на той же теореме прием, приведенный выше. Поэтому его уровень срабатывания меньше.

Спецификация приема имеет вид "тип(нормсужение)", "переменная( $j$ )", "антецедент(3)", "антецедент(4)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 2 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать)тип(исследовать))", "не(известно( $j$ ))", "контекст(неизвестная( $x11$ ) входит( $x11$   $x10$ ) не(контекст(список( $x12$   $b$   $c$   $e$   $f$   $h$   $i$ ) входит( $x11$   $x12$ ))))", "не(контекст(числовойатом(фикс(3) $x11$ ) не(переменная( $x11$ ))))", "не(контекст(числовойатом(фикс(3) $x11$ ) не(переменная( $x11$ ))))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

- vi. Вывод следствия из численных уравнений, подготавливающий возможность разгруппировки неизвестных, заключенных в одном сложном подвыражении.

Пример:

$$\forall_{abcd}(a + b = 0 \ \& \ c + d = 0 \rightarrow ac - bd = 0)$$

Прием применяется в задачах на исследование, имеющих более одной неизвестной. Антецеденты идентифицируются с посылками, не имеющими невырожденных числовых атомов. Каждое из выражений  $a, c$  представляет собой произведение синуса либо косинуса на известный коэффициент. Аргументы этих синуса или косинуса имеют вид  $A + B$ ,  $A - B$ , где оба выражения  $A, B$  содержат неизвестные, причем ни одна неизвестная не входит в них одновременно.

Спецификация приема имеет вид "тип(Сигнум)". Справочник "заголовокприема" ограничивается указанием уровня срабатывания 1 и вводом фильтра "тип(исследовать)". Он не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 1.

- vii. Извлечение из нескольких численных уравнений явного выражения для неизвестной.

Пример:

$$\forall_{abx}(0 < x + \pi \ \& \ 0 \leq \pi - x \ \& \ \neg(c = 0) \ \& \ \sin x = a \ \& \ c \cos x = b \rightarrow x = \text{Sg}(a) \cdot \arccos(b/c))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Последние два антецедента идентифицируются с посылками, первые три - обрабатываются проверочными операторами. Выражение  $x$  содержит неизвестные, а выражения  $a, b$  не содержат. Выражение  $x$  не имеет невырожденных числовых атомов.

Спецификация приема имеет вид "тип(независят)", "неизвестная( $x$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 2 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать)и(тип(исследовать) цель(известно)))", "не(известно( $x$ ))", "не(контекст(числовойатом( $x$  x4) не(переменная(x4))))", "известно( $a$ )", "известно( $b$ )", "известно( $c$ )". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

- viii. Вывод следствия из численных уравнений, в котором неизвестные группируются под одной сложной операцией.

Пример:

$$\forall_{abcdefghijk} (h = ba \ \& \ i = ea \ \& \ h \sin j \cos k + c = d \ \& \ i \cos j \sin k + f = g \rightarrow abe \sin(j - k) + ce - bf = de - bg)$$

Прием применяется в задачах на исследование. Два последних антецедента идентифицируются с посылками, не содержащими невырожденных числовых атомов. Два первых антецедента выделены указателем "идентификатор". Выражения  $j, k$  содержат неизвестные.

Спецификация приема имеет вид "тип(упрощвариант)", "антецедент(3)", "антецедент(4)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит фильтры "тип(исследовать)", "не(контекст(числовойатом(фикс(3) x12) не(переменная(x12))))", "не(контекст(числовойатом(фикс(4) x12) не(переменная(x12))))". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 4

3. Общий случай вывода равенств для невырожденных числовых атомов (симметричные типы).

В этом и следующем подразделах глубина вложенности дерева подтипов настолько велика, что приходится использовать альтернативную запись иерархии подпунктов. Каждый подпункт будет обозначаться последовательностью номеров, отделенных точками. Отступы с левой стороны страницы везде будут одинаковыми.

Приводимый ниже список типов может показаться чрезвычайно избыточным. Возникает естественное желание сократить его хотя бы до одного-двух десятков. Какие-то типы вообще связаны с единственным приемом. Однако, надо понимать, каким образом данный список возникал. Новый тип приема создавался лишь в тех ситуациях, когда других способов объяснить, как полезное срабатывание выделяется на фоне множества бесполезных или даже ломающих ход решения, попросту не было. Во всяком случае, это сделало данный список хотя бы полезной информацией о контекстах принятия решений в потоке реальных задач. Можно представить себе программу автоматической доводки

на примерах, которая использовала бы его как источник стандартных шаблонов, позволяющий возможно более точным образом выработать эвристические решающие правила. Кроме того, речь здесь идет только о настройке режима решения задач "в лоб". Если развивать альтернативный режим, использующий небольшие локальные переборы для отбора наиболее ценного срабатывания, то число типов приемов можно было бы резко сократить. Впрочем, и решение задач при этом замедлилось бы. Целесообразно использовать оба режима, прибегая ко второму при неудаче первого. Преимущество первого подхода состоит в том, что "индивидуальные" для данного типа фильтры приема обычно располагаются в начале ЛОС-программы и резко усиливают отсеечение ненужных попыток, существенно ускоряя работу решателя. При втором подходе эта возможность утрачивается.

В данном разделе собраны типы, у которых все входящие в теорему приема невырожденные числовые атомы рассматриваются в фильтрах симметричным образом - ни один из них специально не выделяется. В следующем разделе будут собраны типы, где один или несколько атомов играют в фильтрах особую роль.

### 3.1. Общий случай соотношения для числовых атомов.

Это - случай неограниченного использования теоремы приема. Остальные типы данного раздела - его подтипы. Нужный подтип определяется в процессе доводки приема на задачах. Как правило, возникают несколько разных версий приема, срабатывающих на разных уровнях. Пример приема данного типа:

$$\forall_{ABCDE}(l(AB) = l(BC) \ \& \ l(AB) = l(AC) \ \& \ \text{окружность}(DE) \ \text{вписана в фигура}(ABC) \rightarrow 2\sqrt{3}l(DE) = l(AC))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Последний антецедент идентифицируется с посылкой, первые два - выделены указателем "идентификатор".

Спецификация приема имеет вид "тип(родобъекта)". Справочник "заголовок-приема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "не(равно(D E))", "не(равно(A C))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 18.

### 3.2. Соотношение для старых числовых атомов.

#### 3.2.1. Соотношение для старых числовых атомов.

Пример:

$$\forall_{ABC}(\text{актив}(l(AB)) \ \& \ B \in \text{отрезок}(AC) \rightarrow l(AC) = l(AB) + l(BC))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Числовые атомы  $l(AB)$ ,  $l(AC)$ ,  $l(BC)$  уже рассматриваются в задаче. Выводимое равенство содержит неизвестные.

Спецификация приема имеет вид "тип(род)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "усм(актив(расстояние(AC)))", "усм(актив(расстояние(BC)))", "не(известно(результат))", "не(равно(A C))", "не(равно(A B))", "не(равно(B C))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 71.

3.2.2. Соотношение связывает два старых атома через известные параметры.

Пример:

$$\forall_{ABCDE}(B \in \text{прямая}(AD) \ \& \ E \in \text{прямая}(AC) \ \& \ \text{прямая}(AC) \perp \text{прямая}(DE) \ \& \ \text{прямая}(AD) \perp \text{прямая}(BC) \rightarrow l(AE)l(BC) = l(AB)l(DE))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Числовые атомы  $l(AE)$ ,  $l(BC)$ ,  $l(AB)$ ,  $l(DE)$  уже рассматриваются в задаче. Какие-то два из них известны. Выводимое равенство содержит неизвестные.

Спецификация приема имеет вид "тип(планиметрия)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "не(известно(результат))", "усм(актив(расстояние(AE)))", "усм(актив(расстояние(BC)))", "усм(актив(расстояние(AB)))", "усм(актив(расстояние(DE)))", "конец(числатомы(набор(терм(расстояние(AE)) терм(расстояние(BC)) терм(расстояние(AB)) терм(расстояние(DE))) и(актив(2) известно(2))))", "усм(актив(прямая(AD)))", "не(равно(A D))", "усм(актив(прямая(AC)))", "не(равно(A C))", "усм(актив(прямая(DE)))", "не(равно(D E))", "усм(актив(прямая(BC)))", "не(равно(B C))", "не(равно(A E))", "не(равно(A B))". Этого достаточно.

3.2.3. Связь старого атома с численными параметрами.

3.2.3.1. Соотношение связывает старый числовой атом с численными параметрами.

Пример:

$$\forall_{ABCDE}(\text{актив(окружность}(AB)) \ \& \ C \in \text{окружность}(AB) \ \& \ D \in \text{окружность}(AB) \ \& \ E \in \text{отрезок}(CD) \rightarrow l(CE)l(ED) = l(AB)^2 - l(AE)^2)$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Расстояния  $l(CE)$ ,  $l(ED)$ ,  $l(AB)$ ,  $l(AE)$  уже рассматриваются в задаче. Хотя бы три из них выразимы через численные параметры задачи (известные либо неизвестные). Выводимое равенство содержит неизвестные.

Спецификация приема имеет вид "тип(целаячасть)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "не(известно(результат))", "усм(актив(расстояние(CE)))", "усм(актив(расстояние(ED)))", "усм(актив(расстояние(AB)))", "усм(актив(расстояние(AE)))", "конец(числатомы(набор(терм(расстояние(

$CE))$  терм(расстояние( $ED$ )) терм(расстояние( $AB$ )) терм(расстояние( $AE$ ))) Числопред(актив)))", "не(равно( $C D$ ))", "не(равно( $C E$ ))", "не(равно( $D E$ ))", "не(равно( $A B$ ))", "не(равно( $A E$ ))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

3.2.3.2. Соотношение связывает числовой атом "неизв" с численными параметрами.

Пример:

$$\forall_{ABC}(\text{прямая}(AB) \perp \text{прямая}(AC) \ \& \ \text{актив}(\angle(ABC)) \rightarrow l(AC) = \sin(\angle(ABC))l(BC))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Расстояния  $l(AC)$ ,  $l(BC)$  уже рассматриваются в задаче. Хотя бы два из атомов  $l(AC)$ ,  $l(BC)$ ,  $\angle(ABC)$  выразимы через численные параметры задачи (известные либо неизвестные). Оставшийся атом имеет тип "неизв".

Спецификация приема имеет вид "тип(обобщантецедент)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "усм(актив(расстояние( $AC$ )))", "усм(актив(расстояние( $BC$ )))", "конец(числатомы(набор(терм(расстояние( $AC$ )) терм(угол( $ABC$ )) терм(расстояние( $BC$ ))) Числопред(неизв)))", "усм(актив(прямая( $AB$ )))", "не(равно( $A B$ ))", "усм(актив(прямая( $AC$ )))", "не(равно( $A C$ ))", "усм(актив(прямая( $BC$ )))", "не(усм(принадлежит( $C$  прямая( $AB$ ))))", "не(равно( $B C$ ))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 7.

3.2.3.3. Определение старого числового атома.

3.2.3.3.1. Определение старого числового атома.

В качестве примера рассмотрим прием, теорема которого - та же, что в предыдущем пункте. Расстояния  $l(AC)$ ,  $l(BC)$  уже рассматриваются в задаче. Хотя бы два из атомов  $l(AC)$ ,  $l(BC)$ ,  $\angle(ABC)$  уже известны.

Спецификация приема имеет вид "тип(стандменьшеилиравно)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 8 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "усм(актив(расстояние( $AC$ )))", "усм(актив(расстояние( $BC$ )))", "конец(числатомы(набор(терм(расстояние( $AC$ )) терм(угол( $ABC$ )) терм(расстояние( $BC$ ))) опред(актив)))", "усм(актив(прямая( $AB$ )))", "не(равно( $A B$ ))", "усм(актив(прямая( $AC$ )))", "не(равно( $A C$ ))", "усм(актив(прямая( $BC$ )))", "не(усм(принадлежит( $C$  прямая( $AB$ ))))", "не(равно( $B C$ ))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 18.

3.2.3.3.2. Определение числового атома "неизв".



Пример:

$$\forall_{ABC}(l(AB) = l(BC) \ \& \ \text{актив}(\angle(ABC)) \ \& \ \text{разныеточки}(A, C) \ \& \ \text{актив}(\angle(BAC)) \rightarrow 2\angle(BAC) + \angle(ABC) = \pi)$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Один из атомов  $\angle(BAC)$ ,  $\angle(ABC)$  известен, другой - имеет тип "неизв".

Спецификация приема имеет вид "тип(нормусп)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 6 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "конец(числатомы(набор(терм(угол( $BAC$ )) терм(угол( $ABC$ ))) опред(неизв)))", "усм(актив(прямая( $AB$ )))", "усм(актив(прямая( $BC$ )))", "не(усм(принадлежит( $C$  прямая( $AB$ ))))", "не(равно( $A$   $C$ ))". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 22.

3.2.4. Соотношение для старых числовых атомов, среди которых имеется атом "Неизв".

Напомним, что выражение  $t$  в задаче на исследование имеет тип "Неизв", если либо оно содержит неизвестную внешней задачи на описание, либо имеет общий невырожденный числовой атом с уравнением, содержащим неизвестную внешней задачи на описание, либо существует уравнение, включающее такие невырожденные числовые атомы, один из которых входит в  $t$ , а другой - в уравнение, содержащее неизвестную внешней задачи на описание. Это - расширение типа "неизв".

3.2.4.1. Соотношение для старых числовых атомов, среди которых имеется атом "Неизв".

Пример:

$$\forall_{ABCD}(\angle(ACB) = \angle(ADB) \ \& \ \text{актив}(\angle(ABC)) \ \& \ \text{актив}(\angle(ABD)) \ \& \ \text{актив}(l(AC)) \ \& \ \text{актив}(l(AD)) \rightarrow l(AC) \sin(\angle(ABD)) = l(AD) \sin(\angle(ABC)))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Хотя бы один из числовых атомов  $\angle(ABC)$ ,  $\angle(ABD)$ ,  $l(AC)$ ,  $l(AD)$  имеет тип "Неизв".

Спецификация приема имеет вид "тип(вспомпараметр)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 7 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "конец(числатомы(набор(терм( $l(AC)$ ) терм( $\angle(ABD)$ ) терм( $l(AD)$ ) терм( $\angle(ABC)$ )) Неизв(1)))", "усм(актив(прямая( $AB$ )))", "усм(актив(прямая( $BC$ )))", "усм(актив(прямая( $BD$ )))", "не(усм(принадлежит( $C$  прямая( $AB$ ))))", "не(усм(принадлежит( $D$  прямая( $AB$ ))))", "не(равно( $A$   $C$ ))", "не(равно( $A$   $D$ ))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 4.

3.2.4.2. Соотношение для старых числовых атомов, среди которых имеется атом "неизв".

3.2.4.2.1. Соотношение для старых числовых атомов, среди которых имеется атом "неизв".

Пример:

$$\forall_{ABCD}(\text{трапеция}(ABCD) \ \& \ \text{актив}(\angle(BCD)) \ \& \ \text{актив}(\angle(ADC)) \rightarrow \angle(BCD) + \angle(ADC) = \pi)$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Хотя бы один из числовых атомов  $\angle(BCD)$ ,  $\angle(ADC)$  имеет тип "неизв".

Спецификация приема имеет вид "тип(узелраздела)". Справочник "заголовок-приема" указывает уровень срабатывания 8 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "конец(числатомы(набор(терм( $\angle(BCD)$ ) терм( $\angle(ADC)$ )) неизв(1)))", "усм(актив(прямая( $BC$ )))", "усм(актив(прямая( $CD$ )))", "усм(актив(прямая( $AD$ )))", "не(усм(принадлежит( $D$  прямая( $BC$ ))))", "не(усм(принадлежит( $C$  прямая( $AD$ ))))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 9.

3.2.4.2.2. Соотношение связывает числовые атомы "неизв" через известные параметры.

3.2.4.2.2.1. Соотношение связывает числовые атомы "неизв" через известные параметры.

Пример:

$$\forall_{ABC}(\text{прямая}(AB) \perp \text{прямая}(BC) \rightarrow l(AC)^2 = l(AB)^2 + l(BC)^2)$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Хотя бы один из числовых атомов  $\angle(BCD)$ ,  $\angle(ADC)$  имеет тип "неизв". В наборе  $l(AC)$ ,  $l(AB)$ ,  $l(BC)$  каждой числовой атом либо известен, либо имеет тип "неизв", причем хотя бы один имеет тип "неизв".

Спецификация приема имеет вид "тип(приоритет)". Справочник "заголовок-приема" указывает уровень срабатывания 5 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "усм(актив( $l(AC)$ ))", "усм(актив( $l(AB)$ ))", "усм(актив( $l(BC)$ ))", "конец(числатомы(набор(терм( $l(AC)$ ) терм( $l(AB)$ ) терм( $l(BC)$ )) смнеизв))", "усм(актив(прямая( $AB$ )))", "не(равно( $A B$ ))", "усм(актив(прямая( $BC$ )))", "не(равно( $B C$ ))", "не(равно( $A C$ ))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 10.

3.2.4.2.2.2. Соотношение связывает числовые атомы "неизв".

Пример:

$$\forall_{ABC}(\text{прямая}(AB) \perp \text{прямая}(AC) \ \& \ \text{актив}(\angle(ABC)) \rightarrow l(AB) = \cos(\angle(ABC))l(BC))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Числовые атомы  $l(AB)$ ,  $\angle(ABC)$ ,  $l(BC)$  имеют тип "неизв".

Спецификация приема имеет вид "тип(утверждение)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 5 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "усм(актив( $l(AB)$ ))", "усм(актив( $l(BC)$ ))", "конец(числатомы(набор(терм( $l(AB)$ ) терм( $\angle(ABC)$ ) терм( $l(BC)$ ) неизв(3)))", "усм(актив(прямая( $AB$ )))", "не(равно( $A B$ ))", "усм(актив(прямая( $AC$ )))", "не(равно( $A C$ ))", "усм(актив(прямая( $BC$ )))", "не(усм(принадлежит( $C$  прямая( $AB$ ))))", "не(равно( $B C$ ))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 3.

3.2.4.2.3. Соотношение связывает между собой два числовых атома "неизв" через известные параметры.

Пример:

$$\forall_{ABCD}(\text{прямая}(AB) \perp \text{прямая}(BC) \ \& \ \text{актив}(\angle(BAD)) \ \& \ \text{прямая}(DC) \parallel \text{прямая}(AB) \rightarrow l(BC) = \sin(\angle(BAD))l(AD))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Один из атомов  $l(BC)$ ,  $\angle(BAD)$ ,  $l(AD)$  известен, два других - имеют тип "неизв".

Спецификация приема имеет вид "тип(случай)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "усм(актив( $l(BC)$ ))", "усм(актив( $l(AD)$ ))", "конец(числатомы(набор(терм( $l(BC)$ ) терм( $\angle(BAD)$ ) терм( $l(AD)$ )) и(неизв(2) известно(1))))", "усм(актив(прямая( $AB$ )))", "не(равно( $A B$ ))", "усм(актив(прямая( $BC$ )))", "не(равно( $B C$ ))", "усм(актив(прямая( $AD$ )))", "не(усм(принадлежит( $D$  прямая( $AB$ ))))", "не(равно( $A D$ ))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 6.

3.2.4.2.3. Соотношение связывает старый числовой атом с атомами "неизв" и известными числовыми атомами.

3.2.4.2.3.1. Соотношение связывает старый числовой атом с атомами "неизв" и известными числовыми атомами.

Пример:

$$\forall_{ABC}(\text{актив}(\text{окружность}(AB)) \ \& \ C \in \text{окружность}(AB) \ \& \ \text{актив}(\angle(ABC)) \ \& \ \text{разныеточки}(B, C) \rightarrow l(BC) = 2l(AB) \cos(\angle(ABC)))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Не более чем один из атомов  $l(BC)$ ,  $\angle(ABC)$ ,  $l(AB)$  не известен и не имеет типа "неизв". Все эти атомы уже встречаются в задаче.

Спецификация приема имеет вид "тип(биссектриса)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 12 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "усм(актив( $l(BC)$ ))", "усм(актив( $l(A$

$B)))$ ", "конец(числатомы(набор(терм( $l(BC)$ ) терм( $l(AB)$ ) терм( $\angle(ABC)$ )) новатом))", "усм(актив(прямая( $AB$ )))", "усм(актив(прямая( $BC$ )))", "не(усм(принадлежит( $C$  прямая( $AB$ ))))", "не(равно( $B C$ ))", "не(равно( $A B$ ))". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

3.2.4.2.3.2. Соотношение связывает атом "неизв" со старым атомом через известные параметры.

3.2.4.2.3.2.1. Соотношение связывает атом "неизв" со старым атомом через известные параметры.

Пример:

$$\forall_{ABCD}(\text{прямая}(AB) \perp \text{прямая}(BC) \ \& \ \text{актив}(\angle(BAD)) \ \& \ \text{прямая}(DC) \parallel \text{прямая}(AB) \rightarrow l(BC) = \sin(\angle(BAD))l(AD))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Один из атомов  $l(BC)$ ,  $\angle(BAD)$ ,  $l(AD)$  известен, другой - уже встречается в задаче, третий - имеет тип "неизв".

Спецификация приема имеет вид "тип(пара)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "усм(актив( $l(BC)$ ))", "усм(актив( $l(AD)$ ))", "конец(числатомы(набор(терм( $l(BC)$ ) терм( $\angle(BAD)$ )терм( $l(AD)$ )) и(неизв(1) актив(1) известно(1))))", "усм(актив(прямая( $AB$ )))", "не(равно( $A B$ ))", "усм(актив(прямая( $BC$ )))", "не(равно( $B C$ ))", "усм(актив(прямая( $AD$ )))", "не(усм(принадлежит( $D$  прямая( $AB$ ))))", "не(равно( $A D$ ))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 4.

3.2.4.2.3.2.2. Соотношение связывает атом "внешнеизв" со старым атомом через известные параметры.

Напомним, что атом имеет тип "внешнеизв", если он не известен и не содержит неизвестных задачи на исследование, не являющихся неизвестными внешней задачи на описание. В случае геометрических задач это означает, что он выражен только через численные параметры - как известные, так и неизвестные. Пример:

$$\forall_{ABC}(\text{прямая}(AB) \perp \text{прямая}(BC) \rightarrow l(AC)^2 = l(AB)^2 + l(BC)^2)$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Один из атомов  $l(AC)$ ,  $l(AB)$ ,  $l(BC)$  известен, другой - уже встречается в задаче, третий - имеет тип "внешнеизв".

Спецификация приема имеет вид "тип(пара)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "усм(актив( $l(AC)$ ))", "усм(актив( $l(AB)$ ))", "усм(актив( $l(BC)$ ))", "конец(числатомы(набор(терм( $l(AC)$ ) терм( $l(AB)$ )терм( $l(BC)$ ))

) и(актив(1) внешнеизв(1) известно(1)))", "усм(актив(прямая(AB)))", "не(равно(A B))", "усм(актив(прямая(BC)))", "не(равно(B C))", "не(равно(A C))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 2.

3.2.4.2.3.3. Соотношение связывает два атома "неизв" со старым атомом через известные параметры.

Пример:

$$\forall_{ABC}(\text{актив}(\angle(BAC)) \& \text{актив}(l(AC)) \& \text{актив}(\angle(ABC)) \rightarrow \sin(\angle(BAC))l(AC) = \sin(\angle(ABC))l(BC))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Расстояние  $l(BC)$  уже рассматривается в задаче. Среди атомов  $\angle(BAC)$ ,  $l(AC)$ ,  $\angle(ABC)$ ,  $l(BC)$  имеется хотя бы один известный и хотя бы два, имеющих тип "неизв".

Спецификация приема имеет вид "тип(знаксуммы)". Справочник "заголовок-приема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "усм(актив( $l(BC)$ ))", "конец(числатомы(набор(терм( $\angle(BAC)$ ) терм( $l(AC)$ ) терм(угол( $ABC$ )) терм( $l(BC)$ ))) и(неизв(2) известно(1)))", "усм(актив(прямая(AB)))", "усм(актив(прямая(BC)))", "не(усм(принадлежит( $C$  прямая(AB))))", "не(равно(A C))", "не(равно(B C))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 3.

3.2.4.2.4. Соотношение связывает два атома "неизв" со старыми числовыми атомами.

Пример:

$$\forall_{ABCDEFG}(\text{актив}(\text{окружность}(AB)) \& C \in \text{окружность}(AB) \& D \in \text{окружность}(AB) \& E \in \text{окружность}(AB) \& F \in \text{окружность}(AB) \& G \in \text{прямая}(CD) \& G \in \text{прямая}(EF) \rightarrow l(CG)l(DG) = l(EG)l(GF))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Все атомы  $l(CG)$ ,  $l(DG)$ ,  $l(EG)$ ,  $l(GF)$  уже встречаются в задаче, причем среди них имеются хотя бы два атома типа "неизв".

Спецификация приема имеет вид "тип(минимум)". Справочник "заголовок-приема" указывает уровень срабатывания 10 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "усм(актив( $l(CG)$ ))", "усм(актив( $l(DG)$ ))", "усм(актив( $l(EG)$ ))", "усм(актив( $l(GF)$ ))", "конец(числатомы(набор(терм( $l(CG)$ ) терм( $l(DG)$ ) терм( $l(EG)$ ) терм( $l(GF)$ ))) и(неизв(2) актив(2)))", "не(равно(C D))", "не(равно(C E))", "не(равно(C F))", "не(равно(D E))", "не(равно(D F))", "не(равно(E F))", "усм(актив(прямая(CD)))", "усм(актив(прямая(EF)))", "не(равно(C G))", "не(равно(D G))", "не(равно(E G))", "не(равно(F G))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 2.

3.2.4.3. Соотношение связывает числовые атомы "Неизв" через известные параметры.

Пример:

$$\forall_{ABCD}(\text{прямая}(AB) \perp \text{прямая}(AC) \ \& \ D \in \text{прямая}(BC) \ \& \ \text{прямая}(AD) \perp \text{прямая}(BC) \rightarrow l(BD)l(BC) = l(AB)^2)$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Числовые атомы  $l(BD)$ ,  $l(BC)$ ,  $l(AB)$  уже встречаются в задаче, причем каждый из них либо известен, либо имеет тип "Неизв". Хотя бы один атом не известен.

Спецификация приема имеет вид "тип(Степень)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 5 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "усм(актив( $l(BD)$ ))", "усм(актив( $l(BC)$ ))", "усм(актив( $l(AB)$ ))", "конец(числатомы(набор(терм( $l(BD)$ )) терм( $l(BC)$ )) терм( $l(AB)$ )) смНеизв)", "усм(актив(прямая( $AB$ )))", "не(равно( $A B$ ))", "усм(актив(прямая( $AC$ )))", "не(равно( $A C$ ))", "усм(актив(прямая( $BC$ )))", "не(равно( $B C$ ))", "усм(актив(прямая( $AD$ )))", "не(равно( $A D$ ))", "не(равно( $B D$ ))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 5.

3.2.5. Соотношение пропорциональности для двух числовых атомов, встречающихся в уравнении со многими числовыми атомами.

Пример:

$$\forall_{ABC}(\text{прямая}(AB) \perp \text{прямая}(AC) \ \& \ \text{актив}(\angle(ABC)) \rightarrow l(AC) = \sin(\angle(ABC))l(BC))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Угол  $ABC$  либо известен, либо имеет тип "внешнеизв". Оба расстояния не известны. Иными словами, выражается через численные параметры. Выводимое соотношение, после обработки его подтермов нормализаторами общей стандартизации, превращается в соотношение пропорциональности для двух невырожденных числовых атомов, входящих в одно и то же уравнение текущей задачи на исследование и имеющее более двух невырожденных числовых атомов.

Спецификация приема имеет вид "тип(сдвигпеременных)", "терм( $t_1$ )", "терм( $t_2$ )". Здесь  $t_1$ ,  $t_2$  - не известные числовые атомы, для которых выводится соотношение пропорциональности. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 8 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "не(известно(терм( $l(AC)$ )))", "не(известно(терм( $l(BC)$ )))", "усм(актив( $l(AC)$ ))", "усм(актив( $l(BC)$ ))", "конец(контекст(равно(1 терм( $\angle(ABC)$ )) или(известно( $x_1$ ) внешнеизв( $x_1$ ))))", "конец(пропорцисключ(фикс(0 1)фикс(0 2)))", "не(известно(результат))", "усм(актив(прямая( $AB$ )))", "не(равно( $A B$ ))",

"усм(актив(прямая( $AC$ )))", "не(равно( $A C$ ))", "усм(актив(прямая( $BC$ )))", "не(усм(принадлежит( $C$  прямая( $AB$ ))))", "не(равно( $B C$ ))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

3.2.6. Соотношение пропорциональности, позволяющее получить численное уравнение.

Пример:

$$\forall_{ABC}(\text{актив}(\angle(BAC)) \ \& \ \text{актив}(l(AC)) \ \& \ \text{актив}(\angle(ABC)) \rightarrow \sin(\angle(BAC))l(AC) = \sin(\angle(ABC))l(BC))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Расстояние  $l(BC)$  уже встречается в задаче. Выводимое соотношение пропорциональности позволяет, в сочетании с некоторым уравнением текущей задачи, получить невырожденное уравнение для численных параметров. Последнее условие проверяется оператором "пропорцуравн".

Спецификация приема имеет вид "тип(блокзамен)". Справочник "заголовок-приема" указывает уровень срабатывания 8 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "усм(актив( $l(BC)$ ))", "конец(пропорцуравн(фикс(0 1) фикс(0 2)))", "не(известно(результат))", "не(усм(принадлежит( $C$  прямая( $AB$ ))))", "не(равно( $A C$ ))", "не(равно( $B C$ ))". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 5.

3.2.7. Соотношение для численных параметров, содержащее неизвестную.

Пример:

$$\forall_{ABC}(l(AB) = l(BC) \ \& \ \text{актив}(\angle(ABC)) \rightarrow 2l(AB) \sin(\angle(ABC)/2) = l(AC))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Расстояние  $l(AC)$  уже встречается в задаче. Все параметры выражений для числовых атомов  $l(AB)$ ,  $\angle(ABC)$ ,  $l(AC)$  численные.

Спецификация приема имеет вид "тип(фигура)". Справочник "заголовок-приема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "усм(актив( $l(AC)$ ))", "конец(числатомы(набор(терм( $l(AB)$ ) терм( $\angle(ABC)$ ) терм( $l(AC)$ ))Числпарам))", "усм(актив(прямая( $AB$ )))", "усм(актив(прямая( $BC$ )))", "не(усм(принадлежит( $C$  прямая( $AB$ ))))", "не(равно( $A B$ ))", "не(равно( $A C$ ))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 3.

3.2.8. Соотношение для старых атомов, содержащих целочисленную переменную.

Это редкий случай, когда составители планиметрической задачи решили заодно предложить целочисленное уравнение. Для активизации срабатываний в таких задачах пришлось создать специальный тип приема. Пример:

$$\forall_{ABCDE}(\text{актив}(l(AE)) \& \text{прямая}(AE) \perp \text{прямая}(BC) \& E \in \text{прямая}(BC) \& \text{прямая}(BD) \perp \text{прямая}(AC) \& D \in \text{прямая}(AC) \rightarrow l(AE)l(BC) = l(BD)l(AC))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Расстояния  $l(BC)$ ,  $l(BD)$ ,  $l(AC)$  уже рассматриваются в задаче. Хотя бы одно из выражений для атомов  $l(AE)$ ,  $l(BC)$ ,  $l(BD)$ ,  $l(AC)$  содержит переменную  $n$ , такую, что имеется посылка "целое( $n$ )".

Спецификация приема имеет вид "тип(расстояние)". Справочник "заголовок-приема" указывает уровень срабатывания 6 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "усм(актив( $l(BC)$ ))", "усм(актив( $l(BD)$ ))", "усм(актив( $l(AC)$ ))", "конец(контекст(равно( $x1$  набор(терм( $l(AE)$ )) терм( $l(BC)$ )) терм( $l(BD)$ )) терм( $l(AC)$ )))посылка( $x2$  вид( $x2$  целое( $x3$ )) контекст(входит( $x4$   $x1$ )входит( $x3$   $x4$ )))", "усм(актив(прямая( $AE$ )))", "не(равно( $A E$ ))", "усм(актив(прямая( $BC$ )))", "не(равно( $B C$ ))", "усм(актив(прямая( $BD$ )))", "не(равно( $B D$ ))", "усм(актив(прямая( $AC$ )))", "не(равно( $A C$ ))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

3.3. Соотношение связывает числовой атом с численными параметрами.

3.3.1. Соотношение связывает числовой атом с численными параметрами.

Пример:

$$\forall_{ABC}(\text{прямая}(AB) \perp \text{прямая}(BC) \rightarrow l(AC)^2 = l(AB)^2 + l(BC)^2)$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Все атомы набора  $l(AC)$ ,  $l(AB)$ ,  $l(BC)$ , кроме, быть может, одного, выразимы через численные параметры - известные либо неизвестные. Хотя бы один из этих атомов не известен.

Спецификация приема имеет вид "тип(множители)". Справочник "заголовок-приема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "конец(числатомы(набор(терм( $l(AC)$ )) терм( $l(AB)$ )) терм( $l(BC)$ )) Числопред(фикс))", "усм(актив(прямая( $AB$ )))", "не(равно( $A B$ ))", "усм(актив(прямая( $BC$ )))", "не(равно( $B C$ ))", "не(равно( $A C$ ))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 5.

3.3.2. Определение числового атома.

3.3.2.1. Определение числового атома.

Пример:

$$\forall_{ABC}(\text{прямая}(AB) \perp \text{прямая}(AC) \& \text{актив}(\angle(ABC)) \rightarrow l(AC) = \sin(\angle(ABC))l(BC))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Все атомы набора  $l(AC)$ ,  $l(AB)$ ,  $l(BC)$ , кроме одного, известны.



Спецификация приема имеет вид "тип(днф)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 5 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "конец(числатомы(набор(терм( $l(AC)$ ) терм( $\angle(AB C)$ ) терм( $l(BC)$ )) опред(фикс)))", "усм(актив(прямая( $AB$ )))", "не(равно( $A B$ ))", "усм(актив(прямая( $AC$ )))", "не(равно( $A C$ ))", "усм(актив(прямая( $BC$ )))", "не(усм(принадлежит( $C$  прямая( $AB$ ))))", "не(равно( $B C$ ))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 24.

### 3.3.2.2. Определение применимого числового атома.

Пример:

$$\forall_{ABCDE}(\text{окружность}(DE)\text{описана около фигура}(ABC) \ \& \ \text{актив}(l(AC)) \rightarrow 2 \sin(\angle(ABC))l(DE) = l(AC))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Два атома набора  $\angle(ABC)$ ,  $l(DE)$ ,  $l(AC)$  известны, третий - имеет тип "применимо". Напомним, что такой тип усматривается пакетным индикатором "применимо". Он означает возможность использования атома для получения численного уравнения.

Спецификация приема имеет вид "тип(задачи)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 10 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "конец(числатомы(набор(терм( $\angle(ABC)$ ) терм( $l(DE)$ ) терм( $l(AC)$ )) и(применимо(1) известно(2))))", "не(равно( $D E$ ))", "усм(актив(прямая( $AC$ )))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 4.

### 3.4. Уравнение, связывающее числовой атом с численными параметрами.

#### 3.4.1. Уравнение, связывающее числовой атом с численными параметрами.

Пример:

$$\forall_{ABCD}(\text{актив}(l(AD)) \ \& \ \text{актив}(l(AB)) \ \& \ \text{актив}(l(BC)) \ \& \ \text{актив}(l(CD)) \ \& B \in \text{отрезок}(AD) \ \& \ C \in \text{отрезок}(BD) \rightarrow l(AD) = l(AB) + l(BC) + l(CD))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Все числовые атомы выражений  $l(AD)$ ,  $l(AB)$ ,  $l(BC)$ ,  $l(CD)$ , кроме, быть может, одного, выразимы через численные параметры (известные либо неизвестные). Среди них имеется не известный атом. Здесь и далее, когда говорится о числовых атомах выражений, предполагается, что эти выражения уже обработаны нормализатором общей стандартизации.

Спецификация приема имеет вид "тип(прогробл)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 10 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "конец(Числатомы(набор(терм( $l(AD)$ ) терм( $l(AB)$ ) терм( $l(BC)$ ) терм( $l(CD)$ ) Числопред(фикс)))", "не(равно( $A D$ ))",

"не(равно( $B D$ ))", "не(равно( $A B$ ))", "не(равно( $B C$ ))", "не(равно( $C D$ ))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 2.

3.4.2. Уравнение, связывающее старый числовой атом с численными параметрами.

Пример:

$$\forall_{ABCDEFG}(\text{актив}(\text{окружность}(AB)) \& C \in \text{окружность}(AB) \& D \in \text{окружность}(AB) \& E \in \text{окружность}(AB) \& F \in \text{окружность}(AB) \& G \in \text{прямая}(CD) \& G \in \text{прямая}(EF) \rightarrow l(CG)l(DG) = l(EG)l(GF))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Все числовые атомы выражений  $l(CG)$ ,  $l(DG)$ ,  $l(EG)$ ,  $l(GF)$  уже встречаются в задаче. Все они, кроме, быть может, одного, выразимы через численные параметры (известные либо неизвестные). Среди них имеется не известный атом.

Спецификация приема имеет вид "тип(арксинус)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 10 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "усм(актив( $l(CG)$ ))", "усм(актив( $l(DG)$ ))", "усм(актив( $l(EG)$ ))", "усм(актив( $l(GF)$ ))", "конец(Числатомы(набор(терм( $l(CG)$ ) терм( $l(DG)$ ) терм( $l(EG)$ ) терм( $l(GF)$ ) Числопред(актив)))", "не(равно( $C D$ ))", "не(равно( $C E$ ))", "не(равно( $C F$ ))", "не(равно( $D E$ ))", "не(равно( $D F$ ))", "не(равно( $E F$ ))", "усм(актив(прямая( $CD$ )))", "усм(актив(прямая( $EF$ )))", "не(равно( $C G$ ))", "не(равно( $D G$ ))", "не(равно( $E G$ ))", "не(равно( $F G$ ))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

3.4.3. Уравнение для определения значения числового атома.

3.4.3.1. Уравнение для определения значения числового атома.

В качестве примера рассматриваем прием, теорема которого - та же, что в предыдущем пункте. Все числовые атомы выражений  $l(CG)$ ,  $l(DG)$ ,  $l(EG)$ ,  $l(GF)$ , кроме одного, известны.

Спецификация приема имеет вид "тип(выпуклавверх)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "конец(Числатомы(набор(терм( $l(CG)$ ) терм( $l(DG)$ ) терм( $l(EG)$ ) терм( $l(GF)$ ) опред))", "не(известно(результат))", "не(равно( $C D$ ))", "не(равно( $C E$ ))", "не(равно( $C F$ ))", "не(равно( $D E$ ))", "не(равно( $D F$ ))", "не(равно( $E F$ ))", "усм(актив(прямая( $CD$ )))", "усм(актив(прямая( $EF$ )))", "не(равно( $C G$ ))", "не(равно( $D G$ ))", "не(равно( $E G$ ))", "не(равно( $G F$ ))". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

3.4.3.2. Уравнение для определения значения применимого числового атома.

Пример:

$$\forall_{ABCab}(al(AC) = bl(BC) \ \& \ \text{актив}(\angle(ACB)) \ \& \ \text{разныеточки}(B, C) \rightarrow \sin(\angle(BAC))b = \sin(\angle(BAC) + \angle(ACB))a)$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Первый антецедент обрабатывается пакетным синтезатором, второй идентифицируется с посылкой. Выражения  $\angle(BAC)$ ,  $b$ ,  $\angle(ACB)$ ,  $a$  содержат ровно один неизвестный числовой атом. Он является применимым.

Спецификация приема имеет вид "усмрациональное". Справочник "заголовок-приема" указывает уровень срабатывания 8 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "конец(Числатомы(набор(терм( $\angle(BAC)$ ))  $b$  терм( $\angle(ACB)$ ))  $a$  применимо)", "не(известно(результат))", "усм(актив(расстояние( $AC$ )))", "усм(актив(расстояние( $BC$ )))", "не(усм(принадлежит( $B$  прямая( $AC$ ))))", "не(равно( $B C$ ))". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 1.

3.4.3.3. Уравнение для определения значения старого числового атома.

3.4.3.3.1. Уравнение для определения значения старого числового атома.

Пример:

$$\forall_{ABCD}(\text{прямая}(AB) \perp \text{прямая}(BC) \ \& \ D \in \text{отрезок}(AC) \ \& \ l(AB) = l(BD) \ \& \ \text{разныеточки}(A, D) \ \& \ \text{актив}(l(AD)) \ \& \ \text{актив}(l(AC)) \rightarrow l(AD)l(AC) = 2l(AB)^2)$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Выражения  $l(AD)$ ,  $l(AC)$ ,  $l(AB)$  содержат ровно один неизвестный числовой атом. Он уже встречается в задаче.

Спецификация приема имеет вид "тип(сборканабора)". Справочник "заголовок-приема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "конец(Числатомы(набор(терм( $l(AD)$ ), терм( $l(AC)$ ), терм( $l(AB)$ )) смактив))", "усм(актив(прямая( $AB$ )))", "не(равно( $A B$ ))", "усм(актив(прямая( $BC$ )))", "не(равно( $B C$ ))", "не(равно( $A C$ ))", "не(равно( $A D$ ))", "не(равно( $C D$ ))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 5.

3.4.3.3.2. Уравнение для определения значения числового атома "неизв".

Пример:

$$\forall_{ABCDEF}(\text{окружность}(EF) \text{вписана в фигура}(ABCD) \ \& \ l(AB) = l(CD) \ \& \ \text{трапеция}(ABCD) \rightarrow 4l(EF)^2 = l(BC)l(AD))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Выражения  $l(EF)$ ,  $l(BC)$ ,  $l(AD)$  содержат ровно один неизвестный числовой атом. Он имеет тип "неизв".

Спецификация приема имеет вид "тип(выделениестепени)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 8 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "усм(актив( $l(EF)$ ))", "усм(актив( $l(BC)$ ))", "усм(актив( $l(AD)$ ))", "конец(Числатомы(набор(терм( $l(EF)$ ), терм( $l(BC)$ ), терм( $l(AD)$ ))) неизв)", "не(равно( $E F$ ))", "не(равно( $B C$ ))", "не(равно( $A D$ ))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 4.

3.5. Уравнение, все числовые атомы которого косвенно выразимы через численные параметры.

Пример:

$$\forall_{ABCDEF}(\text{трапеция}(CDEF) \ \& \ \text{окружность}(AB) \text{ описана около фигура}(CDEF) \rightarrow (4l(CD)^2 - (l(CF) - l(DE))^2)l(AB)^2 = l(CD)^2(l(DE)l(CF) + l(CD)^2))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Атомы  $l(CD)$ ,  $l(CF)$ ,  $l(DE)$ ,  $l(AB)$  уже встречаются в задаче. После обработки нормализаторами общей стандартизации они содержат только такие числовые атомы, для которых задача имеет уравнения, позволяющие выразить их через численные параметры. Атом считается выразимым, если он имеет однократное вхождение в уравнение, все остальные числовые атомы которого выразимы через численные параметры.

Спецификация приема имеет вид "тип(пассив)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 10 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "усм(актив( $l(CD)$ ))", "усм(актив( $l(CF)$ ))", "усм(актив( $l(DE)$ ))", "усм(актив( $l(AB)$ ))", "конец(Числатомы(набор(терм( $l(CD)$ ), терм( $l(CF)$ ), терм( $l(DE)$ ), терм( $l(AB)$ ))) числвыраз)", "не(равно( $C D$ ))", "не(равно( $C F$ ))", "не(равно( $D E$ ))", "не(равно( $A B$ ))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

3.6. Уравнение, связывающее два числовых атома через посредство численных параметров.

Пример:

$$\forall_{ABCD}(\text{актив}(l(AD)) \ \& \ \text{актив}(l(AB)) \ \& \ \text{актив}(l(BC)) \ \& \ \text{актив}(l(CD)) \ \& \ B \in \text{отрезок}(AD) \ \& \ C \in \text{отрезок}(BD) \rightarrow l(AD) = l(AB) + l(BC) + l(CD))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. После обработки нормализаторами общей стандартизации все атомы списка  $l(AD)$ ,  $l(AB)$ ,  $l(BC)$ ,  $l(CD)$ , кроме двух, выражены через численные параметры.

Спецификация приема имеет вид "тип(вписанныйугол)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 10 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "конец(Числатомы(набор(терм( $l(AD)$ ), терм( $l(AB)$ ), терм( $l(BC)$ ), терм( $l(CD)$ ))) числсвязь)", "не(равно( $A D$ ))", "не(

равно( $B D$ ))", "не(равно( $A B$ ))", "не(равно( $B C$ ))", "не(равно( $C D$ ))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 3.

3.7. Соотношение с участием числового атома "неизв".

3.7.1. Соотношение с участием числового атома "неизв".

Пример:

$$\forall_{ABCD}(\angle(ABD) = \angle(DBC) \ \& \ D \in \text{прямая}(AC) \ \& \ \text{разныеточки}(A, C) \ \& \ \text{разныепрямые}(\text{прямая}(AB), \text{прямая}(BC)) \rightarrow l(AB)l(CD) = l(AD)l(BC))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Среди атомов  $l(AB)$ ,  $l(CD)$ ,  $l(AD)$ ,  $l(BC)$  имеется атом типа "неизв".

Спецификация приема имеет вид "тип(косинус)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 9 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "конец(числатомы(набор(терм( $l(AB)$ ), терм( $l(CD)$ ), терм( $l(AD)$ ), терм( $l(BC)$ )) неизв(1)))", "усм(актив(прямая( $AC$ )))", "не(равно( $AC$ ))", "не(усм(принадлежит( $D$  прямая( $AB$ ))))", "не(усм(принадлежит(прямая( $BA$ ))))", "не(усм(принадлежит( $C$  прямая( $BD$ ))))", "не(равно( $AB$ ))", "не(равно( $CD$ ))", "не(равно( $AD$ ))", "не(равно( $BC$ ))", "не(равно(терм(прямая( $AB$ )) терм(прямая( $BC$ ))))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 5.

3.7.2. Соотношение связывает числовой атом с атомом "неизв" через старые атомы.

Пример:

$$\forall_{ABCDEF}(\text{прямая}(CB) \text{—касательная к окружность}(AF) \ \& \ B \in \text{окружность}(AF) \ \& \ E \in \text{окружность}(AF) \ \& \ D \in \text{окружность}(AF) \ \& \ \text{разныеточки}(D, E) \ \& \ D \in \text{прямая}(CE) \rightarrow l(BC)^2 = l(CE)l(CD))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Среди атомов  $l(BC)$ ,  $l(CE)$ ,  $l(CD)$  имеется хотя бы один атом типа "неизв" и отличный от него атом, уже встречающийся в задаче.

Спецификация приема имеет вид "тип(фиктпосылка)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 5 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "конец(числатомы(набор(терм( $l(BC)$ ), терм( $l(CE)$ ), терм( $l(CD)$ )) и(неизв(1) актив(1))))", "не(равно( $BE$ ))", "не(равно( $BD$ ))", "не(равно( $DE$ ))", "усм(актив(прямая( $CE$ )))", "не(равно( $CE$ ))", "не(равно( $BC$ ))", "не(равно( $CD$ ))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

3.7.3. Соотношение связывает числовой атом с атомами "неизв" и известными числовыми атомами.

3.7.3.1. Соотношение связывает числовой атом с атомами "неизв" и известными числовыми атомами.

Пример:

$$\forall_{ABCD}(\angle(ABD) = \angle(DBC) \ \& \ D \in \text{прямая}(AC) \ \& \ \text{разные точки}(A, C) \ \& \ \text{разные прямые}(\text{прямая}(AB), \text{прямая}(BC)) \rightarrow l(AB)l(CD) = l(AD)l(BC))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Среди атомов  $l(AB)$ ,  $l(CD)$ ,  $l(AD)$ ,  $l(BC)$  имеется не более одного, не известного в текущей задаче и не имеющего типа "неизв".

Спецификация приема имеет вид "тип(определение)". Справочник "заголовок-приема" указывает уровень срабатывания 12 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "конец(числатомы(набор(терм( $l(AB)$ ), терм( $l(CD)$ ), терм( $l(AD)$ ), терм( $l(BC)$ )) новатом))", "не(известно(результат))", "усм(актив(прямая( $AC$ )))", "не(равно( $A C$ ))", "не(усм(принадлежит( $D$  прямая( $AB$ ))))", "не(усм(принадлежит(прямая( $BA$ ))))", "не(усм(принадлежит( $C$  прямая( $BD$ ))))", "не(равно( $A B$ ))", "не(равно( $C D$ ))", "не(равно( $A D$ ))", "не(равно( $B C$ ))", "не(равно(терм(прямая( $AB$ )) терм(прямая( $BC$ ))))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 4.

3.7.3.2. Соотношение связывает числовой атом с атомом "неизв" через известные параметры.

Пример:

$$\forall_{ABC}(\text{прямая}(AB) \perp \text{прямая}(AC) \ \& \ \text{актив}(\angle(ABC)) \rightarrow l(AB) = \cos(\angle(ABC))l(BC))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Среди атомов  $l(AB)$ ,  $\angle(ABC)$ ,  $l(BC)$  имеется хотя бы один известный и хотя бы один, имеющий тип "неизв".

Спецификация приема имеет вид "тип(натурстепень)". Справочник "заголовок-приема" указывает уровень срабатывания 5 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "конец(числатомы(набор(терм( $l(AB)$ ), терм( $\angle(ABC)$ ), терм( $l(BC)$ )) и(неизв(1) известно(1))))", "усм(актив(прямая( $AB$ )))", "не(равно( $A B$ ))", "усм(актив(прямая( $AC$ )))", "не(равно( $A C$ ))", "усм(актив(прямая( $BC$ )))", "не(усм(принадлежит( $C$  прямая( $AB$ ))))", "не(равно( $B C$ ))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 9.

3.7.3.3. Соотношение связывает числовой атом, косвенно связанный с выделенными в задаче объектами, с атомами "неизв" и известными числовыми атомами.

Пример:

$\forall_{ABCD}(\text{прямая}(BD) \perp \text{прямая}(AB) \ \& \ \text{прямая}(AC) \parallel \text{прямая}(BD) \ \& \text{актив}(l(AC)) \ \& \ \text{разныестороны}(C, D, \text{прямая}(AB)) \rightarrow l(CD)^2 = l(AB)^2 + (l(AC) + l(BD))^2)$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Прямые  $CD$ ,  $AB$ ,  $AC$ ,  $BD$  уже рассматриваются в задаче, однако соответствующие расстояния (кроме указанного в антецедентах  $l(AC)$ ) это не оговаривается. Среди атомов  $l(CD)$ ,  $l(AB)$ ,  $l(AC)$ ,  $l(BD)$  не более чем один не известен и не имеет тип "неизв".

Спецификация приема имеет вид "тип(ссылка)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 12 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "усм(актив(прямая( $CD$ )))", "усм(актив(прямая( $AB$ )))", "усм(актив(прямая( $AC$ )))", "усм(актив(прямая( $BD$ )))", "конец(числатомы(набор(терм( $l(CD)$ ), терм( $l(AB)$ ), терм( $l(AC)$ ), терм( $l(BD)$ )) новатом))", "не(равно( $B D$ ))", "не(равно( $A B$ ))", "не(равно( $C D$ ))", "не(равно( $A C$ ))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

3.7.4. Два из трех числовых атомов пропорциональны, причем хотя бы один атом имеет тип "неизв".

Пример:

$\forall_{ABC}(\text{прямая}(AB) \perp \text{прямая}(BC) \rightarrow l(AC)^2 = l(AB)^2 + l(BC)^2)$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Какие-то два атома списка  $l(AC)$ ,  $l(AB)$ ,  $l(BC)$ , пропорциональны с известными коэффициентами, причем один из атомов данного списка имеет тип "неизв".

Спецификация приема имеет вид "тип(следствие)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 5 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "конец(числатомы(набор(терм( $l(AC)$ ), терм( $l(AB)$ ), терм( $l(BC)$ ))и(смпропорц неизв(1))))", "усм(актив(прямая( $AB$ )))", "не(равно( $A B$ ))", "усм(актив(прямая( $BC$ )))", "не(равно( $B C$ ))", "не(равно( $A C$ ))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

3.7.5. Соотношение связывает два атома "неизв" с применимыми атомами.

Пример:

$\forall_{ABCDEFG}(\text{актив}(\text{окружность}(AB)) \ \& \ C \in \text{окружность}(AB) \ \& \ D \in \text{окружность}(AB) \ \& \ E \in \text{окружность}(AB) \ \& \ F \in \text{окружность}(AB) \ \& \ G \in \text{прямая}(CD) \ \& \ G \in \text{прямая}(EF) \rightarrow l(CG)l(DG) = l(EG)l(GF))$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Среди числовых атомов  $l(CG)$ ,  $l(DG)$ ,  $l(EG)$ ,  $l(GF)$  два имеют тип "неизв",

а остальные два - распознаются пакетным индикатором "применимо" как связанные с численными неизвестными.

Спецификация приема имеет вид "тип(четное)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 10 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "конец(числатомы(набор(терм( $l(CG)$ ), терм( $l(DG)$ ), терм( $l(EG)$ ), терм( $l(GF)$ )) и(неизв(2) применимо(2))))", "не(равно( $C D$ ))", "не(равно( $C E$ ))", "не(равно( $C F$ ))", "не(равно( $D E$ ))", "не(равно( $D F$ ))", "не(равно( $E F$ ))", "усм(актив(прямая( $CD$ )))", "усм(актив(прямая( $EF$ )))", "не(равно( $C G$ ))", "не(равно( $D G$ ))", "не(равно( $E G$ ))", "не(равно( $F G$ ))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

3.7.6. Соотношение связывает числовой атом "неизв" с определяемыми атомами.

3.7.6.1. Соотношение связывает числовой атом "неизв" с определяемыми атомами.

Пример:

$$\forall_{ABCDE}(\text{окружность}(DE)\text{ описана около фигура}(ABC) \ \& \ \text{актив}(l(AC)) \rightarrow 2 \sin(\angle(ABC))l(DE) = l(AC))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Два атома набора  $\angle(ABC)$ ,  $l(DE)$ ,  $l(AC)$  характеризуются пакетным индикатором как определяемые (допускающие выражение через известные параметры), третий - имеет тип "неизв".

Спецификация приема имеет вид "тип(приведение)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 8 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "конец(числатомы(набор(терм( $\angle(ABC)$ ), терм( $l(DE)$ ), терм( $l(AC)$ )) и(неизв(1) определимо(2))))", "не(равно( $D E$ ))", "не(равно( $A C$ ))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

3.7.6.2. Соотношение связывает числовой атом "неизв" с определяемым атомом через известные параметры.

3.7.6.2.1. Соотношение связывает числовой атом "неизв" с определяемым атомом через известные параметры.

Пример:

$$\forall_{ABCD}(\text{прямая}(BD) \perp \text{прямая}(AB) \ \& \ \text{прямая}(AC) \parallel \text{прямая}(BD) \ \& \ \text{актив}(l(AC)) \ \& \ \text{разныестороны}(C, D, \text{прямая}(AB)) \rightarrow l(CD)^2 = l(AB)^2 + (l(AC) + l(BD))^2)$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Среди атомов  $l(CD)$ ,  $l(AB)$ ,  $l(AC)$ ,  $l(BD)$  два известных, один имеет тип "неизв" и один - тип "определимо".



Спецификация приема имеет вид "тип(теорема)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 8 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "конец(числатомы(набор(терм( $l(CD)$ ), терм( $l(AB)$ ), терм( $l(AC)$ ) терм( $l(BD)$ ))) и(известно(2) неизв(1) определимо(1)))", "усм(актив(прямая( $BD$ )))", "не(равно( $B D$ ))", "усм(актив(прямая( $AB$ )))", "не(равно( $A B$ ))", "не(равно( $C D$ ))", "не(равно( $A C$ ))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 2.

3.7.6.2.2. Соотношение связывает числовой атом "внешнеизв" с определимым атомом через известные параметры.

$$\forall_{ABC}(\text{актив}(\angle(BAC)) \& \text{актив}(l(AC)) \& \angle(ABC) \rightarrow \sin(\angle(BAC) + \angle(ABC))l(AC) = \sin(\angle(ABC))l(AB))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Среди атомов  $\angle(BAC)$ ,  $\angle(ABC)$ ,  $l(AC)$ ,  $l(AB)$  два известных, один имеет тип "внешнеизв" и один - тип "определимо".

Спецификация приема имеет вид "тип(схемаидентификации)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 8 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "конец(числатомы(набор(терм( $\angle(BAC)$ ), терм( $\angle(ABC)$ ), терм( $l(AC)$ ) терм( $l(AB)$ ))) и(известно(2) внешнеизв(1) определимо(1)))", "усм(актив(прямая( $AB$ )))", "усм(актив(прямая( $BC$ )))", "не(усм(принадлежит( $C$  прямая( $A B$ ))))", "не(равно( $A C$ ))", "не(равно( $A B$ ))". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 1.

3.7.7. Уравнение, связывающее числовой атом "неизв" с определимым атомом.

Пример:

$$\forall_{ABCD}(\text{актив}(l(AD)) \& \text{актив}(l(AC)) \& B \in \text{прямая}(CD) \& \text{точкалуча}(B, D, C) \rightarrow (l(BD)l(BC) - l(AB)^2)(l(BC) - l(BD)) = l(AC)^2l(BD) - l(AD)^2l(BC))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Среди числовых атомов выражений  $l(BD)$ ,  $l(BC)$ ,  $l(AB)$ ,  $l(AC)$ ,  $l(AD)$ , обработанных нормализаторами общей стандартизации, имеется атом типа "неизв". Все остальные атомы, кроме, быть может, единственного, известны, а этот последний атом - определим.

Спецификация приема имеет вид "тип(вставканабора)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 8 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "конец(Числатомы(набор(терм( $l(BD)$ ), терм( $l(BC)$ ), терм( $l(AB)$ ), терм( $l(AC)$ ), терм( $l(AD)$ ))) урнеизв))", "не(известно(результат))", "усм(актив(прямая( $CD$ )))", "не(равно( $C D$ ))", "не(равно( $B C$ ))", "не(равно( $B D$ ))", "не(равно( $A B$ ))", "не(равно( $A C$ ))", "не(равно( $A D$ ))". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 1.

## 3.8. Соотношение с участием применимых атомов.

3.8.1. Соотношение связывает два применимых числовых атома со старыми числовыми атомами.

Пример:

$$\forall_{ABC}(\text{прямая}(AB) \perp \text{прямая}(BC) \rightarrow l(AC)^2 = l(AB)^2 + l(BC)^2)$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Два из атомов списка  $l(AC)$ ,  $l(AB)$ ,  $l(BC)$ , применимы, а третий - старый.

Спецификация приема имеет вид "тип(заменагруппы)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 10 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "конец(числатомы(набор(терм( $l(AC)$ ), терм( $l(AB)$ ), терм( $l(BC)$ )) и(применимо(2) актив(1))))", "усм(актив(прямая( $AB$ )))", "не(равно( $A B$ ))", "усм(актив(прямая( $BC$ )))", "не(равно( $B C$ ))", "не(равно( $A C$ ))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

## 3.9. Связь двух числовых атомов через определяемые параметры.

3.9.1. Связь двух числовых атомов через определяемые параметры.

Пример:

$$\forall_{ABCDEF}(\text{прямая}(CB) - \text{касательная к окружность}(AF) \& B \in \text{окружность}(AF) \& E \in \text{окружность}(AF) \& D \in \text{окружность}(AF) \& \text{разныеточки}(D, E) \& D \in \text{прямая}(CE) \rightarrow l(BC)^2 = l(CE)l(CD))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Среди атомов  $l(BC)$ ,  $l(CE)$ ,  $l(CD)$  имеется определяемый атом.

Спецификация приема имеет вид "тип(учетпосылки)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 10 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "конец(числатомы(набор(терм( $l(BC)$ ), терм( $l(CE)$ ), терм( $l(CD)$ )) определяемо(1)))", "не(равно( $B E$ ))", "не(равно( $B D$ ))", "не(равно( $D E$ ))", "усм(актив(прямая( $CE$ )))", "не(равно( $C E$ ))", "не(равно( $B C$ ))", "не(равно( $C D$ ))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 2.

3.9.2. Связь двух числовых атомов через известные параметры.

3.9.2.1. Связь двух числовых атомов через известные параметры.

В качестве примера рассмотрим прием, теорема которого та же, что в предыдущем пункте. Он применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Среди атомов  $l(BC)$ ,  $l(CE)$ ,  $l(CD)$  имеется известный.

Спецификация приема имеет вид "тип(Текзадача)". Справочник "заголовок-приема" указывает уровень срабатывания 10 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "конец(числатомы(набор(терм( $l(BC)$ ), терм( $l(CE)$ ), терм( $l(CD)$ )) известно(1)))", "не(равно( $B E$ ))", "не(равно( $B D$ ))", "не(равно( $D E$ ))", "усм(актив(прямая( $CE$ )))", "не(равно( $C E$ ))", "не(равно( $B C$ ))", "не(равно( $C D$ ))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 2.

3.9.2.2. Соотношение связывает числовой атом со старым атомом через известные параметры.

Пример:

$$\forall_{ABCDEFG}(\text{актив}(\text{окружность}(AB)) \ \& \ C \in \text{окружность}(AB) \ \& \ D \in \text{окружность}(AB) \ \& \ E \in \text{окружность}(AB) \ \& \ F \in \text{окружность}(AB) \ \& \ G \in \text{прямая}(CD) \ \& \ G \in \text{прямая}(EF) \rightarrow l(CG)l(DG) = l(EG)l(GF))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Среди числовых атомов  $l(CG)$ ,  $l(DG)$ ,  $l(EG)$ ,  $l(GF)$  два известных и еще один - старый.

Спецификация приема имеет вид "тип(легковидеть)". Справочник "заголовок-приема" указывает уровень срабатывания 10 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "конец(числатомы(набор(терм( $l(CG)$ ), терм( $l(DG)$ ), терм( $l(EG)$ ), терм( $l(GF)$ )) и(актив(1) известно(2))))", "не(равно( $C D$ ))", "не(равно( $C E$ ))", "не(равно( $C F$ ))", "не(равно( $D E$ ))", "не(равно( $D F$ ))", "не(равно( $E F$ ))", "усм(актив(прямая( $CD$ )))", "усм(актив(прямая( $EF$ )))", "не(равно( $C G$ ))", "не(равно( $D G$ ))", "не(равно( $E G$ ))", "не(равно( $F G$ ))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

3.9.2.3. Соотношение связывает числовой атом с определимым атомом через известные параметры.

Пример:

$$\forall_{ABCDEF}(\text{прямая}(AB) \parallel \text{прямая}(DE) \ \& \ \text{прямая}(AC) \parallel \text{прямая}(DF) \ \& \ \text{прямая}(BC) \parallel \text{прямая}(EF) \ \& \ \text{актив}(l(AB)) \ \& \ \text{актив}(l(BC)) \ \& \ \text{актив}(l(DE)) \ \& \ \text{разныепрямые}(\text{прямая}(AB), \text{прямая}(BC)) \rightarrow l(AB)l(EF) = l(BC)l(DE))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Среди числовых атомов  $l(AB)$ ,  $l(EF)$ ,  $l(BC)$ ,  $l(DE)$  два известных и еще один - определимый.

Спецификация приема имеет вид "тип(текуровень)". Справочник "заголовок-приема" указывает уровень срабатывания 10 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "конец(числатомы(набор(терм( $l(AB)$ ), терм( $l(EF)$ ), терм( $l(BC)$ ), терм( $l(DE)$ )) и(определимо(1) известно(2))))", "усм(актив(прямая( $AC$ )))", "не(равно( $A C$ ))", "усм(актив(прямая( $DF$ )))", "не(равно( $D F$ ))", "усм(актив(прямая( $BC$ )))", "не(равно( $B C$ ))", "усм(актив(прямая(

$EF))$ ", "не(равно( $E F$ ))", "не(равно(терм(прямая( $AC$ )) терм(прямая( $DF$ ))))", "не(равно(терм(прямая( $BC$ )) терм(прямая( $EF$ ))))", "не(равно( $A B$ ))", "не(равно( $D E$ ))", "не(равно(терм(прямая( $AB$ )) терм(прямая( $BC$ ))))". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 1.

### 3.10. Связь двух числовых атомов через численные параметры.

Пример:

$\forall_{ABCD}$ (прямая( $AB$ )  $\perp$  прямая( $AC$ ) & прямая( $CD$ )  $\perp$  прямая( $AC$ ) & актив( $l(CD)$ ) &  $l(BD) = l(CD)$  & однасторона( $B, D$ , прямая( $AC$ ))  $\rightarrow l(AC)^2 + l(AB)^2 = 2l(CD)l(AB)$ )

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Среди числовых атомов  $l(AC)$ ,  $l(AB)$ ,  $l(CD)$  имеется хотя бы один, выраженный через численные параметры, т.е. либо известный, либо имеющий тип "внешнеизв".

Спецификация приема имеет вид "тип(дерево)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 10 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "конец(числатомы(набор(терм( $l(AC)$ ), терм( $l(AB)$ ), терм( $l(CD)$ )) числзнач(1)))", "усм(актив(прямая( $AB$ )))", "не(равно( $A B$ ))", "усм(актив(прямая( $AC$ )))", "не(равно( $A C$ ))", "усм(актив(прямая( $CD$ )))", "не(равно( $C D$ ))". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 1.

### 3.11. Соотношение для числовых атомов, косвенно связанных с выделенными в задаче объектами.

Пример:

$\forall_{ABCEF}$ (актив(окружность( $AB$ )) &  $C \in$  окружность( $AB$ ) &  $E \in$  окружность( $AB$ ) &  $F \in$  окружность( $AB$ ) & прямая( $EF$ )  $\parallel$  прямая( $AC$ ) & актив(прямая( $CF$ )) & актив(прямая( $AF$ ))  $\rightarrow \angle(ECA) = \pi/2 - \angle(FCA)$ )

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Прямые  $CE$  и  $AC$  (а также прямые, упомянутые в антецедентах) уже рассматриваются в задаче.

Спецификация приема имеет вид "тип(нормвывод)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "усм(актив(прямая( $CE$ )))", "усм(актив(прямая( $AC$ )))", "не(равно( $C E$ ))", "не(равно( $C F$ ))", "не(равно( $A F$ ))". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

### 3.12. Вывод соотношения для числовых атомов, которые предполагается выразить через координаты.

Пример:

$$\forall_{ab}(\text{Вектор}(a) \ \& \ \text{Вектор}(b) \ \& \ a \perp b \rightarrow \text{скалумнож}(a, b) = 0)$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Задача имеет посылку вида "коорд( $a, K$ ) =  $p$ " либо вида "коорд( $b, K$ ) =  $p$ ".

4. Общий случай вывода равенств для невырожденных числовых атомов (асимметричные типы).

В этом разделе рассматриваются типы приемов, у которых условия на различные присутствующие в теореме числовые атомы различны. Ввиду большой глубины вложенности подпунктов, по-прежнему будет использоваться обозначение их с помощью отделенных точками номеров.

4.1. Определение заданного неизвестного числового атома.

4.1.1. Определение заданного неизвестного числового атома.

Пример:

$$\forall_{ABCEF}(\text{окружность}(EF)\text{вписана в фигура}(ABC) \rightarrow l(EF)\text{периметр}(\text{фигура}(ABC)) = 2S(\text{фигура}(ABC)))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Атомы  $l(EF)$  и  $S(\text{фигура}(ABC))$  известны, атом  $\text{периметр}(\text{фигура}(ABC))$  не известен.

Спецификация приема имеет вид "тип(просмотртермов)", "терм( $t$ )", где  $t$  - не известный атом. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 6 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "усм(актив( $l(EF)$ ))", "контекст(посылка( $x1$ ) вид( $x1$  актив(площадь(фигура(набор( $ABC$ )))))) множество(набор( $ABC$ )))", "известно(терм( $l(EF)$ ))", "известно(терм(площадь(фигура(набор( $ABC$ ))))))", "конец(не(известно(терм(периметр(фигура(набор( $ABC$ )))))))", "не(равно( $E F$ ))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 23.

4.1.2. Определение заданного существенного числового атома.

4.1.2.1. Определение заданного существенного числового атома.

Пример:

$$\forall_{ABC}(\text{актив}(l(AB)) \ \& \ B \in \text{отрезок}(AC) \rightarrow l(AC) = l(AB) + l(BC))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Атомы  $l(AB)$  и  $l(BC)$  известны, атом  $l(AC)$  не известен, причем характеризуется пакетным индикатором "существом" как существенный.

Спецификация приема имеет вид "тип(посылки)", "терм( $t$ )", где  $t$  - существенный атом. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3

и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "усм(актив( $l(BC)$ ))", "конец(известно(терм( $l(AB)$ )))", "конец(известно(терм( $l(BC)$ )))", "конец(не(известно(терм( $l(AC)$ ))))", "конец(легковидеть(существом( $l(AC)$ )))", "не(равно( $A C$ ))", "не(равно( $A B$ ))", "не(равно( $B C$ ))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 9.

4.1.2.2. Определение заданного существенного числового атома с привязкой по известному текущему атому.

Пример:

$$\forall_{ABCDab}(D \in \text{прямая}(AC) \ \& \ al(AD) = bl(CD) \rightarrow aS(\text{фигура}(ABD)) = bS(\text{фигура}(BCD)))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Попытка применения приема инициируется усмотрением выражения " $S(\text{фигура}(ABD))$ ". Первый антецедент выделен указателем "усм", второй - обрабатывается пакетным синтезатором. Коэффициенты  $a, b$  и площадь  $S(\text{фигура}(ABD))$  известны. Площадь  $S(\text{фигура}(BCD))$  не известна и характеризуется как существенная.

Спецификация приема имеет вид "тип(поискприема)", "терм( $t$ )", "известно( $s$ )". Здесь  $t$  - существенный атом,  $s$  - известный атом, усмотрение которого инициирует попытку применения приема. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 10 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "известно( $a$ )", "известно(терм(площадь(фигура(набор( $ABD$ ))))))", "известно( $b$ )", "конец(не(известно(терм(площадь(фигура(набор( $BCD$ ))))))", "легковидеть(существом(площадь(фигура(набор( $BCD$ ))))))", "усм(актив(прямая( $AC$ )))", "не(равно( $A C$ ))", "усм(актив( $l(AD)$ ))", "усм(актив( $l(CD)$ ))". Вводится также указатель "контрольвывода(площадь(фигура(набор( $ABD$ ))))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

4.1.2.3. Определение заданного применимого числового атома.

4.1.2.3.1. Определение заданного применимого числового атома.

Пример:

$$\forall_{ABC}(\text{актив}(\angle(ABC)) \ \& \ \text{актив}(\angle(BCA)) \rightarrow \angle(ABC) + \angle(BCA) + \angle(BAC) = \pi)$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Углы  $ABC$  и  $BCA$  известны, а угол  $BAC$  - не известен. Пакетный индикатор усматривает, что он имеет тип "применимо".

Спецификация приема имеет вид "тип(дизъюнкчлен)", "терм( $t$ )", где  $t$  - применимый атом. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 8 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))",

"известно(терм(угол( $ABC$ )))", "известно(терм(угол( $BCA$ )))", "конец(легковидеть(применимо(угол( $BAC$ ))))", "конец(не(известно(терм(угол( $BAC$ )))))", "усм(актив(прямая( $BC$ )))", "усм(актив(прямая( $AC$ )))", "не(усм(принадлежит( $A$  прямая( $BC$ ))))". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 13.

4.1.2.3.2. Определение заданного числового атома типа "неизв".

4.1.2.3.2.1. Определение заданного числового атома типа "неизв".

Пример:

$$\forall_{ABC}(\text{прямая}(AB) \perp \text{прямая}(AC) \ \& \ \text{актив}(\angle(ABC)) \rightarrow l(AC) = \text{tg}(\angle(ABC))l(AB))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Расстояния  $l(AC)$  и  $l(AB)$  известны, угол  $ABC$  имеет тип "неизв".

Спецификация приема имеет вид "тип(нормоператора)", "терм( $t$ )", где  $t$  - атом "неизв". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 5 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать)тип(исследовать))", "усм(актив( $l(AC)$ ))", "усм(актив( $l(AB)$ ))", "известно(терм( $l(AC)$ ))", "известно(терм( $l(AB)$ ))", "неизв(терм( $\angle(ABC)$ ))", "усм(актив(прямая( $AB$ )))", "не(равно( $A B$ ))", "усм(актив(прямая( $AC$ )))", "не(равно( $A C$ ))", "усм(актив(прямая( $BC$ )))", "не(усм(принадлежит( $C$  прямая( $AB$ ))))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 21.

4.1.2.3.2.2. Определение текущего числового атома типа "неизв".

Пример:

$$\forall_{ABCa}(\text{актив}(l(AB)) \ \& \ \text{актив}(l(AC)) \ \& \ \text{актив}(l(BC)) \ \& \ a = (l(AB) + l(AC) + l(BC))/2 \rightarrow S(\text{фигура}(ABC))^2 = a(a - l(AB))(a - l(AC))(a - l(BC)))$$

Прием применяется в задаче на доказательство либо на исследование. Попытка его применения инициируется усмотрением выражения  $S(\text{фигура}(ABC))$ . Расстояния  $l(AB)$ ,  $l(AC)$ ,  $l(BC)$  известны. Атом  $S(\text{фигура}(ABC))$  имеет тип "неизв".

Спецификация приема имеет вид "тип(старшийчлен)", "терм( $t$ )", где  $t$  - атом "неизв". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 5 и вводит фильтры "или(тип(доказать)тип(исследовать))", "конец(известно(терм( $l(AB)$ )))", "конец(известно(терм( $l(AC)$ )))", "конец(известно(терм( $l(BC)$ )))", "конец(неизв(терм( $S(\text{фигура}(ABC))$ )))", "не(равно( $A B$ ))", "не(равно( $A C$ ))", "не(равно( $B C$ ))". Создается также указатель "контрольвывода(площадь(фигура(набор( $ABC$ ))))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

4.1.2.3.2.3. Определение заданного числового атома типа "внешнеизв".

Пример:

$$\forall_{ABC} a(l(AC) = a \ \& \ \text{актив}(\angle(ABC)) \rightarrow \sin(\angle(BAC) + \angle(ABC))a = \sin \angle(ABC)l(AB))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Первый антецедент идентифицируется с посылкой. Расстояние  $l(AB)$  и углы  $\angle(ABC)$ ,  $\angle(BAC)$  известны. Выражение  $a$  имеет тип "внешнеизв".

Спецификация приема имеет вид "тип(Посылки)", "терм( $t$ )", где  $t$  - выражение "внешнеизв". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 6 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "усм(актив( $\angle(BAC)$ ))", "усм(актив( $l(AB)$ ))", "конец(известно(терм( $\angle(BAC)$ )))", "конец(известно(терм( $\angle(ABC)$ )))", "конец(известно(терм( $l(AB)$ )))", "конец(внешнеизв( $a$ ))", "не(усм(принадлежит( $C$  прямая( $AB$ ))))", "не(равно( $A B$ ))". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 1.

#### 4.1.2.3.2.4. Выражение числового атома "неизв" через константы.

Если единственный не известный атом имеет несколько вхождений в уравнение либо это уравнение чрезмерно громоздкое, то интерес приобретают ситуации, в которых все прочие атомы константные. Пример:

$$\forall_{ABC} (\text{актив}(\angle(BAC)) \rightarrow 2l(AB)l(AC) \cos(\angle(BAC)) = l(AB)^2 + l(AC)^2 - l(BC)^2)$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Выражения для атомов  $l(AC)$ ,  $\angle(BAC)$ ,  $l(BC)$  константные. Атом  $l(AB)$  имеет тип "неизв".

Спецификация приема имеет вид "тип(чисткапосылок)", "терм( $t$ )", где  $t$  - атом "неизв". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 5 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "усм(актив( $l(AC)$ ))", "усм(актив( $l(BC)$ ))", "константа(терм( $l(AC)$ ))", "константа(терм( $\angle(BAC)$ ))", "константа(терм( $l(BC)$ ))", "неизв(терм( $l(AB)$ ))", "не(усм(принадлежит( $C$  прямая( $AB$ ))))", "не(равно( $A B$ ))", "не(равно( $A C$ ))", "не(равно( $B C$ ))". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 2.

### 4.1.3. Определение заданного старого числового атома.

#### 4.1.3.1. Определение заданного старого числового атома.

В качестве примера рассмотрим прием, теорема которого та же, что в предыдущем пункте. Он применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Расстояния  $l(AB)$ ,  $l(AC)$ ,  $l(BC)$  известны. Угол  $\angle(BAC)$  не известен, но уже встречается в задаче.



Спецификация приема имеет вид "тип(учетответа)", "терм( $t$ )", где  $t$  - не известный атом. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 8 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "усм(актив( $l(AB)$ ))", "усм(актив( $l(AC)$ ))", "усм(актив( $l(BC)$ ))", "известно(терм( $l(AB)$ ))", "известно(терм( $l(AC)$ ))", "известно(терм( $l(BC)$ ))", "не(известно(терм( $\angle(BAC)$ )))", "не(усм(принадлежит( $C$  прямая( $AB$ ))))", "не(равно( $A B$ ))", "не(равно( $A C$ ))", "не(равно( $B C$ ))". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 6.

#### 4.1.3.2. Выражение старого неизвестного атома через константы.

Пример:

$$\forall_{ABC}(\text{актив}(\angle(BAC)) \rightarrow 2l(AB)l(AC) \cos(\angle(BAC)) = l(AB)^2 + l(AC)^2 - l(BC)^2)$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Выражения для атомов  $l(AC)$ ,  $\angle(BAC)$ ,  $l(BC)$  константные. Атом  $l(AB)$  уже встречается в задаче и не известен.

Спецификация приема имеет вид "тип(примечанияприема)", "терм( $t$ )", где  $t$  - не известный атом. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 7 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "усм(актив( $l(AB)$ ))", "усм(актив( $l(AC)$ ))", "усм(актив( $l(BC)$ ))", "константа(терм( $l(AC)$ ))", "константа(терм( $\angle(BAC)$ ))", "константа(терм( $l(BC)$ ))", "не(известно(терм( $l(AB)$ )))", "не(усм(принадлежит( $C$  прямая( $AB$ ))))", "не(равно( $A B$ ))", "не(равно( $A C$ ))", "не(равно( $B C$ ))". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 1.

#### 4.1.4. Определение заданного неизвестного числового атома "возмсвяз".

##### 4.1.4.1. Определение заданного неизвестного числового атома "возмсвяз".

Пример:

$$\forall_{ABCDE}(\text{актив}(\text{окружность}(AB)) \ \& \ \text{актив}(\angle(CED)) \ \& \ C \in \text{окружность}(AB) \ \& \ D \in \text{окружность}(AB) \ \& \ E \in \text{окружность}(AB) \ \& \ \text{актив}(\text{прямая}(CE)) \ \& \ \text{актив}(\text{прямая}(DE)) \ \& \ 0 \leq \angle(CED) - \pi/2 \rightarrow 2\angle(CED) + \angle(CAD) = 2\pi)$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Угол  $\angle(CED)$  известен. Угол  $\angle(CAD)$  не известен, причем пакетный индикатор "возмсвяз" усматривает перспективность попыток установления его связи с уже имеющимися в задаче числовыми атомами.

Спецификация приема имеет вид "тип( $e$ )", "терм( $t$ )", где  $t$  - атом типа "возмсвяз". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 6 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "известно(терм(угол( $CED$ )))", "не(известно(терм(угол( $CAD$ ))))", "легковидеть(возмсвяз(угол( $CAD$ )))", "не(равно( $C D$ ))", "не(равно( $C E$ ))", "не(равно( $D E$ ))", "не(усм(принадлежит( $D$  прямая( $CE$ ))))". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 1.

4.1.4.2. Определение заданного неизвестного числового атома "возмсвяз", косвенно связанного со старыми объектами.

Пример:

$$\forall_{ABCDE}(\text{актив}(\text{окружность}(AB)) \ \& \ \text{актив}(\angle(CED)) \ \& \ C \in \text{окружность}(AB) \ \& \ D \in \text{окружность}(AB) \ \& \ E \in \text{окружность}(AB) \ \& \ \text{актив}(\text{прямая}(CE)) \ \& \ \text{актив}(\text{прямая}(DE)) \ \& \ 0 \leq \pi/2 - \angle(CED) \rightarrow 2\angle(CED) = \angle(CAD))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Угол  $\angle(CED)$  известен. Угол  $\angle(CAD)$  не известен, причем пакетный индикатор "возмсвяз" усматривает перспективность попыток установления его связи с уже имеющимися в задаче числовыми атомами. Прямые  $AC$  и  $AD$  - стороны угла - уже рассматриваются в задаче.

Спецификация приема имеет вид "тип(максимум)", "терм( $t$ )", где  $t$  - атом "возмсвяз". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 10 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "усм(актив(прямая( $AC$ )))", "усм(актив(прямая( $AD$ )))", "известно(терм(угол( $CED$ )))", "не(известно(терм(угол( $CAD$ ))))", "легковидеть(возмсвяз(угол( $CAD$ )))", "не(равно( $C D$ ))", "не(равно( $C E$ ))", "не(равно( $D E$ ))", "не(усм(принадлежит( $D$  прямая( $CE$ ))))". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 1.

4.1.5. Определение заданного неизвестного числового атома, косвенно связанного со старыми объектами.

Пример:

$$\forall_{ABCDEF}(\text{актив}(\text{окружность}(AB)) \ \& \ C \in \text{окружность}(AB) \ \& \ D \in \text{окружность}(AB) \ \& \ E \in \text{окружность}(AB) \ \& \ F \in \text{окружность}(AB) \ \& \ \text{актив}(\angle(CED)) \ \& \ \text{разныестороны}(E, F, \text{прямая}(CD)) \rightarrow \angle(CED) + \angle(CFD) = \pi)$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Угол  $\angle(CED)$  известен. Угол  $\angle(CFD)$  не известен. Прямые  $CF$  и  $FD$  - стороны этого угла - уже рассматриваются в задаче.

Спецификация приема имеет вид "тип(модуль)", "терм( $t$ )", где  $t$  - неизвестный атом. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 7 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "усм(актив(прямая( $CF$ )))", "усм(актив(прямая( $DF$ )))", "известно(терм(угол( $CED$ )))", "конец(не(известно(терм(угол( $CFD$ ))))", "не(равно( $C E$ ))", "не(равно( $C F$ ))", "не(равно( $D E$ ))", "не(равно( $D F$ ))", "не(равно( $E F$ ))", "усм(актив(прямая( $CE$ )))", "усм(актив(прямая( $DE$ )))", "не(усм(принадлежит( $D$  прямая( $CE$ ))))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 3.

4.1.6. Определение заданного неизвестного числового атома, выделенного комментарием "пассив".

Пример:

$$\forall_{BDEF}(\text{актив}(\angle(BEF)) \ \& \ \text{прямая}(BE) \parallel \text{прямая}(FD) \ \& \ \text{однасторона}(B, D, \text{прямая}(EF)) \ \& \ \text{разныепрямые}(\text{прямая}(BE), \text{прямая}(FD)) \rightarrow \angle(BEF) + \angle(DFE) = \pi)$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Угол  $\angle(BEF)$  известен. Угол  $\angle(DFE)$  не известен. Текущая задача имеет комментарий вида (пассив  $\angle(DEF) a b c$ ). Этот комментарий указывает, что вычисление угла  $DFE$  представляет интерес в связи с использованием некоторой другой посылки  $b$ . Если угол будет вычислен, то вес посылки  $b$  будет уменьшен до  $c$ , что вызовет повторную попытку применения приема, связанного с  $b$ .

Спецификация приема имеет вид "тип(простаядробь)", "терм( $t$ )", где  $t$  - неизвестный атом. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 8 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "известно(терм(угол( $BEF$ )))", "не(известно(терм(угол( $DFE$ ))))", "контекст(комментарий(пассив терм(угол( $DFE$ ))x1 x2 x3)", "усм(актив(прямая( $BE$ )))", "усм(актив(прямая( $EF$ )))", "не(усм(принадлежит( $F$  прямая( $BE$ ))))", "не(равно(терм(прямая( $BE$ )) терм(прямая( $DF$ ))))". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

4.1.7. Планирование вычислений для определения заданного атома "неизв".

Пример:

$$\forall_{ABCDab}(\text{актив}(l(AD)) \ \& \ \text{актив}(l(BC)) \ \& \ \text{вычислениедлины}(l(AB), a) \ \& \ \text{вычислениедлины}(l(CD), b) \ \& \ B \in \text{отрезок}(AC) \ \& \ C \in \text{отрезок}(BD) \ \& \ B \in \text{прямая}(AD) \ \& \ \text{точкалуча}(A, D, B) \ \& \ \text{точкалуча}(D, A, B) \rightarrow a \ \& \ b \ \& \ l(AD) = l(AB) + l(BC) + l(CD))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Расстояние  $l(AD)$  имеет тип "неизв", расстояние  $BC$  известно. Третий и четвертый антецеденты обрабатываются пакетными синтезаторами, определяющими конъюнкции  $a, b$  соотношений, позволяющих вычислить расстояния  $AB$  и  $CD$ .

Спецификация приема имеет вид "тип(бланкпрограммы)", "терм( $t_1$ )", ..., "терм( $t_n$ )", "неизв( $r$ )". Здесь  $r$  - атом типа "неизв";  $t_1, \dots, t_n$  - атомы, планирование вычислений которых реализуется пакетными синтезаторами. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 10 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "неизв(терм( $l(AD)$ ))", "известно(терм( $l(BC)$ ))", "не(равно( $A C$ ))", "не(равно( $B D$ ))", "усм(актив(прямая( $AD$ )))", "не(равно( $A D$ ))", "не(равно( $B C$ ))", "не(равно( $C D$ ))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 2.

4.2. Связь между двумя заданными числовыми атомами через посредство группы определимых атомов.

4.2.1. Связь между двумя заданными числовыми атомами через посредство группы определимых атомов.

Пример:

$$\forall_{ABCDE}(\text{прямая}(BE) \perp \text{прямая}(AC) \ \& \ \text{прямая}(AB) \perp \text{прямая}(CD) \ \& \ D \in \text{прямая}(AB) \ \& \ E \in \text{прямая}(AC) \rightarrow l(ADF)l(AB) = l(AC)l(AE))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Атомы  $l(AC)$  и  $l(AE)$  характеризуются пакетными индикаторами как определимые.

Спецификация приема имеет вид "тип(слагаемое)", "терм( $t_1$ )", "терм( $t_2$ )", где  $t_1, t_2$  - атомы, между которыми устанавливается связь. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 10 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "конец(легковидеть(определимо( $l(AC)$ )))", "конец(легковидеть(определимо( $l(AE)$ )))", "не(известно(результат))", "усм(актив(прямая( $BE$ )))", "не(равно( $B E$ ))", "усм(актив(прямая( $AC$ )))", "не(равно( $A C$ ))", "усм(актив(прямая( $AB$ )))", "не(равно( $A B$ ))", "усм(актив(прямая( $CD$ )))", "не(равно( $C D$ ))", "не(равно( $A D$ ))", "не(равно( $A E$ ))". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

4.2.2. Связь заданного неизвестного атома с заданным известным через посредство группы определимых атомов.

Пример:

$$\forall_{ABCDEFG} (D \in \text{окружность}(AB) \ \& \ F \in \text{отрезок}(CD) \ \& \ E \in \text{окружность}(AB) \ \& \ F \in \text{окружность}(AB) \ \& \ G \in \text{окружность}(AB) \ \& \ G \in \text{отрезок}(CE) \ \& \ \text{разныеточки}(F, D) \ \& \ \text{разныеточки}(G, E) \rightarrow l(CF)l(CD) = l(CG)(l(CG)+l(GE)))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Атом  $l(GE)$  известен, атом  $l(CG)$  не известен. Атомы  $l(CF)$  и  $l(CD)$  определены.

Спецификация приема имеет вид "тип(рядтейлорв)", "терм( $t$ )", "известно( $r$ )", где  $t$  - тот из связываемых атомов, который не известен,  $r$  - тот, который известен. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 8 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "конец(легковидеть(определимо( $l(CF)$ )))", "конец(легковидеть(определимо( $l(CD)$ )))", "усм(актив( $l(GE)$ ))", "известно(терм( $l(GE)$ ))", "конец(не(известно(терм( $l(CG)$ ))))", "не(равно( $D E$ ))", "не(равно( $D F$ ))", "не(равно( $D G$ ))", "не(равно( $E F$ ))", "не(равно( $E G$ ))", "не(равно( $F G$ ))", "не(равно( $C E$ ))", "не(равно( $C F$ ))", "не(равно( $C G$ ))", "не(равно( $C D$ ))". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

4.2.3. Связь между двумя заданными атомами "неизв" через посредство группы определимых атомов.

Пример:

$$\forall_{ACDE}(\text{прямая}(AD) \perp \text{прямая}(CD) \ \& \ E \in \text{прямая}(AC) \ \& \ \text{прямая}(DE) \perp \text{прямая}(AC) \ \& \ \text{актив}(l(DE)) \rightarrow l(DE) = l(AD) \cos(\angle(DCA)))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Атомы  $l(DE)$  и  $l(AD)$  имеют тип "неизв", атом  $\angle(DCA)$  определим.

Спецификация приема имеет вид "тип(переобозначениесвязок)", "терм( $t_1$ )", "терм( $t_2$ )", где  $t_1, t_2$  - атомы "неизв". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 11 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "усм(актив( $l(AD)$ ))", "неизв(терм( $l(DE)$ ))", "неизв(терм( $l(AD)$ ))", "конец(легковидеть(определимо( $\angle(DCA)$ )))", "усм(актив(прямая( $AD$ )))", "не(равно( $A D$ ))", "усм(актив(прямая( $CD$ )))", "не(равно( $C D$ ))", "усм(актив(прямая( $AC$ )))", "не(равно( $A C$ ))", "усм(актив(прямая( $DE$ )))", "не(равно( $D E$ ))". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 2.

4.2.4. Связь между двумя заданными атомами "неизв" через посредство группы определимых атомов, косвенно связанных с выделенными в задаче объектами.

Пример:

$$\forall_{ABC}(\text{прямая}(AB) \perp \text{прямая}(BC) \rightarrow l(AC)^2 = l(AB)^2 + l(BC)^2)$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Атомы  $l(AB)$  и  $l(BC)$  имеют тип "неизв", атом  $l(AC)$  - тип "определимо". Прямая  $AC$  уже рассматривается в задаче.

Спецификация приема имеет вид "тип(идентзаголовков)", "терм( $t_1$ )", "терм( $t_2$ )", где  $t_1, t_2$  - атомы "неизв". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 8 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "усм(актив(прямая( $AC$ )))", "усм(актив( $l(AB)$ ))", "усм(актив( $l(BC)$ ))", "неизв(терм( $l(AB)$ ))", "неизв(терм( $l(BC)$ ))", "конец(легковидеть(определимо( $l(AC)$ )))", "усм(актив(прямая( $AB$ )))", "не(равно( $A B$ ))", "усм(актив(прямая( $BC$ )))", "не(равно( $B C$ ))", "не(равно( $A B$ ))". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

4.2.5. Связь между двумя заданными числовыми атомами через посредство группы известных атомов.

4.2.5.1. Связь между двумя заданными числовыми атомами через посредство группы известных атомов.

Пример:

$\forall_{ABCD}(\text{прямая}(AB) \perp \text{прямая}(AC) \ \& \ D \in \text{прямая}(BC) \ \& \ \text{прямая}(AD) \perp \text{прямая}(BC) \rightarrow l(BD)l(CD) = l(AD)^2)$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Атом  $l(AD)$  известен.

Спецификация приема имеет вид "тип(усмнечетное)", "терм( $t_1$ )", "терм( $t_2$ )", где  $t_1, t_2$  - атомы, между которыми устанавливается связь. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 8 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "усм(актив( $l(AD)$ ))", "известно(терм( $l(AD)$ ))", "не(известно(результат))", "усм(актив(прямая( $AB$ )))", "не(равно( $A B$ ))", "усм(актив(прямая( $AC$ )))", "не(равно( $A C$ ))", "усм(актив(прямая( $BC$ )))", "не(равно( $B C$ ))", "усм(актив(прямая( $AD$ )))", "не(равно( $A D$ ))", "не(равно( $B D$ ))", "не(равно( $C D$ ))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 6.

4.2.5.2. Связь между двумя заданными числовыми атомами, хотя бы один из которых имеет тип "неизв", через посредство группы известных атомов.

4.2.5.2.1. Связь между двумя заданными числовыми атомами, хотя бы один из которых имеет тип "неизв", через посредство группы известных атомов.

Пример:

$\forall_{ABC}(\text{актив}(\angle(BAC)) \rightarrow 2l(AB)l(AC) \cos(\angle(BAC)) = l(AB)^2 + l(AC)^2 - l(BC)^2)$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Расстояния  $AB$  и  $AC$  известны. Хотя бы один из атомов  $l(BC)$ ,  $\angle(BAC)$  имеет тип "неизв".

Спецификация приема имеет вид "тип(усммножество)", "терм( $t_1$ )", "терм( $t_2$ )", где  $t_1, t_2$  - заданные атомы, хотя бы один из которых имеет тип "неизв". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "усм(актив( $l(AB)$ ))", "усм(актив( $l(AC)$ ))", "конец(известно(терм( $l(AB)$ )))", "конец(известно(терм( $l(AC)$ )))", "конец(или(неизв(терм( $\angle(BAC)$ )) неизв(терм( $l(BC)$ )))", "не(усм(принадлежит( $C$  прямая( $AB$ ))))", "не(равно( $A B$ ))", "не(равно( $A C$ ))", "не(равно( $B C$ ))". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 7.

4.2.5.2.2. Связь между двумя заданными старыми числовыми атомами, хотя бы один из которых имеет тип "неизв", через посредство группы известных атомов.

4.2.5.2.2.1. Связь между двумя заданными старыми числовыми атомами, хотя бы один из которых имеет тип "неизв", через посредство группы известных атомов.

Пример:

$$\forall_{ABC}(\text{прямая}(AB) \perp \text{прямая}(AC) \ \& \ \text{актив}(\angle(ABC)) \rightarrow l(AB) = \cos(\angle(ABC))l(BC))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Угол  $\angle(ABC)$  известен. Расстояния  $l(AB)$ ,  $l(BC)$  уже рассматриваются в задаче, причем хотя бы одно из них имеет тип "неизв".

Спецификация приема имеет вид "тип(рациональное)", "терм( $t_1$ )", "терм( $t_2$ )", где  $t_1, t_2$  - заданные атомы, хотя бы один из которых имеет тип "неизв". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "усм(актив( $l(AB)$ ))", "усм(актив( $l(BC)$ ))", "конец(известно(терм( $\angle(ABC)$ )))", "конец(или(неизв(терм( $l(AB)$ ))) неизв(терм( $l(BC)$ )))", "усм(актив(прямая( $AB$ )))", "не(равно( $A B$ ))", "усм(актив(прямая( $AC$ )))", "не(равно( $A C$ ))", "усм(актив(прямая( $BC$ )))", "не(усм(принадлежит( $C$  прямая( $AB$ ))))", "не(равно( $B C$ ))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 4.

4.2.5.2.2.2. Связь заданного атома "неизв" с заданным старым атомом через посредство группы известных атомов.

Пример:

$$\forall_{ABCDE}(C \in \text{окружность}(AB) \ \& \ D \in \text{окружность}(AB) \ \& \ E \in \text{окружность}(AB) \ \& \ \text{актив}(\angle(CED)) \rightarrow l(CD) = 2l(AB) \sin(\angle(CED)))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Расстояние  $l(CD)$  известно. Угол  $\angle(CED)$  имеет тип "неизв", расстояние  $l(AB)$  уже рассматривается в задаче.

Спецификация приема имеет вид "тип(младшие члены)", "неизв( $t$ )", "терм( $r$ )", где  $t$  - атом типа "неизв";  $r$  - старый атом, связываемый с атомом "неизв". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 8 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "конец(неизв(терм( $\angle(CED)$ )))", "усм(актив( $l(CD)$ ))", "усм(актив( $l(AB)$ ))", "конец(известно(терм( $l(CD)$ )))", "не(равно( $C D$ ))", "не(усм(принадлежит( $D$  прямая( $CE$ ))))", "не(равно( $A B$ ))". Этого почти достаточно.

Число приемов заданного типа - 4.

4.2.5.2.2.3. Связь между двумя заданными атомами "неизв" через посредство группы известных атомов.

Пример:

$$\forall_{ABCD}(\text{актив}(l(AB)) \ \& \ \text{прямая}(AB) \perp \text{прямая}(AC) \ \& \ \text{актив}(\angle(CBD)) \ \& \ B \in \text{отрезок}(AD) \rightarrow l(AB) = -\cos(\angle(CBD))l(BC))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Угол  $\angle(CBD)$  известен. Расстояния  $l(AB)$ ,  $l(CD)$ .

Спецификация приема имеет вид "тип(величина)", "терм( $t_1$ )", "терм( $t_2$ )", где  $t_1, t_2$  - атомы типа "неизв". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 7 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "усм(актив( $l(BC)$ ))", "конец(известно(терм( $\angle(CBD)$ )))", "конец(неизв(терм( $l(AB)$ )))", "конец(неизв(терм( $l(BC)$ )))", "усм(актив(прямая( $AB$ )))", "не(равно( $A B$ ))", "усм(актив(прямая( $AC$ )))", "не(равно( $A C$ ))", "усм(актив(прямая( $BC$ )))", "усм(актив(прямая( $BD$ )))", "не(равно( $A D$ ))", "не(усм(принадлежит( $D$  прямая( $BC$ ))))", "не(равно( $B D$ ))", "не(равно( $B C$ ))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 3.

4.2.5.2.2.4. Вычисление нормализатором атома, недостающего для определения связи между двумя атомами "неизв".

Пример:

$$\forall_{ABCa}(\text{актив}(l(AB)) \& \text{актив}(l(AC)) \& \text{актив}(l(BC)) \& \angle(BAC) = a \rightarrow 2l(AB)l(AC) \cos a = l(AB)^2 + l(AC)^2 - l(BC)^2)$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Последний антецедент выделен указателем "идентификатор". Его левая часть обрабатывается нормализаторами "нормугол" и "величинаугла". Последний предпринимает попытку вычислить угол из рассмотрения группы углов с общей вершиной. Выражения  $a$  и  $l(AB)$  не содержат неизвестных, атомы  $l(AC)$  и  $l(BC)$  имеют тип "неизв".

Спецификация приема имеет вид "тип(нижняяоценка)", "терм( $t_1$ )", "терм( $t_2$ )", "оператор( $R$ )", где  $t_1, t_2$  - атомы "неизв",  $R$  - используемый для вычисления нормализатор. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 7 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "известно( $a$ )", "известно(терм( $l(AB)$ ))", "неизв(терм( $l(AC)$ ))", "неизв(терм( $l(BC)$ ))", "не(усм(принадлежит( $C$  прямая( $AB$ ))))", "не(равно( $A B$ ))", "не(равно( $A C$ ))", "не(равно( $B C$ ))". Требуется доработка.

раг

Число приемов данного типа - 1.

4.2.5.2.3. Связь заданного атома "неизв" с заданным другим числовым атомом через группу известных атомов.

4.2.5.2.3.1. Связь заданного атома "неизв" с заданным другим числовым атомом через группу известных атомов.

Пример:

$$\forall_{ABC}(\text{актив}(l(AB)) \& \text{актив}(l(AC)) \& B \in \text{прямая}(AC) \& \text{точкалуча}(C, A, B) \rightarrow l(AB) = |l(AC) - l(BC)|)$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Расстояние  $l(AC)$  известно, расстояние  $l(AB)$  имеет тип "неизв".



Спецификация приема имеет вид "тип(подфрагмент)", "терм( $t$ )", "неизв( $r$ )". Здесь  $r$  - атом "неизв",  $t$  - другой из атомов, между которыми устанавливается связь. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "неизв(терм( $l(AB)$ )))", "конец(известно(терм( $l(AC)$ )))", "усм(актив(прямая( $AC$ )))", "не(равно( $A C$ ))", "не(равно( $B C$ ))", "не(равно( $A B$ ))". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 5.

4.2.5.2.3.2. Связь заданного атома "неизв" с заданным атомом "возмсвяз", косвенно связанным со старыми объектами, через группу известных атомов.

Пример:

$$\forall_{ABCDE}(\text{актив}(\text{окружность}(AB)) \ \& \ \text{актив}(\angle(CED)) \ \& \ C \in \text{окружность}(AB) \\ \& \ D \in \text{окружность}(AB) \ \& \ E \in \text{окружность}(AB) \ \& \ \text{актив}(\text{прямая}(CE)) \ \& \\ \text{актив}(\text{прямая}(DE)) \ \& \ 0 \leq \pi/2 - \angle(CED) \rightarrow 2\angle(CED) = \angle(CAD))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Угол  $\angle(CED)$  имеет тип "неизв". Угол  $\angle(CAD)$  не известен, причем пакетный индикатор "возмсвяз" усматривает перспективность попыток установления его связи с уже имеющимися в задаче числовыми атомами. Прямые  $AC$  и  $AD$  - стороны угла - уже рассматриваются в задаче.

Спецификация приема имеет вид "тип(Прямая)", "терм( $t$ )", "неизв( $r$ )", где  $t$  - атом "возмсвяз",  $r$  - атом "неизв". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "неизв(терм( $\angle(CED)$ ))", "легковидеть(возмсвяз(угол( $CAD$ )))", "усм(актив(прямая( $AC$ )))", "усм(актив(прямая( $AD$ )))", "не(равно( $C D$ ))", "не(равно( $C E$ ))", "не(равно( $D E$ ))", "не(усм(принадлежит( $D$  прямая( $CE$ ))))". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 1.

4.2.5.2.3.3. Связь заданного атома "неизв" с заданным определимым атомом через посредство группы известных атомов.

Пример:

$$\forall_{ABC}(\text{прямая}(AB) \perp \text{прямая}(BC) \rightarrow l(AC)^2 = l(AB)^2 + l(BC)^2)$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Расстояние  $l(AB)$  известно, расстояние  $l(BC)$  имеет тип "неизв", расстояние  $l(AC)$  имеет тип "определимо".

Спецификация приема имеет вид "тип(цифрзначение)", "неизв( $t$ )", "терм( $r$ )", где  $t$  - атом "неизв",  $r$  - определимый атом. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 12 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "конец(известно(терм( $l(AB)$ )))", "конец(неизв(терм( $l(BC)$ )))", "конец(легковидеть(определимо( $l(AC)$ )))", "усм(актив( $l(AB)$ ))",

"усм(актив(прямая( $AB$ )))", "не(равно( $A B$ ))", "усм(актив(прямая( $BC$ )))", "не(равно( $B C$ ))", "не(равно( $A C$ ))". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

4.2.5.2.3.4. Связь заданного атома "неизв" с заданным новым числовым атомом через группу известных атомов.

4.2.5.2.3.4.1. Связь заданного атома "неизв" с заданным новым числовым атомом через группу известных атомов.

Пример:

$$\forall_{ABC}(\text{актив}(l(AB)) \ \& \ B \in \text{отрезок}(AC) \rightarrow l(AC) = l(AB) + l(BC))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Расстояние  $l(AB)$  известно, расстояние  $l(AC)$  имеет тип "неизв". Расстояние  $l(BC)$  пока в задаче не встречается.

Спецификация приема имеет вид "тип(оператор)", "терм( $r$ )", "неизв( $t$ )", где  $r$  - новый атом;  $t$  - атом типа "неизв". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 9 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "не(усм(актив( $l(BC)$ )))", "усм(актив( $l(AC)$ ))", "известно(терм( $l(AB)$ ))", "неизв(терм( $l(AC)$ ))", "не(равно( $A C$ ))", "не(равно( $A B$ ))", "не(равно( $B C$ ))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 2.

4.2.5.2.3.4.2. Выражение заданного нового числового атома через заданный атом "внешнеизв" и группу известных атомов.

Пример:

$$\forall_{ABC}(\text{актив}(l(AC)) \ \& \ \text{актив}(l(BC)) \ \& \ B \in \text{отрезок}(AC) \ \& \ C \in \text{прямая}(AB) \rightarrow l(AB) = l(AC) - l(BC))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Расстояние  $l(A)$  известно, расстояние  $l(BC)$  имеет тип "внешнеизв". Расстояние  $l(AB)$  пока в задаче не встречается.

Спецификация приема имеет вид "тип(идентзадачи)", "терм( $r$ )", "неизв( $t$ )". Здесь  $r$  - новый атом,  $t$  - атом "неизв". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 9 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "не(усм(актив( $l(AB)$ )))", "конец(известно(терм( $l(AC)$ )))", "конец(внешнеизв(терм( $l(AC)$ )))", "не(равно( $A C$ ))", "усм(актив(прямая( $AB$ )))", "не(равно( $A B$ ))", "не(равно( $B C$ ))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

4.2.5.2.4. Связь между двумя заданными атомами, один из которых - "неизв", а другой - применимый, через посредство группы известных числовых атомов.

$\forall_{ABCDE}(\text{актив}(l(AE)) \& \text{прямая}(AE) \perp \text{прямая}(BC) \& E \in \text{прямая}(BC) \& \text{прямая}(BD) \perp \text{прямая}(AC) \& D \in \text{прямая}(AC) \& al(AE) = bl(AC) \rightarrow bl(BC) = al(BD))$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Последний антецедент обрабатывается пакетным синтезатором. Выражения  $a, b$  известны. Один из атомов  $BC, BD$  имеет тип "неизв", а другой - тип "применимо".

Спецификация приема имеет вид "тип(внутрвывод)", "терм( $t_1$ )", "терм( $t_2$ )", где  $t_1, t_2$  - атомы, между которыми устанавливается связь. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "известно( $b$ )", "известно( $a$ )", "конец(числатомы(набор(терм( $l(BC)$ ) терм( $l(BD)$ )) и(неизв(1) применимо(1))))", "усм(актив(прямая( $AE$ )))", "не(равно( $A E$ ))", "усм(актив(прямая( $BC$ )))", "не(равно( $B C$ ))", "усм(актив(прямая( $BD$ )))", "не(равно( $B D$ ))", "усм(актив(прямая( $AC$ )))", "не(равно( $A C$ ))", "усм(актив( $l(AC)$ ))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

4.2.5.3. Два заданных числовых атома можно связать альтернативным соотношением.

Пример:

$\forall_{ABC}(\text{актив}(\angle(BAC)) \rightarrow 2l(AB)l(AC) \cos(\angle(BAC)) = l(AB)^2 + l(AC)^2 - l(BC)^2)$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Расстояние  $AC$  и угол  $BAC$  известны. Пакетный индикатор "сводимо" усматривает возможность выразить расстояние  $AB$  через расстояние  $BC$  без использования атомов  $l(AC), \angle(BAC)$ .

Спецификация приема имеет вид "тип(извлечениеварианта)", "терм( $t_1$ )", "терм( $t_2$ )", где  $t_1, t_2$  - атомы, связываемые соотношением. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 8 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "усм(актив( $l(AC)$ ))", "известно(терм( $l(AC)$ ))", "известно(терм( $\angle(BAC)$ ))", "конец(легковидеть(сводимо( $l(AB) l(BC)$ )) замечание(стоп  $l(AC)$ ) замечание(стоп  $\angle(BAC)$ )))", "не(известно(результат))", "не(усм(принадлежит( $C$  прямая( $AB$ ))))", "не(равно( $A B$ ))", "не(равно( $A C$ ))", "не(равно( $B C$ ))". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 2.

4.2.5.4. Связь заданного существенного атома с заданным определимым через посредство группы известных атомов.

4.2.5.4.1. Связь заданного существенного атома с заданным определимым через посредство группы известных атомов.

Пример:

$$\forall_{ABCDEFG}(\text{актив}(\text{окружность}(AB)) \ \& \ C \in \text{окружность}(AB) \ \& \\ D \in \text{окружность}(AB) \ \& \ E \in \text{окружность}(AB) \ \& \ F \in \text{окружность}(AB) \ \& \\ G \in \text{прямая}(CD) \ \& \ G \in \text{прямая}(EF) \rightarrow l(CG)l(DG) = l(EG)l(GF))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на следование. Расстояния  $CG$  и  $DG$  известны. Расстояние  $l(GF)$  имеет тип "существом", т.е. одноименный пакетный индикатор усматривает возможность связать его с числовыми атомами, входящими в уравнения с численными неизвестными. Расстояние  $l(EG)$  имеет тип "определимо".

Спецификация приема имеет вид "тип(разделены)", "применимо( $t$ )", "определимо( $r$ )", где  $t$  - атом типа "существом",  $r$  - атом типа "определимо". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 8 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "конец(известно(терм( $l(CG)$ )))", "конец(известно(терм( $l(DG)$ )))", "конец(легковидеть(существом( $l(GF)$ )))", "конец(легковидеть(определимо( $l(EG)$ )))", "усм(актив( $l(CG)$ ))", "усм(актив( $l(DG)$ ))", "не(известно(результат))", "не(равно( $C D$ ))", "не(равно( $C E$ ))", "не(равно( $C F$ ))", "не(равно( $D E$ ))", "не(равно( $D F$ ))", "не(равно( $E F$ ))", "усм(актив(прямая( $CD$ )))", "усм(актив(прямая( $EF$ )))", "не(равно( $C G$ ))", "не(равно( $D G$ ))", "не(равно( $E G$ ))", "не(равно( $F G$ ))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 2.

4.2.5.4.2. Связь заданного применимого атома с заданным определимым через посредство группы известных атомов.

Пример:

$$\forall_{ABCD}(\text{прямая}(AB) \perp \text{прямая}(AC) \ \& \ D \in \text{прямая}(BC) \ \& \ \text{прямая}(AD) \perp \\ \text{прямая}(BC) \rightarrow l(BD)l(BC) = l(AB)^2)$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Расстояние  $BD$  известно, расстояние  $BC$  имеет тип "применимо", расстояние  $AB$  - тип "определимо".

Спецификация приема имеет вид "тип(исключзадачи)", "применимо( $t$ )", "определимо( $r$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 8 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "конец(известно(терм( $l(BD)$ )))", "конец(легковидеть(применимо( $l(BC)$ )))", "конец(легковидеть(определимо( $l(AB)$ )))", "усм(актив( $l(BD)$ ))", "не(известно(результат))", "усм(актив(прямая( $AB$ )))", "не(равно( $A B$ ))", "усм(актив(прямая( $AC$ )))", "не(равно( $A C$ ))", "усм(актив(прямая( $BC$ )))", "не(равно( $B C$ ))", "усм(актив(прямая( $AD$ )))", "не(равно( $A D$ ))", "не(равно( $B D$ ))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 2.

4.2.5.5. Связь заданного неизвестного старого атома с другим неизвестным атомом через группу известных атомов.

4.2.5.5.1. Связь заданного неизвестного старого атома с заданным неизвестным атомом через группу известных атомов.

Пример:

$$\forall_{ABCp}(\text{условвероятн}(A, \text{элементы}(C) \setminus B, C) = p \ \& \ \text{непересек}(A, B) \rightarrow \text{вероятность}(A, C) = p(1 - \text{вероятность}(B, C)))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Первый антецедент идентифицируется с посылкой. Выражение  $p$  не содержит неизвестных. Выражение "вероятность( $AC$ )" уже встречается в посылках.

Спецификация приема имеет вид "тип(свертканабора)", "актив( $t$ )", "терм( $r$ )", где  $t$  - старый атом,  $r$  - другой неизвестный атом. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 8 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "контекст(посылка( $x_1$ ) позиция( $x_2$   $x_1$ ) вид( $x_2$  вероятность( $AC$ )))", "известно( $p$ )", "не(известно(результат))". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

4.2.5.5.2. Связь заданного неизвестного старого атома с заданным определенным атомом через группу известных атомов.

Пример:

$$\forall_{ABCDE}(\text{актив}(окружность(AB)) \ \& \ \text{актив}(\angle(CAD)) \ \& \ C \in \text{окружность}(AB) \ \& \ D \in \text{окружность}(AB) \ \& \ E \in \text{окружность}(AB) \ \& \ \text{актив}(прямая(CE)) \ \& \ \text{актив}(прямая(DE)) \ \& \ 0 \leq \pi/2 - \angle(CED) \rightarrow 2\angle(CED) = \angle(CAD))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Угол  $\angle(CAD)$  не известен, но уже встречается в задаче. Угол  $\angle(CED)$  имеет тип "определимо".

Спецификация приема имеет вид "тип(длина)", "актив( $t$ )", "терм( $r$ )", где  $t$  - старый атом,  $r$  - атом типа "определимо". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 8 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "конец(не(известно(терм( $\angle(CAD)$ ))))", "конец(легковидеть(определимо(угол( $CED$ ))))", "усм(актив(прямая( $AC$ )))", "усм(актив(прямая( $AD$ )))", "не(равно( $C$   $D$ ))", "не(равно( $C$   $E$ ))", "не(равно( $D$   $E$ ))", "не(усм(принадлежит( $D$  прямая( $AC$ ))))", "не(усм(принадлежит( $D$  прямая( $CE$ ))))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

4.2.5.6. Связь заданного применимого атома с заданным старым атомом через группу известных атомов.

Пример:

$$\forall_{ABCDE}(D \in \text{окружность}(AB) \ \& \ C \in \text{окружность}(AB) \ \& \ \text{прямая}(CE) \perp \text{прямая}(AC) \rightarrow l(CD) = 2l(AC) \sin(\angle(DCE)))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Угол  $\angle(DCE)$  имеет тип "применимо", расстояние  $CD$  уже встречается в задаче. Расстояние  $l(AC)$  известно.

Спецификация приема имеет вид "тип(ассоциативно)", "актив( $t$ )", "терм( $r$ )". Здесь  $r$  - применимый атом,  $t$  - старый атом. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 8 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "конец(легковидеть(применимо(угол( $DCE$ ))))", "не(известно(результат))", "усм(актив( $l(AC)$ ))", "усм(актив( $l(CD)$ ))", "конец(известно(терм( $l(AC)$ )))", "не(равно( $CD$ ))", "усм(актив(прямая( $CE$ )))", "не(равно( $CE$ ))", "усм(актив(прямая( $AC$ )))", "не(равно( $AC$ ))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

4.2.5.7. Связь между двумя заданными числовыми атомами "неизпарам" через посредство группы известных атомов.

Пример:

$$\forall_{ABCEF}(\text{окружность}(EF) \text{ вписана в фигура}(ABC) \rightarrow l(EF)\text{периметр(фигура}(ABC)) = 2S(\text{фигура}(ABC)))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Числовые атомы периметр(фигура( $ABC$ )) и  $S$ (фигура( $ABC$ )) имеют тип "неизпарам", т.е. одноименный пакетный индикатор усматривает возможность выразить их через численные параметры, содержащие хотя бы одну неизвестную. Расстояние  $EF$  известно.

Спецификация приема имеет вид "тип(косеканс)", "терм( $t_1$ )", "терм( $t_2$ )", где  $t_1, t_2$  - числовые атомы типа "неизпарам". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "усм(актив( $l(EF)$ ))", "известно(терм( $l(EF)$ ))", "легковидеть(неизпарам(периметр(фигура(набор( $ABC$ ))))", "легковидеть(неизпарам(площадь(фигура(набор( $ABC$ ))))", "не(известно(результат))", "не(равно( $E F$ ))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

4.2.5.8. Связь между двумя заданными существенными числовыми атомами через посредство группы известных атомов.

В качестве примера рассмотрим прием, теорема которого - та же, что в предыдущем пункте. Он применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Числовые атомы периметр(фигура( $ABC$ )) и  $S$ (фигура( $ABC$ )) имеют тип "существовать", т.е. одноименный пакетный индикатор усматривает возможность связать их с числовыми атомами, входящими в уравнения с неизвестными. Расстояние  $EF$  известно.

Спецификация приема имеет вид "тип(пи)", "терм( $t_1$ )", "терм( $t_2$ )", где  $t_1, t_2$  - числовые атомы типа "неизпарам". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 10 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать)

тип(исследовать)", "усм(актив( $l(EF)$ ))", "известно(терм( $l(EF)$ ))", "легковидеть(существом(периметр(фигура(набор( $ABC$ )))))", "легковидеть(существом(площадь(фигура(набор( $ABC$ )))))", "не(известно(результат))", "не(равно( $EF$ ))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 3.

4.2.5.9. Соотношение пропорциональности "существопропорц" с известными коэффициентами связывает два заданных атома.

Пример:

$$\forall_{ABCDpq}(D \in \text{отрезок}(AB) \ \& \ \text{актив}(\angle(ACD)) \ \& \ \text{актив}(\angle(BCD)) \ \& \ pl(AD) = ql(BD) \ \& \ \text{актив}(\text{прямая}(CD)) \ \& \ \text{актив}(l(AD)) \ \& \ \text{актив}(l(BD)) \ \& \ \text{актив}(\text{прямая}(AC)) \ \& \ \text{актив}(\text{прямая}(BC)) \rightarrow p \sin(\angle(ACD))l(AC) = q \sin(\angle(BCD))l(BC))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Четвертый антецедент обрабатывается пакетным синтезатором. Выражения  $p, q$  и углы  $ACD, BCD$  известны. Пакетный индикатор "существопропорц" усматривает, что соотношение пропорциональности для расстояний  $AC$  и  $BC$  представляет интерес.

Спецификация приема имеет вид "тип(сопровожднеравенство)", "терм( $t_1$ )", "терм( $t_2$ )", где  $t_1, t_2$  - атомы, для которых выводится соотношение пропорциональности. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 6 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "конец(легковидеть(существопропорц( $l(AC), l(BC)$ )))", "известно( $p$ )", "известно(терм(угол( $ACD$ )))", "известно( $q$ )", "известно(терм(угол( $BCD$ )))", "не(известно(результат))", "не(равно( $A B$ ))", "не(равно( $C D$ ))", "не(равно( $A C$ ))", "не(равно( $B C$ ))", "не(равно( $A D$ ))", "не(равно( $B D$ ))", "не(усм(принадлежит( $D$  прямая( $AC$ ))))", "не(усм(принадлежит( $D$  прямая( $BC$ ))))". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 1.

4.2.5.10. Связь двух заданных неизвестных старых атомов через группу известных атомов.

Пример:

$$\forall_{ABC}(l(AB) = l(BC) \ \& \ \text{актив}(l(AC)) \ \& \ \text{актив}(\angle(BAC)) \rightarrow 2l(AB) \cos(\angle(BAC)) = l(AC))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Расстояние  $l(AB)$  известно. Угол  $BAC$  и расстояние  $l(AC)$  не известны, но встречаются в задаче.

Спецификация приема имеет вид "тип(новаяветвь)", "терм( $t_1$ )", "терм( $t_2$ )", где  $t_1, t_2$  - старые не известные атомы. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 8 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать))

тип(исследовать))", "конец(известно(терм( $l(AB)$ )))", "конец(не(известно(терм( $\angle(BAC)$ ))))", "конец(не(известно(терм( $l(AC)$ ))))", "усм(актив(прямая( $AB$ )))", "усм(актив(прямая( $AC$ )))", "не(усм(принадлежит( $C$  прямая( $AB$ ))))", "не(равно( $A B$ ))", "не(равно( $A C$ ))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 2.

4.2.5.11. Связь текущего атома с атомом, имеющим большую степень определенности, через группу известных атомов.

Пример:

$$\forall_{ABCDab}(\text{актив}(l(BD)) \ \& \ D \in \text{прямая}(AC) \ \& \ \text{актив}(l(AD)) \ \& \ al(AC) = bl(AD) \rightarrow bS(\text{фигура}(ABD)) = aS(\text{фигура}(ABC)))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Указатель "контрольвывода" инициирует попытку его применения при усмотрении выражения  $S(\text{фигура}(ABC))$ . Четвертый антецедент обрабатывается пакетным синтезатором. Выражения  $a, b$  известны. Пакетный синтезатор "определимость" находит эвристические оценки степени определенности площадей  $ABC$  и  $ABD$  в текущем контексте, причем вторая оценка оказывается больше первой. Фактически учитывается число известных сторон треугольника.

Спецификация приема имеет вид "тип(общаяпрямая)", "терм( $t$ )", "определимость( $r$ )", где  $t$  - текущий атом,  $r$  - атом с большей степенью определенности. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 8 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "известно( $b$ )", "известно( $a$ )", "контекст(значения(определимость(фикс(площадь(фигура(набор( $ABC$ )))) x3) значения(определимость(фикс(площадь(фигура(набор( $ABD$ )))) x4) меньше(x3 x4))", "усм(актив(прямая( $AC$ )))", "не(равно( $A C$ ))". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 1.

4.2.5.12. Связь текущего атома с другим невырожденным атомом через группу известных атомов.

4.2.5.12.1. Связь текущего атома с другим невырожденным атомом через группу известных атомов.

Пример:

$$\forall_{abcdmn}(a = b + d \ \& \ \text{уголмежду}(a, b) = c \ \& \ \text{длина}(a) = m \ \& \ \text{длина}(b) = n \rightarrow \text{mbox}(d) = \sqrt{m^2 + n^2 - 2mn \cos c})$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Указатель "контрольвывода" инициирует попытку его применения при усмотрении выражения "длина( $d$ )". Последние три антецедента выделены указателем "идентификатор". Выражения  $m, n$  известны, выражение "длина( $d$ )", после обработки нормализатором "нормдлина", содержит неизвестные.



Спецификация приема имеет вид "тип(проекция)", "теквхожд( $t$ )", "терм( $r$ )", где  $t$  - текущий атом;  $r$  - атом, с которым он связывается соотношением. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 10 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "известно( $m$ )", "известно( $n$ )", "не(известно(терм(длина( $d$ ))))". Создается указатель "контрольвывода(длина( $d$ ))". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 2.

4.2.5.12.2. Связь текущего атома со старым невырожденным атомом через группу известных атомов.

Пример:

$$\forall_{abcdxy}(\text{длина}([x + a, y + b]) = \text{длина}([x + c, y + d]) + b - a + c - d)$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Указатель "контрольвывода" инициирует попытку его применения при усмотрении выражения "длина( $[x + a, y + b]$ )". Указатель "контекст" определяет дополнительную идентификацию подвыражения посылки  $[x + c, y + d]$ . Здесь  $x, y$  - переменные; выражения  $a, b, c, d$  не содержат неизвестных и могут обращаться в 0.

Спецификация приема имеет вид "тип(префикснаярекурсия)", "теквхожд( $t$ )", "терм( $r$ )", где  $t$  - текущий атом;  $r$  - атом, с которым он связывается соотношением. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 10 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "известно( $b$ )", "известно( $a$ )", "известно( $c$ )", "известно( $d$ )", "или(не(заголовок( $a$  0))не(заголовок( $b$  0))не(заголовок( $c$  0))не(заголовок( $d$  0)))". Создаются указатели "контрольвывода(длина( $[x + a, y + b]$ ))" и "контекст(посылка( $x$ 5)позиция( $x$ 6  $x$ 5) вид( $x$ 6 длина( $[x + c, y + d]$ ))единица( $0$   $c$   $d$   $x$   $y$ ))". требуется доработка.

Число приемов данного типа - 1.

4.2.5.13. Связь текущего известного атома с двумя числовыми атомами через посредство группы известных атомов.

Пример:

$$\forall_{ABC}(\text{актив}(\angle(BAC)) \rightarrow 2S(\text{фигура}(ABC)) = l(AB)l(AC) \sin(\angle(BAC)))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Указатель "контрольвывода" инициирует попытку его применения при усмотрении выражения " $S(\text{фигура}(ABC))$ ". Значение этого выражения известно. Известен также угол  $BAC$ .

Спецификация приема имеет вид "тип(внеописать)", "теквхожд( $t$ )", "терм( $r_1$ )", "терм( $r_2$ )", где  $t$  - текущий атом;  $r_1$  и  $r_2$  - не известные атомы, связываемые соотношением. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 10 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "известно(терм( $S(\text{фигура}(ABC))$ ))", "известно(терм( $\angle(BAC)$ ))", "не(известно(

результат))", "усм(актив(прямая( $AB$ )))", "усм(актив(прямая( $AC$ )))", "не(усм(принадлежит( $C$  прямая( $AB$ ))))", "не(равно( $A B$ ))". "не(равно( $A C$ ))". Создается также указатель "контрольвывода(площадь(фигура(набор( $ABC$ ))))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

4.3. Связь заданной группы старых атомов с другими атомами.

4.3.1. Связь заданной группы старых атомов с другими атомами.

Пример:

$$\forall_{ABCDEFab}(\text{актив}(S(\text{фигура}(ACB))) \& C \in \text{отрезок}(AD) \& al(AC) = bl(CD) \& E \in \text{отрезок}(BD) \& F \in \text{отрезок}(BD) \& \text{актив}(S(\text{фигура}(AEF))) \rightarrow bl(BD)S(\text{фигура}(AEF)) = (a + b)l(EF)S(\text{фигура}(ACB)))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Площади уже рассматриваются в задаче; для расстояний это не требуется.

Спецификация приема имеет вид "тип(сохрзначений)", "терм( $t_1$ )", ..., "терм( $t_n$ )", где  $t_i$  - старые атомы. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 5 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "не(равно( $A D$ ))", "не(равно( $B D$ ))", "не(равно( $E F$ ))", "не(равно( $A C$ ))", "не(равно( $C D$ ))", "не(равно( $B E$ ))", "не(равно( $D E$ ))", "не(равно( $B F$ ))", "не(равно( $D F$ ))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 3.

4.3.2. Связь заданной группы старых атомов, среди которых выделен текущий атом, с другими атомами.

Пример:

$$\forall_{ABCD}(D \in \text{прямая}(AC) \rightarrow S(\text{фигура}(ABD))l(AC) = S(\text{фигура}(ABC))l(AD))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Указатель "контрольвывода" инициирует попытку его применения при усмотрении выражения " $S(\text{фигура}(ABC))$ ". Указатель "контекст" определяет дополнительную идентификацию посылки " $\text{актив}(S(\text{фигура}(ABD)))$ ".

Спецификация приема имеет вид "тип(сегмент)", "теквхожд( $r$ )", "терм( $t_1$ )", ..., "терм( $t_n$ )", где  $r$  - текущий атом;  $t_i$  - остальные старые атомы. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 5 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "усм(актив(прямая( $AC$ )))", "не(равно( $A C$ ))", "не(равно( $A D$ ))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

4.3.3. Связь заданной группы старых атомов с другими атомами, косвенно связанными с выделенными в задаче объектами.

Пример:

$$\forall_{ABCDEFGFG}(\text{прямая}(CD) \perp \text{прямая}(AC) \ \& \ C \in \text{окружность}(AB) \ \& \\ E \in \text{окружность}(AB) \ \& \ F \in \text{окружность}(AB) \ \& \ \text{прямая}(CG) \perp \text{прямая}(EF) \ \& \\ G \in \text{прямая}(EF) \ \& \ \text{прямая}(DE) \perp \text{прямая}(CD) \rightarrow l(DE)l(CF) = l(CE)l(CG))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Расстояния  $DE$  и  $CG$  уже рассматриваются в задаче. Рассматриваются также прямые  $CF$  и  $CE$ .

Спецификация приема имеет вид "тип(нормтангенс)", "терм( $t_1$ )", ..., "терм( $t_n$ )", где  $t_i$  - старые атомы. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания  $\bar{5}$  и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "усм(актив( $l(DE)$ ))", "усм(актив( $l(CG)$ ))", "усм(актив(прямая( $CF$ )))", "усм(актив(прямая( $CE$ )))", "усм(актив(прямая( $CD$ )))", "не(равно( $C D$ ))", "усм(актив(прямая( $AC$ )))", "не(равно( $A C$ ))", "не(равно( $C E$ ))", "не(равно( $C F$ ))", "не(равно( $E F$ ))", "усм(актив(прямая( $CG$ )))", "не(равно( $C G$ ))", "усм(актив(прямая( $EF$ )))", "усм(актив(прямая( $DE$ )))", "не(равно( $D E$ ))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 2.

4.3.4. Соотношение связывает заданные старые атомы с группой числовых атомов, хотя бы один из которых - существенный.

Пример:

$$\forall_{ABCDEFGFG}(D \in \text{окружность}(AB) \ \& \ F \in \text{отрезок}(CD) \ \& \ E \in \text{окружность}(AB) \\ \& \ F \in \text{окружность}(AB) \ \& \ G \in \text{окружность}(AB) \ \& \ G \in \text{отрезок}(CE) \ \& \\ \text{разныеточки}(F, D) \ \& \ \text{разныеточки}(G, E) \rightarrow l(CF)l(CD) = l(CG)l(CE))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Расстояния  $CF$  и  $CG$  уже рассматриваются в задаче. Хотя бы одно из расстояний  $CD$ ,  $CE$  пределяется пакетным индикатором как "существом".

Спецификация приема имеет вид "тип(делит)", "терм( $t_1$ )", "терм( $t_2$ )", где  $t_1, t_2$  - старые атомы. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания  $\bar{5}$  и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "усм(актив( $l(CF)$ ))", "усм(актив( $l(CG)$ ))", "конец(или(легковидеть(существом( $l(CD)$ ))) легковидеть(существом( $l(CE)$ )))", "не(равно( $D E$ ))", "не(равно( $D F$ ))", "не(равно( $D G$ ))", "не(равно( $E F$ ))", "не(равно( $E G$ ))", "не(равно( $F G$ ))", "не(равно( $C E$ ))", "не(равно( $C F$ ))", "не(равно( $C G$ ))", "не(равно( $C D$ ))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

4.3.5. Связь двух заданных атомов, один из которых известен, а другой - "неизв", через группу новых атомов.

Пример:

$$\forall_{ABCDE}(\text{актив}(\angle(ABC)) \ \& \ \text{актив}(\angle(DBE)) \ \& \ \text{однасторона}(A, E, \text{прямая}(BC)) \ \& \ \text{разныестороны}(A, E, \text{прямая}(BD)) \ \& \ \text{разныестороны}(C, D, \text{прямая}(BE)) \ \& \ \text{однасторона}(E, D, \text{прямая}(BC)) \rightarrow \angle(ABC) = \angle(ABD) + \angle(DBE) + \angle(EBC))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Один из углов  $ABC$ ,  $DBE$  известен, другой имеет тип "неизв".

Спецификация приема имеет вид "тип(простоенервенство)", "терм( $t_1$ )", "терм( $t_2$ )", где  $t_1, t_2$  - атомы, один из которых известен, а другой имеет тип "неизв". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 13 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "конец(числатомы(набор(терм(угол( $ABC$ )) терм(угол( $DBE$ ))))", "усм(актив(прямая( $BD$ )))", "усм(актив(прямая( $BE$ )))", "не(усм(принадлежит( $C$  прямая( $AB$ ))))", "не(усм(принадлежит( $E$  прямая( $BD$ ))))". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 2.

#### 4.3.6. Связь заданной группы старых атомов через численные параметры.

4.3.6.1. Связь заданной группы старых атомов через численные параметры, если текущий атом также выразим через численные параметры.

Пример:

$$\forall_{ABC}(\text{актив}(l(AB)) \ \& \ \text{актив}(l(AC)) \rightarrow 2S(\text{фигура}(ABC)) = l(AB)l(AC) \sin(\angle(BAC)))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Указатель "контрольвывода" инициирует попытку его применения при усмотрении выражения  $S(\text{фигура}(ABC))$ . Угол  $BAC$  уже рассматривается в задаче. Каждый из атомов  $S(\text{фигура}(ABC))$ ,  $\angle(BAC)$  либо известен, либо имеет тип "внешнеизв".

Спецификация приема имеет вид "тип(просмотрсписка)", "теквхожд( $r$ )", "терм( $t_1$ )", ..., "терм( $t_n$ )", где  $r$  - текущий атом;  $t_1, \dots, t_n$  - связываемые соотношением старые атомы. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 8 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "усм(актив(угол( $BAC$ )))", "конец(числатомы(набор(терм(площадь(фигура(набор( $ABC$ ))))), терм(угол( $BAC$ ))) числпарам))", "не(известно(результат))", "не(равно( $A B$ ))", "не(равно( $A C$ ))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

4.3.6.2. Связь заданной группы старых атомов через известные параметры, если текущий атом тоже известен.

Пример:

$$\forall_{ABCD}(\text{актив}(\angle(ABD)) \ \& \ \text{актив}(\angle(DBC)) \ \& \ \text{актив}(l(BD)) \ \& \ D \in \text{отрезок}(AC) \rightarrow 2S(\text{фигура}(ABC)) = l(BD)(l(AB) \sin(\angle(ABD)) + l(BC) \sin(\angle(DBC))))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Указатель "контрольвывода" инициирует попытку его применения при усмотрении выражения  $S(\text{фигура}(ABC))$ . Значение этой площади, а также углы  $ABD$  и  $DBC$  известны. Расстояния  $AB$ ,  $BC$  и  $BD$  уже рассматриваются в задаче.

Спецификация приема имеет вид "тип(скрещивающиеся)", "теквхожд( $r$ )", "терм( $t_1$ )", ..., "терм( $t_n$ )", где  $r$  - текущий атом;  $t_1, \dots, t_n$  - связываемые соотношением старые атомы. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 8 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "усм(актив( $l(AB)$ ))", "усм(актив( $l(BC)$ ))", "известно(терм(площадь(фигура(набор( $ABC$ ))))))", "известно(терм(угол( $ABD$ )))", "известно(терм(угол( $DBC$ )))", "не(известно(результат))", "усм(актив(прямая( $AB$ )))", "усм(актив(прямая( $BD$ )))", "усм(актив(прямая( $BC$ )))", "не(равно( $A C$ ))", "не(усм(принадлежит( $D$  прямая( $AB$ ))))", "не(усм(принадлежит( $C$  прямая( $BD$ ))))", "не(равно( $A D$ ))", "не(равно( $C D$ ))", "не(равно( $B D$ ))", "не(равно( $A B$ ))", "не(равно( $B C$ ))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

4.3.7. Связь группы заданных числовых атомов, выразимых через численные параметры, с другими атомами.

4.3.7.1. Связь группы заданных числовых атомов, выразимых через численные параметры, с другими атомами.

Пример:

$$\forall_{ABCDEFGH} (\text{прямая}(AB) \parallel \text{прямая}(DE) \ \& \ \text{прямая}(AC) \parallel \text{прямая}(DF) \ \& \ \text{прямая}(BC) \parallel \text{прямая}(EF) \ \& \ \text{прямая}(CG) \perp \text{прямая}(AB) \ \& \ \text{прямая}(FH) \perp \text{прямая}(DE) \ \& \ G \in \text{прямая}(AB) \ \& \ H \in \text{прямая}(DE) \ \& \ \text{актив}(l(CG)) \ \& \ \text{актив}(l(FH)) \ \& \ \text{разныепрямые}(\text{прямая}(AB), \text{прямая}(BC)) \rightarrow l(CG)l(DE) = l(FH)l(AB))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Каждое из расстояний  $l(CG)$ ,  $l(FH)$  либо известно, либо имеет тип "внешне-изв".

Спецификация приема имеет вид "тип(определениепараметра)", "терм( $t_1$ )", ..., "терм( $t_n$ )", где  $t_1, \dots, t_n$  - атомы, выразимые через численные параметры (т.е. известные либо типа "внешнеизв"). Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 13 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "числатомы(набор(терм(расстояние( $CG$ )) терм(расстояние( $FH$ ))) числпарам)", "не(известно(результат))", "усм(актив(прямая( $AC$ )))", "не(равно( $A C$ ))", "усм(актив(прямая( $DF$ )))", "не(равно( $D F$ ))", "усм(актив(прямая( $BC$ )))", "не(равно( $B C$ ))", "усм(актив(прямая( $EF$ )))", "не(равно( $E F$ ))", "усм(актив(прямая( $CG$ )))", "не(равно( $C G$ ))", "усм(актив(прямая( $AB$ )))", "не(равно( $A B$ ))", "усм(актив(прямая( $FH$ )))", "не(равно( $F H$ ))", "усм(актив(прямая( $DE$ )))", "не(равно( $D E$ ))", "не(равно(терм(прямая( $AC$ )) терм(прямая( $DF$ ))))", "не(равно(терм(прямая( $BC$ )) терм(прямая( $EF$ ))))", "не(равно(терм(прямая( $AB$ )) терм(прямая( $BC$ ))))". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 3.

4.3.7.2. Связь группы заданных числовых атомов, выразимых через численные параметры (при участии хотя бы одной неизвестной), с другими атомами.

4.3.7.2.1. Связь группы заданных числовых атомов, выразимых через численные параметры (при участии хотя бы одной неизвестной), с другими атомами.

Пример:

$$\forall_{ABC}(\text{актив}(\angle(BAC)) \ \& \ \text{актив}(\angle(ABC)) \rightarrow \sin(\angle(BAC) + \angle(ABC))l(AC) = \sin(\angle(ABC))l(AB))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Каждое из углов  $BAC$ ,  $ABC$  либо известен, либо имеет тип "внешнеизв", причем хотя бы один из них имеет тип "внешнеизв".

Спецификация приема имеет вид "тип(норминф)", "терм( $t_1$ )", ..., "терм( $t_n$ )", где  $t_1, \dots, t_n$  - атомы, выразимые через численные параметры, среди которых встречается "внешнеизв". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 13 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "числатомы(набор(терм(угол( $BAC$ )) терм(угол( $ABC$ ))) Внешнеизв)", "не(известно(результат))", "усм(актив(прямая( $AB$ )))", "усм(актив(прямая( $BC$ )))", "не(усм(принадлежит( $C$  прямая( $AB$ ))))", "не(равно( $AC$ ))", "не(равно( $AB$ ))". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 1.

4.3.7.2.2. Связь группы заданных числовых атомов "внешнеизв" с другими атомами.

Пример:

$$\forall_{ABC}(\text{актив}(l(AC)) \ \& \ \text{актив}(l(BC)) \ \& \ B \in \text{отрезок}(AC) \ \& \ C \in \text{прямая}(AB) \rightarrow l(AC) = l(AB) + l(BC))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Расстояния  $AC$ ,  $BC$  имеют тип "внешнеизв".

Спецификация приема имеет вид "тип(логика)", "терм( $t_1$ )", ..., "терм( $t_n$ )", где  $t_1, \dots, t_n$  - атомы типа "внешнеизв". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 7 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "конец(внешнеизв(терм(расстояние( $AC$ ))))", "конец(внешнеизв(терм(расстояние( $BC$ ))))", "не(равно( $AC$ ))", "усм(актив(прямая( $AB$ )))", "не(равно( $AB$ ))", "не(равно( $BC$ ))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

4.3.7.2.3. Связь группы заданных известных атомов и заданных атомов "внешнеизв" с другими атомами.

Пример:

$$\forall_{ABCDE}(A \in \text{окружность}(DE) \& B \in \text{окружность}(DE) \& C \in \text{окружность}(DE) \& \text{актив}(l(AC)) \& \text{актив}(l(BC)) \& \text{актив}(l(DE)) \rightarrow 4l(DE)S(\text{фигура}(ABC)) = l(AB)l(BC)l(AC))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Расстояние  $DE$  имеет тип "внешнеизв", расстояния  $BC$  и  $AC$  известны.

Спецификация приема имеет вид "тип(сторонафигуры)", "терм( $t_1$ )", ..., "терм( $t_n$ )", "неизв( $r_1$ )", ..., "неизв( $r_m$ )", где  $t_1, \dots, t_n$  - известные атомы;  $r_1, \dots, r_m$  - атомы типа "неизв". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "конец(внешнеизв(терм(расстояние( $DE$ ))))", "конец(известно(терм(расстояние( $BC$ ))))", "конец(известно(терм(расстояние( $AC$ ))))", "не(равно( $A B$ ))", "не(равно( $B C$ ))", "не(равно( $D E$ ))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

4.3.8. Связь заданной группы числовых атомов, ослабленно выразимых через численные параметры, с другими атомами.

Пример:

$$\forall_{auvx}(au = v \& \text{длина}(u) = x \rightarrow |a|x = \text{длина}(v))$$

В первом антецеденте умножение векторное. Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Оба антецедента идентифицируются с посылками. Выражения  $a$ ,  $x$  могут содержать лишь такие невырожденные числовые атомы, у которых количество корневых операндов равно 1. Хотя бы одно из этих выражений представляет собой неизвестную.

Спецификация приема имеет вид "тип(новпосылки)", "терм( $t_1$ )", ..., "терм( $t_n$ )", где  $t_1, \dots, t_n$  - атомы, ослабленно выразимые через численные параметры. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "не(контекст(список( $x_2 a x$ ) числовойатом( $x_2 x_3$ ) не(переменная( $x_3$ )) не(равно(количествооперандов( $x_3$ ) 1))))", "контекст(список( $x_2 a x$ ) числовойатом( $x_2 x_3$ ) неизвестная( $x_3$ ))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

4.3.9. Связь заданного старого атома с другими атомами.

4.3.9.1. Связь заданного старого атома с другими атомами.

Пример:

$$\forall_{ABCDE}(\text{окружность}(DE)\text{описана около фигура}(ABC) \& \text{актив}(\angle(ABC)) \rightarrow 2 \sin(\angle(ABC))l(DE) = l(AC))$$

Прием применяется в посылках задачи на исследование. Угол  $ABC$  уже встречается в задаче.

Спецификация приема имеет вид "тип(попытка)", "терм( $t$ )", где  $t$  - старый атом. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 9 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "усм(актив(прямая( $AB$ )))", "усм(актив(прямая( $BC$ )))", "не(усм(принадлежит( $C$  прямая( $AB$ ))))", "не(равно( $D E$ ))", "не(равно( $A C$ ))". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 20.

#### 4.3.9.2. Связь текущего атома с другими атомами.

Пример:

$$\forall_{ABC}(\text{услвероятн}(A, B, C)\text{вероятность}(B, C) = \text{услвероятн}(B, A, C) \cdot \text{вероятность}(A, C))$$

Прием применяется в посылках задачи на исследование. Указатель "контрольвывода" инициирует попытку его применения при усмотрении выражения "услвероятн( $A, B, C$ )". Проверяется существование в задаче выражения вида "услвероятн( $D, E, F$ )", у которого  $D$  имеет общую переменную с  $B$ .

Спецификация приема имеет вид "тип(буфер)", "терм( $t$ )", где  $t$  - текущий атом. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 5, вводит указатель "контрольвывода(услвероятн( $A, B, C$ ))" и фильтр "тип(исследовать)". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 12.

#### 4.3.9.3. Связь текущего атома с другими атомами через заданные известные атомы.

В качестве примера возьмем прием, теорема которого - та же, что в предыдущем пункте. Он срабатывает в задаче на исследование при усмотрении выражения "услвероятн( $A, B, C$ )". Предварительно проверяется, что выражение "услвероятн( $B, A, C$ )" известно.

Спецификация приема имеет вид "тип(нормнижпредел)", "терм( $r$ )", "известно( $t_1$ )", ..., "известно( $t_n$ )", где  $r$  - текущий атом;  $t_1, \dots, t_n$  - известные атомы. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 5, вводит указатель "контрольвывода(услвероятн( $A, B, C$ ))" и фильтры "тип(исследовать)", "известно(терм(услвероятн( $B, A, C$ )))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

#### 4.3.9.4. Связь заданного старого атома с числовыми атомами, среди которых не более одного нового.

Пример:

$$\forall_{ABC}(\text{прямая}(AB) \perp \text{прямая}(AC) \ \& \ \text{актив}(\angle(ABC)) \rightarrow l(AC) = \text{tg}(\angle(ABC))l(AB))$$



Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Угол  $ABC$  уже встречается в задаче. Хотя бы одно из расстояний  $AB$ ,  $AC$  тоже встречается в задаче.

Спецификация приема имеет вид "тип(помощь)", "терм( $t$ )", где  $t$  - заданный старый атом. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 14 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "или(усм(актив( $l(AB)$ ))усм(актив( $l(AC)$ )))", "усм(актив(прямая( $AB$ )))", "не(равно( $A B$ ))", "усм(актив(прямая( $AC$ )))", "не(равно( $A C$ ))", "усм(актив(прямая( $BC$ )))", "не(усм(принадлежит( $C$  прямая( $AB$ ))))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

4.3.9.5. Связь заданного старого атома с числовыми атомами, среди которых имеется атом "неизв".

4.3.9.5.1. Связь заданного старого атома с числовыми атомами, среди которых имеется атом "неизв".

Пример:

$$\forall_{ABCDEFG}(\text{актив}(\angle(DBE)) \& B \in \text{прямая}(AC) \& F \in \text{прямая}(AC) \& G \in \text{прямая}(AC) \& B \in \text{отрезок}(FG) \& \text{односторона}(D, E, \text{прямая}(AC)) \& \text{разныеточки}(B, F) \& \text{разныеточки}(B, G) \& \text{разныестороны}(F, E, \text{прямая}(BD)) \rightarrow \angle(DBE) = \pi - \angle(FBD) - \angle(GBE))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Угол  $DBE$  уже встречается в задаче. Хотя бы один из углов  $DBE$ ,  $FBD$ ,  $GBE$  имеет тип "неизв".

Спецификация приема имеет вид "тип(элементы)", "терм( $t$ )", где  $t$  - заданный старый атом. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 10 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "конец(числатомы(набор(терм(угол( $DBE$ ))терм(угол( $FBD$ )) терм(угол( $GBE$ ))) неизв(1)))", "усм(актив(прямая( $AC$ )))", "не(равно( $B F$ ))", "не(равно( $F G$ ))", "не(усм(принадлежит( $E$  прямая( $BD$ ))))". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 1.

4.3.9.5.2. Связь заданного старого атома с атомами "неизв".

Пример:

$$\forall_{ABC}(\text{прямая}(AB) \perp \text{прямая}(AC) \& \text{актив}(\angle(ABC)) \rightarrow l(AB) = \cos(\angle(ABC))l(BC))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Угол  $ABC$  уже встречается в задаче. Расстояния  $AB$  и  $BC$  имеют тип "неизв".

Спецификация приема имеет вид "тип(новыйузел)", "терм( $t$ )", где  $t$  - заданный старый атом. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 7 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "усм(актив( $l(AB)$ ))", "усм(актив( $l(BC)$ ))", "конец(неизв(терм( $l(AB)$ )))", "конец(неизв(терм( $l(BC)$ )))", "усм(актив(прямая( $AB$ )))", "не(равно( $A B$ ))", "усм(актив(прямая( $AC$ )))", "не(равно( $A C$ ))", "усм(актив(прямая( $BC$ )))", "не(усм(принадлежит( $C$  прямая( $AB$ ))))", "не(равно( $B C$ ))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

#### 4.3.9.6. Связь заданного старого атома с атомами "возмактив".

Пример:

$$\forall_{ABCEF}(\text{окружность}(EF) \text{ вписана в фигура}(ABC) \rightarrow l(EF)\text{периметр(фигура}(ABC)) = 2S(\text{фигура}(ABC)))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Расстояние  $EF$  уже рассматривается в задаче. Атомы "периметр(фигура( $ABC$ ))", " $S$ (фигура( $ABC$ ))" характеризуются пакетным индикатором "возмактив" как перспективные для дальнейшего рассмотрения.

Спецификация приема имеет вид "тип(арккосинус)", "терм( $t$ )", где  $t$  - заданный старый атом. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 7 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "усм(актив( $l(EF)$ ))", "конец(легковидеть(возмактив(периметр(фигура(набор( $ABC$ ))))))", "конец(легковидеть(возмактив(площадь(фигура(набор( $ABC$ ))))))", "не(известно(результат))", "не(равно( $E F$ ))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 2.

#### 4.3.9.7. Связь заданного атома "Неизв" с другими атомами.

##### 4.3.9.7.1. Связь заданного атома "Неизв" со старыми атомами.

##### 4.3.9.7.1.1. Связь заданного атома "Неизв" с группой старых атомов, хотя бы один из которых - "Неизв".

Пример:

$$\forall_{ABC}(\text{прямая}(AB) \perp \text{прямая}(AC) \ \& \ \text{актив}(\angle(ABC)) \rightarrow l(AC) = \sin(\angle(ABC))l(BC))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Угол  $ABC$  имеет тип "Неизв". Расстояния  $AC$  и  $BC$  уже встречаются в задаче, причем хотя бы одно из них имеет тип "Неизв". Напомним, что выражение  $R$  считается имеющим тип "Неизв", если либо оно содержит неизвестную внешней задачи на описание, либо имеет общее выражение "расстояние(...)" или "угол(...)" с уравнением, содержащим неизвестную внешней задачи на описание, либо существует уравнение, включающее такие выражения "угол(...)",

"расстояние(...)", одно из которых входит в  $R$ , а другое - в уравнение, содержащее неизвестную внешней задачи на описание. Тип "Неизв" является ослабленной версией типа "неизв".

Спецификация приема имеет вид "тип(надфрагмент)", "терм( $t$ )", где  $t$  - заданный атом "Неизв". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 6 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "усм(актив( $l(AC)$ ))", "усм(актив( $l(BC)$ ))", "конец(Неизв(терм(угол( $ABC$ ))))", "конец(Неизв(терм(угол( $ABC$ ))))", "конец(или(Неизв(терм(расстояние( $AC$ ))) Неизв(терм(расстояние( $BC$ ))))", "усм(актив(прямая( $AB$ )))", "не(равно( $A B$ ))", "усм(актив(прямая( $AC$ )))", "не(равно( $A C$ ))", "усм(актив(прямая( $BC$ )))", "не(усм(принадлежит( $C$  прямая( $AB$ ))))", "не(равно( $B C$ ))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

4.3.9.7.1.2. Связь заданного атома "Неизв" со старым атомом через группу известных атомов.

Пример:

$$\forall_{ABCDE}(\text{актив}(\angle(ABC)) \& \text{актив}(\angle(DBE)) \& \text{актив}(\angle(ABD)) \& \text{актив}(\angle(EBC)) \& \text{однасторона}(A, E, \text{прямая}(BC)) \& \text{разныестороны}(A, E, \text{прямая}(BD)) \& \text{разныестороны}(C, D, \text{прямая}(BE)) \& 0 \leq \pi/2 - \angle(DBE) \& 0 \leq \pi/2 - \angle(CBE) \rightarrow \angle(ABC) = \angle(ABD) + \angle(DBE) + \angle(EBC))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Угол  $ABC$  имеет тип "Неизв". Какие-то два из углов  $ABD$ ,  $DBE$ ,  $EBC$  известны, а третий уже встречается в задаче.

Спецификация приема имеет вид "тип(прогрблок)", "терм( $t$ )", где  $t$  - заданный атом "Неизв". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 10 и вводит фильтры и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "Неизв(терм(угол( $ABC$ )))", "конец(числатомы(набор(терм(угол( $ABD$ )), терм(угол( $DBE$ )), терм(угол( $EBC$ ))) опред(актив)))", "усм(актив(прямая( $BD$ )))", "усм(актив(прямая( $BE$ )))", "усм(актив(прямая( $AB$ )))", "усм(актив(прямая( $BC$ )))", "не(усм(принадлежит( $C$  прямая( $AB$ ))))", "не(усм(принадлежит( $E$  прямая( $BD$ ))))", "не(усм(принадлежит( $D$  прямая( $AB$ ))))", "не(усм(принадлежит( $E$  прямая( $BC$ ))))". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 2.

4.3.9.7.2. Связь заданного атома "неизв" с другими атомами.

4.3.9.7.2.1. Связь заданного атома "неизв" с другими атомами.

Пример:

$$\forall_{ABCEF}(\text{окружность}(EF) \text{ вписана в фигура}(ABC) \rightarrow l(EF) \text{ периметр(фигура}(ABC)) = 2S(\text{фигура}(ABC)))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Расстояние  $EF$  имеет тип "неизв".

Спецификация приема имеет вид "тип(разборслучаев)", "терм( $t$ )", где  $t$  - заданный атом типа "неизв". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 8 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "усм(актив( $l(EF)$ ))", "неизв(терм( $l(EF)$ ))", "не(равно( $E F$ ))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 13.

4.3.9.7.2.2. Связь заданного атома "неизв" со старыми атомами.

4.3.9.7.2.2.1. Связь заданного атома "неизв" со старыми атомами.

Пример:

$$\forall_{ABC}(\text{актив}(\angle(BAC)) \rightarrow 2l(AB)l(AC) \cos(\angle(BAC)) = l(AB)^2 + l(AC)^2 - l(BC)^2)$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Угол  $BAC$  имеет тип "неизв". Расстояния  $AB$ ,  $AC$ ,  $BC$  уже встречаются в задаче.

Спецификация приема имеет вид "тип(убываниедлин)", "терм( $t$ )", где  $t$  - атом типа "неизв". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 10 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "усм(актив( $l(AB)$ ))", "усм(актив( $l(AC)$ ))", "усм(актив( $l(BC)$ ))", "неизв(терм( $\angle(BAC)$ ))", "не(усм(принадлежит( $C$  прямая( $AB$ ))))", "не(равно( $A B$ ))", "не(равно( $A C$ ))", "не(равно( $B C$ ))". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 1.

4.3.9.7.2.2.2. Связь заданного атома "неизв" с двумя заданными старыми атомами через посредство группы известных атомов.

В качестве примера рассмотрим прием, теорема которого совпадает с теоремой из предыдущего пункта. Он применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Угол  $BAC$  имеет тип "неизв", расстояние  $BC$  известно. Расстояния  $AB$ ,  $AC$  уже встречаются в задаче.

Спецификация приема имеет вид "тип(фильтрыприема)", "терм( $t_1$ )", "терм( $t_2$ )", "неизв( $r$ )". Здесь  $r$  - атом типа "неизв";  $t_1, t_2$  - заданные старые атомы. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 12 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "усм(актив( $l(AB)$ ))", "усм(актив( $l(AC)$ ))", "усм(актив( $l(BC)$ ))", "известно(терм( $l(BC)$ ))", "неизв(терм( $\angle(BAC)$ ))", "не(усм(принадлежит( $C$  прямая( $AB$ ))))", "не(равно( $A B$ ))", "не(равно( $A C$ ))", "не(равно( $B C$ ))". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 1.

4.3.9.7.2.2.3. Соотношение связывает заданный числовой атом "неизв" с численными параметрами.

Пример:

$$\forall_{ABC}(\text{актив}(\angle(BAC)) \rightarrow 2l(AB)l(AC) \cos(\angle(BAC)) = l(AB)^2 + l(AC)^2 - l(BC)^2)$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Угол  $BAC$  имеет тип "неизв". Каждое из расстояний  $AB$ ,  $AC$ ,  $BC$  либо известно, либо имеет тип "внешнеизв".

Спецификация приема имеет вид "тип(редакцияфильтра)", "терм( $t$ )", где  $t$  - атом типа "неизв". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 8 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "неизв(терм(угол( $BAC$ )))", "усм(актив( $l(AB)$ ))", "усм(актив( $l(AC)$ ))", "усм(актив( $l(BC)$ ))", "конец(числатомы(набор(терм( $l(AB)$ )) терм( $l(AC)$ )) терм( $l(BC)$ )) числпарам)", "не(усм(принадлежит( $C$  прямая( $AB$ ))))", "не(равно( $A B$ ))", "не(равно( $A C$ ))", "не(равно( $B C$ ))". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 5.

4.3.9.7.2.2.4. Соотношение связывает заданный атом "внешнеизв" со старыми атомами.

4.3.9.7.2.2.4.1. Соотношение связывает заданный атом "внешнеизв" со старыми атомами.

Пример:

$$\forall_{ABCD}(\text{актив}(l(AD)) \& \text{актив}(l(AB)) \& \text{актив}(l(BC)) \& \text{актив}(l(CD)) \& B \in \text{отрезок}(AD) \& C \in \text{отрезок}(BD) \rightarrow l(AD) = l(AB) + l(BC) + l(CD))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Расстояние  $l(AD)$  имеет тип "внешнеизв". Расстояния  $l(AB)$ ,  $l(BC)$ ,  $l(CD)$  уже рассматриваются в задаче.

Спецификация приема имеет вид "тип(нормпроизведениевсех)", "терм( $t$ )", где  $t$  - атом типа "внешнеизв". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 10 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "внешнеизв(терм( $l(AD)$ ))", "не(равно( $A D$ ))", "не(равно( $B D$ ))", "не(равно( $B C$ ))", "не(равно( $C D$ ))". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 1.

4.3.9.7.2.2.4.2. Соотношение связывает заданный атом "внешнеизв" с атомами "неизв".

Пример:

$$\forall_{ABC}(\text{прямая}(AB) \perp \text{прямая}(AC) \& \text{актив}(\angle(ABC)) \rightarrow l(AC) = \sin(\angle(ABC))l(BC))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Угол  $ABC$  имеет тип "внешнеизв". Расстояния  $AC$  и  $BC$  имеют тип "неизв".

Спецификация приема имеет вид "тип(Обобщподст)", "терм( $t$ )", где  $t$  - заданный атом "внешнеизв". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", внешнеизв(терм(угол( $ABC$ ))), "усм(актив( $l(AC)$ ))", "усм(актив( $l(BC)$ ))", "конец(неизв(терм( $l(AC)$ )))", "конец(неизв(терм( $l(BC)$ )))", "усм(актив(прямая( $AB$ )))", "не(равно( $A B$ ))", "усм(актив(прямая( $AC$ )))", "не(равно( $A C$ ))", "усм(актив(прямая( $BC$ )))", "не(усм(принадлежит( $C$  прямая( $AB$ ))))", "не(равно( $B C$ ))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

4.3.9.7.2.2.5. Соотношение связывает заданный атом "внешнеизв" со старым атомом с помощью атомов, выразимых через численные параметры.

Пример:

$$\forall_{ABC}(\text{прямая}(AB) \perp \text{прямая}(AC) \ \& \ \text{актив}(\angle(ABC)) \rightarrow l(AC) = \text{tg}(\angle(ABC))l(AB))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Угол  $ABC$  имеет тип "внешнеизв". Расстояния  $AB$  и  $AC$  уже встречаются в задаче, причем хотя бы одно из них выразимо через численные параметры.

Спецификация приема имеет вид "тип(учетсимволов)", "терм( $t$ )", где  $t$  - атом "внешнеизв". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "конец(внешнеизв(терм( $\angle(ABC)$ )))", "усм(актив( $l(AC)$ ))", "усм(актив( $l(AB)$ ))", "конец(числатомы(набор(терм( $l(AC)$ ) терм( $l(AB)$ )) Числопред(фикс)))", "усм(актив(прямая( $AB$ )))", "не(равно( $A B$ ))", "усм(актив(прямая( $AC$ )))", "не(равно( $A C$ ))", "усм(актив(прямая( $BC$ )))", "не(усм(принадлежит( $C$  прямая( $AB$ ))))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

4.3.9.7.2.2.6. Соотношение связывает заданный атом "неизв" с группой старых атомов, в которой все атомы, кроме, быть может, одного, имеют тип "неизв".

В качестве примера возьмем прием, теорема которого - та же, что в предыдущем пункте. Он применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Угол  $ABC$  имеет тип "неизв". Расстояния  $AB$  и  $AC$  уже встречаются в задаче, причем хотя бы одно из них имеет тип "неизв".

Спецификация приема имеет вид "тип(истинно)", "терм( $t$ )", где  $t$  - атом "неизв". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 12 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "конец(неизв(терм( $\angle(ABC)$ )))", "усм(актив( $l(AC)$ ))", "усм(актив( $l(AB)$ ))", "конец(числатомы(набор(терм( $l(AC)$ ) терм( $l(AB)$ )) неизв(1)))", "усм(актив(прямая( $AB$ )))", "не(равно( $A B$ ))", "усм(актив(прямая( $AC$ )))", "не(равно( $A C$ ))", "усм(актив(прямая( $BC$ )))", "не(усм(принадлежит( $C$  прямая( $AB$ ))))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

4.3.9.7.2.2.7. Связь заданного атома "неизв" с группой атомов, в которой все атомы - "неизв", кроме, быть может, одного атома "Неизв".

Пример:

$$\forall_{ABC}(\text{прямая}(AB) \perp \text{прямая}(AC) \ \& \ \text{актив}(\angle(ABC)) \rightarrow l(AB) = \cos(\angle(ABC))l(BC))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Угол  $ABC$  имеет тип "неизв". Одно из расстояний  $AB$  и  $BC$  имеет тип "Неизв", другое - тип "неизв". Напомним, что "Неизв" - ослабленная версия типа "неизв", так что в действительности оба эти расстояния могут иметь тип "неизв".

Спецификация приема имеет вид "тип(стандпосылки)", "терм( $t$ )", где  $t$  - заданный старый атом. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 6 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "конец(неизв(терм( $\angle(ABC)$ )))", "конец(числатомы(набор(терм( $l(AB)$ )) терм( $l(BC)$ )) и(Неизв(1)неизв(1))))", "усм(актив(прямая( $AB$ )))", "не(равно( $A B$ ))", "усм(актив(прямая( $AC$ )))", "не(равно( $A C$ ))", "усм(актив(прямая( $BC$ )))", "не(усм(принадлежит( $C$  прямая( $AB$ ))))", "не(равно( $B C$ ))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

4.3.9.7.2.2.8. Заданный атом "неизв" участвует в соотношении пропорциональности для двух других числовых атомов, встречающихся в уравнении со многими числовыми атомами.

Пример:

$$\forall_{ABC}(\text{прямая}(AB) \perp \text{прямая}(AC) \ \& \ \text{актив}(\angle(ABC)) \rightarrow l(AC) = \text{tg}(\angle(ABC))l(AB))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Угол  $ABC$  имеет тип "неизв". Расстояния  $AB$  и  $AC$  уже встречаются в задаче, причем оператор "пропорцисключ" усматривает, что выводимое равенство, после обработки нормализаторами общей стандартизации, становится соотношением пропорциональности для двух невырожденных числовых атомов, входящих в одно и то же уравнение текущей задачи, имеющее более двух невырожденных числовых атомов. Коэффициенты данного соотношения пропорциональности могут содержать прочие невырожденные числовые атомы, но не в качестве своего сомножителя.

Спецификация приема имеет вид "тип(записьзадачи)", "терм( $t$ )", где  $t$  - атом "неизв". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 10 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "конец(неизв(терм( $\angle(ABC)$ )))", "усм(актив( $l(AC)$ ))", "усм(актив( $l(AB)$ ))", "конец(пропорцисключ(фикс(0 1)фикс(0 2)))", "усм(актив(прямая( $AB$ )))", "не(равно( $A B$ ))".

)", "усм(актив(прямая( $AC$ )))", "не(равно( $A C$ ))", "усм(актив(прямая( $BC$ )))", "не(усм(принадлежит( $C$  прямая( $AB$ )))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

4.3.9.7.2.3. Связь заданного атома "неизв" с другим числовым атомом через группу известных атомов.

Пример:

$$\forall_{ABC}(\text{прямая}(AB) \perp \text{прямая}(AC) \ \& \ \text{актив}(\angle(ABC)) \rightarrow l(AC) = \sin(\angle(ABC))l(BC))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Угол  $ABC$  имеет тип "неизв". Хотя бы одно из расстояний  $AC$  и  $BC$  известно.

Спецификация приема имеет вид "тип(записьпрограммы)", "терм( $t$ )", где  $t$  - заданный атом "неизв". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания  $b$  и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "конец(неизв(терм(угол( $ABC$ ))))", "или(известно(терм( $l(AC)$ ))) известно(терм( $l(AB)$ )))", "усм(актив(прямая( $AB$ )))", "не(равно( $A B$ ))", "усм(актив(прямая( $AC$ )))", "не(равно( $A C$ ))", "усм(актив(прямая( $BC$ )))", "не(усм(принадлежит( $C$  прямая( $AB$ ))))", "не(равно( $B C$ ))". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 2.

4.3.9.7.2.4. Связь заданного атома "внешнеизв" с группой атомов, в которой все атомы имеют тип "неизв", кроме, быть может, одного, имеющего тип "существом".

Пример:

$$\forall_{ABC}(\text{прямая}(AB) \perp \text{прямая}(AC) \ \& \ \text{актив}(\angle(ABC)) \rightarrow l(AB) = \cos(\angle(ABC))l(BC))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Угол  $ABC$  имеет тип "внешнеизв". Одно из расстояний  $AB$  и  $BC$  имеет тип "неизв", другое - тип "существом".

Спецификация приема имеет вид "тип(извлечениезадачи)", "терм( $t$ )", где  $t$  - атом типа "внешнеизв". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания  $b$  и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "конец(внешнеизв(терм( $\angle(ABC)$ )))", "конец(числатомы(набор(терм( $l(AB)$ ) терм( $l(BC)$ )) и(неизв(1)существом(1))))", "усм(актив(прямая( $AB$ )))", "не(равно( $A B$ ))", "усм(актив(прямая( $AC$ )))", "не(равно( $A C$ ))", "усм(актив(прямая( $BC$ )))", "не(усм(принадлежит( $C$  прямая( $AB$ ))))", "не(равно( $B C$ ))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

4.3.9.8. Соотношение для числового атома, равного неизвестной внешней задаче, для которой пока нет других соотношений.



Пример:

$$\forall_{ABC}(\text{прямая}(AB) \perp \text{прямая}(AC) \ \& \ \text{актив}(\angle(ABC)) \rightarrow l(AC) = \text{tg}(\angle(ABC))l(AB))$$

Прием применяется в посылках задачи на исследование. Имеется посылка вида " $x = \angle(ABC)$ ", где  $x$  - неизвестная внешней задачи на описание, не встречающаяся в других посылках.

Спецификация приема имеет вид "тип(фигуры)", "терм( $t$ )", где  $t$  - заданный атом, равный неизвестной. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 10 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "контекст(посылка( $x_1$ ) вид( $x_1$  равно( $x_2$   $\angle(ABC)$ )) неизвестная( $x_2$  внешнеписать) не(контекст(посылка( $x_3$ ) заголовок( $x_3$  равно) входит( $x_2$   $x_3$ ) не(равно( $x_1$   $x_3$ ))))))", "усм(актив(прямая( $AB$ )))", "не(равно( $A$   $B$ ))", "усм(актив(прямая( $AC$ )))", "не(равно( $A$   $C$ ))", "усм(актив(прямая( $BC$ )))", "не(усм(принадлежит( $C$  прямая( $AB$ )))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

4.3.9.9. Связь с численными параметрами заданного числового атома, упоминаемого в некотором исходном уравнении задачи.

В качестве примера рассмотрим прием, теорема которого - та же, что в предыдущем пункте. Он применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Угол  $ABC$ , после преобразования нормализатором общей стандартизации, содержит невырожденный числовой атом, встречающийся в уравнении задачи, не имеющем комментария "следствие". Каждое из расстояний  $AC$ ,  $AB$  либо известно, либо имеет тип "внешнеизв".

Спецификация приема имеет вид "тип(транслвыражения)", "терм( $t$ )", где  $t$  - заданный числовой атом. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 10 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "усм(актив( $l(AC)$ ))", "усм(актив( $l(AB)$ ))", "конец(контекст(равно( $x_1$  терм( $l(AC)$ )) или(известно( $x_1$ ) внешнеизв( $x_1$ ))))", "конец(контекст(равно( $x_1$  терм( $l(AB)$ )) или(известно( $x_1$ ) внешнеизв( $x_1$ ))))", "конец(контекст(числовойатом(терм( $\angle(ABC)$ ) $x_1$ ) не(переменная( $x_1$ )) посылка( $x_2$ ) заголовок( $x_2$  равно) вхождениетерма( $x_2$   $x_1$ ) комментпосылки( $x_2$  следствие))))", "усм(актив(прямая( $AB$ )))", "не(равно( $A$   $B$ ))", "усм(актив(прямая( $AC$ )))", "не(равно( $A$   $C$ ))", "усм(актив(прямая( $BC$ )))", "не(усм(принадлежит( $C$  прямая( $AB$ )))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

4.3.10. Определение числового атома при заданных известных атомах.

4.3.10.1. Определение числового атома при заданных известных атомах.

Пример:

$$\forall_{ABC}(\text{актив}(\angle(BAC)) \ \& \ \text{актив}(\angle(ABC)) \rightarrow \sin(\angle(BAC))l(AC) = \sin(\angle(ABC))l(BC))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Каждый из углов  $BAC$ ,  $ABC$  известен. Одно из расстояний  $AC$ ,  $BC$  тоже известно.

Спецификация приема имеет вид "тип(большеилиравно)", "терм( $t_1$ )", ..., "терм( $t_n$ )", где  $t_1, \dots, t_n$  - заданные известные атомы. В нашем примере - углы. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 5 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "известно(терм( $\angle(BAC)$ ))", "известно(терм( $\angle(ABC)$ ))", "конец(числатомы(набор(терм( $l(AC)$ ) терм( $l(BC)$ )) опред(фикс)))", "не(известно(результат))", "усм(актив(прямая( $AB$ )))", "усм(актив(прямая( $BC$ )))", "не(усм(принадлежит( $C$  прямая( $AB$ ))))", "не(равно( $A C$ ))", "не(равно( $B C$ ))". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 2.

#### 4.3.10.2. Определение старого атома при заданных известных атомах.

Пример:

$$\forall_{ABC}(\text{актив}(\angle(BAC)) \& \text{актив}(l(AC)) \& \text{актив}(\angle(ABC)) \rightarrow \sin(\angle(BAC))l(AC) = \sin(\angle(ABC))l(BC))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Каждый из углов  $BAC$ ,  $ABC$  известен. Одно из расстояний  $AC$ ,  $BC$  известно, а другое уже встречается в задаче.

Спецификация приема имеет вид "тип(подобл)", "терм( $t_1$ )", ..., "терм( $t_n$ )", где  $t_1, \dots, t_n$  - заданные известные атомы. В нашем примере - углы. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 5 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "усм(актив( $l(BC)$ ))", "известно(терм( $\angle(BAC)$ ))", "известно(терм( $\angle(ABC)$ ))", "конец(числатомы(набор(терм( $l(AC)$ ) терм( $l(BC)$ )) опред(актив)))", "не(известно(результат))", "усм(актив(прямая( $AB$ )))", "усм(актив(прямая( $BC$ )))", "не(усм(принадлежит( $C$  прямая( $AB$ ))))", "не(равно( $A C$ ))", "не(равно( $B C$ ))". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 3.

#### 4.3.10.3. Определение атома "неизв" при заданных известных атомах.

Пример:

$$\forall_{ABCD}(D \in \text{отрезок}(AC) \& \text{актив}(\angle(ABD)) \& \text{актив}(\angle(DBC)) \& \text{актив}(l(BD)) \& \text{актив}(l(AB)) \& \text{актив}(l(BC)) \rightarrow l(BD)(l(AB) \sin(\angle(ABD)) + l(BC) \sin(\angle(DBC))) = l(BC)l(AB) \sin(\angle(ABD) + \angle(DBC)))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Каждый из углов  $ABD$ ,  $DBC$  известен. Одно из расстояний  $D$ ,  $AB$ ,  $BC$  имеет тип "неизв", а другие - известны.

Спецификация приема имеет вид "тип(верхняяоценка)", "терм( $t_1$ )", ..., "терм( $t_n$ )", где  $t_1, \dots, t_n$  - заданные известные атомы. В нашем примере - углы. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "известно(терм( $\angle(ABD)$ ))", "известно(терм( $\angle(DBC)$ ))", "конец(числатомы(набор(терм( $l(BD)$ )) терм( $l(AB)$ ) терм( $l(BC)$ )) опред(неизв))", "не(равно( $A C$ ))", "усм(актив(пря-мая( $BD$ )))", "усм(актив(прямая( $BC$ )))", "не(равно( $A D$ ))", "не(равно( $D$ ))", "не(усм(принадлежит( $D$  прямая( $AB$ )))", "не(усм(принадлежит( $C$  прямая( $BD$ ))))", "не(равно( $B D$ ))", "не(равно( $A B$ ))", "не(равно( $B C$ ))". Этого почти до-статочно.

Число приемов данного типа - 3.

4.3.11. Связь заданных атома "неизв" и старого атома с другими атомами.

4.3.11.1. Связь заданных атома "неизв" и старого атома с другими атомами.

Пример:

$$\forall_{ABCEF}(\text{окружность}(EF) \text{ вписана в фигура}(ABC) \rightarrow l(EF)\text{периметр(фигура}(ABC)) = 2S(\text{фигура}(ABC)))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Числовой атом  $S(\text{фигура}(ABC))$  имеет тип "неизв". Расстояние  $EF$  уже рассматривается в задаче.

Спецификация приема имеет вид "тип(циклвариантов)", "неизв( $r$ )", "терм( $t$ )", где  $r$  - заданный атом типа "неизв",  $t$  - заданный старый атом. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "конец(неизв(терм( $S(\text{фигура}(ABC))$ ))))", "контекст(посылка( $x1$ ) вид( $x1$  актив( $S(\text{фигура}(ABC))$ ))) множество(набор( $ABC$ )))", "усм(актив( $l(EF)$ ))", "не(равно( $E F$ ))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 5.

4.3.11.2. Связь двух заданных атомов "неизв" с другими атомами.

Пример:

$$\forall_{ABCDE}(\text{пря́мая}(AC) \perp \text{пря́мая}(BC) \ \& \ \text{пря́мая}(DF) \perp \text{пря́мая}(EF) \ \& \ \angle(BAC) = \angle(EDF) \ \& \ \text{актив}(l(BC)) \ \& \ \text{актив}(l(DF)) \rightarrow l(AC)l(EF) = l(BC)l(DF))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Расстояния  $BC$  и  $DF$  имеют тип "неизв".

Спецификация приема имеет вид "тип(разныеточки)", "терм( $t_1$ )", "терм( $t_2$ )", где  $t_1, t_2$  - атомы типа "неизв". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 10 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "неизв(терм( $l(BC)$ ))", "неизв(терм( $l(DF)$ ))", "усм(актив(пря́мая( $AC$ )))", "не(равно( $A C$ ))", "усм(актив(пря́мая( $BC$ )))", "не(равно( $B C$ ))", "усм(

актив(прямая( $DF$ )))", "не(равно( $D F$ ))", "усм(актив(прямая( $EF$ )))", "не(равно( $E F$ ))", "не(усм(принадлежит( $C$  прямая( $AB$ ))))", "не(усм(принадлежит( $F$  прямая( $DE$ ))))". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 1.

4.4. Связь заданного атома со старыми атомами.

4.4.1. Связь заданного атома со старыми атомами.

Пример:

$$\forall_{ABCDEF}(C \in \text{Окружность}(ABF) \ \& \ D \in \text{Окружность}(ABF) \ \& \\ E \in \text{Окружность}(ABF) \ \& \ \text{актив}(\angle(CED)) \rightarrow l(CD) = 2l(AB) \sin(\angle(CED)))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Угол  $CED$  и расстояние  $AB$  уже встречаются в задаче.

Спецификация приема имеет вид "тип(дробнаявеличина)", "терм( $t$ )", где  $t$  - заданный числовой атом. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 9 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "усм(актив( $l(AB)$ ))", "не(известно(результат))", "не(усм(принадлежит( $D$  прямая( $CE$ ))))", "не(равно( $C D$ ))", "не(равно( $A B$ ))". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 11.

4.4.2. Связь заданного нового числового атома со старыми атомами.

4.4.2.1. Связь заданного нового числового атома со старыми атомами.

Пример:

$$\forall_{ABC}(\text{актив}(l(AB)) \ \& \ B \in \text{отрезок}(AC) \rightarrow l(AC) = l(AB) + l(BC))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Расстояние  $AC$  пока не рассматривается, а расстояния  $AB$  и  $BC$  - рассматриваются.

Спецификация приема имеет вид "тип(существованиепосылки)", "терм( $t$ )", где  $t$  - заданный новый числовой атом. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 15 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "не(усм(актив( $l(AC)$ )))", "усм(актив( $l(BC)$ ))", "не(равно( $A C$ ))", "не(равно( $A B$ ))", "не(равно( $B C$ ))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

4.4.2.2. Связь заданного нового атома "возмсвяз" со старыми атомами.

В качестве примера рассмотрим прием, теорема которого - та же, что в предыдущем пункте. Он применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Расстояние  $AC$  пока не рассматривается, но пакетный индикатор

определяет, что оно имеет тип "возмсвяз". Расстояния  $AB$  и  $BC$  уже рассматриваются в задаче.

Спецификация приема имеет вид "тип(учетобоснований)", "терм( $t$ )", где  $t$  - заданный новый числовой атом типа "возмсвяз". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 9 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "усм(актив( $l(AC)$ ))", "не(усм(актив( $l(BC)$ )))", "конец(легковидеть(возмсвяз( $l(BC)$ )))", "не(равно( $A C$ ))", "не(равно( $A B$ ))", "не(равно( $B C$ ))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 3.

4.4.3. Связь заданного атома с группой старых атомов, содержащей атом "Неизв" либо известный атом.

4.4.3.1. Связь заданного атома с группой старых атомов, содержащей атом "Неизв" либо известный атом.

Пример:

$$\forall_{ABCDEF}(C \in \text{Окружность}(ABF) \ \& \ D \in \text{Окружность}(ABF) \ \& \\ E \in \text{Окружность}(ABF) \ \& \ \text{актив}(\angle(CED)) \rightarrow l(CD) = 2l(AB) \sin(\angle(CED)))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Расстояние  $AB$  и угол  $CED$  уже рассматриваются в задаче. Хотя бы одно из этих значений либо известно, либо имеет тип "Неизв".

Спецификация приема имеет вид "тип(адресузла)", "терм( $t$ )", где  $t$  - заданный атом, связываемый со старыми атомами. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 6 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "усм(актив( $l(AB)$ ))", "конец(контекст(равно( $x1$  набор(терм( $l(AB)$ ) терм( $\angle(CED)$ ))) входит( $x2$   $x1$ ) или(Неизв( $x2$ ) известно( $x2$ )))", "не(равно( $C D$ ))", "не(усм(принадлежит( $D$  прямая( $CE$ )))", "не(равно( $A B$ ))". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 1.

4.4.3.2. Связь заданного атома с группой старых атомов, содержащей атом "неизв".

4.4.3.2.1. Связь заданного атома с группой старых атомов, содержащей атом "неизв".

В качестве примера рассмотрим прием, теорема которого - та же, что в предыдущем пункте. Он применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Расстояние  $AB$  и угол  $CED$  уже рассматриваются в задаче. Хотя бы одно из этих значений имеет тип "неизв".

Спецификация приема имеет вид "тип(тригонометрия)", "терм( $t$ )", где  $t$  - заданный атом, связываемый со старыми атомами. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 6 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(

доказать) тип(исследовать))", "усм(актив( $l(AB)$ ))", "конец(числатомы(набор(терм( $l(AB)$ )) терм( $\angle(CED)$ )) неизв(1)))", "не(равно( $C D$ ))", "не(усм(принадлежит( $D$  прямая( $CE$ ))))", "не(равно( $A B$ ))". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 1.

4.4.3.2.2. Связь заданного определимого атома с группой старых атомов, содержащей атом "неизв".

Пример:

$$\forall_{ABC}(\text{актив}(l(AB)) \ \& \ B \in \text{отрезок}(AC) \rightarrow l(AC) = l(AB) + l(BC))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Расстояние  $AC$  имеет тип "определимо". Расстояния  $AB$  и  $BC$  уже рассматриваются в задаче, причем хотя бы одно из них имеет тип "неизв".

Спецификация приема имеет вид "тип(выражение)", "терм( $t$ )", где  $t$  - заданный определимый атом. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания  $\delta$  и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "усм(актив( $l(BC)$ ))", "конец(или(неизв(терм( $l(AB)$ )) неизв(терм( $l(BC)$ ))))", "конец(легковидеть(определимо( $l(AC)$ )))", "не(равно( $A C$ ))", "не(равно( $A B$ ))", "не(равно( $B C$ ))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

4.4.3.2.3. Связь заданного определимого атома с группой атомов "неизв".

Пример:

$$\forall_{ABCDEF}(\text{прямая}(AB) \perp \text{прямая}(BC) \ \& \ \text{актив}(\angle(BAD)) \ \& \ \text{прямая}(DC) \parallel \text{прямая}(AB) \ \& \ \text{однасторона}(A, D, \text{прямая}(BC)) \rightarrow l(AB) = l(CD) + \text{ctg}(\angle(BAD))l(BC))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Угол  $BAD$  имеет тип "определимо". Расстояния  $AB$ ,  $BC$  и  $CD$  имеют тип "неизв".

Спецификация приема имеет вид "тип(кратныйаргумент)", "терм( $t$ )", где  $t$  - заданный определимый атом. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания  $\delta$  и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "усм(актив( $l(AB)$ ))", "усм(актив( $l(CD)$ ))", "усм(актив( $l(BC)$ ))", "конец(неизв(терм( $l(AB)$ )))", "конец(неизв(терм( $l(CD)$ )))", "конец(неизв(терм( $l(BC)$ )))", "конец(легковидеть(определимо( $\angle(BAD)$ )))", "усм(актив(прямая( $AB$ )))", "не(равно( $A B$ ))", "усм(актив(прямая( $BC$ )))", "не(равно( $B C$ ))", "усм(актив(прямая( $AD$ )))", "не(усм(принадлежит( $D$  прямая( $AB$ ))))", "не(равно( $C D$ ))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

4.4.3.2.4. Связь заданного атома с атомом "неизв" через известные параметры.

Пример:

$$\forall_{ABCDE}(\text{актив}(l(AE)) \ \& \ \text{прямая}(AE) \perp \text{прямая}(BC) \ \& \ E \in \text{прямая}(BC) \ \& \ \text{прямая}(BD) \perp \text{прямая}(AC) \ \& \ D \in \text{прямая}(AC) \rightarrow l(AE)l(BC) = l(BD)l(AC))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Среди расстояний  $l(AE)$ ,  $l(BD)$ ,  $l(AC)$  имеется два известных и одно - типа "неизв". Заданный атом, который с ними связывается соотношением -  $l(BC)$ . Про него ничего не известно.

Спецификация приема имеет вид "тип(Многочлен)", "терм( $t$ )", где  $t$  - заданный атом. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания  $\delta$  и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "усм(актив( $l(BD)$ ))", "усм(актив( $l(AC)$ ))", "конец(числатомы(набор(терм( $l(AE)$ )) терм( $l(BD)$ )) терм( $l(AC)$ ))и(неизв(1) известно(2)))", "усм(актив(прямая( $AE$ )))", "не(равно( $A E$ ))", "усм(актив(прямая( $BC$ )))", "не(равно( $B C$ ))", "усм(актив(прямая( $BD$ )))", "не(равно( $B D$ ))", "усм(актив(прямая( $AC$ )))", "не(равно( $A C$ ))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 2.

4.4.3.3. Связь заданного атома с атомами "неизв" через известные атомы.

Пример:

$$\forall_{ABCDEFG} (D \in \text{фигура}(ABC) \ \& \ E \in \text{прямая}(AB) \ \& \ \text{прямая}(AB) \perp \text{прямая}(DE) \ \& \ F \in \text{прямая}(BC) \ \& \ \text{прямая}(DF) \perp \text{прямая}(BC) \ \& \ G \in \text{прямая}(AC) \ \& \ \text{прямая}(DG) \perp \text{прямая}(AC) \ \& \ \text{актив}(l(DE)) \ \& \ \text{актив}(l(DF)) \ \& \ \text{актив}(l(DG)) \ \& \ \text{актив}(l(AB)) \ \& \ \text{актив}(l(BC)) \ \& \ \text{актив}(l(AC)) \rightarrow 2S(\text{фигура}(ABC)) = l(AB)l(DE) + l(BC)l(DF) + l(AC)l(DG))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Каждое из расстояний  $AB$ ,  $DE$ ,  $BC$ ,  $DF$ ,  $AC$ ,  $DG$  либо известно, либо имеет тип "неизв", причем хотя бы одно - имеет тип "неизв". Заданным атомом служит  $S(\text{фигура}(ABC))$ .

Спецификация приема имеет вид "тип(прямыеточки)", "терм( $t$ )", где  $t$  - заданный атом. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания  $\delta$  и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "конец(числатомы(набор(терм( $l(AB)$ )) терм( $l(DE)$ )) терм( $l(BC)$ )) терм( $l(DF)$ )) терм( $l(AC)$ ))терм( $l(DG)$ ))смнеизв)", "усм(актив(прямая( $AB$ )))", "не(равно( $A B$ ))", "усм(актив(прямая( $DE$ )))", "не(равно( $D E$ ))", "усм(актив(прямая( $BC$ )))", "не(равно( $B C$ ))", "усм(актив(прямая( $DF$ )))", "не(равно( $D F$ ))", "усм(актив(прямая( $AC$ )))", "не(равно( $A C$ ))", "усм(актив(прямая( $DG$ )))", "не(равно( $D G$ ))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

4.4.4. Связь заданного атома "квазиактив" со старыми атомами.

Пакетный индикатор "квазиактив" усматривает возможность непосредственно выразить числовой атом через единственный старый числовой атом.

4.4.4.1. Связь заданного атома "квазиактив" со старыми атомами.

Пример:

$$\forall_{ABC}(\text{актив}(\angle(ABC)) \ \& \ \text{актив}(\angle(BCA)) \rightarrow \angle(ABC) + \angle(BCA) + \angle(BAC) = \pi)$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Угол  $BAC$  имеет тип "квазиактив".

Спецификация приема имеет вид "тип(деление)", "терм( $t$ )", где  $t$  - атом типа "квазиактив". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "конец(альтернатива(и(известно(терм( $\angle(ABC)$ )) известно(терм( $\angle(BCA)$ ))) легковидеть(квазиактив(фикс( $\angle(BAC)$ ))замечание(неизв)) легковидеть(квазиактив(фикс( $\angle(BAC)$ ))))", "усм(актив(прямая( $BC$ )))", "усм(актив(прямая( $AC$ )))", "не(усм(принадлежит( $A$  прямая( $BC$ ))))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 2.

4.4.4.2. Связь заданного атома "квазиактив", косвенно связанного с выделенными в задаче объектами, со старыми атомами.

Пример:

$$\forall_{ABCD}(C \in \text{окружность}(AB) \ \& \ D \in \text{окружность}(AB) \ \& \ \text{актив}(\angle(CAD)) \rightarrow l(CD) = 2l(AB) \sin(\angle(CAD)/2))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Расстояние  $CD$  имеет тип "квазиактив". Прямая  $CD$  и расстояние  $AB$  уже рассматриваются в задаче.

Спецификация приема имеет вид "тип(сопровождение)", "терм( $t$ )", где  $t$  - атом типа "квазиактив". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 6 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "конец(легковидеть(квазиактив( $l(CD)$ )))", "не(известно(результат))", "усм(актив( $l(AB)$ ))", "не(равно( $C D$ ))", "не(усм(принадлежит( $D$  прямая( $AC$ ))))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

4.4.5. Связь заданного атома "возмактив" со старыми атомами.

Напомним, что пакетный индикатор "возмактив" оценивает перспективность рассмотрения числового атома. Это существенно более слабое свойство, чем "квазиактив". Пример:

$$\forall_{ABC}(\text{актив}(\angle(ABC)) \ \& \ \text{актив}(\angle(BCA)) \rightarrow \angle(ABC) + \angle(BCA) + \angle(BAC) = \pi)$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Угол  $BAC$  имеет тип "возмактив".



Спецификация приема имеет вид "тип(неполноечастное)", "терм( $t$ )", где  $t$  - атом типа "возмактив". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 10 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "конец(альтернатива(и(известно(терм( $\angle(ABC)$ )) известно(терм( $\angle(BCA)$ )))и(не(известно(терм( $\angle(BAC)$ ))) легковидеть(возмактив(фикс( $\angle(BAC)$ ))замечание(неизв))) легковидеть(возмактив(фикс( $\angle(BAC)$ ))))", "усм(актив(прямая( $BC$ )))", "усм(актив(прямая( $AC$ )))", "не(усм(принадлежит( $A$  прямая( $BC$ ))))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

4.4.6. Выражение через заданный определимый атом и известные атомы некоторого старого атома.

4.4.6.1. Выражение через заданный определимый атом и известные атомы некоторого старого атома.

Пример:

$\forall_{ABCDE}$ (окружность( $DE$ )описана около фигура( $ABC$ ) & актив( $l(AC)$ ) & актив( $l(BC)$ ) & актив( $l(AB)$ )  $\rightarrow 4l(DE)S$ (фигура( $ABC$ )) =  $l(AB)l(BC)l(AC)$ )

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Площадь  $S$ (фигура( $ABC$ )) имеет тип "определимо". Все расстояния  $l(DE)$ ,  $l(AB)$ ,  $l(BC)$ ,  $l(AC)$  уже встречаются в задаче, причем три из них известны.

Спецификация приема имеет вид "тип(опредзначение)", "терм( $t$ )", где  $t$  - определимый атом. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 5 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "конец(легковидеть(определимо( $S$ (фигура( $ABC$ ))))", "конец(числатомы( набор( терм( $l(DE)$ ) терм( $l(AB)$ ) терм( $l(BC)$ ) терм( $l(AC)$ ) опред(актив)))", "усм(актив( $l(DE)$ ))", "не(равно( $D E$ ))", "не(равно( $A B$ ))", "не(равно( $B C$ ))", "не(равно( $A C$ ))". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 1.

4.4.6.2. Определение числового атома "неизв" с применением заданного определимого числового атома.

Пример:

$\forall_{ABC}$ (актив( $\angle(ABC)$ ) & актив( $\angle(BCA)$ )  $\rightarrow \angle(ABC) + \angle(BCA) + \angle(BAC) = \pi$ )

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Угол  $BAC$  имеет тип "определимо". Один из углов  $ABC$ ,  $BAC$  известен, а другой имеет тип "неизв".

Спецификация приема имеет вид "тип(Длинанабора)", "терм( $t$ )", где  $t$  - атом типа "определимо". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 9 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))",

"конец(числатомы(набор(терм( $\angle(ABC)$ ) терм( $\angle(BCA)$ )) опред(неизв)))", "конец(легковидеть(определимо( $\angle(BAC)$ )))", "усм(актив(прямая( $BC$ )))", "усм(актив(прямая( $AC$ )))", "не(усм(принадлежит( $A$  прямая( $BC$ ))))". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 3.

4.4.7. Получение уравнения для заданного определимого числового атома и нескольких числовых атомов, сводящихся через простые соотношения к единственному атому "неизв".

Пример:

$$\forall_{ABC}(\text{актив}(l(AB)) \& \text{актив}(l(AC)) \& \text{актив}(l(BC)) \rightarrow 2l(AB)l(AC) \cos \angle(BAC) = l(AB)^2 + l(AC)^2 - l(BC)^2)$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Угол  $\angle(BAC)$  имеет тип "определимо". Рассматривается набор  $S$  не известных числовых атомов, содержащихся в выражениях для расстояний  $l(AB)$ ,  $l(AC)$ ,  $l(BC)$ . Определяется список невырожденных числовых атомов, соединенных с первым атомом набора  $S$  по цепочкам простых соотношений - равенств, имеющих ровно два неизвестных числовых атомов. В этот список входят все остальные атомы набора  $S$ , причем в него же входит атом типа "неизв".

Спецификация приема имеет вид "тип(Натурстепень)", "терм( $t$ )", где  $t$  - заданный определимый атом. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 10 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "конец(Числатомы(набор(терм( $l(AB)$ ) терм( $l(AC)$ ) терм( $l(BC)$ )) Урнеизв)", "конец(легковидеть(определимо( $\angle(BAC)$ ) замечание(плюс)))", "не(равно( $A B$ ))", "не(равно( $A C$ ))", "не(равно( $B C$ ))". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 1.

4.4.8. Связь заданного определимого атома с численными параметрами.

Пример:

$$\forall_{ABCDEF}(\text{актив}(l(AB)) \& \text{актив}(l(BC)) \& D \in \text{отрезок}(AC) \& \text{прямая}(DE) \perp \text{прямая}(AB) \& \text{прямая}(DF) \perp \text{прямая}(BC) \& E \in \text{прямая}(AB) \& F \in \text{прямая}(BC) \& \text{актив}(l(DE)) \& \text{актив}(l(DF)) \rightarrow l(AB)l(DE) + l(BC)l(DF) = 2S(\text{фигура}(ABC)))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Площадь  $S(\text{фигура}(ABC))$  имеет тип "определимо". Каждое из расстояний  $AB$ ,  $DE$ ,  $BC$ ,  $DF$  либо известно, либо имеет тип "внешнеизв", причем хотя бы одно из них имеет тип "внешнеизв".

Спецификация приема имеет вид "тип(продукция)", "терм( $t$ )", где  $t$  - атом типа "определимо". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 5 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))",

"конец(легковидеть(определимо( $S(\text{фигура}(ABC))$ )))", "конец(числатомы(набор(терм( $l(AB)$ ) терм( $l(DE)$ ) терм( $l(BC)$ ) терм( $l(DF)$ )) Внешнеизв))", "не(равно( $AC$ ))", "усм(актив(прямая( $DE$ )))", "не(равно( $DE$ ))", "усм(актив(прямая( $AB$ )))", "не(равно( $AB$ ))", "усм(актив(прямая( $DF$ )))", "не(равно( $DF$ ))", "усм(актив(прямая( $BC$ )))", "не(равно( $BC$ ))", "не(равно( $AD$ ))", "не(равно( $CD$ ))". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 1.

#### 4.4.9. Связь заданного неизвестного атома с численными параметрами.

Пример:

$$\forall_{ABCDE}(\text{актив}(l(AE)) \ \& \ \text{прямая}(AE) \perp \text{прямая}(BC) \ \& \ E \in \text{прямая}(BC) \ \& \ \text{прямая}(BD) \perp \text{прямая}(AC) \ \& \ D \in \text{прямая}(AC) \rightarrow l(AE)l(BC) = l(BD)l(AC))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Расстояние  $BC$  не известно. Каждое из расстояний  $AE$ ,  $BD$ ,  $AC$  либо известно, либо имеет тип "неизв".

Спецификация приема имеет вид "тип(перпендикулярно)", "терм( $t$ )", где  $t$  - заданный неизвестный атом. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания  $b$  и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "усм(актив( $l(BD)$ ))", "усм(актив( $l(AC)$ ))", "конец(не(известно(терм( $l(BC)$ ))))", "конец(числатомы(набор(терм( $l(AE)$ ) терм( $l(BD)$ ) терм( $l(AC)$ ))числпарам))", "усм(актив(прямая( $AE$ )))", "не(равно( $AE$ ))", "усм(актив(прямая( $BC$ )))", "не(равно( $BC$ ))", "усм(актив(прямая( $BD$ )))", "не(равно( $BD$ ))", "усм(актив(прямая( $AC$ )))", "не(равно( $AC$ ))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

#### 4.4.10. Связь текущего числового атома со старыми атомами.

Пример:

$$\forall_{ABCD}(D \in \text{отрезок}(AC) \rightarrow S(\text{фигура}(ABC)) = S(\text{фигура}(ABD)) + S(\text{фигура}(BDC)))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Указатель "контрольвывода" инициирует попытку его применения при усмотрении выражения  $S(\text{фигура}(ABC))$ . Задача имеет посылки "актив( $S(\text{фигура}(ABD))$ )", "актив( $S(\text{фигура}(BDC))$ )".

Спецификация приема имеет вид "тип(сборкакаменю)", "терм( $t$ )", где  $t$  - заданный текущий атом. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания  $b$  и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "конец(контекст(посылка( $x1$ )вид( $x1$  актив(площадь(фигура(набор( $ABD$ )))) множество(набор( $ABD$ ))))", "конец(контекст(посылка( $x1$ )вид( $x1$  актив(площадь(фигура(набор( $BDC$ )))) множество(набор( $BDC$ ))))", "не(равно( $AC$ ))", "не(равно( $AD$ ))", "не(равно( $CD$ ))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 2.

4.4.11. Связь заданного числового атома с двумя старыми атомами через известные параметры.

Пример:

$\forall_{ABCDE}(\text{окружность}(DE)\text{описана около фигура}(ABC) \& \text{актив}(l(AC)) \& \text{актив}(l(BC)) \& \text{актив}(l(AB)) \rightarrow 4l(DE)S(\text{фигура}(ABC)) = l(AB)l(BC)l(AC))$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Среди расстояний  $l(DE)$ ,  $l(AB)$ ,  $l(BC)$ ,  $l(AC)$  два известны, а другие два уже встречаются в задаче. Заданный атом в данном примере -  $S(\text{фигура}(ABC))$ . На него никаких условий не накладывается.

Спецификация приема имеет вид "тип(возвращаетекстаопределение)", "исключ-терм( $t$ )", где  $t$  - заданный атом. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 8 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "не(известно(результат))", "усм(актив( $l(DE)$ ))", "конец(числатомы(набор(терм( $l(DE)$ ) терм( $l(AB)$ ) терм( $l(BC)$ ) терм( $l(AC)$ ))) и(актив(2) известно(2)))", "не(равно( $D E$ ))", "не(равно( $A B$ ))", "не(равно( $B C$ ))", "не(равно( $A C$ ))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

4.4.12. Связь текущего числового атома "внешнеизв" с другими атомами "внешнеизв".

Пример:

$\forall_{ABC}(\text{актив}(l(AB)) \& \text{актив}(l(AC)) \& \text{mbox}(l(BC)) \& a = (l(AB) + l(AC) + l(BC))/2 \rightarrow S(\text{фигура}(ABC))^2 = a(a - l(AB))(a - l(AC))(a - l(BC)))$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Указатель "контрольвывода" инициирует попытку его применения при усмотрении выражения  $S(\text{фигура}(ABC))$ . Это выражение, а также выражения для расстояний  $AB$ ,  $AC$ ,  $BC$  имеют тип "внешнеизв".

Спецификация приема имеет вид "тип(значениетерма)", "терм( $t$ )", где  $t$  - заданный текущий атом. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 7 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "внешнеизв(терм( $S(\text{фигура}(ABC))$ ))", "внешнеизв(терм( $l(AB)$ ))", "внешнеизв(терм( $l(AC)$ ))", "внешнеизв(терм( $l(BC)$ ))", "не(равно( $A B$ ))", "не(равно( $A C$ ))", "не(равно( $B C$ ))". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 1.

4.5. Выражение заданного числового атома через возможно определяемые атомы.

4.5.1. Выражение заданного числового атома "неизв" через возможно определяемые атомы.

4.5.1.1. Выражение заданного числового атома "неизв" через заданный возможно определимый атом и через определимые атомы.

Пример:

$$\forall_{ABCD}(\text{актив}(\angle(BAC)) \& \text{актив}(\text{прямая}(AB)) \& \text{актив}(\text{прямая}(AC)) \& \text{актив}(\text{прямая}(AD)) \& \text{разныестороны}(C, D, \text{прямая}(AB)) \& \text{однасторона}(B, C, \text{прямая}(AD)) \& \text{составнугол}(A, D, B, C) \rightarrow \angle(CAD) = \angle(BAC) + \angle(BAD))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Угол  $BAC$  имеет тип "неизв", угол  $CAD$  - тип "определимо", угол  $BAD$  - тип "возмоопределимо".

Спецификация приема имеет вид "тип(импликация)", "терм( $t$ )", "возмоопределимо( $r$ )", где  $t$  - заданный атом "неизв",  $r$  - атом типа "возмоопределимо". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 8 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "конец(неизв(терм(угол( $BAC$ ))))", "конец(легковидеть(определимо(угол( $CAD$ ))) замечание(стоп(угол( $BAC$ ))))", "конец(легковидеть(возмоопределимо(угол( $BAD$ ))) замечание(стоп(угол( $BAC$ ))))", "не(равно( $AB$ ))", "не(равно( $AC$ ))", "не(равно( $AD$ ))", "не(усм(принадлежит( $C$  прямая( $AB$ ))))". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 1.

4.5.1.2. Выражение заданного числового атома "неизв" через определимые атомы.

4.5.1.2.1. Выражение заданного числового атома "неизв" через определимые атомы.

$$\forall_{ABC}(\text{актив}(l(AB)) \& \text{актив}(\text{прямая}(AC)) \& \text{актив}(l(BC)) \rightarrow 2l(AB)l(AC) \cos \angle(BAC) = l(AB)^2 + l(AC)^2 - l(BC)^2)$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Расстояние  $BC$  имеет тип "неизв". Расстояния  $AB$  и  $AC$ , а также угол  $BAC$  имеют тип "определимо".

Спецификация приема имеет вид "тип(текпеременные)", "терм( $t$ )", где  $t$  - заданный атом типа "неизв". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 8 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "конец(неизв(терм( $l(BC)$ )))", "конец(легковидеть(определимо( $l(AB)$ ))) замечание(стоп( $l(BC)$ )))", "конец(легковидеть(определимо( $l(AC)$ ))) замечание(стоп( $l(BC)$ )))", "конец(легковидеть(определимо( $\angle(BAC)$ ))) замечание(стоп( $l(BC)$ )))", "не(равно( $AC$ ))", "не(равно( $AB$ ))", "не(равно( $BC$ ))". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 7.

4.5.1.2.2. Выражение текущего числового атома "неизв" через определимые атомы.

Пример:

$$\forall_{ABC}(\text{актив}(l(AB)) \& \text{актив}(l(AC)) \rightarrow 2S(\text{фигура}(ABC)) = l(AB)l(AC) \sin(\angle(BAC)))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Указатель "контрольвывода" инициирует попытку его применения при усмотрении выражения  $S(\text{фигура}(ABC))$ . Это выражение имеет тип "неизв". Расстояния  $AB$  и  $AC$ , а также угол  $BAC$  имеют тип "определимо".

Спецификация приема имеет вид "тип(внешзнак)", "терм( $t$ )", где  $t$  - текущий атом типа "неизв". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 8 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "конец(неизв(терм( $S(\text{фигура}(ABC))))$ )", "конец(легковидеть(определимо( $l(AB)$ ) замечание(стоп  $S(\text{фигура}(ABC))))$ )", "конец(легковидеть(определимо( $l(AC)$ ) замечание(стоп  $S(\text{фигура}(ABC))))$ )", "конец(легковидеть(определимо( $\angle(BAC)$ ) замечание(стоп  $S(\text{фигура}(ABC))))$ )", "не(равно( $A B$ ))", "не(равно( $A C$ ))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

4.5.1.2.3. Определение заданного числового атома "неизв" с применением заданного определимого числового атома.

4.5.1.2.3.1. Определение заданного числового атома "неизв" с применением заданного определимого числового атома.

Пример:

$$\forall_{ABC}(\text{актив}(\angle(BAC)) \& \text{актив}(l(AC)) \& \text{актив}(l(BC)) \rightarrow \sin(\angle(BAC))l(AC) = \sin(\angle(ABC))l(BC))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Расстояние  $l(AC)$  имеет тип "неизв". Угол  $BAC$  и расстояние  $BC$  известны, угол  $ABC$  имеет тип "определимо".

Спецификация приема имеет вид "тип(числовойатом)", "терм( $t$ )", "неизв( $r$ )", где  $r$  - атом типа "неизв",  $t$  - атом типа "определимо". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 9 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "не(усм(актив( $\angle(ABC)$ )))", "известно(терм( $\angle(BAC)$ ))", "неизв(терм( $l(AC)$ ))", "известно(терм( $l(BC)$ ))", "конец(легковидеть(определимо( $\angle(ABC)$ ) замечание(стоп  $l(AC)$ )))", "не(усм(принадлежит( $C$  прямая( $AB$ ))))", "не(равно( $A C$ ))", "не(равно( $B C$ ))". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 3.

4.5.1.2.3.2. Определение заданного числового атома "внешнеизв" с применением заданного определимого числового атома.

Пример:

$$\forall_{ABC}(\text{актив}(\angle(BAC)) \rightarrow l(BC) = \sqrt{l(AB)^2 + l(AC)^2 - 2l(AB)l(AC) \cos \angle(BAC)})$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Расстояние  $l(BC)$  имеет тип "внешнеизв". Расстояние  $l(AB)$  и угол  $BAC$  известны, расстояние  $l(AC)$  имеет тип "определимо".

Спецификация приема имеет вид "тип(логвывод)", "терм( $t$ )", "неизв( $r$ )", где  $r$  - атом типа "внешнеизв",  $t$  - атом типа "определимо". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 9 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "усм(актив( $l(BC)$ ))", "усм(актив( $l(AB)$ ))", "внешнеизв(терм( $l(BC)$ ))", "известно(терм( $l(AB)$ ))", "известно(терм( $\angle(BAC)$ ))", "конец(легковидеть(определимо( $l(AC)$ ) замечание(стоп  $l(BC)$ )))", "не(усм(принадлежит( $C$  прямая( $AB$ ))))", "не(равно( $B C$ ))", "не(равно( $A B$ ))", "не(равно( $A C$ ))". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 2.

4.5.1.2.4. Вычисление синтезатором атома, недостающего для атома "неизв" с помощью заданного определимого атома.

Пример:

$$\forall_{pABCDE}(C \in \text{окружность}(AB) \& D \in \text{окружность}(AB) \& E \in \text{окружность}(AB) \& \text{актив}(\text{окружность}(AB)) \& \text{вычислениедлины}(l(CD), p) \rightarrow l(CD) = 2l(AB) \sin(\angle(CED)) \& p)$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Расстояние  $AB$  имеет тип "неизв", угол  $CED$  - тип "определимо". Расстояние  $CD$  не известно. Последний антецедент, обрабатываемый пакетным синтезатором, определяет конъюнкцию  $p$  соотношений, позволяющих вычислить это расстояние.

Спецификация приема имеет вид "тип(числитель)", "терм( $t$ )", "неизв( $r$ )", "определимо( $s$ )", где  $r$  - атом типа "неизв",  $s$  - атом типа "определимо",  $t$  - атом, вычисляемый пакетным синтезатором. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 10 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "легковидеть(определимо( $\angle(CED)$ ))", "усм(актив( $l(AB)$ ))", "неизв(терм( $l(AB)$ ))", "не(известно(терм( $l(CD)$ )))", "не(равно( $C D$ ))", "не(равно( $C E$ ))", "не(равно( $D E$ ))", "не(равно( $A B$ ))". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 1.

4.5.2. Выражение заданного старого атома через определимые атомы.

Пример:

$$\forall_{ABCEF}(\text{окружность}(EF) \text{ вписана в фигура}(ABC) \rightarrow l(EF) \text{ периметр}(\text{фигура}(ABC)) = 2S(\text{фигура}(ABC)))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Расстояние  $EF$  не известно, но уже встречается в задаче. Числовые атомы периметр(фигура( $ABC$ )) и  $S$ (фигура( $ABC$ )) имеют тип "определимо".

Спецификация приема имеет вид "тип(сборкафильтра)", "терм( $t$ )", где  $t$  - заданный старый атом. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 7 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "не(известно(терм( $l(EF)$ )))", "усм(актив( $l(EF)$ ))", "конец(легковидеть(определимо(периметр(фигура( $ABC$ )))))", "конец(легковидеть(определимо( $S$ (фигура( $ABC$ )))))", "не(равно( $E F$ ))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 2.

4.6. Связь между числовыми атомами относительно заданных известных атомов.

4.6.1. Связь между числовыми атомами относительно заданных известных атомов.

Пример:

$\forall_{ABCDEF}$ (окружность( $DE$ )вписана в фигура( $ABC$ ) &  $F \in$  окружность( $DE$ ) &  $F \in$  прямая( $AB$ )  $\rightarrow 2l(AF)l(AB)l(AC) = (l(AF)^2 + l(DE)^2)(l(AB) + l(AC) + l(BC))$ )

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Расстояния  $AF$  и  $DE$  известны. Хотя бы одно из расстояний  $AB$ ,  $AC$ ,  $BC$  не известно.

Спецификация приема имеет вид "тип(арктангенс)", "терм( $t_1$ )", ..., "терм( $t_n$ )", где  $t_1, \dots, t_n$  - заданные известные атомы. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 7 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "конец(или(не(известно(терм( $l(AB)$ ))) не(известно(терм( $l(AC)$ ))) не(известно(терм( $l(BC)$ ))))", "усм(актив( $l(AF)$ ))", "усм(актив( $l(DE)$ ))", "известно(терм( $l(AF)$ ))", "известно(терм( $l(DE)$ ))", "усм(актив(прямая( $AB$ )))", "не(равно( $A B$ ))", "не(равно( $A F$ ))", "не(равно( $A C$ ))", "не(равно( $D E$ ))", "не(равно( $B C$ ))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

4.6.2. Связь между старыми атомами относительно заданных известных атомов.

Пример:

$\forall_{ABC}$ (актив( $\angle(BAC)$ ) &  $\angle(ABC) \rightarrow \sin(\angle(BAC) + \angle(ABC))l(AC) = \sin(\angle(ABC))l(AB)$ )

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Расстояния  $AC$  и  $AB$  уже встречаются в задаче. Углы  $ABC$  и  $BAC$  известны.



Спецификация приема имеет вид "тип(Номера)", "терм( $t_1$ )", ..., "терм( $t_n$ )" где  $t_1, \dots, t_n$  - заданные известные атомы. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 7 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "усм(актив( $l(AC)$ ))", "усм(актив( $l(AB)$ ))", "конец(известно(терм( $\angle(BAC)$ )))", "конец(известно(терм( $\angle(ABC)$ )))", "не(известно(результат))", "усм(актив(прямая( $AB$ )))", "усм(актив(прямая( $BC$ )))", "не(усм(принадлежит( $C$  прямая( $A B$ ))))", "не(равно( $A C$ ))", "не(равно( $A B$ ))". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 3.

4.6.3. Связь атомов "неизв" со старыми атомами относительно заданных известных атомов.

4.6.3.1. Связь атома "неизв" со старыми атомами относительно заданных известных атомов.

Пример:

$$\forall_{ABC}(\text{прямая}(AB) \perp \text{прямая}(AC) \ \& \ \text{актив}(\angle(ABC)) \rightarrow l(AC) = \text{tg}(\angle(ABC))l(AB))$$

Прием применяется в посылках задачи на исследование. Угол  $ABC$  известен. Хотя бы одно из расстояний  $AC$ ,  $AB$  имеет тип "неизв". Оба они уже встречаются в задаче.

Спецификация приема имеет вид "тип(нормзадача)", "терм( $t_1$ )", ..., "терм( $t_n$ )", где  $t_1, \dots, t_n$  - заданные известные атомы. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 9 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "усм(актив( $l(AC)$ ))", "усм(актив( $l(AB)$ ))", "конец(известно(терм( $\angle(ABC)$ )))", "конец(числатомы(набор(терм( $l(AC)$ ) терм( $l(AB)$ )) неизв(1)))", "усм(актив(прямая( $AB$ )))", "не(равно( $A B$ ))", "усм(актив(прямая( $AC$ )))", "не(равно( $A C$ ))", "усм(актив(прямая( $BC$ )))", "не(усм(принадлежит( $C$  прямая( $AB$ ))))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 3.

4.6.3.2. Связь между известными атомами и атомами "неизв" относительно заданных известных атомов.

Пример:

$$\forall_{ABC}(\text{актив}(\angle(BAC)) \rightarrow 2l(AB)l(AC) \cos(\angle(BAC)) = l(AB)^2 + l(AC)^2 - l(BC)^2)$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Угол  $BAC$  известен. Каждое из расстояний  $AB$ ,  $AC$ ,  $BC$  либо известно, либо имеет тип "неизв", причем хотя бы одно - типа "неизв".

Спецификация приема имеет вид "тип(усмчисло)", "терм( $t_1$ )", ..., "терм( $t_n$ )" где  $t_1, \dots, t_n$  - заданные известные атомы. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 7 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать)

тип(исследовать)", "неизв(терм(угол( $BAC$ )))", "усм(актив( $l(AB)$ ))", "усм(актив( $l(AC)$ ))", "усм(актив( $l(BC)$ ))", "известно(терм( $\angle(BAC)$ ))", "конец(числатомы(набор(терм( $l(AB)$ )) терм( $l(AC)$ )) терм( $l(BC)$ )) смнеизв)", "не(усм(принадлежит( $C$  прямая( $AB$ ))))", "не(равно( $A B$ ))", "не(равно( $A C$ ))", "не(равно( $B C$ ))". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 2.

4.7. Связь заданного существенного атома с другими атомами.

Пример:

$\forall_{ABCDEFG}(\text{актив(окружность}(AG)) \ \& \ B \in \text{окружность}(AG) \ \& \ C \in \text{окружность}(AG) \ \& \ D \in \text{окружность}(AG) \ \& \ E \in \text{окружность}(AG) \ \& \ \text{прямая}(BC) \perp \text{прямая}(DE) \ \& \ F \in \text{отрезок}(BC) \ \& \ F \in \text{отрезок}(DE) \ \& \ \text{разныеточки}(B, C) \ \& \ \text{разныеточки}(D, E) \rightarrow \angle(BAE) + \angle(CAD) = \pi)$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Угол  $BAE$  имеет тип "существом".

Спецификация приема имеет вид "тип(вхождениепути)", "терм( $t$ )", где  $t$  - атом типа "существом". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 7 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "конец(легковидеть(существом( $\angle(BAE)$ )))", "не(равно( $B C$ ))", "не(равно( $B D$ ))", "не(равно( $B E$ ))", "не(равно( $C D$ ))", "не(равно( $C E$ ))", "не(равно( $D E$ ))", "усм(актив(прямая( $BC$ )))", "усм(актив(прямая( $DE$ )))", "не(равно( $B F$ ))", "не(равно( $C F$ ))не(равно( $D F$ ))не(равно( $E F$ ))". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 1.

4.8. Связь заданного определимого атома с другими атомами.

Пример:

$\forall_{ABCDEF}(\text{прямая}(CE) \perp \text{прямая}(AB) \ \& \ \text{прямая}(AD) \perp \text{прямая}(BC) \ \& \ F \in \text{прямая}(CE) \ \& \ F \in \text{прямая}(AD) \ \& \ E \in \text{прямая}(AB) \ \& \ \text{разныеточки}(B, C) \ \& \ \text{разныеточки}(A, B) \ \& \ \text{разныепрямые}(\text{прямая}(AB), \text{прямая}(BC)) \ \& \ \neg(\pi/2 - \angle(ABC) = 0) \rightarrow \sin(\angle(ABC)) = \sin(\angle(EFA)))$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Угол  $ABC$  имеет тип "определимо".

Спецификация приема имеет вид "тип(сильноизвлекается)", "терм( $t$ )", где  $t$  - атом типа "определимо". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 12 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "легковидеть(определимо( $\angle(ABC)$ ))", "усм(актив(прямая( $CE$ )))", "не(равно( $C E$ ))", "усм(актив(прямая( $AB$ )))", "не(равно( $A B$ ))", "усм(актив(прямая( $AD$ )))", "не(равно( $A D$ ))", "усм(актив(прямая( $BC$ )))", "не(равно( $B C$ ))", "не(усм(принадлежит( $C$  прямая( $AB$ ))))", "не(равно(терм(прямая( $AB$ )) терм(прямая( $BC$ ))))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

4.9. Получение уравнения для численной неизвестной, которой пропорциональные все числовые атомы, кроме текущего известного атома.

Пример:

$$\forall_{ABC}(\text{актив}(l(AB)) \ \& \ \text{актив}(l(AC)) \ \& \ \text{mbox}(l(BC)) \ \& \ a = (l(AB) + l(AC) + l(BC))/2 \rightarrow S(\text{фигура}(ABC))^2 = a(a - l(AB))(a - l(AC))(a - l(BC)))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Указатель "контрольвывода" инициирует попытку его применения при усмотрении выражения  $S(\text{фигура}(ABC))$ . Это выражение известно. Каждое из расстояний  $AB$ ,  $AC$ ,  $BC$ , после обработки нормализатором общей стандартизации, можно представить как произведение одной и той же численной неизвестной на известное выражение.

Спецификация приема имеет вид "тип(предел)", "терм( $t$ )", где  $t$  - заданный текущий атом. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 9 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "известно(терм( $S(\text{фигура}(ABC))$ ))", "конец(контекст(неизвестная( $x_2$ ))внешнейзв( $x_2$ ) не(контекст(список( $x_3$  терм( $l(AB)$ ) терм( $l(AC)$ ) терм( $l(BC)$ )) не(контекст(вид( $x_3$  дробь(умножение( $x_4$   $x_2$ ) $x_5$ )) известно( $x_4$ ) известно( $x_5$ ) единица(1  $x_4$   $x_5$ ))))))", "не(равно( $A$   $B$ ))", "не(равно( $A$   $C$ ))", "не(равно( $B$   $C$ ))". Создается также указатель "контрольвывода( $S(\text{фигура}(ABC))$ )". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

## 5. Вывод равенства старых объектов.

Пример:

$$\forall_{ABac}(A \cap B = \{c\} \ \& \ a \in A \ \& \ a \in B \rightarrow a = c)$$

Прием применяется без ограничений. Первые два антецедента идентифицируются с посылками, третий - обрабатывается проверочным оператором.

Спецификация приема имеет вид "тип(склейкаоперандов)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 1, вводит фильтр "посылка" и указатели "равно(1)", "блокпроверок(3)", "операнд( $B$  фикс(1 1))". Требуется небольшая доработка.

Число приемов данного типа - 38.

## 6. Вывод нечислового равенства.

### 6.1. Вывод нечислового равенства.

Пример:

$$\forall_{fgijax}(f = \text{таблица}(\{i \rightarrow j; a\}) \ \& \ \text{произведение}(\text{суффикс}(x, f)) = g \rightarrow \text{произведение}(x)(j) = g(i))$$

Прием применяется без ограничений.

Спецификация приема имеет вид "тип(тела)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 2, вводит фильтр "посылка" и указатели "равно(1)", "примечание(ориентацияравенства)", "список(фикс(1 2 1 1))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 10.

## 6.2. Вывод нечислового равенства для текущего объекта.

Пример:

$$\forall_{APfpq}(f = \text{функграфик}(A) \ \& \ \text{функционально}(A) \ \& \ A = \text{set}_x(\exists_y(x = (p(y), q(y)) \ \& \ P(y))) \rightarrow \text{Val}(f) = \text{set}_x(\exists_y(x = q(y) \ \& \ P(y))))$$

Указатель "контрольвывода" инициирует попытку применения приема при усмотрении в задаче выражения  $\text{Val}(f)$ , не связанного внешними кванторами и описателями. Первые два антецедента идентифицируются с посылками, третий - выделен указателем "идентификатор".

Спецификация приема имеет вид "тип(трасперечисл)", "терм( $t$ )", где  $t$  - текущий объект. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 2, вводит фильтр "свобоперанд(теквхожд)" и указатели "контрольвывода( $\text{Val}(f)$ )", "идентификатор(1 3)", "примечание(ориентацияравенства)", "кортежпеременных( $y$ )", "внешнийквантор(фикс(3 2 2))", "отображение( $p \ q \ P$ )". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 4.

## 6.3. Вывод равенства, связывающего между собой атомарные нечисловые объекты.

### 6.3.1. Вывод равенства, связывающего текущий атомарный объект с другими старыми атомарными объектами.

#### 6.3.1.1. Вывод равенства, выражающего текущий атомарный объект через другие старые атомарные объекты.

Пример:

$$\forall_{ABCD}(\text{прямая}(AB) \parallel \text{прямая}(CD) \ \& \ \text{прямая}(BC) \parallel \text{прямая}(AD) \ \& \ \text{разныепрямые}(\text{прямая}(AB), \text{прямая}(AD)) \rightarrow \text{вектор}(AB) = \text{вектор}(DC))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Указатель "контрольвывода" инициирует попытку применения приема при усмотрении в посылке подвыражения "вектор( $AB$ )". Вектор  $DC$  уже рассматривается в задаче.

Спецификация приема имеет вид "тип(извлекается)", "терм( $t$ )", где  $t$  - текущий атомарный объект. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 2 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))",

"смактив(терм(вектор( $DC$ )))", "усм(актив(прямая( $AB$ )))", "не(равно( $A B$ ))", "усм(актив(прямая( $CD$ )))", "не(равно( $C D$ ))", "усм(актив(прямая( $BC$ )))", "не(равно( $B C$ ))", "усм(актив(прямая( $AD$ )))", "не(равно( $A D$ ))", "не(равно(терм(прямая( $AB$ )) терм(прямая( $CD$ )))", "не(равно(терм(прямая( $BC$ )) терм(прямая( $AD$ )))", "не(равно(терм(прямая( $AB$ )) терм(прямая( $AD$ )))". Создаются также указатели "усм(1 2)", "блокпроверок(3)", "контрольвывода(вектор( $AB$ ))". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 6.

6.3.1.2. Вывод равенства, выражающего текущий атомарный объект через атомарный объект "неизв" и известные атомарные объекты.

Пример:

$$\forall_{ABC}(\text{актив(вектор}(BC)) \rightarrow \text{вектор}(AC) = \text{вектор}(AB) + \text{вектор}(BC))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Указатель "контрольвывода" инициирует попытку применения приема при усмотрении в посылке подвыражения "вектор( $AC$ )". Среди векторов  $AC$ ,  $AB$ ,  $BC$  имеется один известный и один - типа "неизв". Как и в случае числовых атомов, "неизв" означает, что выражение либо содержит неизвестную внешней задачи на описание, либо имеет общее неизвестное атомарное выражение с уравнением, содержащим неизвестную внешней задачи на описание.

Спецификация приема имеет вид "тип(привменьшеилиравно)", "указатель(контрольвывода( $t$ ))", где  $t$  - текущий атомарный объект. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "конец(числатомы(набор(терм(вектор( $AC$ )) терм(вектор( $AB$ )) терм(вектор( $BC$ ))) и(неизв(1) известно(1))))". Создается также указатель "контрольвывода(вектор( $AC$ ))". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 4.

6.3.2. Вывод равенства, связывающего текущий атомарный объект с определенными атомарными объектами.

Пример:

$$\forall_{ABCD}(\text{прямая}(AB) \parallel \text{прямая}(CD) \ \& \ \text{прямая}(BC) \parallel \text{прямая}(AD) \ \& \ \text{разныепрямые}(\text{прямая}(AB), \text{прямая}(AD)) \rightarrow \text{вектор}(AC) = \text{вектор}(AB) + \text{вектор}(AD))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Указатель "контрольвывода" инициирует попытку применения приема при усмотрении в посылке подвыражения "вектор( $AC$ )". Векторы  $AB$  и  $AD$  имеют тип "определимо".

Спецификация приема имеет вид "тип(гипкосинус)", "терм( $t$ )", где  $t$  - текущий атомарный объект. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 2 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))",

"легковидеть(определимо(вектор( $AB$ )))", "легковидеть(определимо(вектор( $AD$ )))", "усм(актив(прямая( $AB$ )))", "не(равно( $A B$ ))", "усм(актив(прямая( $CD$ )))", "не(равно( $C D$ ))", "усм(актив(прямая( $BC$ )))", "не(равно( $B C$ ))", "усм(актив(прямая( $AD$ )))", "не(равно( $A D$ ))", "не(равно(терм(прямая( $AB$ )) терм(прямая( $CD$ )))", "не(равно(терм(прямая( $BC$ )) терм(прямая( $AD$ )))", "не(равно(терм(прямая( $AB$ )) терм(прямая( $AD$ )))". Создается также указатель "контрольвывода(вектор( $AC$ ))". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

6.3.3. Вывод равенства, связывающего текущий атомарный объект с объектом "квазиактив".

6.3.3.1. Вывод равенства, связывающего текущий атомарный объект с атомарным объектом "квазиактив".

В качестве примера рассмотрим прием, теорема которого - та же, что в предыдущем пункте. Текущий вектор -  $AC$ . Он не известен. Хотя бы один из векторов  $AB$ ,  $AD$  имеет тип "квазиактив".

Спецификация приема имеет вид "тип(блокчертежа)", "терм( $t$ )", где  $t$  - текущий атомарный объект. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 2 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "не(известно(терм(вектор( $AC$ ))))", "или(легковидеть(квазиактив(вектор( $AB$ ))) легковидеть(квазиактив(вектор( $AD$ ))))", "усм(актив(прямая( $AB$ )))", "не(равно( $A B$ ))", "усм(актив(прямая( $CD$ )))", "не(равно( $C D$ ))", "усм(актив(прямая( $BC$ )))", "не(равно( $B C$ ))", "усм(актив(прямая( $AD$ )))", "не(равно( $A D$ ))", "не(равно(терм(прямая( $AB$ )) терм(прямая( $CD$ )))", "не(равно(терм(прямая( $BC$ )) терм(прямая( $AD$ )))", "не(равно(терм(прямая( $AB$ )) терм(прямая( $AD$ )))". Создается также указатель "контрольвывода(вектор( $AC$ ))". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

6.3.3.2. Вывод равенства, связывающего текущий атомарный объект с атомарными объектами "квазиактив".

Пример:

$$\forall_{ABCD}(\text{актив(прямая}(AC)) \ \& \ \text{актив(прямая}(BD)) \rightarrow \text{вектор}(BD) = \text{вектор}(AC) + \text{вектор}(CD) + \text{вектор}(DB))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Указатель "контрольвывода" инициирует попытку применения приема при рассмотрении в посылке подвыражения "вектор( $AB$ )". Векторы  $AC$ ,  $CD$  и  $DB$  имеют тип "квазиактив".

Спецификация приема имеет вид "тип(стандменьше)", "терм( $t$ )", где  $t$  - текущий атомарный объект. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 6 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "легковидеть(квазиактив(вектор( $AC$ )))", "легковидеть(квазиактив(вектор(

$CD))$ ", "легковидеть(квазиактив(вектор( $DB$ )))". Создается также указатель "контрольвывода(вектор( $AB$ ))". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 2.

6.3.4. Выражение одного нечислового атомарного объекта через другие нечисловые объекты.

6.3.4.1. Выражение одного нечислового атомарного объекта через другие нечисловые атомарные объекты.

Пример:

$\forall_{ABCDEFG} (C = \text{проекция}(A, \text{плоскость}(EFG)) \ \& \ D = \text{проекция}(B, \text{плоскость}(EFG)) \ \& \ \text{актив}(\text{вектор}(AB)) \rightarrow \text{вектор}(CD) = \text{проекция}(\text{вектор}(AB), \text{плоскость}(EFG)))$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Антецеденты идентифицируются с посылками.

Спецификация приема имеет вид "тип(остатокнабора)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 4.

6.3.4.2. Вывод равенства для заданного старого нечислового атомарного объекта.

Пример:

$\forall_{ABCDQp} (\text{параллелепипед}(p) \ \& \ \text{ребро}(\text{отрезок}(QA), p) \ \& \ \text{ребро}(\text{отрезок}(QB), p) \ \& \ \text{ребро}(\text{отрезок}(QC), p) \ \& \ \text{разныеточки}(A, B) \ \& \ \text{разныеточки}(A, C) \ \& \ \text{разныеточки}(B, C) \ \& \ \text{диагональ}(\text{отрезок}(QD), p) \rightarrow \text{вектор}(QD) = \text{вектор}(QA) + \text{вектор}(QB) + \text{вектор}(QC))$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Вектор  $QD$  уже рассматривается в задаче.

Спецификация приема имеет вид "тип(установка)", "терм( $t$ )", где  $t$  - старый атомарный объект. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "контекст(посылка( $x_1$ ) позиция( $x_2$   $x_1$ ) вид( $x_2$  вектор( $QD$ )))", "не(равно( $A$   $B$ ))", "не(равно( $A$   $C$ ))", "не(равно( $B$   $C$ ))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 3.

6.3.4.3. Вывод равенства для заданного нечислового атомарного объекта, позволяющего определить числовой атом "неизв".

В качестве примера рассмотрим прием, теорема которого - та же, что в предыдущем пункте. Он применяется в посылках задачи на доказательство либо на

исследование. Расстояние  $QD$  имеет тип "неизв". Расстояния  $QA$ ,  $QB$ ,  $QC$  и углы  $AQB$ ,  $AQC$ ,  $BQC$  имеют тип "определимо".

Спецификация приема имеет вид "тип(прямоугольник)", "терм( $t_1 \dots t_n$ )", "неизв( $r$ )", где  $t_1, \dots, t_n$  - числовые атомы типа "определимо",  $r$  - атом типа "неизв". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 5 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "легковидеть(определимо( $l(QA)$ ))", "легковидеть(определимо( $l(QB)$ ))", "легковидеть(определимо( $l(QC)$ ))", "легковидеть(определимо( $\angle(AQB)$ ))", "легковидеть(определимо( $\angle(AQC)$ ))", "легковидеть(определимо( $\angle(BQC)$ ))", "усм(актив( $l(QD)$ ))", "неизв(терм( $l(QD)$ ))", "не(равно( $A B$ ))", "не(равно( $A C$ ))", "не(равно( $B C$ ))". Этого почти достаточно.

6.3.4.4. Вывод равенства, выражающего один старый атомарный объект через другие старые атомарные объекты.

6.3.4.4.1. Вывод равенства, выражающего один старый атомарный объект через другие старые атомарные объекты.

Пример:

$$\forall_{ABCDab}(\text{актив(вектор}(AB)) \ \& \ \text{актив(вектор}(AC)) \ \& \ \text{актив(вектор}(AD)) \ \& \ al(BD) = bl(CD) \ \& \ D \in \text{отрезок}(BC) \ \& \ 0 < a + b \rightarrow \text{вектор}(AD) = (a/(a + b))\text{вектор}(AB) + (b/(a + b))\text{вектор}(AC))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Четвертый антецедент обрабатывается пакетным синтезатором. Расстояния  $BD$ ,  $CD$  уже встречаются в задаче.

Спецификация приема имеет вид "тип(десдробь)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 2 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "не(равно( $B C$ ))", "усм(актив( $l(BD)$ ))", "усм(актив( $l(CD)$ ))", "не(равно( $B D$ ))", "не(равно( $C D$ ))". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 3.

6.3.4.4.2. Вывод равенства, выражающего один старый атомарный объект через другой.

Пример:

$$\forall_{ABCp}(\text{актив(вектор}(AC)) \ \& \ \text{вектор}(AB) = p\text{вектор}(BC) \rightarrow \text{вектор}(AC) = (1 + p)\text{вектор}(BC))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Антецеденты идентифицируются с посылками.

Спецификация приема имеет вид "тип(слово)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 2.



6.3.4.4.3. Выражение неизвестного нечислового атомарного объекта через известные объекты.

6.3.4.4.3.1. Выражение неизвестного нечислового атомарного объекта через известные объекты.

Пример:

$$\forall_{ABCDEK} ab(K = (C, D, E) \ \& \ \text{коорд}(\text{вектор}(AB), K) = (0, b) \ \& \ \text{вектор}(AB) = a \ \& \ \neg(b = 0) \rightarrow \text{вектор}(CE) = (1/b)a)$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Выражения  $a, b$  не содержат неизвестных, а выражение "вектор( $CE$ )" - содержит.

Спецификация приема имеет вид "тип(целое)", "терм( $t$ )", где  $t$  - неизвестный атомарный объект. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания  $\exists$  и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "не(известно(терм(вектор( $CE$ ))))", "известно( $a$ )", "известно( $b$ )". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 3.

6.3.4.4.3.2. Выражение неизвестного нечислового атомарного объекта через его известные компоненты.

Пример:

$$\forall_{ABCD} (\text{актив}(\text{прямая}(AB)) \ \& \ C \in \text{прямая}(AB) \ \& \ D \in \text{прямая}(AB) \ \& \ \text{разныеточки}(C, D) \rightarrow \text{прямая}(CD) = \text{прямая}(AB))$$

Прием применяется в задачах на исследование, не имеющих цели "известно". Выражения  $C, D$  не содержат неизвестных, выражение "прямая( $AB$ )" - содержит.

Спецификация приема имеет вид "тип(выпуклмногуюгольник)", "терм( $t$ )", где  $t$  - неизвестный атомарный объект. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания  $\exists$  и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "известно( $C$ )", "известно( $D$ )", "не(известно(терм(прямая( $AB$ ))))", "не(равно( $C D$ ))". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

6.4. Вывод равенства, дающего явное выражение для функциональной характеристики.

6.4.1. Вывод равенства, дающего явное выражение для функциональной характеристики.

Пример:

$\forall_{AXab}$ (функраспред( $X, A$ ) =  $\lambda_x(a(x), x - \text{число}$ ) &  $b(x) = da(x)/dx \rightarrow$   
плотнраспред( $X, A$ ) =  $\lambda_x(b(x), x - \text{число}$ ))

Первый антецедент идентифицируется с посылкой, второй - выделен указателем "идентификатор" и вычисляет производную, так что  $b(x)$  символа "производная" уже не содержит. Отсутствует посылка, дающая явное выражение для "плотнраспред( $X, A$ )".

Спецификация приема имеет вид "тип(внимание)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит фильтр "посылка". Он не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 10.

6.4.2. Вывод равенства, дающего явное выражение для текущей функциональной характеристики.

Пример:

$\forall_{PXan}$ (рядраспред( $X, P$ ) =  $\lambda_i(a(i), i - \text{целое} \ \& \ n \leq i) \rightarrow$  функраспред( $X, P$ ) =  $\lambda_x(\sum_{j=n}^{-[x]-1} a(j), x - \text{число})$ )

Попытка применения приема инициируется усмотрением в задаче выражения "функраспред( $X, P$ )".

Спецификация приема имеет вид "тип(схеманормализации)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 5 и вводит указатель "контрольвывода(функраспред( $X, P$ ))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 2.

6.4.3. Вывод равенства, дающего явное выражение для функциональной характеристики текущего объекта.

Пример:

$\forall_{ABm}$ (случполе( $A, 2, B$ ) & равномернополе( $A, m$ )  $\rightarrow$   
плотнраспред(длинапаузы( $A$ ),  $B$ ) =  $\lambda_x((0 \text{ при } x < 0, \text{ иначе } 2\pi m x \exp(-\pi m x^2))$ ),  
 $x - \text{число}$ ))

Попытка применения приема инициируется усмотрением в задаче выражения "длинапаузы( $A$ )".

Спецификация приема имеет вид "тип(симметрично)", "терм( $t$ ", где  $t$  - текущий объект. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 5 и вводит указатель "контрольвывода(длинапаузы( $A$ ))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

6.4.4. Вывод равенства, позволяющего вычислить текущую функциональную характеристику.

Пример:

$$\forall_{ABfgh}(\text{плотнраспред}(A, B) = \lambda_t(f(t), h(t)) \ \& \ g(t) = \int_{-\infty}^t f(x)dx \rightarrow \text{функраспред}(A, B) = \lambda_t(g(t), t - \text{число}))$$

Попытка применения прием инициируется усмотрением в задаче выражения "функраспред(A, B)". Первый антецедент идентифицируется с посылкой, причем его правая часть не содержит неизвестных. Второй антецедент выделен указателем "идентификатор". Он вычисляет интеграл с помощью вспомогательной задачи. Отсутствует посылка, дающая явное выражение для "функраспред(A, B)" через известные параметры.

Спецификация приема имеет вид "тип(конъюнктоконтекст)", "см(известно(...))". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 5 и вводит фильтры "не(контекст(посылка(x1)вид(x1 равно(функраспред(A, B)x2))известно(x2)))", "известно(фикс(1 2))". Создается также указатель "контрольвывода(функраспред(A, B))". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 1.

6.5. Вывод равенства, выражающего неизвестную компоненту известного объекта через этот объект.

Пример:

$$\forall_{abc}(c = a + bi \ \& \ a - \text{число} \ \& \ b - \text{число} \rightarrow a = \text{Re}(c))$$

Прием применяется в задачах на исследование, имеющих цель "известно". Выражение  $c$  известно, а выражение  $a$  - нет.

Спецификация приема имеет вид "тип(убывает)", "неизвестная(x)", где  $x$  - переменная для неизвестной компоненты. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 2 и вводит фильтры "тип(исследовать)", "цель(известно)", "не(известно(a))", "известно(c)". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 2.

6.6. Вывод равенства, направленного на выражение неизвестных компонент известных объектов через эти объекты.

Пример:

$$\forall_{Aabc}(A = \{; a\} \ \& \ \{; b\} \subseteq \{; a\} \ \& \ \{; c\} = \{; a\} \setminus \{; b\} \rightarrow \{; b\} = A \setminus \{; c\})$$

Прием применяется в задачах на исследование, имеющих цель "известно". Попытка его применения инициируется усмотрением подвыражения "перечень(b)". Выражение  $A$  известно, а выражение  $b$  - нет.

Спецификация приема имеет вид "тип(узелстатьи)", "терм(t)", "известно( $r_1$ )", "...", "известно( $r_k$ )" где  $t$  - терм, усмотрение которого инициирует попытку применения приема;  $r_1, \dots, r_k$  - известные параметры. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит фильтры "тип(исследовать)",

"цель(известно)", "не(известно( $b$ ))", "известно( $A$ )". Создается также указатель "контрольвывода(перечень( $b$ ))". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

#### 7. Вывод двуместного отношения, не являющегося равенством.

Начиная с этого места, возвращаемся к обычной схеме нумерации подпунктов. Глубина вложенности далее будет сравнительно небольшой.

- (a) Вывод двуместного отношения в задаче на исследование либо на доказательство.

Пример:

$$\forall_{abc}(a \in b \ \& \ b \subseteq c \rightarrow a \in c)$$

Прием применяется без ограничений в посылках задачи на доказательство либо на исследование.

Спецификация приема имеет вид "тип(свертка)". Справочник "заголовок-приема" указывает уровень срабатывания  $\exists$  и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 416.

- (b) Вывод двуместного отношения в задаче на описание, имеющей цель "пример".

Пример:

$$\forall_{abc}(a \subseteq \mathbb{R} \ \& \ c \in a \ \& \ \text{верхняягрань}(b, a) \rightarrow c \leq b)$$

Прием применяется в задаче на описание, имеющей цель "пример". Антецеденты идентифицируются с посылками.

Спецификация приема имеет вид "тип(сдвигоператоров)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания  $\exists$  и вводит фильтры "посылка", "тип(описать)", "цель(пример)". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 3.

- (c) Вывод двуместного отношения, связывающего неизвестный объект задачи на исследование с известным.

Пример:

$$\forall_{Afmpyz}(\text{Min}(f, \{m, \dots, n\}, y, z) \ \& \ f = \lambda_x(p(x), A(x)) \ \& \ \forall_i(i \in \{m, \dots, n\} \rightarrow A(i)) \rightarrow y \subseteq \text{set}_i(i \in \{m, \dots, n\} \ \& \ (i = m \vee p(i) - p(i - 1) \leq 0) \ \& \ (i = n \vee p(i) - p(i + 1) \leq 0)))$$

Прием применяется в задачах на исследование. Первые два антецедента идентифицируются с посылками, истинность третьего устанавливается при помощи задачи на доказательство. Утверждение под описателем "класс" разрешается относительно  $i$  задачей на описание. Прием выводит

следствие, выражающее свойство локального минимума по множеству целых чисел. Выражения  $m, n, p(x)$  не содержат неизвестных, выражение  $y$  - содержит.

Спецификация приема имеет вид "тип(расширениепосылок)", "неизвестная( $x$ )", где  $y$  - переменная, идентифицируемая с неизвестным объектом. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит фильтры "тип(исследовать)", "не(известно( $y$ ))", "известно( $m$ )", "известно( $n$ )", "известно( $p$ )". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 2.

- (d) Вывод нечислового двуместного предиката, характеризующего текущий объект.

Пример:

$$\forall_a(a \subseteq \mathbb{R} \ \& \ \text{огрснизу}(a) \rightarrow \text{нижнягрань}(\text{inf}(a), a))$$

Прием применяется в задачах на доказательство, на исследование, а также в задачах на описание, имеющих цель "пример". Попытка его применения инициируется усмотрением выражения  $\text{inf}(a)$ .

Спецификация приема имеет вид "тип(стандтерм)", "терм( $t$ )", где  $t$  - текущий объект. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит фильтр "или(тип(доказать) тип(исследовать) и(тип(описать) цель(пример)))". Создается также указатель "контрольвывода( $\text{inf}(a)$ )". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 10.

- (e) Вывод неравенства.

- i. Вывод неравенства для невырожденных числовых атомов.

- A. Вывод неравенства для невырожденных числовых атомов.

Пример:

$$\forall_{ABCD}(\text{ромб}(ABCD) \ \& \ \angle(BAD) < \pi/2 \rightarrow \pi/2 < \angle(ABC))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование.

Спецификация приема имеет вид "тип(элемент)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "не(усм(принадлежит( $D$  прямая( $AB$ ))))". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 4.

- B. Вывод неравенства для невырожденных числовых атомов, встречающихся в исходных неравенствах задачи.

$$\forall_{ABCD}(\text{прямая}(AB) \perp \text{прямая}(CD) \ \& \ D \in \text{прямая}(AB) \ \& \ \text{актив}(l(CD)) \ \& \ \text{актив}(l(AC)) \rightarrow 0 \leq l(AC) - l(CD))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Хотя бы одно из расстояний  $AC, CD$  неконстантное. Те из них, которые неконстантные, встречаются в исходных неравенствах задачи.

Спецификация приема имеет вид "тип(знаменатель)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "контекст(равно(x1 набор(терм( $l(AC)$ ) терм( $l(CD)$ ))) входит(x2 x1) не(константа(x2)) не(контекст(входит(x3 x1) не(константа(x3)) не(контекст(посылка(x4) заголовок(x4 меньше меньшеилиравно) вхождениютерма(x4 x3) комментпосылки(x4 следствие))))))", "усм(актив(прямая( $AB$ )))", "не(равно( $A B$ ))", "усм(актив(прямая( $CD$ )))", "не(равно( $C D$ ))", "не(равно( $A B$ ))".

Число приемов данного типа - 1.

- C. Вывод неравенства для невырожденного числового атома "неизв".

$$\forall_{ABCD}(\text{актив}(l(AD)) \ \& \ l(BD) = l(CD) \ \& \ D \in \text{отрезок}(BC) \ \& \ \text{разныеточки}(A, B) \ \& \ \text{разныеточки}(A, C) \ \& \ \text{разныеточки}(\text{прямая}(AB), \text{прямая}(AC)) \ \& \ 0 \leq 2l(AD) - l(BC) \rightarrow 0 \leq \pi/2 - \angle(BAC))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Угол  $BAC$  имеет тип "неизв".

Спецификация приема имеет вид "тип(нормзнака)", "терм( $t$ )", где  $t$  - атом "неизв". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "усм(актив(угол( $BAC$ )))", "неизв(терм(угол( $BAC$ )))", "не(равно( $B C$ ))", "не(равно( $B D$ ))", "не(равно( $C D$ ))", "не(равно( $A B$ ))", "не(равно( $A C$ ))", "не(равно(терм(прямая( $AB$ )) терм(прямая( $A$ ))))". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 1.

- D. Вывод неравенства для невырожденных числовых атомов, хотя бы один из которых - старый.

Пример:

$$\forall_{ABCD}(\text{параллелограмм}(ABCD) \ \& \ \pi/2 < \angle(ABC) \rightarrow l(BD) < l(AC))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Хотя бы одно из расстояний  $BD$ ,  $AC$  уже встречается в задаче.

Спецификация приема имеет вид "тип(внешдизъюнкция)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "или(усм(актив(угол( $l(BD)$ )))усм(актив(угол( $l(AC)$ ))))", "не(усм(принадлежит( $C$  прямая( $AB$ ))))", "не(равно( $B D$ ))", "не(равно( $A C$ ))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

- E. Вывод неравенства для старых невырожденных числовых атомов при контроле разбора случаев.

Пример:

$$\forall_{ABC}(l(AB) = l(BC) \ \& \ \text{актив}(\angle(BAC)) \ \& \ \text{разныеточки}(A, C) \ \& \ 0 < \angle(BAC) - \pi/3 \rightarrow 0 < l(AB) - l(AC))$$

Прием применяется в задачах на исследование, имеющих цель "контроль". Первый антецедент выделен указателем "равно", два последних - обрабатываются проверочными операторами. Расстояние  $AC$  уже рассматривается в задаче.

Спецификация приема имеет вид "тип(быстрпроверка)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 2 и вводит фильтры "посылка", "тип(исследовать)", "цель(контроль)", "усм(актив( $l(AC)$ ))", "усм(актив(прямая( $AB$ )))", "усм(актив(прямая( $AC$ )))", "не(усм(принадлежит( $C$  прямая( $AB$ ))))", "не(равно( $AB$ ))", "не(равно( $AC$ ))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 2.

- ii. Вывод неравенства для текущего невырожденного числового атома.

Пример:

$$\forall_{ab}(a \subseteq \mathbb{R} \ \& \ \text{огрснизу}(a) \ \& \ b \in a \rightarrow 0 \leq b - \inf(a))$$

Попытка применения приема инициируется при усмотрении в задаче выражения  $\inf(a)$ . Первые два антецедента обрабатываются проверочными операторами, последний - идентифицируется с посылкой.

Спецификация приема имеет вид "тип(нок)", "терм( $t$ )", где  $t$  - текущий атом. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит указатель "контрольвывода( $\inf(a)$ )". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 6.

- iii. Вывод неравенства для численных параметров при контроле разбора случаев.

Пример:

$$\forall_{ab}(\cos b = a \ \& \ 0 \leq b \ \& \ 0 < \pi/2 - b \rightarrow 0 < a)$$

Прием применяется в задачах на исследование, имеющих цель "контроль". Первый антецедент идентифицируется с посылкой, два других обрабатываются проверочными операторами. Выражение  $a$  неконстантное.

Спецификация приема имеет вид "тип(вхождениевзадачу)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 1 и вводит фильтры "тип(исследовать)", "цель(контроль)", "не(константа( $a$ ))". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

- iv. Вывод неравенства для численных параметров в задаче на исследование, имеющей цель "известно".

Пример:

$$\forall_{ab}(b \leq 0 \ \& \ 0 \leq a + b \rightarrow 0 \leq a)$$

Прием применяется в задачах на исследование, имеющих цель "известно". Второй антецедент идентифицируется с посылкой, первый -

обрабатывается проверочным оператором. Выражение  $a$  неконстантное и не содержит невырожденных числовых атомов. Все слагаемые выражения  $b$  имеют заголовок "минус".

Спецификация приема имеет вид "тип(утверждения)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "тип(исследовать)", "цель(известно)", "неизвестная( $a$ )". Он не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 3.

v. Вывод неравенств в задаче на исследование, не имеющей цели "известно".

A. Вывод неравенства для численных неизвестных в задаче на исследование, не имеющей цели "известно".

Пример:

$$\forall_{abcdex}(d = b^2 - 4a(c - e) \ \& \ ax^2 + bx + c = e \rightarrow 0 \leq d)$$

Прием применяется в задачах на исследование, не имеющих цели "известно". Выражения  $x, d$  содержат неизвестные.

Спецификация приема имеет вид "тип(внутрпосылка)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "тип(исследовать)", "не(цель(известно))", "не(известно( $d$ ))". Он не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 1.

B. Вывод неравенства для известных неконстантных численных параметров в задаче на исследование, не имеющей цели "известно".

Пример:

$$\forall_{ABa}(\text{разныеточки}(A, B) \ \& \ l(AB) = a \rightarrow 0 < a)$$

Прием применяется в задачах на исследование, не имеющих цели "известно". В случае планиметрических задач это - обычно задачи на построение. Выражение  $a$  не содержит неизвестных и неконстантное. В нем нет невырожденных числовых атомов.

Спецификация приема имеет вид "тип(котангенс)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "тип(исследовать)", "не(цель(известно))", "не(константа( $a$ ))", "известно( $a$ )", "не(контекст(числовойатом( $a$  х3) не(переменная( $x3$ ))))", "не(равно( $A$   $B$ ))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 3.

vi. Вывод неравенства для выражения с известными числовыми параметрами нечисловых объектов.

A. Вывод неравенства для выражения с известными числовыми параметрами нечисловых объектов.

Пример:

$$\forall_{ABCDa}(\text{трапеция}(ABCD) \ \& \ l(BC) = a \ \& \ l(AD) = b \rightarrow a < b)$$



Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Антецеденты идентифицируются с посылками. Выражения  $a, b$  не константные; не содержат неизвестных и невырожденных числовых атомов.

Спецификация приема имеет вид "тип(корни)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "или(не(константа( $a$ ))не(константа( $b$ )))", "известно( $a$ )", "известно( $b$ )", "не(контекст(список( $x1 a b$ ) числовойатом( $x3 x4$ ) не(переменная( $x4$ ))))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 2.

- V. Вывод неравенства для известного численного параметра нечислового объекта.

Пример:

$$\forall_{ABCDabc}(l(AB)ab = l(CD)c \ \& \ 0 \leq c \ \& \ 0 < b \ \& \ \text{разныеточки}(A, B) \rightarrow 0 \leq a)$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Переменная  $a$  идентифицируется с известным параметром.

Спецификация приема имеет вид "тип(областьграницы)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "переменная( $a$ )", "известно( $a$ )", "не(равно( $A B$ ))". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 3.

8. Вывод многоместного отношения.

- (a) Вывод многоместного отношения.

Пример:

$$\forall_{ABCDE}(окружность(EF) \text{ вписана в фигура}(ABCD) \ \& \ \text{актив}(\angle(BAD)) \rightarrow \text{биссектриса}(BADE))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Хотя бы один из углов  $BAE, DAE$  уже рассматривается в задаче.

Спецификация приема имеет вид "тип(унификация)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "усм(актив(прямая( $AB$ )))", "усм(актив(прямая( $AD$ )))", "не(усм(принадлежит( $D$  прямая( $AB$ ))))". Требуется доработка. Впрочем, во многих случаях особых ограничений на вывод многоместного отношения накладывать не нужно, и тогда практически сразу создаются пригодные для использования приемы.

Число приемов данного типа - 48.

(b) Вывод многоместного отношения, характеризующего текущий объект.

Пример:

$$\forall_{ABCD}(\text{прямая}(AB) \perp \text{прямая}(BC) \ \& \ \text{прямая}(AB) \parallel \text{прямая}(CD) \ \& \ \text{прямая}(BC) \parallel \text{прямая}(AD) \rightarrow \text{прямоугольник}(ABCD))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Указатель "контрольвывода" инициирует попытку применения приема при усмотрении выражения "фигура(ABCD)".

Спецификация приема имеет вид "тип(клавиатураоператора)", "терм( $t$ )", где  $t$  - текущий объект. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "усм(актив(прямая(AB)))", "не(равно(A B))", "усм(актив(прямая(BC)))", "не(равно(B C))", "усм(актив(прямая(CD)))", "не(равно(C D))", "усм(актив(прямая(AD)))", "не(равно(A D))", "не(равно(терм(прямая(AB)) терм(прямая(CD))))", "не(равно(терм(прямая(BC)) терм(прямая(AD))))". Кроме того, создается указатель "контрольвывода(фигура(набор(ABCD)))". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 10.

9. Вывод условия, однозначно определяющего неизвестный объект через известные объекты, но не являющегося равенством.

Пример:

$$\forall_{ABCDE}(\text{актив(прямая}(AB)) \ \& \ \text{актив(прямая}(CD)) \ \& \ E \in \text{прямая}(AB) \ \& \ E \in \text{прямая}(CD) \ \& \ \text{разныепрямые(прямая}(AB), \text{прямая}(CD)) \ \& \ E - \text{точка} \rightarrow E \in \text{прямая}(AB) \cap \text{прямая}(CD))$$

Прием применяется в задачах на исследование, не имеющих цели "известно". В данном случае - в планиметрических задачах на построение. Переменная  $E$  - неизвестная. Выражения "прямая(AB)" и "прямая(CD)" неизвестных не содержат. Выводимая посылка впоследствии будет включена в ответ как определяющая точку  $E$  через пересечение двух известных прямых. Прием создает комментарии, указывающие на это обстоятельство.

Спецификация приема имеет вид "тип(отрицаниеквантора)", "переменная( $x$ )", где  $x$  - определяемый объект. Справочник "заголовокприема" указывает уровни срабатывания 2,3,5 и вводит фильтры "посылка", "тип(исследовать)", "не(цель(известно))", "неизвестная( $E$ )", "известно(терм(прямая(AB)))", "известно(терм(прямая(CD)))", "не(равно(терм(прямая(AB)) терм(прямая(CD))))". Создаются также указатели "найдено( $E$ )" и "примечание(найдено переменная( $E$ ))". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 4.

10. Вывод следствия нескольких посылок задачи на исследование, подготавливающей декомпозицию относительно неизвестных.

Пример:

$$\forall_{abcde}(a + c = e \ \& \ a = b \ \& \ c = d \rightarrow e = b + d)$$

Прием применяется в задачах на исследование, не имеющих цели "известно". Два последних антецедента идентифицируются с посылками; первый - выделен указателем "идентификатор", причем его левая часть обрабатывается нормализатором разложения на множители "видумножение". Результат имеет вид произведения двух содержащих неизвестные целочисленных выражений.  $b, d$  - целочисленные константы.

Спецификация приема имеет вид "тип(цель)", "антецедент(...)". Последний элемент перечисляет номера непосредственно идентифицируемых антецедентов. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит фильтры "тип(исследовать)", "не(цель(известно))", "не(известно(фикс(2)))", "не(известно(фикс(3)))". Он не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 2.

#### 11. Вывод отрицания равенства.

Пример:

$$\forall_{ABC}(0 < l(AB) - l(AC) \rightarrow \neg(B = C))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование.

Спецификация приема имеет вид "тип(первыйсимвол)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 1 и вводит фильтр "посылка". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 4.

#### 12. Вывод в посылках задачи на доказательство.

- (а) Вывод в посылках задачи на доказательство либо задачи на исследование, имеющей цель "противоречие", ориентированный на исключение переменной.

Пример:

$$\forall_{abcdx}(0 < a \ \& \ c < 0 \ \& \ 0 < ax + b \ \& \ 0 < cx + d \rightarrow 0 < ad - bc)$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо задачи на исследование, имеющей цель "противоречие". Два последних антецедента идентифицируются с посылками, два первых - обрабатываются проверочными операторами. Выражение  $x$  имеет параметр  $y$ , не входящий в выражения  $a, b, c, d$ . В случае задачи на доказательство переменная  $y$  не входит в условие. Во избежание зацикливания, используется специальный комментарий, устанавливающий приоритеты при исключении переменных.

Спецификация приема имеет вид "тип(объединение)", "переменная( $x$ )", где  $x$  - выражение с исключаемой переменной. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 5 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) и(тип(исследовать)цель(противоречие)))", "не(контекст(список( $x_6$   $a$   $b$   $c$   $d$ ) входит( $x_5$   $x_6$ )))", "или(тип(исследовать)контекст(условие( $x_6$ ) не(входит( $x_5$   $x_6$ ))))", "не(контекст(примечание(группировки  $x_6$ ))".

позиция( $x7\ x6$ ) или(входит( $x7\ a$ ) входит( $x7\ b$ ) входит( $x7\ c$ )входит( $x7\ d$ ))  
не(заголовок( $x7\ x5$ )) не(контекст(разряд( $x6\ x5\ x8$ ) постпозиция( $x7\ x8$ ))))",  
"или(не(заголовок( $d\ 0$ ))и(не(заголовок( $x\ 1$ ))не(заголовок( $b\ 0$ ))))". Указа-  
тель "контекст(входит( $x5$  параметры( $x$ )))" идентифицирует исключаемую  
переменную  $x5$ . Создается также указатель "Примечание(группировки  $x5$ )".  
Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 3.

- (b) Вывод в посылках задачи на доказательство с ограничениями на слож-  
ность выводимого утверждения.

$$\forall_{abc}(0 < a + b \ \& \ 0 \leq c - b \rightarrow 0 < a + c)$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство. Выражение  $b$   
неконстантное. Каждое неконстантное слагаемое какого-то одного из вы-  
ражений  $a, c$  имеет в другом из этих выражений своего двойника, отлича-  
ющегося лишь константным коэффициентом.

Спецификация приема имеет вид "тип(квадрат)". Справочник "заголо-  
вокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "по-  
сылка", "тип(доказать)", "не(константа(результат))", "или(не(заголовок( $a$   
 $0$ ))не(заголовок( $c\ 0$ )))". Он не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 4.

- (c) Вывод в посылках задачи на доказательство утверждения, содержащего  
выражение из условия задачи.

- i. Вывод в посылках задачи на доказательство утверждения, содержа-  
щего выражение из условия задачи.

Пример:

$$\forall_{abf}(x \in a \ \& \ \text{образ}(f, a) \subseteq b \rightarrow f(x) \in b)$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство. Антецен-  
денты идентифицируются с посылками. Выражение  $f(x)$  встречается в  
условии. Здесь  $f$  - обычная (не функциональная) переменная.

Спецификация приема имеет вид "тип(следузел)", "терм( $t$ )", где  $t$  -  
выражение, встречающееся в условии. Справочник "заголовокприе-  
ма" указывает уровень срабатывания 3 и вводит фильтры "посыл-  
ка", "тип(доказать)", "контекст(вхождениетерма(условие значение( $f$   
 $x$ )))". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

- ii. Вывод равенства для объекта, упоминаемого в условии задачи на до-  
казательство.

Пример:

$$\forall_{fgAm}(f = \lambda_x(g(x), A(x)) \ \& \ \text{Val}(f) = m \ \& \ \text{взаимнооднозначно}(f) \rightarrow \\ \text{card}(m) = \text{card}(\text{set}_x(A(x))))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство. Первые два  
антецедента идентифицируются с посылками, третий - обрабатывается  
проверочным оператором. Выражение "мощность( $m$ )" встречается в  
условии.

Спецификация приема имеет вид "тип(внешточка)", "терм( $t$ )", где  $t$  - выражение, встречающееся в условии. В данном примере добавляются элементы "указатель(теквхожд(2))", "антецедент(1)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит фильтры "посылка", "тип(доказать)", "контекст(условие( $x1$ ))вхождениетерма( $x1$  мощность( $m$ )))". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

- (d) Вывод равенства для объекта, упоминаемого в текущем подтерме условия задачи на доказательство.

Пример:

$$\forall_{fABpq}(\text{группоид}(A) \ \& \ \text{группоид}(B) \ \& \ \text{гомоморфизм}(f, A, B) \ \& \ p \in \text{носитель}(A) \ \& \ q \in \text{носитель}(A) \rightarrow f(\text{операция}(A)(p, q)) = \text{операция}(B)(f(p), f(q)))$$

Прием применяется в задачах на доказательство. Указатель "контроль-вывода" инициирует попытку его применения при усмотрении в условии задачи подвыражения  $\text{операция}(B)(f(p), f(q))$ .

Спецификация приема имеет вид "тип(Минимум)", "терм( $t$ )", где  $t$  - текущий подтерм. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит фильтры "тип(доказать)", "условие". Создается также указатель "контрольвывода( $\text{операция}(B)(f(p), f(q))$ )". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 2.

- (e) Вывод в посылках задачи на доказательство, ориентированной на сближение с выражениями ее условия.

Пример:

$$\forall_{abc}(0 \leq a^2 + b^2 - c \ \& \ 0 \leq a + b \ \& \ 0 \leq c \rightarrow 0 \leq a + b - \sqrt{c})$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство. Первый антецедент идентифицируется с посылкой. Выражение  $c$  константное. В условии встречается сумма, имеющая такие два слагаемые, что  $a, b$  суть их натуральные степени (возможно, с показателем 1).

Спецификация приема имеет вид "тип(вводтерма)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 1 и вводит фильтры "тип(доказать)", "посылка". Он не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 8.

- (f) Вывод в задаче на доказательство, ориентированный на сближение с текущим подвыражением условия.

Пример:

$$\forall_{abcfG}(\text{группа}(G) \ \& \ f = \text{операция}(G) \ \& \ c = \text{обрэлемент}(a, f) \rightarrow f(a, b, c, \text{обрэлемент}(b, f)) \in \text{коммутант}(G))$$

Прием применяется в задачах на доказательство. Указатель "контроль-вывода" инициирует попытку его применения при усмотрении в условии задачи подвыражения  $f(a, b, c)$ . Выражение "коммутант( $G$ )" уже встречается в посылках.

Спецификация приема имеет вид "тип(грань)", "терм( $t$ )", где  $t$  - текущий подтерм. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 1 и вводит фильтры "тип(доказать)", "условие". Создается также указатель "контрольвывода( $f(a, b, c)$ )". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 1.

- (g) Вывод из кванторной посылки задачи на доказательство утверждения с новым описателем, содержащего выражение, уже встречающееся в других посылках.

Пример:

$$\forall_{Abf}(\forall_x(A(x) \rightarrow f(x) = b) \rightarrow \text{set}_x(A(x) \ \& \ x \in \text{Dom}(f)) \subseteq \text{слой}(f, b))$$

Антеcedент идентифицируется с посылкой задачи на доказательство. Выражение "слой( $f, b$ )" уже встречается в посылках.

Спецификация приема имеет вид "тип(пусто)", "терм( $t$ )", где  $t$  - выражение, уже встречающееся в посылках. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 2 и вводит фильтры "посылка", "тип(доказать)", "контекст(посылка( $x_1$ ) позиция( $x_3 \ x_1$ ) вид( $x_3$  слой( $f \ b$ )))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

- (h) Вывод результата группировки в левой части двуместного отношения всех ненулевых членов и обработки этой части нормализатором стандартной формы.

Пример:

$$\forall_{abcdepq}(p = a(b + c)^d + e - q \ \& \ a(b + c)^d + e = q \rightarrow p = 0)$$

Второй антеcedент идентифицируется с посылкой задачи на доказательство, не содержащей неизвестных. Показатель степени  $d$  - натуральная константа, меньшая 5 (включая единицу, но тогда  $a$  не единица). Первый антеcedент выделен указателем "идентификатор". Его правая часть обрабатывается нормализатором раскрытия скобок.

Спецификация приема имеет вид "тип(контрольтитра)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 5 и вводит фильтры "посылка", "тип(доказать)", "известно(корень)". Он не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 1.

- (i) Вывод результата развертки - свертки кванторной импликации, возникающей при расшифровке по определению посылки задачи на доказательство.

Пример:

$$\forall_{afA}(\text{группа}(A) \ \& \ f = \text{операция}(A) \ \& \ \text{подгруппа}(a, A) \ \& \ \forall_{xy}(x \in a \ \& \ y \in a \rightarrow f(x, y) \in a) = b \rightarrow b)$$

Третий антеcedент идентифицируется с посылкой задачи на доказательство. Выражение  $a$  не является переменной. Второй и четвертый антеcedенты выделены указателем "идентификатор". Левая часть четвертого антеcedента сначала обрабатывается задачей на преобразование с целью "развертка", а затем - задачей на преобразование с целью "свертка".

Спецификация приема имеет вид "тип(вариант)". Справочник "заголовок-приема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит фильтры "посылка", "тип(доказать)". Он не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 2.

(j) Вывод при доказательстве шага индукции.

Пример:

$$\forall_{abcdempq}(0 < a \ \& \ 0 < c \ \& \ 0 < c - a \ \& \ 0 < d \ \& \ e - a - m + c = 0 \ \& \ 0 < m - c \ \& \ 0 < pa^b + qc^d \ \& \ q < 0 \rightarrow 0 < pa^{b-d}e^d + qm^d)$$

Указатель "контрольвывода" инициирует попытку применения приема при усмотрении в условии задачи на доказательство выражения вида  $Ae^X + Bm^Y$ . Предпоследний антецедент идентифицируется с посылкой. Дополнительно идентифицируется комментарий (целое  $i$ ) к этой посылке, указывающий, что она является индуктивным предположением при доказательстве индукцией по  $i$ . Переменная  $i$  входит в  $b, d, X, Y$  и не входит в  $b - d$ . Первые четыре антецедента и последний антецедент обрабатываются проверочными операторами, пятый антецедент выделен указателем "идентификатор". Его левая часть обрабатывается нормализатором раскрытия скобок.

Спецификация приема имеет вид "тип(справочник)". Справочник "заголовок-приема" указывает уровень срабатывания 5 и вводит фильтры "тип(доказать)", "условие", "не(равно( $a \ c$ ))", "не(равно( $c \ m$ ))". Он не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 1.

### Вывод группы отношений

Обычно приемы вывода выводят единственное утверждение. Вывод группы утверждений предпринимается в тех случаях, когда они создают какой-то целостный контекст, ради экономии числа срабатываний.

1. Вывод группы элементарных утверждений в задаче на доказательство либо на исследование.

Пример:

$$\forall_{ABCD}(C \in \text{отрезок}(AB) \ \& \ D \in \text{отрезок}(AB) \ \& \ l(AC) = l(CD) \ \& \ l(CD) = l(BD) \ \& \ \text{разныеточки}(B, C) \rightarrow C \in \text{отрезок}(AD) \ \& \ D \in \text{отрезок}(BC))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование.

Спецификация приема имеет вид "тип(второйоперанд)". Справочник "заголовок-приема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "не(равно( $A \ B$ ))", "не(равно( $C \ D$ ))", "не(равно( $A \ C$ ))", "не(равно( $B \ C$ ))", "не(равно( $A \ D$ ))", "не(равно( $B \ D$ ))". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 23.

2. Вывод серии утверждений, определяемых элементами набора.

Пример:

$$\forall_{Enx}(E \text{ описана около фигура}(x) \rightarrow \forall_i(i \in \{1, \dots, n\} \rightarrow x(i) \in E))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Выражение  $x$  имеет заголовок "набор", переменная  $E$  идентифицируется с переменной. Указатель "контекст" определяет дополнительную идентификацию  $n$  с числом элементов набора  $x$ . Квантор общности разворачивается в конъюнкцию.

Спецификация приема имеет вид "тип(термузла)", "набор( $x, n$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "заголовок( $x$  набор)". Создаются также указатели "контекст(равно( $n$  количествооперандов( $x$ )))" и "развертка(фикс(0))". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 2.

3. Вывод группы элементарных утверждений в задаче на исследование, ограничивающих значения неизвестной конечным множеством вариантов.

Пример:

$$\forall_{GH}(\text{подгруппа}(H, \text{перестановки}(n)) \& \{; b\} = \text{set}_y(\text{перестановка}(y, \{1, \dots, n\})) \rightarrow \text{носитель}(\text{перестановки}(n)) = \{; b\} \& H \subseteq \{; b\})$$

Прием применяется в задачах на исследование. Переменная  $n$  идентифицируется с натуральной константой, меньшей 5. Выражение  $H$  содержит неизвестные. Первый антецедент идентифицируется с посылкой, второй - выделен указателем "идентификатор". Его правая часть разворачивается в конечный список путем перечисления перестановок на множестве  $\{1, \dots, n\}$ .

Спецификация приема имеет вид "тип(переменные)", "неизвестная( $H$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 2 и вводит фильтры "тип(исследовать)", "не(известно( $H$ ))". Он не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 1.

4. Упрощающий вывод группы утверждений в посылках задачи на доказательство.

Пример:

$$\forall_{ab}(0 \leq a^2 - b^2 \& 0 \leq a \rightarrow 0 \leq a - b \& 0 \leq a + b)$$

Первый антецедент идентифицируется с посылкой задачи на доказательство, второй - обрабатывается проверочным оператором.

Спецификация приема имеет вид "тип(Приведение)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит фильтры "посылка", "тип(доказать)". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 1.



## 5. Вывод группы равенств для числовых атомов.

## (a) Вывод группы равенств для числовых атомов.

Пример:

$$\forall_{ABCD}(\text{биссектриса}(BACD) \rightarrow \angle(CAD) = \angle(DAB) \ \& \ \angle(BAC) = 2\angle(CAD))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование.

Спецификация приема имеет вид "тип(оценкатерма)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 5.

## (b) Вывод уравнений, позволяющих определить текущий атом "неизв".

Пример:

$$\forall_{ABKabcdp}(\text{прямокоорд}(K) \ \& \ \text{коорд}(A, K) = (a, b) \ \& \ \text{коорд}(B, K) = (c, d) \ \& \ \text{Вектор}(A) \ \& \ \text{Вектор}(B) \ \& \ \sqrt{a^2 + b^2} = m \ \& \ \sqrt{c^2 + d^2} = n \ \& \ \neg(m = 0) \ \& \ \neg(n = 0) \rightarrow \cos(\text{оруголмежду}(A, B, K)) = (ac + bd)/(mn) \ \& \ \sin(\text{оруголмежду}(A, B, K)) = (ad - bc)/(mn))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Указатель "контрольвывода" инициирует попытку его применения при усмотрении выражения "оруголмежду(A, B, K)". Оно имеет тип "неизв". Выражения  $a, b, c, d$  не содержат неизвестных.

Спецификация приема имеет вид "тип(исключкоммент)", "терм( $t$ )", где  $t$  - текущий числовой атом. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 6 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "неизв(терм(оруголмежду(A, B, K)))", "известно( $a$ )", "известно( $b$ )", "известно( $c$ )", "известно( $d$ )". Создается также указатель "контрольвывода(оруголмежду(A, B, K))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

## (c) Вывод группы равенств для числовых атомов, косвенно связанных с выделенными в задаче объектами.

Пример:

$$\forall_{ABCDEF}(l(AB) = l(BC) \ \& \ l(AB) = l(AC) \ \& \ D \in \text{отрезок}(AB) \ \& \ E \in \text{отрезок}(BC) \ \& \ F \in \text{отрезок}(AC) \ \& \ l(BD) = l(EC) \ \& \ l(EC) = l(AF) \rightarrow l(DE) = l(EF) \ \& \ l(EF) = l(DF))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Прямые  $DE, EF, DF$  уже рассматриваются в задаче.

Спецификация приема имеет вид "тип(Реализация)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "усм(актив(прямая( $DE$ )))", "усм(актив(прямая( $EF$ )))", "усм(актив(прямая( $DF$ )))", "не(равно( $AB$ ))", "не(равно( $BC$ ))", "не(равно( $AC$ ))", "не(равно( $AD$ ))", "не(равно( $BD$ ))",

"не(равно( $B E$ ))", "не(равно( $C E$ ))", "не(равно( $A F$ ))", "не(равно( $C F$ ))",  
"не(равно( $D E$ ))", "не(равно( $E F$ ))", "не(равно( $D F$ ))". Этого почти до-  
статочно.

Число приемов данного типа - 2.

- (d) Вывод группы соотношений для числовых атомов, выражающих их через заданный атом "квазиактив".

Пример:

$$\forall_{ABCD}(l(AB) = l(BC) \ \& \ \text{прямая}(BD) \perp \text{прямая}(AC) \ \& \ D \in \text{прямая}(AC) \ \& \ \text{разныеточки}(A, C) \rightarrow \angle(ABD) = \angle(DBC) \ \& \ 2\angle(ABD) = \angle(ABC))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Угол  $ABC$  имеет тип "квазиактив".

Спецификация приема имеет вид "тип(нормсинус)", "терм( $t$ )", где  $t$  - атом тип "квазиактив". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "конец(легковидеть(квазиактив( $\angle(ABC)$ )))", "усм(актив(прямая( $BD$ )))", "не(равно( $B D$ ))", "усм(актив(прямая( $AC$ )))", "не(равно( $A C$ ))". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 1.

6. Использование текущего известного числового атома для составления системы численных уравнений.

Пример:

$$\forall_{ABKabcdmnp}(\text{прямокоорд}(K) \ \& \ \text{Вектор}(A) \ \& \ \text{Вектор}(B) \ \& \ \text{оруголмежду}(A, B, K) = p \ \& \ m\text{длина}(A) = n\text{длина}(B) \ \& \ \text{коорд}(A, K) = (a, b) \ \& \ \text{коорд}(B, K) = (c, d) \rightarrow m(a \cos p - b \sin p) = cn \ \& \ m(a \sin p + b \cos p) = dn)$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Указатель "контрольвывода" инициирует попытку его применения при усмотрении выражения "оруголмежду( $A, B, K$ )". Пятый антецедент обрабатывается пакетным синтезатором. Четвертый, шестой и седьмой антецеденты выделены указателем "идентификатор". Их левые части обрабатываются нормализаторами общей стандартизации. Выражение  $p$  не содержит неизвестных.

Спецификация приема имеет вид "тип(неизвоенки)", "терм( $t$ )", где  $t$  - текущий атом. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 6 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "известно( $p$ )", "не(известно(результат))". Создается также указатель "контрольвывода(оруголмежду( $A, B, K$ )))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

## Ввод в рассмотрение нового объекта

1. Ввод вспомогательного параметра.

Пример:

$$\forall_{ABCab}(\angle(ABC) = a \ \& \ \text{прямая}(AB) \perp \text{прямая}(AC) \rightarrow b = l(AB))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Первый антецедент идентифицируется с посылкой. Расстояние  $AB$  встречается в посылке - уравнении, не имеющем вида  $l(AB) = \dots$ . Выражение  $a$  имеет тип "внешнеизв". Расстояние  $AB$  не известно и не имеет типа "внешнеизв". Прием вводит вспомогательный параметр  $b$ .

Спецификация приема имеет вид "тип(коммутативно)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 7 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "контекст(равно(х3 терм( $l(AB)$ ))) не(известно(х3)) не(внешнеизв(х3)))", "усм(актив(прямая( $AB$ )))", "не(равно( $A B$ ))", "усм(актив(прямая( $AC$ )))", "не(равно( $A C$ ))", "не(усм(принадлежит( $C$  прямая( $AB$ )))". Создается также указатель "вспомпараметр( $b$  фикс(0))". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 24.

## 2. Ввод вспомогательной неизвестной.

### (а) Ввод вспомогательной неизвестной.

Пример:

$$\forall_{ABa}(\text{актив}(\text{окружность}(AB)) \rightarrow l(AB) = a \ \& \ a - \text{число})$$

Прием применяется в задачах на исследование, имеющих цель "известно". В задаче рассматривается расстояние от точки  $A$  до некоторой точки  $C$ , не лежащей на окружности  $AB$  либо на ее хорде и не являющейся центром окружности, касающейся окружности  $AB$ . Это расстояние имеет тип "неизв". Центр окружности  $A$  не расположен на выделенных в задаче отрезке, интервале либо прямой. Не указано, что окружность  $AB$  вписана в некоторую фигуру. Отсутствует равенство радиуса  $AB$  выражению, содержащему только численные параметры. Прием вводит новую переменную  $a$  и регистрирует ее как вспомогательную неизвестную.

Спецификация приема имеет вид "тип(эквивалентно)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 7 и вводит фильтры "тип(исследовать)", "цель(известно)", "не(равно( $A B$ ))". Создается также указатель "вспомнеизвестная( $a$ )". Справочник не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 3.

### (б) Ввод вспомогательной неизвестной для текущего объекта.

Пример:

$$\forall_{ABa}(l(AB) = a \ \& \ a - \text{число})$$

Прием применяется в задачах на исследование, имеющих цель "известно". Указатель "контрольвывода" инициирует попытку его применения при усмотрении выражения  $l(AB)$  в уравнении. Это уравнение содержит также неизвестную  $x$  внешней задачи на описание. Других неизвестных, кроме  $x$  и  $l(AB)$ , в нем нет. Существует еще одно уравнение, содержащее только неизвестные  $x$  и  $l(AB)$ . Отсутствует посылка вида  $l(AB) = t$ , такая, что  $t$  не имеет невырожденных числовых атомов. Прием вводит новую переменную  $a$  и регистрирует ее как вспомогательную неизвестную.

Спецификация приема имеет вид "тип(удалениепосылок)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 7 и вводит фильтры "тип(исследовать)", "цель(известно)", "заголовок(корень равно)", "не(контекст(неизвестная(x2) разряд(корень x2 x3)операнд(x4 x3)не(контекст(вид(x4 l(AB))))))", "конец(не(контекст(посылка(x2) вид(x2 равно(l(AB) x3)) не(контекст(числовойатом(x3 x4) не(переменная(x4))))))", "не(равно(A B))". Создаются также указатели "вспомнеизвестная(a)" и "контрольвывода(l(AB))". Справочник не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 11.

### 3. Ввод вспомогательных объектов.

Пример:

$$\forall_{ABCD}(l(AB) = l(AC) \ \& \ \text{актив}(\text{прямая}(BC)) \ \& \ \text{разныеточки}(B, C) \rightarrow \\ D - \text{точка} \ \& \ D \in \text{отрезок}(BC) \ \& \ \text{прямая}(AD) \perp \text{прямая}(BC) \ \& \ l(BD) = l(DC))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Вводится новая точка  $D$  - основание высоты равнобедренного треугольника  $ABC$ . Предварительно проверяется, что расстояние  $AB$  выражено через численные параметры и что в задаче рассматривается расстояние от точки  $A$  до некоторой точки, не лежащей на прямых  $AB$ ,  $AC$ ,  $BC$ . Проверяется также, что треугольник  $ABC$  не прямоугольный и что точка  $A$  не лежит на прямой  $BC$ .

Спецификация приема имеет вид "тип(Минус)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 5 и вводит фильтры "посылка", "не(тип(преобразовать))", "или(не(тип(описать))не(цель(прямойответ))не(контекст(неизвестная(x1) не(контекст(ключ(цели параметры x2) входит(x1 x2))))))", "не(равно(B C))", "не(равно(B D))", "не(равно(C D))". Он не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 200. Фактически, это все приемы для "дополнительного построения". Мотивация обычно индивидуальная и определяемая еще на этапе программирующего вывода.

### 4. Ввод вспомогательного обозначения.

(а) Ввод вспомогательного обозначения для текущего подвыражения.

Пример:

$$\forall_{fG}(\text{операция}(G) = f)$$

Прием применяется в задачах на доказательство. Указатель "контрольвывода" инициирует попытку его применения при усмотрении в задаче выражения "операция( $G$ )", где  $G$  - группа. Выбирается новая переменная  $f$ , которая будет использоваться как обозначение для операции данной группы. Комментарий "заменяемое" к выводимому равенству блокирует попытку его переориентации и исключения.

Спецификация приема имеет вид "тип(нормтаблица)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 2 и вводит фильтр "не(контекст(посылка(x1) вид(x1 равно(операция(G)x2)) переменная(x2)))". Создается также указатель "контрольвывода(операция(G))". Справочник не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 5.

- (b) Ввод вспомогательного обозначения для вычисления по индукции.

Пример:

$$\forall_{ABab}(\forall_n(n - \text{натуральное} \rightarrow \det(\lambda_{ij}(A(i, j), i \in \{1, \dots, an + b\} \& j \in \{1, \dots, an + b\})) = B(n)))$$

Прием применяется в задаче на преобразование. Указатель "контрольвывода" инициирует попытку его применения при усмотрении выражения  $\det(\lambda_{ij}(A(i, j), i \in \{1, \dots, an + b\} \& j \in \{1, \dots, an + b\}))$ . Переменная  $n$  идентифицируется с переменной;  $a, b$  - целочисленные константы. Прием вводит новую переменную  $B$  и заносит в посылки кванторную импликацию, определяющую значение  $B(n)$ .

Спецификация приема имеет вид "тип(чтениечертежа)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтр "тип(преобразовать)". Создается также указатель "контрольвывода( $\det(\lambda_{ij}(A(i, j), i \in \{1, \dots, an + b\} \& j \in \{1, \dots, an + b\}))$ )". Справочник не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 1.

## Регистрация объекта в активе

1. Регистрация рассматриваемого объекта в активе.

Пример:

$$\forall_{AB}(\text{актив}(\text{прямая}(AB)))$$

Прием применяется в задачах на доказательство, на исследование, а также в задачах на преобразование, имеющих цель "класс". Указатель "контрольвывода" инициирует попытку его применения при усмотрении выражения "прямая( $AB$ )".

Спецификация приема имеет вид "тип(занесениепосылки)", "терм( $t$ )", где  $t$  - рассматриваемый объект. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 0 и вводит фильтры "или(тип(доказать)тип(исследовать)и(тип(преобразовать)цель(класс)))", "не(заголовок(корень актив))", "не(См(прямая( $AB$ )))", "свобоперанд(теквход)". Создается также указатель "контрольвывода(прямая( $AB$ ))". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 7.

2. Регистрация в активе нового объекта.

Пример:

$$\forall_{AB}(\text{актив}(l(AB)) \rightarrow \text{актив}(\text{прямая}(AB)))$$

Прием применяется в задачах на доказательство, на исследование, а также в задачах на преобразование, имеющих цель "класс".

Спецификация приема имеет вид "тип(Контрользамены)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 6 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать)тип(исследовать))", "не(контекст(усм(актив(прямая(AB))))". Он не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 54.

### 3. Регистрация в активе нового объекта, связанного с текущим поддером.

Пример:

$$\forall_{ABCD}(\text{параллелограмм}(ABCD) \rightarrow \text{актив}(l(AB)))$$

Прием применяется в задачах на доказательство, на исследование, а также в задачах на преобразование, имеющих цель "класс". Указатель "контрольвывода" инициирует попытку его применения при усмотрении выражения "площадь(фигура(набор(ABCD)))". Расстояние  $AB$  в задаче пока не рассматривается.

Спецификация приема имеет вид "тип(измпозиции)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 6 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать)тип(исследовать)и(тип(преобразовать)цель(класс)))", "свобоперанд(теквхожд)". Он не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 26.

## Вывод дизъюнкции для разбора случаев

### 1. Разбор случаев в посылках.

Пример:

$$\forall_{ABCDEF}(\text{актив}(\angle(AEF)) \& \text{актив}(\angle(EFD)) \& \text{прямая}(AB) \parallel \text{прямая}(CD) \& E \in \text{прямая}(AB) \& F \in \text{прямая}(CD) \rightarrow \text{односторона}(A, D, \text{прямая}(EF)) \vee \text{разныестороны}(A, D, \text{прямая}(EF)))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Угол  $EFD$  имеет тип "неизв". Ни одна из выводимых альтернатив проверочными операторами не усматривается.

Спецификация приема имеет вид "тип(проверка)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 5 и вводит фильтры "усм(актив(прямая(AE)))", "усм(актив(прямая(EF)))", "усм(актив(прямая(DF)))", "усм(актив(прямая(AB)))", "не(равно(A B))", "усм(актив(прямая(CD)))", "не(равно(C D))", "не(усм(принадлежит(F прямая(AE))))", "не(усм(принадлежит(D прямая(EF))))". Создается также указатель "примечание(разборслучаев)". Справочник не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 61.

2. Разбор случаев в посылках задачи на доказательство, связанный с рассмотрением текущего подвыражения ее условия.

Пример:

$$\forall_a(a \leq 0 \vee 0 < a)$$

Прием применяется в задачах на доказательство. Попытка его применения инициируется усмотрением в условии задачи выражения "модуль( $a$ )". Это условие представляет собой неравенство, причем выбранный модуль - самый короткий из имеющихся в условии.

Спецификация приема имеет вид "тип(конъюнкчлен)", "терм( $t$ )", где  $t$  - текущее подвыражение условия. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 5 и вводит фильтры "тип(доказать)", "условие". Создаются также указатели "контрольвывода(модуль( $a$ ))" и "примечание(разборслучаев)". Справочник не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 4.

3. Разбор случаев в посылках задачи на преобразование, связанный с рассмотрением текущего подвыражения ее условия.

Пример:

$$\forall_{ab}(0 \leq ab \rightarrow 0 \leq a \ \& \ 0 \leq b \vee a \leq 0 \ \& \ b \leq 0)$$

Прием применяется в задачах на преобразование. Указатель "контрольвывода" инициирует попытку его применения при усмотрении в условии подвыражения " $(ab)^c$ ", расположенного внутри радикала четной степени.

Спецификация приема имеет вид "тип(внешантецедент)", "терм( $t$ )", где  $t$  - текущее подвыражение условия. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 5 и вводит фильтры "тип(преобразовать)", "условие". Создаются также указатели "контрольвывода( $(ab)^c$ )" и "примечание(разборслучаев)". Справочник не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 7.

4. Разбор случаев в посылках задачи на доказательство либо на исследование.

Пример:

$$\forall_{ABCD}(l(AB) \leq l(CD) \vee l(CD) \leq l(AB))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Указатель "контрольвывода" инициирует попытку его применения при усмотрении в посылке подвыражения "максимум( $l(AB), l(CD)$ )". Эта посылка не содержит неизвестных внешней задачи на описание.

Спецификация приема имеет вид "тип(областьпримера)", "терм( $t$ )", где  $t$  - текущее подвыражение посылки. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 5 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "не(равно( $A B$ ))", "не(равно( $C D$ ))". Создаются также указатели "контрольвывода(максимум( $l(AB), l(CD)$ ))" и "примечание(разборслучаев)". Справочник не прорабатывался.

5. Разбор случаев в задаче на исследование, имеющей цель "исследовать".

Пример:

$$\forall_a(a \vee \neg a)$$

Прием применяется в задачах на исследование, имеющих цель "исследовать". Указатель "контрольвывода" инициирует попытку его применения при усмотрении подвыражения "вариант( $a b c$ )" в посылке вида "Dom( $f$ ) = ...".

Спецификация приема имеет вид "тип(имя)", "терм( $t$ )", где  $t$  - текущее подвыражение посылки. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания  $\bar{5}$  и вводит фильтры "тип(исследовать)", "цель(исследовать)". Создаются также указатели "контрольвывода(вариант( $a b c$ ))" и "примечание(разборслучаев)". Справочник не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 2.

6. Разбор случаев в посылках для вывода соотношения с числовым атомом "неизв" и с не более чем одним новым атомом.

Пример:

$$\forall_{ABCD}(\text{актив}(l(CD)) \ \& \ \text{актив}(l(AB)) \ \& \ \text{прямая}(AC) \perp \text{прямая}(AB) \ \& \ \text{прямая}(AC) \parallel \text{прямая}(BD) \ \& \ \text{актив}(l(AC)) \ \& \ \text{актив}(l(BD)) \rightarrow \text{однасторона}(C, D, \text{прямая}(AB)) \vee \text{разныестороны}(C, D, \text{прямая}(AB))).$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Среди расстояний  $AC$ ,  $BD$ ,  $AB$ ,  $CD$  имеется расстояние типа "неизв", причем не более чем одно из них не известно и не имеет типа "неизв". Ни одна из альтернатив выводимой дизъюнкции проверочными операторами не усматривается.

Спецификация приема имеет вид "тип(точкаграфа)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания  $\bar{5}$  и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "конец(не(легковидеть(однасторона( $C D$  прямая( $AB$ )))))", "конец(не(легковидеть(разныестороны( $C D$  прямая( $AB$ )))))", "контекст(равно( $x1$  набор(терм( $l(CD)$ ))терм( $l(AB)$ ))терм( $l(AC)$ ))терм( $l(BD)$ )) меньше(число(входит( $x2 x1$ ) не(известно( $x2$ )))2) входит( $x3 x1$ ) неизв( $x3$ ))", "усм(актив(прямая( $AC$ )))", "не(равно( $A C$ ))усм(актив(прямая( $AB$ )))", "не(равно( $A B$ ))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

7. Разбор случаев в посылках для связи числового атома "неизв" с известным числовым атомом.

Пример:

$$\forall_{ABCD}(\text{mbox}(\angle(ABD)) \ \& \ \text{актив}(\angle(ABC)) \ \& \ C \in \text{прямая}(BD) \rightarrow B \in \text{отрезок}(DC) \ \& \ \angle(ABD) = \pi - \angle(ABC) \vee \text{точкалуча}(B, D, C) \ \& \ \angle(ABD) = \angle(ABC))$$



Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Угол  $ABC$  известен, угол  $ABD$  имеет тип "неизв".

Спецификация приема имеет вид "тип(сборкамногочлена)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 6 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать))", "усм(актив(прямая( $AB$ )))", "усм(актив(прямая( $BC$ )))", "усм(актив(прямая( $BD$ )))", "не(равно( $B D$ ))", "не(усм(принадлежит( $D$  прямая( $AB$ ))))", "не(усм(принадлежит( $C$  прямая( $AB$ ))))". Он не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 1.

### Контроль противоречивости при разборе случаев

1. Усмотрение противоречия в посылках задачи на исследование, возникшей при разборе случаев.

Пример:

$$\forall_{ABCDE}(\neg(E \in \text{фигура}(ABC)) \& D \in \text{отрезок}(AC) \& E \in \text{отрезок}(BD) \rightarrow \text{ложь})$$

Прием применяется в задачах на исследование, имеющих цель "контроль".

Спецификация приема имеет вид "тип(известны)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 2 и вводит фильтры "тип(исследовать)", "цель(контроль)", "не(равно( $B D$ ))", "не(равно( $A D$ ))", "не(равно( $C D$ ))", "не(равно( $B E$ ))", "не(равно( $D E$ ))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 45.

2. Усмотрение противоречия в посылках задачи на доказательство, возникшей при разборе случаев.

Пример:

$$\forall_{AB}(A - \text{точка} \& B - \text{точка} \& A = B \& \text{разныеточки}(A, B) \rightarrow \text{ложь})$$

Прием применяется в задачах на доказательство, имеющими комментарий "ложь". Первые три антецедента идентифицируются с посылками, последний - обрабатывается проверочным оператором.

Спецификация приема имеет вид "тип(одз)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 2 и вводит фильтры "посылка", "тип(доказать)", "не(коммент(ложь))", "не(равно( $A B$ ))". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 1.

3. Усмотрение вырожденной ситуации в посылках задачи на исследование, возникшей при разборе случаев.

$$\forall_{ABCDabcde}(0 < a \& 0 < c \& 0 < d \& 0 < e \& al(AB)/c = -dl(CD)/e \rightarrow A = B \& C = D)$$

Прием применяется в задачах на исследование, имеющих цель "контроль". Последний антецедент идентифицируется с посылкой, остальные - обрабатываются проверочными операторами.

Спецификация приема имеет вид "тип(достижимо)". Справочник "заголовок-приема" указывает уровень срабатывания 2 и вводит фильтры "тип(исследовать)", "цель(контроль)". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

### Вывод утверждения существования

1. Вывод утверждения существования.

Пример:

$$\forall_a(\text{огрсверху}(a) \rightarrow \exists_b(\text{верхняягрань}(b, a)))$$

Прием применяется в задачах, не имеющих типа "преобразовать". Антецедент идентифицируется с посылкой. Есть ряд ограничений, связанных с типом задачи и ее целевой установкой.

Спецификация приема имеет вид "тип(продолжение)". Справочник "заголовок-приема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "посылка", "не(тип(преобразовать))", "или(не(тип(исследовать)) и(не(цель(Посылка)) не(цель(известно))))", "или(не(тип(описать)) не(цель(прямойответ)) не(контекст(неизвестная(х3) не(контекст(ключ(цели) параметры х4) входит(х3 х4))))))", "не(контекст(посылка(х4) вид(х4 верхняягрань(х3 а))))". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 9.

### Вывод кванторной импликации

1. Вывод кванторной импликации, определяющей значения серии невырожденных числовых атомов.

Пример:

$$\forall_{AQnp}(\forall_i(i \in \{1, \dots, n\} \rightarrow \text{услвероятн}(A(i), \bigcap_{j=1}^{i-1} A(j), Q) = p(i)) \rightarrow \forall_i(i \in \{1, \dots, n\} \rightarrow \text{вероятность}(A(i), Q) = \prod_{j=1}^i p(j)))$$

Прием применяется в задачах на доказательство, исследование либо в задачах на описание, имеющих цель "пример" либо "известно ...". Антецедент идентифицируется с кванторной импликацией.

Спецификация приема имеет вид "тип(решить)". Справочник "заголовок-приема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать) тип(исследовать) и\*тип(описать) или(цель(пример) Входит(известно цели)))". Создаются также указатели "внешнийквантор(фикс(1))" и "отображение(p, A)". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 4.

2. Вывод кванторного тождества с целью преобразования его в рекуррентное соотношение.

Пример:

$$\forall_{ABCabm}(\forall_n(n\text{-натуральное} \rightarrow \det(\lambda_{ij}(A(i, j), i \in \{1, \dots, an+b\} \& j \in \{1, \dots, an+b\})) = B(n)) \& \text{set}_i(i \in \{1, \dots, an+b\} \& \neg(A(1, i) = 0)) = \{; C\} \& l(C) = m \rightarrow \forall_n(n\text{-натуральное} \& 2 \leq n \rightarrow B(n) = \sum_{k=1}^m (A(1, C(k))(-1)^{C(k)+1} \det(\lambda_{ij}((A(i+1, j) \text{ при } j < C(k), \text{ иначе } A(i+1, j+1)), i \in \{1, \dots, an+b-1\} \& j \in \{1, \dots, an+b-1\}))))))$$

Прием применяется в задачах на преобразование. Первый антецедент идентифицируется с посылкой, два других выделены указателем "идентификатор".  $a, m$  - натуральные константы;  $b$  - целочисленная константа. Конечная сумма разворачивается в обычную.

Спецификация приема имеет вид "тип(уровень)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 7 и вводит фильтры "посылка", "тип(преобразовать)". Он не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 3.

3. Вывод обобщения кванторной импликации.

Пример:

$$\forall_f(0 \leq f(n) \& \forall_{mn}(m\text{-натуральное} \& n\text{-натуральное} \rightarrow f(m+n) \leq f(m) + f(n)) \rightarrow \forall_{mn}(m\text{-натуральное} \& n\text{-натуральное} \rightarrow f(m) \leq [m/n]f(n) + (0 \text{ при } m|n, \text{ иначе } f(m \bmod n))))$$

Прием применяется в задачах на описание, имеющих цель "длялюбого". Второй антецедент идентифицируется с посылкой, первый - обрабатывается проверочным оператором. Ему передается дополнительная посылка "натуральное( $n$ )".

Спецификация приема имеет вид "тип(новый)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит фильтры "посылка", "тип(описать)", "цель(длялюбого)". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 1.

### Вывод при специальных целевых установках

Теоремы приемов таких типов часто возникают на этапе программирующего логического вывода как квазипротоколы, и уже на этом этапе имеется вся информация о том, какой прием должен по ним создаваться. Компилятор спецификаций в этих случаях играет роль передаточного звена.

1. Целевой вывод, инициируемый посылкой.

Пример:

$$\forall_{abcdfguv}(g = \lambda_x(u(x), v(x)) \& \text{Производная}(f, g) \& a = \text{set}_x(u(x) = 0 \& x \in b) \rightarrow \text{roots}(g, b) = a)$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство, имеющей условие вида "нижняягрань( $X$ , образ( $f, b$ ))" либо "Нижняягрань( $X$ , образ( $f, b$ ))". Такие задачи возникают при доказательстве неравенств с помощью производных. Первые два антецедента идентифицируются с посылками, третий выделен указателем "идентификатор". Уравнение в его правой части разрешается относительно  $x$  задачей на описание.

Спецификация приема имеет вид "тип(См)". Справочник "заголовокприема" ограничивается указанием уровня срабатывания 1. Он не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 109.

## 2. Целевой вывод, иницируемый текущим подвыражением условия.

Пример:

$$\forall_{abc} f(\text{собствекторы}(f, a, b) \ \& \ \text{ортогонализация}(b, c) \rightarrow \text{ортогонализация}(b, c))$$

Прием применяется в задачах на описание. Указатель "контрольвывода" иницирует попытку его применения при усмотрении утверждения "ортканоничвид( $f, x, y$ )" в условии задачи. Переменные  $x, y$  - неизвестные. Первый антецедент идентифицируется с посылкой, второй - обрабатывается синтезатором, выполняющим ортогонализацию системы векторов. Напомним, что "ортканоничвид( $f, x, y$ )" означает, что  $y$  - результат приведения ортогональным преобразованием  $x^2$  квадратичной формы  $f$  над полем вещественных чисел к каноническому виду.

Спецификация приема имеет вид "тип(ослабление)", "терм( $t$ )", где  $t$  - текущее подвыражение. Справочник "заголовокприема" ограничивается указанием уровня срабатывания 1, вводом фильтра "условие" и указателя "контрольвывода(ортканоничвид( $f, x, y$ ))". Он не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 7.

## 3. Вывод следствий в задаче на исследование, имеющей цель "исключ".

Пример:

$$\forall_{abc} (a \subseteq b \ \& \ b \subseteq c \rightarrow a \subseteq c)$$

Прием применяется в задачах на исследование, имеющих цель "исключ...". Выражение  $b$  имеет переменные, указанные в этой цели, а выражения  $a, c$  - не имеют.

Спецификация приема имеет вид "тип(примечанализатор)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 2 и вводит фильтры "тип(исследовать)", "Входит(исключ цели)", "контекст(ключ(цели исключ  $x_4$ ) не(пересекаются(параметры( $a$ ) $x_4$ )) не(пересекаются(параметры( $c$ ) $x_4$ )) пересекаются(параметры( $b$ ) $x_4$ ))". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 8.

4. Использование синтезаторов для устранения зависимости от исключаемых переменных в задаче на исследование, имеющей цели "длялюбого", "независит".

Пример:

$$\forall_{abc}(a < b \ \& \ c \leq a \rightarrow c < b)$$

Прием применяется в задачах на исследование, имеющих цель "длялюбого" и цель "независит...". Первый антецедент идентифицируется с посылкой, второй - обрабатывается пакетным синтезатором, которому передается в качестве комментария цель "независит...". Выражение  $a$  содержит переменные, указанные в этой цели. Выражение  $b$  содержит неизвестные.

Спецификация приема имеет вид "тип(точкиотрезка)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит фильтры "тип(исследовать)", "цель(длялюбого)", "Входит(независит цели)". Он не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 4.

5. Вывод в задаче на описание, имеющей цель "независит", подготавливающий устранение зависимости текущего подвыражения условия от исключаемых переменных.

Пример:

$$\forall_{abcdef}(0 \leq a + bc \ \& \ 0 \leq d + ef \ \& \ 0 < b \ \& \ 0 < e \rightarrow 0 \leq bec + bef + ae + bd)$$

Прием применяется в задачах на описание, имеющих цель "независит...". Указатель "контрольвывода" инициирует попытку его применения при усмотрении в условии подвыражения  $c + f$ . Первые два антецедента идентифицируются с посылками, следующие два - обрабатываются проверочными операторами. Выражения  $a, b, d, e$  не содержат переменных, указанных в цели "независит...", а выражения  $c, f$  - содержат. Выводима посылка позволяет получить неравенство для  $c + f$  и воспользоваться им для обратного вывода, исключаяющего "запрещенные" переменные в условии.

Спецификация приема имеет вид "тип(сокращение)", "терм( $t$ ), где  $t$  - текущий терм. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 0 и вводит фильтры "условие", "тип(описать)", "Входит(независит цели)", "или(не(заголовок( $d$  0)) не(заголовок( $f$  0)) не(заголовок( $e$  0))и(не(заголовок( $c$  0))не(заголовок( $a$  0))))", "или(не(заголовок( $a$  0)) не(заголовок( $c$  0)))". Создается также указатель "контрольвывода( $c + f$ )". Справочник не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 4.

## Вывод определения

Пример:

$$\forall_a(a \subseteq \mathbb{R} \ \& \ \text{огрмнож}(a) \rightarrow \exists_b(b - \text{число} \ \& \ \forall_x(x \in a \rightarrow |x| \leq b)))$$

Прием применяется в задачах на доказательство, на исследование, либо в задачах на описание, имеющих цель "пример".

Спецификация приема имеет вид "тип(нормуглы)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать)тип(исследовать)) и (тип(описать) цель(пример))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 24.

## Координаты

### 1. Связь числовых атомов с координатами.

#### (а) Связь числовых атомов с координатами.

Пример:

$$\forall_{ABCDEK} ab(K = (A, B, C) \& \text{коорд}(D, K) = (a, b) \& E \in \text{прямая}(AB) \& \text{прямая}(AC) \parallel \text{прямая}(DE) \& 0 \leq b \rightarrow bl(AC) = l(DE))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Первые два antecedentes идентифицируются с посылками, третий и четвертый - выделены указателем "усм".

Спецификация приема имеет вид "тип(формоперанды)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать)тип(исследовать))", "усм(актив(прямая(AB)))", "не(равно(A B))", "усм(актив(прямая(AC)))", "не(равно(A C))", "усм(актив(прямая(DE)))", "не(равно(D E))", "не(равно(терм(прямая(AC)) терм(прямая(DE)))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 9.

#### (б) Связь старых числовых атомов с координатами.

Пример:

$$\forall_{ABK} abc(\text{прямкоорд}(K) \& \text{коорд}(\text{вектор}(AB), K) = (a, b, c) \& \text{актив}(l(AB)) \rightarrow l(AB) = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2})$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Выводимое равенство содержит неизвестные.

Спецификация приема имеет вид "тип(Входит)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать)тип(исследовать))", "не(известно(результат))", "не(равно(A B))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 8.

#### (с) Связь старых числовых атомов с координатами, выраженными через численные параметры.

Пример:

$$\forall_{Kabu} (\text{крд}(u, K, 1) = a \& \text{крд}(u, K, 3) = b \& \text{крд}(u, K, 2) = c \& \text{прямкоорд}(K) \rightarrow \text{длина}(u) = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2})$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Выражение "длина( $u$ )" уже встречается в задаче. Выражения  $a, b, c$  не имеют невырожденных числовых атомов.

Спецификация приема имеет вид "тип(алгебрвхождения)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать)тип(исследовать))", "контекст(посылка(x4) позиция(x5 x4) вид(x5 длина( $u$ )))", "не(контекст(список(x4 x1 x2 x3) числовойатом(x4 x5) не(переменная(x5))))", "не(известно(результат))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 2.

## 2. Связь текущего числового атома с координатами.

### (а) Связь текущего числового атома с координатами.

Пример:

$$\forall_{ABKabc}(\text{прямокоорд}(K) \ \& \ \text{коорд}(\text{вектор}(AB), K) = (a, b, c) \rightarrow l(AB) = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2})$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Указатель "контрольвывода" инициирует попытку его применения при усмотрении в посылке выражения " $l(AB)$ ". Второй антецедент выделен указателем "идентификатор", его левая часть обрабатывается нормализатором "нормкоорд". Проверяется, что в задаче уже рассматривается вектор  $AB$ .

Спецификация приема имеет вид "тип(Операнды)", "терм( $t$ ), где  $t$  - текущий числовой атом. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать)тип(исследовать))", "не(заголовок(корень актив))", "не(равно( $A B$ ))". Создается также указатель "контрольвывода( $l(AB)$ )". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 36.

### (b) Связь текущего числового атома с координатами, выраженными через численные параметры.

Пример:

$$\forall_{Kabcdefgh}(\text{прямокоорд}(K) \ \& \ \text{коорд}(a, K) = (b, c, g) \ \& \ \text{коорд}(d, K) = (e, f, h) \rightarrow \text{скалумнож}(a, d) = be + cf + gh)$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Указатель "контрольвывода" инициирует попытку его применения при усмотрении в посылке выражения "скалумнож( $a, d$ )". Выражения  $b, c, e, f, g, h$  не содержат невырожденных числовых атомов. Два последних антецедента выделены указателем "идентификатор".

Спецификация приема имеет вид "тип(преобрфильтр)", "терм( $t$ ), где  $t$  - текущий числовой атом. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать)тип(исследовать))", "не(контекст(список(x9  $b e c f g h$ ) числовойатом(x9 x10))".

не(переменная( $x10$ )))". Создается также указатель "контрольвывода(скалмнож( $a, d$ ))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 3.

- (с) Определение текущего числового атома "неизв" через известные координаты.

Пример:

$$\forall_{ABC K abc d p q} (\text{прямокоорд}(K) \ \& \ \text{коорд}(\text{вектор}(AB), K) = (a, b) \ \& \ \text{коорд}(\text{вектор}(AC), K) = (c, d) \rightarrow \cos(\angle(BAC)) = (ac + bd) / (\sqrt{a^2 + b^2} \cdot \sqrt{c^2 + d^2}))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Указатель "контрольвывода" инициирует попытку его применения при усмотрении в посылке выражения " $\angle(BAC)$ ", причем угол  $BAC$  имеет тип "неизв". Выражения  $a, b, c, d$  известны. Два последних antecedента выделены указателем "идентификатор".

Спецификация приема имеет вид "тип(полныепосылки)", "терм( $t$ ), где  $t$  - текущий числовой атом. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать)тип(исследовать))", "неизв(терм(угол( $BAC$ )))", "известно( $a$ )", "известно( $c$ )", "известно( $b$ )", "известно( $d$ )". Создается также указатель "контрольвывода(угол( $BAC$ ))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 6.

- (d) Определение текущего числового атома через известные координаты при контроле подслучая.

Пример:

$$\forall_{AB K abcde f p q} (\text{прямокоорд}(K) \ \& \ \text{коорд}(A, K) = (a, b, c) \ \& \ \text{коорд}(B, K) = (d, e, f) \ \& \ p = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \ \& \ q = \sqrt{d^2 + e^2 + f^2} \rightarrow \cos(\text{уголмежду}(A, B)) = (ad + be + cf) / (pq))$$

Прием применяется в посылках задачи на исследование, имеющей цель "контроль". Попытка применения приема инициируется усмотрением выражения "уголмежду( $A, B$ )". Все antecedенты, кроме первого, выделены указателем "идентификатор". Выражения  $a, b, c, d, e, f$  не содержат неизвестных.

Спецификация приема имеет вид "тип(секанс)", "терм( $t$ ), где  $t$  - текущий числовой атом. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 2 и вводит фильтры "посылка", "тип(исследовать)", "цель(контроль)", "известно( $a$ )", "известно( $d$ )", "известно( $b$ )", "известно( $e$ )", "известно( $c$ )", "известно( $f$ )". Создается также указатель "контрольвывода(уголмежду( $A, B$ ))". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 1.

- (e) Использование известного текущего числового атома для получения уравнения относительно координат.



Пример:

$$\forall_{ABC K abcdefpq} (\text{прямокоорд}(K) \ \& \ \text{коорд}(A, K) = (a, b) \ \& \ \text{коорд}(B, K) = (c, d) \\ \& \ \text{коорд}(C, K) = (e, f) \ \& \ p = \sqrt{(c-a)^2 + (d-b)^2} \ \& \ q = \sqrt{(e-a)^2 + (f-b)^2} \\ \rightarrow \cos(\angle(BAC))pq = (c-a)(e-a) + (f-b)(d-b))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Указатель "контрольвывода" инициирует попытку его применения при усмотрении выражения " $\angle(BAC)$ ". Этот угол известен. Все antecedentes, кроме первого, выделены указателем "идентификатор". Выводимое соотношение содержит неизвестные.

Спецификация приема имеет вид "тип(теоремы)", "терм( $t$ ), где  $t$  - текущий числовой атом. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 6 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать)тип(исследовать))", "известно(терм( $\angle(BAC)$ ))", "не(известно(результат))". Создается также указатель "контрольвывода( $\angle(BAC)$ )". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 1.

### 3. Вывод соотношений для координат объектов.

#### (а) Вывод соотношений для координат объектов.

Пример:

$$\forall_{ABCDE K abcd} (K = (A, B, C) \ \& \ \text{коорд}(D, K) = (a, b) \ \& \ \text{коорд}(E, K) = (c, d) \\ \& \ \text{прямая}(DE) \parallel \text{прямая}(AC) \rightarrow a = c)$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование.

Спецификация приема имеет вид "тип(больше)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать)тип(исследовать))", "не(константа(результат))", "усм(актив(прямая( $DE$ )))", "не(равно( $D E$ ))", "усм(актив(прямая( $AC$ )))", "не(равно( $A C$ ))", "не(равно(терм(прямая( $DE$ ))терм(прямая( $AC$ ))))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 39.

#### (б) Вывод соотношения, связывающего известные координаты заданных объектов с неизвестными координатами других объектов.

Пример:

$$\forall_{ABC K abcdxy} (\text{коорд}(A, K) = (a, b) \ \& \ \text{коорд}(B, K) = (c, d) \ \& \ C \in \text{прямая}(AB) \\ \& \ \text{коорд}(C, K) = (x, y) \rightarrow (c-a)(y-b) - (d-b)(x-a) = 0)$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Выражения  $a, b, c, d$  не содержат неизвестных, а хотя бы одно из выражений  $x, y$  - содержит. Все antecedentes, кроме третьего, идентифицируются с посылками.

Спецификация приема имеет вид "тип(конъюнктоперанд)", "известно( $a_1 \dots a_k$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4

и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать)тип(исследовать))", "известно( $a$ )", "известно( $b$ )", "известно( $c$ )", "известно( $d$ )", "или(не(известно( $x$ ))не(известно( $y$ )))", "усм(актив(прямая( $AB$ )))", "не(равно( $A B$ ))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 3.

- (с) Вывод координат объекта в задаче на исследование, имеющей цель "систкоорд".

Цель "систкоорд" задачи на исследование определяет вывод координат всевозможных объектов, выразимых только через те объекты, которые изначально были указаны в посылках. Используется при выводе теорем. Пример:

$$\forall_{abcdABK}(\text{Вектор}(A) \& \text{Вектор}(B) \& \text{коорд}(A, K) = (a, b) \& \text{коорд}(B, K) = (c, d) \rightarrow \text{коорд}(A + B, K) = (a + c, b + d))$$

Прием применяется в задачах на исследование, имеющих цель "систкоорд". Последние два antecedента идентифицируются с посылками.

Спецификация приема имеет вид "тип(конъюнктоперанд)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 2 и вводит фильтры "тип(исследовать)", "цель(систкоорд)". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

4. Выражение координатных переменных через координаты других объектов и новые параметры.

Пример:

$$\forall_{ABCDKabcdfpqrmn}(A \in \text{Угол}(BCD) \& \text{коорд}(\text{вектор}(CA), K) = (a, b, c) \& \text{коорд}(\text{вектор}(CB), K) = (d, e, f) \& \text{коорд}(\text{вектор}(CD), K) = (p, q, r) \rightarrow m - \text{число} \& n - \text{число} \& 0 \leq m \& 0 \leq n \& a = md + np \& b = me + nq \& c = mf + nr)$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Первые два antecedента идентифицируются с посылками, последний два - выделены указателем "идентификатор". Переменные  $a, b, c$  идентифицируются с переменными. Прием вводит новые переменные  $m, n$ .

Спецификация приема имеет вид "тип(функции)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать)тип(исследовать))", "переменная( $a$ )", "переменная( $b$ )", "переменная( $c$ )". Создаются также указатели "идентификатор(3 4)", "новаяпеременная( $m$ )", "новаяпеременная( $n$ )". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 1.

5. Выражение координатных наборов через числовые атомы.

- (а) Выражение координатных наборов через числовые атомы.

Пример:

$\forall_{ABCDEK}(K = (A, B, C, D, E) \ \& \ D \in \text{прямая}(AB) \ \& \ \text{точка}(A, B, D) \ \& \ \text{прямкоорд}(K) \rightarrow \text{коорд}(D, K) = (l(AD), 0, 0))$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Второй и третий антецеденты выделены указателем "усм". Расстояние  $AD$  выражено через численные параметры. Координатный набор для  $\text{коорд}(D, K)$  пока не определен.

Спецификация приема имеет вид "тип(удаление)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 5 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать)тип(исследовать))", "не(заголовок(фикс(0 1)набор))", "усм(актив(прямая(AB)))", "не(равно(A B))", "не(равно(A D))", "не(равно(B D))". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 7.

(b) Выражение координатных наборов через численные параметры.

i. Выражение координатных наборов через численные параметры.

Пример:

$\forall_{ABCKabcdpq}(\text{коорд}(A, K) = (a, b) \ \& \ \text{коорд}(C, K) = (c, d) \ \& \ B \in \text{отрезок}(AC) \ \& \ pl(AB) = ql(BC) \ \& \ \neg(p + q = 0) \rightarrow \text{коорд}(B, K) = ((ap + cq)/(p + q), (bp + dq)/(p + q)))$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Первые два антецедента идентифицируются с посылками, четвертый - обрабатывается пакетным синтезатором. Выражения  $a, b, c, d, p, q$  не содержат невырожденных числовых атомов.

Спецификация приема имеет вид "тип(стандрвно)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 5 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать)тип(исследовать))", "не(контекст(список(x5 a p c q b d) числовойатом(x5 x6) не(переменная(x6))))", "не(равно(A B))", "не(равно(B C))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 23.

ii. Выражение координатных наборов через известные параметры.

Пример:

$\forall_{abcdefghijkmlABK}(\neg(k = 0) \ \& \ \text{коорд}(l, K) = (c, d) \ \& \ \text{коорд}(l, K) = (a, b) \ \& \ \text{коорд}(\text{вектор}(lm), K) = (g, h) \ \& \ \text{коорд}(\text{вектор}(AB), K) = (e, f) \ \& \ j \in \text{прямая}(lm) \ \& \ j \in \text{прямая}(AB) \ \& \ i = g(b - d) + h(c - a) \ \& \ k = eh - fg \rightarrow \text{коорд}(j, K) = (a + ei/k, b + fi/k))$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Второй и третий антецеденты идентифицируются с посылками; четвертый, пятый, восьмой и девятый выделены указателем "идентификатор". Выражения  $a, b, e, f, i, k$  не содержат неизвестных.

Спецификация приема имеет вид "тип(Синус)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 5 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать)тип(исследовать))", "не(заголовок(фикс(0 1)набор))", "известно(a)", "известно(e)", "известно(i)", "известно(k)", "известно(b)", "известно(f)", "усм(актив(прямая(lm)))", "не(равно(l

$t))$ ", "усм(актив(прямая( $AB$ )))", "не(равно( $A B$ ))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 3.

6. Выражение текущего координатного набора через числовые атомы.

(a) Выражение текущего координатного набора через числовые атомы.

Пример:

$$\forall_{ABCDEFK}(K = (A, B, C) \ \& \ E \in \text{прямая}(AB) \ \& \ \text{точкалуча}(A, B, E) \ \& \ \text{прямая}(DE) \parallel \text{прямая}(AC) \ \& \ F \in \text{прямая}(AC) \ \& \ \text{точкалуча}(A, C, F) \ \& \ \text{прямая}(DF) \parallel \text{прямая}(AB) \rightarrow \text{коорд}(D, K) = (l(AE)/l(AB), l(AF)/l(AC)))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Указатель "контрольвывода" инициирует попытку применения приема при усмотрении выражения "коорд( $D, K$ )".

Спецификация приема имеет вид "тип(регистрациячертежа)", "терм( $t$ )", где  $t$  - текущий координатный набор. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 5 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать)тип(исследовать))", "не(заголовок(фикс(0 1)набор))", "усм(актив(прямая( $AB$ )))", "не(равно( $A B$ ))", "не(равно( $A E$ ))", "не(равно( $B E$ ))", "усм(актив(прямая( $DE$ )))", "не(равно( $D E$ ))", "усм(актив(прямая( $AC$ )))", "не(равно( $A C$ ))", "не(равно( $A F$ ))", "не(равно( $C F$ ))", "усм(актив(прямая( $DF$ )))", "не(равно( $D F$ ))", "не(равно(терм(прямая( $DE$ )) терм(прямая( $AC$ ))))", "не(равно(терм(прямая( $DF$ )) терм(прямая( $AB$ ))))". Создается также указатель "контрольвывода(коорд( $D, K$ ))". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 4.

(b) Выражение текущего координатного набора через численные параметры.

i. Выражение текущего координатного набора через численные параметры.

Пример:

$$\forall_{ABK}(\text{коорд}(\text{вектор}(AB), K) = (a, b, c) \ \& \ \text{коорд}(A, K) = (d, e, f) \rightarrow \text{коорд}(B, K) = (a + d, b + e, c + f))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Указатель "контрольвывода" инициирует попытку применения приема при усмотрении выражения "коорд( $B, K$ )". Первый антецедент идентифицируется с посылкой, второй - выделен указателем "идентификатор". Выражения  $a, b, c, d, e, f$  не содержат невырожденных числовых атомов.

Спецификация приема имеет вид "тип(регистрациячертежа)", "терм( $t$ )", где  $t$  - текущий координатный набор. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 5 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать)тип(исследовать))", "конец(не(контекст(список( $x7 a d b e c f$ ) числовойатом( $x7 x8$ ) не(переменная( $x8$ ))))". Создаются также указатели "идентификатор(2)" и "контрольвывода(коорд( $B, K$ ))".

Число приемов данного типа - 5.

- ii. Выражение текущего координатного набора через известные параметры.

Пример:

$$\forall_{ABCDKabcdpqv}(\text{прямая}(CD) \parallel \text{прямая}(AB) \ \& \ \text{однасторона}(B, D, \text{прямая}(AC)) \ \& \ \text{коорд}(\text{вектор}(AB), K) = (a, b) \ \& \ pl(AB) = ql(CD) \ \& \ \text{коорд}(C, K) \ \& \ \neg(q = 0) \ \& \ \text{коорд}(\text{вектор}(AC), K) = (u, v) \ \& \ \neg(bu - av = 0) \rightarrow \text{коорд}(D, K) = (c + ap/q, d + bp/q))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Указатель "контрольвывода" инициирует попытку применения приема при усмотрении выражения "коорд( $D, K$ )". Третий, пятый и седьмой antecedенты выделены указателем "идентификатор". Четвертый antecedент обрабатывается пакетным синтезатором. Выражения  $a, b, c, d, p, q$  не содержат неизвестных.

Спецификация приема имеет вид "тип(факториал)", "терм( $t$ )", где  $t$  - текущий координатный набор. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 5 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать)тип(исследовать))", "не(заголовок(фикс(0 1)набор))", "известно( $c$ )", "известно( $a$ )", "известно( $p$ )", "известно( $q$ )", "известно( $d$ )", "известно( $b$ )", "усм(актив(прямая( $CD$ )))", "не(равно( $C D$ ))", "усм(актив(прямая( $AB$ )))", "не(равно( $A B$ ))", "не(равно(терм(прямая( $CD$ )) терм(прямая( $AB$ )))". Создается также указатель "контрольвывода(коорд( $D, K$ ))". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 4.

7. Выражение связанного с текущим термом координатного набора через числовые атомы.

- (a) Выражение связанного с текущим термом координатного набора через числовые атомы.

Пример:

$$\forall_{aK}(\text{вертикаль}(a, K) \ \& \ \text{прямокоорд}(K) \rightarrow \text{коорд}(\text{напрпути}(a), K) = (0, 0, \text{sg}(\text{крд}(\text{конецпути}(a), K, 3) - \text{крд}(\text{началопути}(a), K, 3))))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Указатель "контрольвывода" инициирует попытку применения приема при усмотрении выражения "напрпути( $a$ )". Antecedенты идентифицируются с посылками.

Спецификация приема имеет вид "тип(факториал)", "терм( $t$ )", где  $t$  - текущий терм. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 5 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать)тип(исследовать))", "не(заголовок(фикс(0 1)набор))". Создается также указатель "контрольвывода(напрпути( $a$ ))". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

- (b) Выражение связанного с текущим термом координатного набора через численные параметры.

- i. Выражение связанного с текущим термом координатного набора через численные параметры.

Пример:

$$\forall_{ABK}(\text{коорд}(\text{вектор}(AB), K) = (a, b, c) \ \& \ \text{коорд}(A, K) = (d, e, f) \rightarrow \text{коорд}(B, K) = (a + d, b + e, c + f))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Указатель "контрольвывода" инициирует попытку применения приема при усмотрении выражения "сферкоорд( $B, K$ )". Первый антецедент идентифицируется с посылкой, второй - выделен указателем "идентификатор". Выражения  $a, b, c, d, e, f$  не содержат невырожденных числовых атомов.

Спецификация приема имеет вид "тип(числосочетаний)", "терм( $t$ )", где  $t$  - текущий терм. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 5 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать)тип(исследовать))", "не(заголовок(фикс(0 1)набор))", "конец(не(контекст(список( $x_7 a d b e c f$ ) числовойатом( $x_7 x_8$ ) не(переменная( $x_8$ ))))))". Создаются также указатели "идентификатор(2)" и "контрольвывода(сферкоорд( $B, K$ ))". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 12.

- ii. Выражение связанного с текущим термом координатного набора через известные параметры.

Пример:

$$\forall_{abpKT}(\text{вниз}(\text{Скорость}(a, K, T), K) \ \& \ \text{Равндвиж}(a, T) \rightarrow \text{коорд}(\text{напрпути}(\text{Путь}(a, T)), K) = (0, 0, -1))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Указатель "контрольвывода" инициирует попытку применения приема при усмотрении выражения "напрпути(Путь( $a, T$ ))". Антецеденты идентифицируются с посылками.

Спецификация приема имеет вид "тип(поисктеор)", "терм( $t$ )", где  $t$  - текущий терм. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 5 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать)тип(исследовать))", "не(заголовок(фикс(0 1)набор))". Создаются также указатели "блокпроверок(2)" и "контрольвывода(напрпути(Путь( $a, T$ )))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 8.

## 8. Вывод соотношений для отдельных координат и числовых атомов.

- (a) Вывод соотношений для отдельных координат и числовых атомов.

Пример:

$$\forall_{ABK}(\text{вправо}(\text{вектор}(AB), K) \rightarrow \text{крд}(A, K, 3) = \text{крд}(B, K, 3))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование.

Спецификация приема имеет вид "тип(текпосылка)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать)тип(исследовать))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 9.

- (b) Вывод соотношений для отдельных координат и старых числовых атомов.

Пример:

$$\forall_{ABK}(\text{вправо}(\text{вектор}(AB), K) \rightarrow \text{крд}(B, K, 1) = \text{крд}(A, K, 1) + l(AB))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Расстояние  $AB$  уже рассматривается в задаче.

Спецификация приема имеет вид "тип(Разныестороны)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать)тип(исследовать))", "усм(актив( $l(AB)$ ))", "не(равно( $A B$ ))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 11.

9. Вывод соотношения, связывающего текущую координату с другими координатами и числовыми атомами.

- (a) Вывод соотношения, связывающего текущую координату с другими координатами и числовыми атомами.

Пример:

$$\forall_{ABCDK}(\text{прямая}(PQ) \parallel \text{плоскость}(ABD) \ \& \ K = (A, B, C, D) \ \& \ \text{прямкоорд}(K) \rightarrow \text{крд}(Q, K, 2) = \text{крд}(P, K, 2))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Указатель "контрольвывода" инициирует попытку применения приема при рассмотрении подвыражения " $\text{крд}(Q, K, 2)$ ".

Спецификация приема имеет вид "тип(коррекциязнака)", "терм( $t$ )", где  $t$  - текущая координата. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать)тип(исследовать))", "усм(актив(прямая( $PQ$ )))", "не(равно( $B D$ ))", "не(равно( $A D$ ))не(равно( $A B$ ))". Создается также указатель "контрольвывода( $\text{крд}(Q, K, 2)$ )". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 16.

- (b) Вывод соотношения, связывающего текущую координату с другими координатами и старыми числовыми атомами.

Пример:

$$\forall_{ABK}(\text{однонаправлены}(\text{вектор}(AB), a) \rightarrow l(AB)\text{крд}(a, K, 3) = \text{длина}(a)(\text{крд}(B, K, 3) - \text{крд}(A, K, 3)))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Указатель "контрольвывода" инициирует попытку применения приема при рассмотрении подвыражения " $\text{крд}(a, K, 3)$ ". Выражения  $l(AB)$ , " $\text{длина}(a)$ " уже встречаются в посылках задачи.

Спецификация приема имеет вид "тип(ребро)", "терм( $t$ )", где  $t$  - текущая координата. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать)тип(исследовать))", "усм(актив( $l(AB)$ ))", "контекст(посылка( $x_2$ ) позиция( $x_3$   $x_2$ ) вид( $x_3$  длина( $a$ )))", "не(равно( $A$   $B$ ))". Создается также указатель "контрольвывода(крд( $a, K, 3$ ))). Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 2.

- (с) Вывод соотношения, связывающего текущую координату со старыми координатами и числовыми атомами.

Пример:

$$\forall_{ABK}(\text{прямкоорд}(K) \ \& \ \text{вверх}(\text{вектор}(BA), K) \rightarrow l(AB) = \text{крд}(A, K, 3) - \text{крд}(B, K, 3))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Указатель "контрольвывода" инициирует попытку применения приема при рассмотрении подвыражения "крд( $B, K, 3$ )". Выражения  $l(AB)$ , "крд( $A, K, 3$ )" уже встречаются в посылках.

Спецификация приема имеет вид "тип(дуга)", "терм( $t$ )", где  $t$  - текущая координата. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать)тип(исследовать))", "усм(актив( $l(AB)$ ))", "контекст(посылка( $x_1$ ) позиция( $x_2$   $x_1$ ) вид( $x_2$  крд( $A, K, 3$ )))", "не(равно( $A$   $B$ ))". Создается также указатель "контрольвывода(крд( $B, K, 3$ ))). Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 26.

## 10. Вывод ограничений на координаты объектов.

- (а) Вывод ограничений на координаты объектов.

Пример:

$$\forall_{ABKabcdef}(\text{прямкоорд}(K) \ \& \ \text{Вектор}(A) \ \& \ \text{Вектор}(B) \ \& \ \text{коорд}(A, K) = (a, b, c) \ \& \ \text{коорд}(B, K) = (d, e, f) \ \& \ \text{уголмежду}(A, B) < \pi/2 \rightarrow 0 < ad + be + cf)$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Четвертый и пятый антецеденты выделены указателем "идентификатор".

Спецификация приема имеет вид "тип(наборслов)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать)тип(исследовать))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 5.

- (b) Вывод ограничений на координаты объектов при контроле разбора случаев в задаче на исследование.

Пример:



$$\forall_{ABCKabcdef}(B \in \text{отрезок}(AC) \ \& \ \text{коорд}(A, K) = (a, b) \ \& \ \text{коорд}(B, K) = (c, d) \ \& \ \text{коорд}(C, K) = (e, f) \rightarrow 0 \leq (c - a)(e - c) + (d - b)(f - d))$$

Прием применяется в задачах на исследование, имеющих цель "контроль".  
Антецеденты идентифицируются с посылками.

Спецификация приема имеет вид "тип(дн)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 2 и вводит фильтры "посылка", "тип(исследовать)", "цель(контроль)", "не(равно(A B))", "не(равно(B C))".  
Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 3.

#### 11. Ввод нового объекта для вычисления координат.

- (a) Ввод в рассмотрение объекта, необходимого для вычисления текущего координатного выражения.

Пример:

$$\forall_{ABCDEK}(D - \text{точка} \ \& \ K = (A, B, C) \rightarrow E - \text{точка} \ \& \ E \in \text{прямая}(AC) \ \& \ \text{прямая}(DE) \parallel \text{прямая}(AB))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Указатель "контрольвывода" инициирует попытку применения приема при усмотрении подвыражения "коорд(D, K)". Прием вводит новую точку E.

Спецификация приема имеет вид "тип(функция)", "терм(t)", где t - текущий терм. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать)тип(исследовать))", "не(заголовок(терм(коорд(D, K)) набор))". Создается также спецификация "контрольвывода(коорд(D, K))".

Число приемов данного типа - 2.

- (b) Ввод новых объектов и задание их координатных наборов через старые параметры.

Пример:

$$\forall_{ABCDEFG}(ромб(ABCD) \ \& \ E \in \text{прямая}(AC) \ \& \ E \in \text{прямая}(BD) \ \& \ \text{коорд}(E, K) = (a, b) \ \& \ F \in \text{прямая}(AB) \ \& \ \text{коорд}(F, K) = (c, d) \rightarrow G - \text{точка} \ \& \ G \in \text{прямая}(CD) \ \& \ \text{коорд}(G, K) = (2a - c, 2b - d))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Первый и четвертый антецеденты идентифицируются с посылками, шестой - выделен указателем "идентификатор". Выражения a, b, c, d не содержат неизвестных. Проверяется также наличие на прямой CD точки с известными координатами. Прием вводит новую точку G.

Спецификация приема имеет вид "тип(натуральное)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать)тип(исследовать))", "усм(актив(прямая(A C)))", "не(равно(A C))", "усм(актив(прямая(B D)))", "не(равно(B D))", "усм(актив(прямая(A B)))", "не(равно(A B))". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 8.

- (с) Ввод новых объектов и задание их координатных наборов через вспомогательные параметры.

Пример:

$\forall_{ABCEKabc}$ (гиперболоид( $E$ ) & осьсимметрии(прямая( $AB$ ),  $E$ ) & прямкоорд( $K$ )  $\rightarrow$   $C$  – точка & центр( $C, E$ ) &  $a$  – число &  $b$  – число &  $c$  – число & коорд( $C, K$ ) = ( $a, b, c$ ))

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Он вводит новые переменные  $C, a, b, c$ .

Спецификация приема имеет вид "тип(нормализатор)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать)тип(исследовать))". Создаются также указатели "новыйсимвол( $a$  фикс(0 3))", "новыйсимвол( $b$  фикс(0 4))", "новыйсимвол( $c$  фикс(0 5))", "новыйсимвол( $C$  фикс(0 2))". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 10.

- (d) Ввод новых объектов, связанных с текущим выражением, и задание их координатных наборов через вспомогательные параметры.

Пример:

$\forall_{ABCDEKxyz}$ (прямкоорд( $K$ )  $\rightarrow$   $A$  – точка &  $B$  – точка &  $\neg(A = B)$  & прямая( $AB$ )  $\perp$  прямая( $CDE$ ) & коорд(вектор( $AB$ ),  $K$ ) = ( $x, y, z$ ) &  $x$  – число &  $y$  – число &  $z$  – число)

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Указатель "контрольвывода" инициирует попытку применения приема при усмотрении подвыражения "проекция( $c$  плоскость( $CDE$ ))". Прием вводит новые переменные  $A, B, x, y, z$ .

Спецификация приема имеет вид "тип(смпрог)", "терм( $t$ )", где  $t$  - текущее выражение. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать)тип(исследовать))". Создаются также указатели "контрольвывода(проекция( $c$  плоскость( $CDE$ )))", "новыйсимвол( $x$  фикс(0 6))", "новыйсимвол( $y$  фикс(0 7))", "новыйсимвол( $z$  фикс(0 8))", "новыйсимвол( $A$  фикс(0 1)фикс(0 3)фикс(0 4))", "новыйсимвол( $B$  фикс(0 2) фикс(0 3) фикс(0 4))". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 1.

- (e) Ввод нового объекта и выражение его через координаты в задаче на исследование, имеющей цель "исследовать".

Пример:

$\forall_{ABCDEKHabcdmnpq}$ ( $H$  = внутренность(круг( $AB$ ))  $\cap$  внутренность(Угол( $CAD$ )) &  $A$  = тчкоорд( $K, (a, b)$ ) &  $B$  = тчкоорд( $K, (c, d)$ ) &  $C$  = тчкоорд( $K, (p, q)$ ) &  $m$  =  $\sqrt{(a-c)^2 + (b-d)^2}$  &  $n$  =  $\sqrt{(a-p)^2 + (b-q)^2}$   $\rightarrow$   $E$  – точка &  $E \in$  прямая( $AC$ ) &  $E \in$  окружность( $AB$ ) &  $E$  = тчкоорд( $K, (a + (p-a)m/n, b + (q-b)m/n)$ ) &  $\neg(A \in$  отрезок( $CE$ )))

Прием применяется в задачах на исследование, имеющих цель "исследовать". Первые четыре антецедента идентифицируются с посылками. Прием вводит новую переменную  $E$ .

Спецификация приема имеет вид "тип(предикатныйсимвол)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит фильтры "тип(исследовать)", "цель(исследовать)". Создается также указатель "новаяпеременная( $E$ )". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 2.

12. Ввод в рассмотрение координатного набора, выраженного через новые параметры.

(a) Ввод в рассмотрение координатного набора, выраженного через новые параметры.

Пример:

$$\forall_{ABC K P Q abx} (K = (A, B, C) \ \& \ \text{прямокоорд}(K) \ \& \ \text{актив}(l(PQ)) \rightarrow a - \text{число} \ \& \ b - \text{число} \ \& \ \text{коорд}(P, K) = (a, b))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Расстояние  $PQ$  имеет тип "внешнеизв". Для точки  $P$  пока не введен координатный набор. Прием вводит новые переменные  $a, b$ .

Спецификация приема имеет вид "тип(меткаперехода)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать)тип(исследовать))", "не(контекст(посылка( $x_3$ ) вид( $x_3$  равно(коорд( $P$   $x_4$ )  $x_5$ )) заголовок( $x_5$  набор)))", "не(заголовок(терм(коорд( $P, K$ )) набор))". Создаются также указатели "новыйсимвол( $a$  фикс(0 1))", "новыйсимвол( $b$  фикс(0 2))". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 18.

(b) Ввод в рассмотрение координатного набора для явно упоминаемых в задаче координат.

Пример:

$$\forall_{DK abc} (\text{коорд}(D, K) = a \rightarrow b - \text{число} \ \& \ c - \text{число} \ \& \ a = (b, c))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Выражение  $a$  не имеет заголовка "набор" и не равно выражению с таким заголовком. Отсутствует координатный набор для  $D$  в какой-либо системе координат. В задаче рассматривается расстояние от точки  $D$  до некоторой точки, для которой уже введен координатный набор. Прием вводит новые переменные  $b, c$ .

Спецификация приема имеет вид "тип(нормпрямая)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать)тип(исследовать))", "не(заголовок( $a$  набор))", "не(контекст(посылка( $x_4$ ) вид( $x_4$  равно( $a$   $x_5$ )) заголовок( $x_5$  набор)))", "не(контекст(посылка( $x_4$ ) вид( $x_4$  равно(коорд( $D$   $x_5$ )  $x_6$ )) заголовок( $x_6$  набор)))".

Создаются также указатели "новаяпеременная( $b$ )", "новаяпеременная( $c$ )". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 8.

- (с) Ввод в рассмотрение координатного набора для известного объекта.

Пример:

$$\forall_{ABKabc}(\text{прямякоорд}(K) \ \& \ \text{Вектор}(a) \rightarrow b - \text{число} \ \& \ c - \text{число} \ \& \ \text{коорд}(a, K) = (b, c))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Выражение  $a$  не содержит неизвестных. В задаче рассматривается скалярное произведение с аргументом  $a$ . Координатный набор для  $a$  пока не введен. Система координат  $K$  двумерная. Прием вводит новые переменные  $b, c$ , регистрируя их как вспомогательные параметры.

Спецификация приема имеет вид "тип(нормпромежутка)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать)тип(исследовать))", "известно( $a$ )", "комментпосылок(вспомпараметр переменная( $a$ ))", "не(контекст(посылка( $x_4$ ) вид( $x_4$  равно(коорд( $a$   $x_5$ ) $x_6$ )) заголовок( $x_6$  набор)))", "не(заголовок(терм(коорд( $a$   $K$ )) набор))". Создаются также указатели "вспомпараметр( $b$  фикс(0 1))", "вспомпараметр( $c$  фикс(0 2))". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 2.

13. Ввод в рассмотрение связанного с текущим термом координатного набора, выраженного через новые параметры.

- (а) Ввод в рассмотрение связанного с текущим термом координатного набора, выраженного через новые параметры.

Пример:

$$\forall_{Kxyz}(\text{прямякоорд}(K) \ \& \ \text{Вектор}(a) \rightarrow x - \text{число} \ \& \ y - \text{число} \ \& \ z - \text{число} \ \& \ \text{коорд}(a, K) = (x, y, z))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Указатель "контрольвывода" инициирует попытку его применения при усмотрении подвыражения "ориентация( $K, (a, b, c)$ )". Элементы набора идентифицируются без учета порядка. Прием вводит новые переменные  $x, y, z$ .

Спецификация приема имеет вид "тип(норммаксимум)", "терм( $t$ )", где  $t$  - текущий терм. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать)тип(исследовать)))", "не(заголовок(терм(коорд( $a, K$ )) набор))". Создаются также указатели "контрольвывода(ориентация( $K, (a, b, c)$ ))", "новыйсимвол( $x$  фикс(0 1))", "новыйсимвол( $y$  фикс(0 2))", "новыйсимвол( $z$  фикс(0 3))". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 15.

- (b) Ввод в рассмотрение связанного с текущим числовым атомом "неизв" координатного набора, выраженного через новые параметры.

Пример:

$$\forall_{ABKPRab}(\text{прямокоорд}(K) \ \& \ K = (P, Q, R) \ \& \ \text{актив}(\text{вектор}(AB)) \rightarrow a - \text{число} \ \& \ b - \text{число} \ \& \ \text{коорд}(B, K) = (a, b))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Указатель "контрольвывода" инициирует попытку его применения при усмотрении имеющего тип "неизв" числового атома "скалумнож(вектор(AB), f)". Прием вводит новые переменные  $a, b$ .

Спецификация приема имеет вид "тип(тождество)", "терм( $t$ )", где  $t$  - текущий числовой атом. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать)тип(исследовать))", "не(заголовок(терм(коорд( $B, K$ )) набор))", "конец(неизв(теквхожд))". Создаются также указатели "контрольвывода(скалумнож(вектор(AB), f))", "новыйсимвол( $a$  фикс(0 1))", "новыйсимвол( $b$  фикс(0 2))". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 3.

#### 14. Координаты множества объектов.

- (a) Вывод уравнений для координат множества объектов.

- i. Вывод уравнения для координат множества объектов.

- A. Вывод уравнения для координат множества объектов.

Пример:

$$\forall_{ABEKabcpr}(\text{прямокоорд}(K) \ \& \ \text{парабола}(E) \ \& \ \text{вершина}(A, E) \ \& \ \text{коорд}(A, K) = (a, b) \ \& \ \text{фокальныйпараметр}(E) = p \ \& \ \text{направлпараболы}(E, B) \ \& \ \text{коорд}(B, K) = (c, 0) \ \& \ \neg(c = 0) \rightarrow \text{коорд}(E, K) = \text{set}_{xy}((y - b)^2 - 2psg(c)(x - a) = 0 \ \& \ x - \text{число} \ \& \ y - \text{число}))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование.

Спецификация приема имеет вид "тип(значениепеременной)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать)тип(исследовать))", "не(заголовок(терм(коорд( $E, K$ )) класс))". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 37.

- B. Вывод уравнения для координат множества объектов, не содержащего старых неизвестных параметров.

Пример:

$$\forall_{ABEKabcdp}(\text{эллипс}(E) \ \& \ \text{прямокоорд}(K) \ \& \ \text{вершина}(A, E) \ \& \ \text{вершина}(B, E) \ \& \ \text{осьсимметрии}(прямая(AB), E) \ \& \ \text{коорд}(A, K) = (a, b) \ \& \ \text{коорд}(B, K) = (c, d) \ \& \ \text{разныеточки}(A, B) \rightarrow p - \text{число} \ \& \ )$$

$$0 < p \ \& \ \text{коорд}(E, K) = \text{set}_{xy}(((c-a)(2x-a-c) + (d-b)(2y-b-d))^2 + p((c-a)(2y-b-d) - (d-b)(2x-a-c))^2 - ((c-a)^2 + (d-b)^2)^2 = 0 \ \& \ x - \text{число} \ \& \ y - \text{число}))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Первые пять антецедентов идентифицируются с посылками. Выражения  $a, b, c, d$  не содержат неизвестных. Прием вводит новую переменную  $p$ .

Спецификация приема имеет вид "тип(верхнийкрай)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать)тип(исследовать))", "не(заголовок(терм(коорд( $E, K$ )) класс))", "известно( $a$ )", "известно( $b$ )", "известно( $c$ )", "известно( $d$ )", "не(равно( $A B$ ))". Создается также указатель "новаяпеременная( $p$ )". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 13.

- C. Вывод уравнения для координат множества объектов, связанного с неизвестными задачи.

Пример:

$$\forall_{ABCDKabcd}(C \in \text{прямая}(AB) \ \& \ D \in \text{прямая}(AB) \ \& \ \text{коорд}(C, K) = (a, b) \ \& \ \text{коорд}(D, K) = (c, d) \ \& \ \text{разныеточки}(C, D) \rightarrow \text{коорд}(\text{прямая}(AB), K) = \text{set}_{xy}((d-b)x + (a-c)y + cb - ad = 0 \ \& \ x - \text{число} \ \& \ y - \text{число}))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Третий и четвертый антецеденты идентифицируются с посылками. Прямая  $AB$  уже рассматривается в задаче. Оператор "связкоорд" усматривает возможность связать ее координаты с неизвестными задачи.

Спецификация приема имеет вид "тип(усмугол)", "терм( $t$ )", где  $t$  - множество объектов, связанное с неизвестными. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 9 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать)тип(исследовать))", "не(заголовок(терм(коорд(прямая( $AB$ ),  $K$ )) класс))", "легковидеть(связкоорд(коорд(прямая( $AB$ ),  $K$ )))", "усм(актив(прямая( $AB$ )))", "не(равно( $C D$ ))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

- D. Вывод не содержащего неизвестных уравнения для координат множества объектов, существенным образом связанного с неизвестными задачи.

В качестве примера рассмотрим прием, теорема которого - та же, что в предыдущем пункте. В нем вместо оператора "связкоорд" используется оператор "существоорд", усматривающий более тесную связь с неизвестными. Кроме того, выражения  $a, b, c, d$  не содержат неизвестных.

Спецификация приема имеет вид "тип(линейно)", "терм( $t$ )", где  $t$  - множество объектов, связанное с неизвестными. Справочник "за-

головокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать)тип(исследовать))", "не(заголовок(терм(коорд(прямая( $AB$ ), $K$ )) класс))", "известно( $a$ )", "известно( $b$ )", "известно( $c$ )", "известно( $d$ )", "легковидеть(существова(коорд(прямая( $AB$ ), $K$ )))", "усм(актив(прямая( $AB$ )))", "не(равно( $C$   $D$ ))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

Е. Вывод общего вида уравнения для координат множества объектов.

Пример:

$$\forall_{ABEKabcd}(\text{прямкоорд}(K) \ \& \ \text{линвторпорядка}(E) \ \& \ \text{осьсимметрии}(\text{прямая}(AB), E) \ \& \ \text{коорд}(\text{прямая}(AB), K) = \text{set}_{xy}(x = 0 \ \& \ x - \text{число} \ \& \ y - \text{число}) \rightarrow a - \text{число} \ \& \ b - \text{число} \ \& \ c - \text{число} \ \& \ d - \text{число} \ \& \ \text{коорд}(E, K) = \text{set}_{uv}(au^2 + bv^2 + cv + d = 0 \ \& \ u - \text{число} \ \& \ v - \text{число}))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Антецеденты идентифицируются с посылками. Уравнение для кривой  $E$  пока отсутствует. Прием вводит новые переменные  $a, b, c, d$ .

Спецификация приема имеет вид "тип(Подчинено)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать)тип(исследовать))", "не(заголовок(терм(коорд( $E, K$ )) класс))", "не(контекст(равно( $x_5$  терм(фикс( $E$ ))) посылка( $x_6$ ) вид( $x_6$  равно(коорд( $x_5$   $x_7$ ) $x_8$ )) символ( $x_8$  класс)))". Создаются также указатели "новаяпеременная( $a$ )", "новаяпеременная( $b$ )", "новаяпеременная( $c$ )", "новаяпеременная( $d$ )". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 25.

ii. Вывод уравнения для текущих координат множества объектов.

А. Вывод уравнения для текущих координат множества объектов.

Пример:

$$\forall_{AKf}(\text{прямкоорд}(K) \ \& \ \text{коорд}(A, K) = \text{set}_{xy}(f(x, y) = 0 \ \& \ x - \text{число} \ \& \ y - \text{число}) \rightarrow \text{полкоорд}(A, K) = \text{set}_{pq}(f(p \cos q, p \sin q) = 0 \ \& \ 0 \leq p \ \& \ -\pi < q \ \& \ q \leq \pi \ \& \ p - \text{число} \ \& \ q - \text{число}))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Указатель "контрольвывода" инициирует попытку его применения при усмотрении подвыражения "полкоорд( $A, K$ )". Уравнение для полярных координат множества  $A$  пока отсутствует.

Спецификация приема имеет вид "тип(семействомножеств)", "терм( $t$ )", где  $t$  - текущие координаты множества объектов. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать)тип(исследовать))", "не(заголовок(терм(полкоорд( $A, K$ )) класс))". Создается также указатель "контрольвывода(полкоорд( $A, K$ ))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 15.

- В. Вывод уравнения для текущих координат множества объектов, не содержащего старых неизвестных параметров.

Пример:

$$\forall_{ABCDK} abcdefmnpqr (\text{прямокоорд}(K) \ \& \ \text{прямая}(AB) \perp \text{прямая}(CD) \\ \& \ \text{коорд}(C, K) = (d, e, f) \ \& \ \text{коорд}(\text{прямая}(AB), K) = \text{set}_{xyz}(\text{пропорцнаборы}((x+a, y+b, z+c), (p, q, r)) \ \& \ x\text{-число} \ \& \ y\text{-число} \ \& \ z\text{-число}) \\ \& \ m = p(a+d) + q(b+e) + r(c+f) \ \& \ n = p^2 + q^2 + r^2 \ \& \ D \in \text{прямая}(AB) \rightarrow \text{коорд}(\text{прямая}(CD), K) = \text{set}_{xyz}(\text{пропорцнаборы}((x-d, y-e, z-f), (mp - (a+d)n, mq - (b+e)n, mr - (c+f)n)) \ \& \ x\text{-число} \ \& \ y\text{-число} \ \& \ z\text{-число}))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Указатель "контрольвывода" инициирует попытку его применения при усмотрении подвыражения "коорд(прямая(CD), K)". Выражения  $a, b, c, d, p, q, r$  не содержат неизвестных.

Спецификация приема имеет вид "тип(текцвет)", "терм( $t$ )", где  $t$  - текущие координаты множества объектов. Справочник "заголовковприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать)тип(исследовать))", "не(заголовок(терм(коорд(прямая(CD), K)) класс))", "известно( $a$ )", "известно( $b$ )", "известно( $c$ )", "известно( $d$ )", "известно( $e$ )", "известно( $f$ )", "известно( $p$ )", "известно( $q$ )", "известно( $r$ )", "усм(актив(прямая(CD)))", "не(равно(C D))". Создается также указатель "контрольвывода(коорд(прямая(CD), K))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 5.

- С. Вывод общего вида уравнения для текущих координат множества объектов.

Пример:

$$\forall_{EK} abcdef (\text{эллипс}(E) \ \& \ \text{прямокоорд}(K) \rightarrow a\text{-число} \ \& \ b\text{-число} \ \& \ c\text{-число} \ \& \ d\text{-число} \ \& \ e\text{-число} \ \& \ f\text{-число} \ \& \ \text{коорд}(E, K) = \text{set}_{xy}(ax^2 + bxy + cy^2 + dx + ey + f = 0 \ \& \ x\text{-число} \ \& \ y\text{-число}) \ \& \ b^2 - 4ac < 0)$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Указатель "контрольвывода" инициирует попытку его применения при усмотрении подвыражения "коорд( $E, K$ )". Прием вводит новые переменные  $a, b, c, d, e, f$ .

Спецификация приема имеет вид "тип(фильтротрезков)", "терм( $t$ )", где  $t$  - текущие координаты множества объектов. Справочник "заголовковприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать)тип(исследовать))", "не(заголовок(терм(коорд( $E, K$ )) класс))", "конец(не(легковидеть(опредкоорд(коорд( $E, K$ ))))". Создаются также указатели "контрольвывода(коорд( $E, K$ ))", "новыйсимвол( $a$  фикс(0 1))", "новыйсимвол( $b$  фикс(0 2))", "новыйсимвол( $c$  фикс(0 3))", "новыйсимвол( $d$  фикс(0 4))", "новыйсимвол( $e$  фикс(0 5))", "новыйсимвол( $f$  фикс(0 6))". Этого почти достаточно.



Число приемов данного типа - 23.

- D. Вывод общего вида уравнения для текущих координат множества объектов, не содержащего старых неизвестных параметров.

Пример:

$$\forall_{ABKabc}(\text{прямкоорд}(K) \ \& \ l(AB) = c \rightarrow a - \text{число} \ \& \ b - \text{число} \ \& \ \text{коорд}(\text{окружность}(AB), K) = \text{set}_{xy}(x^2 + y^2 - 2ax - 2by + a^2 + b^2 - c^2 = 0 \ \& \ x - \text{число} \ \& \ y - \text{число}))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Указатель "контрольвывода" инициирует попытку его применения при усмотрении подвыражения "коорд(окружность(AB), K)". Второй антецедент выделен указателем "идентификатор". Выражение  $c$  не содержит неизвестных. Прием вводит новые переменные  $a, b$ .

Спецификация приема имеет вид "тип(внеотрезка)", "терм( $t$ )", где  $t$  - текущие координаты множества объектов. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать)тип(исследовать))", "не(заголовок(терм(коорд(окружность(AB), K)) класс))", "известно( $c$ )".

Создаются также указатели "контрольвывода(коорд(окружность(AB), K))", "новыйсимвол( $a$  фикс(0 1))", "новыйсимвол( $b$  фикс(0 2))". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 6.

- iii. Вывод параметрического описания для текущих координат множества объектов.

Пример:

$$\forall_{ABKMabcd}(\text{Прямая}(A) \ \& \ A \parallel B \ \& \ \text{Вектор}(B) \ \& \ \text{коорд}(B, K) = (c, d) \ \& \ M \in A \ \& \ \text{коорд}(M, K) = (a, b) \rightarrow \text{коорд}(A, K) = \text{set}_{xy}(\exists_t(t - \text{число} \ \& \ x = ct + a \ \& \ y = dt + b)))$$

Прием применяется в посылках задачи на исследование, имеющей цель "вспомпараметр". Указатель "контрольвывода" инициирует попытку его применения при усмотрении подвыражения "коорд(A, K)". Все антецеденты, кроме четвертого и шестого, выделенных указателем "идентификатор", идентифицируются с посылками.

Спецификация приема имеет вид "тип(Преобр)", "терм( $t$ )", где  $t$  - текущие координаты множества объектов. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "посылка", "тип(исследовать)", "цель(вспомпараметр)", "не(заголовок(терм(коорд(A, K)) класс))". Создается также указатель "контрольвывода(коорд(A, K))". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 3.

- iv. Вывод уравнения для координат множества объектов, связанного с текущим термом.

Пример:

$$\forall_{ABCDEKabcd}(E \in \text{прямая}(AB) \ \& \ C \in \text{прямая}(AB) \ \& \ D \in \text{прямая}(AB) \ \& \ \text{коорд}(C, K) = (a, b) \ \& \ \text{коорд}(D, K) = (c, d) \ \& \ \text{разныеточки}(C, D) \rightarrow$$

коорд(прямая( $AB$ ),  $K$ ) =  $\text{set}_{xy}((d-b)x + (a-c)y + bc - ad = 0 \ \& \ x - \text{число} \ \& \ y - \text{число})$ )

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Указатель "контрольвывода" инициирует попытку его применения при усмотрении подвыражения "классточки( $E, p$ )".

Спецификация приема имеет вид "тип(перемещение)", "терм( $t$ )", где  $t$  - текущий терм. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать)тип(исследовать))", "не(заголовок(терм(коорд(прямая( $AB$ ),  $K$ )) класс))", "усм(актив(прямая( $AB$ )))", "не(равно( $C E$ ))", "не(равно( $D E$ ))не(равно( $C D$ ))". Создается также указатель "контрольвывода(классточки( $E x5$ ))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 3.

v. Вывод уравнений для координат множеств объектов.

A. Вывод уравнений для координат множеств объектов.

Пример:

$\forall_{ABCEK} abcde m$  (прямкоорд( $K$ ) & асимптота(прямая( $AB$ ),  $E$ ) & асимптота(прямая( $AC$ ),  $E$ ) & коорд( $E, K$ ) =  $\text{set}_{xy}(ax^2 + bx + cy^2 + dy + e = 0 \ \& \ x - \text{число} \ \& \ y - \text{число})$  & гипербола( $E$ ) &  $m = \sqrt{-c/a}$  & разныепрямые(прямая( $AB$ ), прямая( $AC$ ))  $\rightarrow$  коорд(прямая( $AB$ ),  $K$ ) =  $\text{set}_{uv}(2acu + 2actv + ad + mbc = 0 \ \& \ u - \text{число} \ \& \ v - \text{число})$  & коорд(прямая( $AC$ ),  $K$ ) =  $\text{set}_{uv}(2acu - 2actv + ad - mbc = 0 \ \& \ u - \text{число} \ \& \ v - \text{число})$ )

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Первые пять антецедентов идентифицируются с посылками.

Спецификация приема имеет вид "тип(арифмпрогрессия)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать)тип(исследовать))", "не(заголовок(терм(коорд(прямая( $AB$ ),  $K$ )) класс))", "не(заголовок(терм(коорд(прямая( $AC$ ),  $K$ )) класс))", "не(контекст(равно( $x6$  терм(фикс(прямая( $AB$ )))) посылка( $x7$ ) вид( $x7$  равно(коорд( $x6$   $x8$ )  $x9$ )) символ( $x9$  класс))", "не(контекст(равно( $x6$  терм(фикс(прямая( $AC$ )))) посылка( $x7$ ) вид( $x7$  равно(коорд( $x6$   $x8$ )  $x9$ )) символ( $x9$  класс))", "не(равно(терм(прямая( $AB$ )) терм(прямая( $AC$ ))))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 5.

B. Вывод уравнений для рассматриваемых в задаче координат множеств объектов.

Пример:

$\forall_{ABCDK} abcde$  (прямкоорд( $K$ ) & квадрат( $ABCD$ )  $\rightarrow a - \text{число} \ \& \ b - \text{число} \ \& \ c - \text{число} \ \& \ d - \text{число} \ \& \ e - \text{число} \ \& \ \text{коорд(прямая(} AB), K) = \text{set}_{xy}(ax + by + c = 0 \ \& \ x - \text{число} \ \& \ y - \text{число})$  & коорд(прямая( $BC$ ),  $K$ ) =  $\text{set}_{xy}(-bx + ay + d = 0 \ \& \ x - \text{число} \ \& \ y - \text{число})$  & коорд(прямая( $CD$ ),  $K$ ) =  $\text{set}_{xy}(ax + by + e = 0 \ \& \ x - \text{число} \ \& \ y - \text{число})$  &

коорд(прямая( $AD$ ),  $K$ ) =  $\text{set}_{xy}(-bx + ay + d + e - c = 0 \ \& \ x - \text{число} \ \& \ y - \text{число}) \vee$  коорд(прямая( $AD$ ),  $K$ ) =  $\text{set}_{xy}(-bx + ay + d + c - e = 0 \ \& \ x - \text{число} \ \& \ y - \text{число})$ )

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Антецеденты идентифицируются с посылками. Ссылки на координаты прямых  $AB$ ,  $BC$ ,  $CD$ ,  $AD$  уже имеются в задаче, но уравнения для этих прямых не введены.

Спецификация приема имеет вид "тип(имяугла)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 2 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать)тип(исследовать))", "контекст(посылка(хб) вхождениетерма(хб коорд(прямая( $AB$ ) $K$ )))", "контекст(посылка(хб) вхождениетерма(хб коорд(прямая( $BC$ ) $K$ )))", "контекст(посылка(хб) вхождениетерма(хб коорд(прямая( $CD$ ) $K$ )))", "контекст(посылка(хб) вхождениетерма(хб коорд(прямая( $AD$ ) $K$ )))", "не(заголовок(терм(коорд(прямая( $AB$ ) $K$ )) класс))", "не(заголовок(терм(коорд(прямая( $BC$ ) $K$ )) класс))", "не(заголовок(терм(коорд(прямая( $CD$ ) $K$ )) класс))", "не(заголовок(терм(коорд(прямая( $AD$ ) $K$ )) класс))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

- vi. Дополнительное построение и вывод уравнений для координат множеств объектов.

Пример:

$\forall_{ABCDEKabcd}$ (прямкоорд( $K$ ) & равнгипербола( $E$ ) & асимптота(прямая( $AB$ ),  $E$ ) & коорд(прямая( $AB$ ),  $K$ ) =  $\text{set}_{xy}(ax + by + c = 0 \ \& \ x - \text{число} \ \& \ y - \text{число}) \rightarrow C - \text{точка} \ \& \ D - \text{точка} \ \& \ \text{асимптота(прямая}(CD), E) \ \& \ d - \text{число} \ \& \ \text{коорд(прямая}(CD), K) = \text{set}_{uv}(-bu + av + d = 0 \ \& \ u - \text{число} \ \& \ v - \text{число})$ )

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Первые три антецедента идентифицируются с посылками, четвертый - выделен указателем "идентификатор". Прием вводит новые переменные  $C$ ,  $D$ ,  $d$ .

Спецификация приема имеет вид "тип(комментарий)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать)тип(исследовать))". Создаются также указатели "новыйсимвол( $d$  фикс(0 4))", "новыйсимвол( $C$  фикс(0 4))", "новыйсимвол( $D$  фикс(0 4))". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 11.

- vii. Разбиение исследуемого множества объектов, заданного уравнением, на несколько подмножеств, тоже заданных уравнениями.

Пример:

$\forall_{ABЕКfgh}$ ( $f(x, y, z) = gh$  & коорд( $E, K$ ) =  $\text{set}_{xyz}(f(x, y, z) = 0 \ \& \ x - \text{число} \ \& \ y - \text{число} \ \& \ z - \text{число}) \rightarrow A - \text{set} \ \& \ B - \text{set} \ \& \ A \cup B = E$  & коорд( $A, K$ ) =  $\text{set}_{xyz}(g = 0 \ \& \ x - \text{число} \ \& \ y - \text{число} \ \& \ z - \text{число})$  & коорд( $B, K$ ) =  $\text{set}_{xyz}(h = 0 \ \& \ x - \text{число} \ \& \ y - \text{число} \ \& \ z - \text{число})$ )

Прием применяется в задачах на исследование, имеющих цель "эллипсоид" (т.е. решаемых для исследования свойств поверхности, заданной своим уравнением). Первый антецедент выделен указателем "идентификатор", второй - идентифицируется с посылкой. Прием вводит новые переменные  $A, B$ .

Спецификация приема имеет вид "тип(нормусм)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "тип(исследовать)", "цель(эллипсоид)". Он не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 3.

(b) Вывод соотношений для параметров уравнений координат множества объектов.

i. Вывод соотношений для параметров уравнений координат множества объектов.

A. Вывод соотношений для параметров уравнений координат множества объектов.

Пример:

$$\forall_{ABCDEKMNabcdpq} (M \in \text{прямая}(AB) \ \& \ N \in \text{прямая}(CD) \ \& \\ E \in \text{прямая}(MN) \ \& \ l(ME) = l(NE) \ \& \ \text{коорд}(\text{прямая}(AB), \\ K) = \text{set}_{xy}(ax + by + c = 0 \ \& \ x - \text{число} \ \& \ y - \text{число}) \ \& \\ \text{коорд}(\text{прямая}(CD), K) = \text{set}_{uv}(au + bv + d = 0 \ \& \ u - \text{число} \ \& \\ v - \text{число}) \ \& \ \text{коорд}(E, K) = (p, q) \ \& \ \text{разныепрямые}(\text{прямая}(AB), \\ \text{прямая}(MN)) \rightarrow 2ap + 2bq + c + d = 0)$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Пятый, шестой и седьмой антецеденты идентифицируются с посылками.

Спецификация приема имеет вид "тип(терминал)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать)тип(исследовать))", "усм(актив(прямая(AB)))", "усм(актив(прямая(CD)))", "усм(актив(прямая(MN)))", "не(равно(M N))", "не(равно(терм(прямая(AB)) терм(прямая(MN))))". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 44.

V. Вывод соотношений для параметров содержащих неизвестные уравнений координат множеств объектов.

Пример:

$$\forall_{EKabcdef} (\text{прямкоорд}(K) \ \& \ \text{коорд}(E, K) = \text{set}_{xy}(ax^2 + bxy + cy^2 + dx + \\ ey + f = 0 \ \& \ x - \text{число} \ \& \ y - \text{число}) \ \& \ \text{парабола}(E) \rightarrow b^2 - 4ac = 0)$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Уравнение параболы содержит неизвестные.

Спецификация приема имеет вид "тип(повторчисло)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать)тип(исследовать))", "не(известно(фикс(2 2)))". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 17.

- ii. Вывод соотношений для параметров текущего уравнения координат множеств объектов.

Пример:

$$\forall_{ABCDK} \text{координат}(K) = \text{set}_{xy}(ax + by + c = 0 \ \& \ x - \text{число} \ \& \ y - \text{число}) \ \& \ \text{прямая}(AD) \perp \text{прямая}(BC) \ \& \ \text{координат}(K) = \text{set}_{uv}(du + ev + f = 0 \ \& \ u - \text{число} \ \& \ v - \text{число}) \ \& \ \text{прямкоординат}(K) \rightarrow ad + be = 0$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Указатель "контрольвывода" инициирует попытку его применения при усмотрении подвыражения "координат(прямая(BC), K)". Первые два антецедента идентифицируются с посылками, третий - выделен указателем "идентификатор".

Спецификация приема имеет вид "тип(фокпараметр)", "терм(t)", где t - текущий терм для координат множества объектов. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать)тип(исследовать))", "усм(актив(прямая(AD)))", "усм(актив(прямая(BC)))". Создается также указатель "контрольвывода(координат(прямая(BC)K))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 7.

- iii. Связь числовых атомов с параметрами уравнений для координат множеств объектов.

A. Связь числовых атомов с параметрами уравнений для координат множеств объектов.

Пример:

$$\forall_{ABCDEK} \text{прямкоординат}(K) \ \& \ \text{гипербола}(E) \ \& \ \text{асимптота}(AB, E) \ \& \ \text{асимптота}(AC, E) \ \& \ \text{координат}(E, K) = \text{set}_{xy}(ax^2 + bx + cy^2 + dy + e = 0 \ \& \ x - \text{число} \ \& \ y - \text{число}) \ \& \ D \in \text{Угол}(BAC) \ \& \ \text{координат}(D, K) = (p, q) \ \& \ 2cq + d = 0 \ \& \ \text{актив}(\angle(BAC)) \rightarrow (a + c) \text{tg}(\angle(BAC)) - 2\text{sg}(c)\sqrt{-ac} = 0$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Первые шесть антецедентов идентифицируются с посылками.

Спецификация приема имеет вид "тип(функциональныйсимвол)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать)тип(исследовать))", "усм(актив(прямая(AB)))", "усм(актив(прямая(AC)))", "не(усм(принадлежит(C прямая(AB))))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 7.

B. Определение числового атома с помощью уравнений для координат множеств объектов.

Пример:

$$\forall_{ABKabcd}(\text{прямкоорд}(K) \& \text{коорд}(\text{окружность}(AB), K) = \text{set}_{xy}(ax^2 + ay^2 + bx + cy + d = 0 \& x - \text{число} \& y - \text{число}) \rightarrow 4a^2(l(AB))^2 = b^2 + c^2 - 4ad)$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Антецеденты идентифицируются с посылками. Выражения  $a, b, c, d$  не содержат неизвестных, а выражение для расстояния  $AB$  - содержит.

Спецификация приема имеет вид "тип(функция)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать)тип(исследовать))", "известно( $a$ )", "известно( $b$ )", "известно( $c$ )", "известно( $d$ )", "не(известно(терм( $l(AB)$ )))", "не(равно( $A B$ ))". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

- С. Определение числового атома "неизв" с помощью уравнений для координат множеств объектов.

Пример:

$$\forall_{ABCDKabcde}(\text{прямая}(AB) \perp \text{прямая}(CD) \& B \in \text{прямая}(CD) \& \text{коорд}(\text{прямая}(CD), K) = \text{set}_{xy}(ax + by + c = 0 \& x - \text{число} \& y - \text{число}) \& \text{коорд}(A, K) = (d, e) \& \text{прямкоорд}(K) \& \text{актив}(l(AB)) \rightarrow l(AB)^2 = (ad + be + c)^2 / (a^2 + b^2))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Третий, четвертый и пятый антецеденты идентифицируются с посылками. Выражения  $a, b, c, d, e$  не содержат неизвестных. Расстояние  $AB$  имеет тип "неизв".

Спецификация приема имеет вид "тип(ограничена)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать)тип(исследовать))", "известно( $a$ )", "известно( $d$ )", "известно( $b$ )", "известно( $e$ )", "известно( $c$ )", "неизв(терм( $l(AB)$ ))", "усм(актив(прямая( $AB$ )))", "не(равно( $A B$ ))", "усм(актив(прямая( $CD$ )))". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 2.

- iv. Связь текущего числового атома с параметрами уравнения для координат множества объектов.

- А. Связь текущего числового атома с параметрами уравнения для координат множества объектов.

Пример:

$$\forall_{EKabcdem}(\text{прямкоорд}(K) \& \text{коорд}(E, K) = \text{set}_{xy}(ax^2 + bx + cy^2 + dy + e = 0 \& x - \text{число} \& y - \text{число}) \& \text{эллипс}(E) \& m = b^2c + d^2a - 4ace \rightarrow \text{малаяось}(E) = \min(\sqrt{m/(a^2c)}, \sqrt{m/(ac^2)}) \& 0 < ma \& 0 < ac)$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Указатель "контрольвывода" инициирует попытку его применения при усмотрении выражения "малаяось( $E$ )". Первые три антецедента идентифицируются с посылками.

Спецификация приема имеет вид "тип(монотоннозависит)", "терм( $t$ )", где  $t$  - текущий числовой атом. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать)тип(исследовать))", "не(известно(результат))". Создается также указатель "контрольвывода(малаяось( $E$ ))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 29.

- В. Связь текущего известного числового атома с параметрами уравнения для координат множества объектов.

Пример:

$$\begin{aligned} & \forall_{ABCDK} \text{коорд(прямая}(AB), K) = \\ & \text{set}_{xyz}(\text{пропорцнаборы}((x+a, y+b, z+c), (d, e, f)) \& x - \text{число} \& \\ & y - \text{число} \& z - \text{число}) \& \text{коорд(прямая}(CD), K) = \\ & \text{set}_{uvw}(\text{пропорцнаборы}((u+g, v+h, w+m), (p, q, r)) \& u - \text{число} \& \\ & v - \text{число} \& w - \text{число}) \& \text{прямкоорд}(K) \rightarrow (d^2 + e^2 + f^2)(p^2 + q^2 + \\ & r^2)(\cos(\text{уголмежду(прямая}(AB), \text{прямая}(CD))))^2 - (dp + eq + fr)^2 = \\ & 0) \end{aligned}$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Указатель "контрольвывода" инициирует попытку его применения при усмотрении выражения "уголмежду(прямая( $AB$ ) прямая( $CD$ ))". Это выражение, после обработки нормализатором общей стандартизации, не содержит неизвестных. Первые два антецедента выделены указателем "идентификатор".

Спецификация приема имеет вид "тип(делитель)", "терм( $t$ )", где  $t$  - текущий числовой атом. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать)тип(исследовать))", "известно(терм(уголмежду(прямая( $AB$ ) прямая( $CD$ ))))", "не(известно(результат))". Создается также указатель "контрольвывода(уголмежду(прямая( $AB$ ) прямая( $CD$ )))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 2.

- v. Вывод ограничения на параметры уравнения для координат множества объектов.

Пример:

$$\begin{aligned} & \forall_{ABCDEFGK} (E \in \text{прямая}(AB), E \in \text{прямая}(CD) \& \\ & F \in \text{Угол}(BED) \& G \in \text{Угол}(BED) \& \text{коорд(прямая}(AB), K) = \\ & \text{set}_{xy}(ax + by + c = 0 \& x - \text{число} \& y - \text{число}) \& \text{коорд}(F, K) = \\ & (d, e) \& \text{коорд}(G, K) = (p, q) \rightarrow 0 \leq (ad + be + c)(ap + bq + c)) \end{aligned}$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Третий, четвертый и пятый антецеденты идентифицируются с посылками.

Спецификация приема имеет вид "тип(нормнабор)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать)тип(исследовать))", "конец(не(легковидеть( $0 \leq (ad + be + c)(ap + bq + c)$ )))", "усм(актив(прямая( $AB$ )))",

"не(равно( $A B$ ))", "усм(актив(прямая( $CD$ )))", "не(равно( $C D$ ))". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 22.

(с) Вывод соотношений для координат объектов с помощью уравнения координат множеств объектов.

i. Вывод соотношений для координат объектов с помощью уравнения координат множеств объектов.

Пример:

$$\forall_{ABK} P_{abc}(\text{коорд}(A, K) = (a, b, c) \ \& \ \text{коорд}(\text{прямая}(AB), K) = \text{set}_{xyz}(P(x, y, z)) \rightarrow P(a, b, c))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Второй антецедент идентифицируется с посылкой, первый - выделен указателем "идентификатор".

Спецификация приема имеет вид "тип(числоценка)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать)тип(исследовать))". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 8.

ii. Вывод соотношений для связанных с внешними неизвестными координат объектов с помощью известного уравнения координат множеств объектов.

Пример:

$$\forall_{ABK} P_{ab}(\text{коорд}(A, K) = (a, b) \ \& \ \text{коорд}(\text{прямая}(AB), K) = \text{set}_{xy}(P(x, y)) \rightarrow P(a, b))$$

Прием применяется в посылках задачи на исследование. Первый антецедент выделен указателем "идентификатор", второй - идентифицируется с посылкой. Хотя бы одно из выражений  $a, b$  либо содержит неизвестную внешней задачи на описание, либо имеет общую переменную с уравнением, содержащим такую неизвестную.

Спецификация приема имеет вид "тип(смоглавление)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 1 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать)тип(исследовать))", "известно(фикс(2 2))", "или(неизвперем( $a$ ) неизвперем( $b$ ))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

iii. Подстановка известных координат объекта в содержащее неизвестные уравнение координат множеств объектов.

В качестве примера возьмем прием, теорема которого - та же, что в предыдущем пункте. Этот прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Антецеденты обрабатываются так же, как выше. Выражения  $a, b$  не содержат неизвестных, а уравнение прямой - содержит.



Спецификация приема имеет вид "тип(блокзамещения)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 2 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать)тип(исследовать))", "не(известно(фикс(2 2)))", "известно( $a$ )", "известно( $b$ )". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

- iv. Вывод соотношений для неизвестных координат объектов с помощью известного уравнения координат множества объектов при контроле подслучая.

Пример:

В качестве примера возьмем прием, теорема которого - та же, что в предыдущем пункте. Этот прием применяется в посылках задачи на исследование, имеющей цель "контроль". Антецеденты обрабатываются так же, как выше. Уравнение прямой не содержит неизвестных, а хотя бы одно из выражений  $a, b$  - содержит. В задаче рассматривается биссектриса, в обозначении которой встречается точка  $A$ .

Спецификация приема имеет вид "тип(геомредактор)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 2 и вводит фильтры "тип(исследовать)", "цель(контроль)", "известно(фикс(2 2))", "не(известно(фикс(1 2)))". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 1.

- (d) Выражение координат объекта через параметры уравнений для координат множеств объектов.
- i. Выражение координат объекта через параметры уравнений для координат множеств объектов.

Пример:

$$\forall_{ABKabcd}(\text{прямкоорд}(K) \ \& \ \text{коорд}(\text{окружность}(AB), K) = \text{set}_{xy}(ax^2 + ay^2 + bx + cy + d = 0 \ \& \ x - \text{число} \ \& \ y - \text{число}) \rightarrow \text{коорд}(A, K) = (-b/(2a), -c/(2a)) \ \& \ \neg(a = 0))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование.

Спецификация приема имеет вид "тип(равныедлины)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать)тип(исследовать))", "не(заголовок(терм(коорд( $A, K$ )) набор))", "не(контекст(посылка( $x_5$ )) вид( $x_5$  равно(коорд( $A$   $x_6$ ) $x_7$ )) заголовок( $x_7$  набор))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 17.

- ii. Определение координат объекта с помощью известных уравнений для координат множеств объектов.

Пример:

$$\forall_{ABCDEFKabcdefmpqrst}(\text{коорд}(\text{плоскость}(CDE), K) = \text{set}_{xyz}(px + qy + rz + s = 0 \ \& \ x - \text{число} \ \& \ y - \text{число} \ \& \ z - \text{число}) \ \& \ \text{коорд}(\text{прямая}(AB), K) = \text{set}_{uvw}(\text{пропорцнаборы}((u + a, v + b, w + c), (d, e, f)) \ \& \ u - \text{число} \ \& \ v - \text{число} \ \& \ w - \text{число}) \ \& \ F \in \text{плоскость}(CDE) \ \& \ F \in \text{прямая}(AB) \ \& \ m =$$

$$pd + qe + rf \ \& \ \neg(m = 0) \ \& \ t = (pa + qb + rc - s)/m \rightarrow \text{коорд}(F, K) = (dt - a, et - b, ft - c)$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Уравнения плоскости и прямой не содержат неизвестных. Первый антецедент идентифицируется с посылкой, второй - выделен указателем "идентификатор".

Спецификация приема имеет вид "тип(классточки)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать)тип(исследовать))", "не(заголовок(терм(коорд( $F, K$ )) набор))", "известно(фикс(1 2))", "известно(фикс(2 2))", "не(равно( $D E$ ))", "не(равно( $C E$ ))", "не(равно( $C D$ ))", "усм(актив(прямая( $AB$ )))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

- (e) Ввод в рассмотрение координат множества объектов, связанного с текущим термом.

Пример:

$$\forall_{ABCDK}(\text{прямкоорд}(K) \rightarrow \text{актив}(\text{коорд}(\text{прямая}(AB), K)))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Указатель "контрольвывода" инициирует попытку его применения при усмотрении подвыражения "уголмежду(прямая( $AB$ ), прямая( $CD$ ))".

Спецификация приема имеет вид "тип(значениемн)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 6 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать)тип(исследовать))", "не(контекст(посылка( $x1$ ) позиция( $x2$   $x1$ )вид( $x2$  коорд(прямая( $AB$ )) $x3$ )))". Создается также указатель "контрольвывода(уголмежду(прямая( $AB$ ), прямая( $CD$ )))". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 5.

- (f) Характеризация множества объектов, использующая уравнения для их координат.

- i. Усмотрение вида множества объектов по уравнению для его координат.

Пример:

$$\forall_{EKabcdef}(\text{прямкоорд}(K) \ \& \ \text{коорд}(E, K) = \text{set}_{xy}(ax^2 + bxy + cy^2 + dx + ey + f = 0 \ \& \ x - \text{число} \ \& \ y - \text{число}) \ \& \ 0 < 4ac - b^2 \ \& \ (a + c)(4acf + bde - ae^2 - cd^2 - fb^2) < 0 \rightarrow \text{эллипс}(E))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование.

Спецификация приема имеет вид "тип(подобны)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать)тип(исследовать))", "не(контекст(посылка( $x7$ ) заголовок( $x7$  гипербола парабола эллипс) равно( $E$  первый-терм( $x7$ )))". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 12.

- ii. Характеризация множеств объектов с помощью уравнений для координат.

Пример:

$$\forall_{AEK} abcde mn (\text{прямокоорд}(K) \ \& \ \text{гипербола}(E) \ \& \ \text{коорд}(E, K) = \text{set}_{xy}(ax^2 + bx + cy^2 + dy + e = 0 \ \& \ x - \text{число} \ \& \ y - \text{число}) \ \& \ A \in E \ \& \ \text{коорд}(A, K) = (m, n) \ \& \ (2am + b = 0 \ \vee \ 2cn + d = 0) \rightarrow \text{вершина}(A, E))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование.

Спецификация приема имеет вид "тип(подобны)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать)тип(исследовать))". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

- iii. Усмотрение вида исследуемого множества объектов по параметрам уравнения для его координат.

Пример:

$$\forall_{EK} acdefg (\text{прямокоорд}(K) \ \& \ \text{коорд}(E, K) = \text{set}_{xyz}(ax^2 + ay^2 + cz^2 + dx + ey + fz + g = 0 \ \& \ x - \text{число} \ \& \ y - \text{число} \ \& \ z - \text{число}) \ \& \ ac < 0 \ \& \ cd^2 + ce^2 + af^2 - 4acg = 0 \rightarrow \text{Конус}(E) \ \& \ \text{круглый}(E))$$

Прием применяется в задачах на исследование, имеющих цель "эллипсоид". Такая цель - дополнение к цели "исследовать", указывающая, что требуется исследовать свойства поверхности, заданной своим уравнением.

Спецификация приема имеет вид "тип(Отрицание)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "тип(исследовать)", "цель(эллипсоид)", "не(контекст(посылка(x2) вид(x2 Конус(E))))", "или(не(заголовок(a 1)) не(заголовок(c 1)))". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 8.

- iv. Характеризация исследуемого множества объектов по параметрам уравнения для его координат.

Пример:

$$\forall_{AEKP} abcdefghpq (\text{прямокоорд}(K) \ \& \ \text{коорд}(E, K) = \text{set}_{xyz}(ax^2 + by^2 + cz^2 + dxy + exz + fyz + gx + hy + pz + q = 0 \ \& \ x - \text{число} \ \& \ y - \text{число} \ \& \ z - \text{число}) \ \& \ (\text{собствзначение}(A, u, v) \ \& \ \text{собствектор}(A, u, w)) = P \rightarrow \forall_{uvw} (P \rightarrow \text{собствектор}(E, u, K, w)))$$

Прием применяется в задачах на исследование, имеющих цель "эллипсоид". Первые два antecedента идентифицируются с посылками, третий - выделен указателем "идентификатор". Его левая часть обрабатывается задачей на описание с неизвестными  $u, v, w$ .

Спецификация приема имеет вид "тип(обобщмножитель)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "тип(исследовать)", "цель(эллипсоид)". Он не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 1.

- v. Текущий терм иницирует характеристику множеств объектов с помощью уравнений для координат.

Пример:

$$\forall_{ABCDEKabcdefpqrs}(\text{коорд}(\text{плоскость}(CDE), K) = \text{set}_{xyz}(px + qy + rz + s = 0 \ \& \ x - \text{число} \ \& \ y - \text{число} \ \& \ z - \text{число}) \ \& \ \text{коорд}(A, K) = (a, b, c) \ \& \ \text{коорд}(B, K) = (d, e, f) \ \& \ A - \text{точка} \ \& \ B - \text{точка} \ \& \ 0 \leq (ap + bq + cr + s)(dp + eq + fr + s) \rightarrow \text{однасторона}(A, B, \text{плоскость}(CDE)))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Указатель "контрольвывода" иницирует попытку его применения при усмотрении подвыражения "классточки(A x7)". Указатель "контекст" определяет дополнительную идентификацию посылки, содержащей подтерм "полупространство(плоскость(CDE)B)" либо "обрполупространство(плоскость(CDE)B)".

Первый антецедент идентифицируется с посылкой.

Спецификация приема имеет вид "тип(модификатор)", "терм(t)", "заголовок( $s_1 \dots s_m$ )", где  $t$  - текущий терм;  $s_1, \dots, s_n$  - такие заголовки, что ни одно из утверждений, получаемых из консеквента теоремы заменой его заголовка на один из этих заголовков, не усматривается из контекста. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать)тип(исследовать))", "не(легковидеть(однасторона(A, B, плоскость(CDE))))", "не(легковидеть(разныестороны(A, B, плоскость(CDE))))". Создается также указатель "контрольвывода(классточки(A, x7))". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 7.

- vi. Усмотрение стандартного представления исследуемого множества объектов по параметрам уравнения для его координат.

Пример:

$$\forall_{ABEKabcdefp}(\text{прямкоорд}(K) \ \& \ \text{коорд}(E, K) = \text{set}_{xy}(ax^2 + bxy + cy^2 + dx + ey + f = 0 \ \& \ x - \text{число} \ \& \ y - \text{число}) \ \& \ b^2 - 4ac = 0 \ \& \ 2cd - be = 0 \ \& \ e^2 - 4cf = 0 \ \& \ \neg(c = 0) \rightarrow A - \text{точка} \ \& \ B - \text{точка} \ \& \ \text{прямая}(AB) = E \ \& \ \text{коорд}(\text{прямая}(AB), K) = \text{set}_{uv}(bu + 2cv + e = 0 \ \& \ u - \text{число} \ \& \ v - \text{число}))$$

Прием применяется в задачах на исследование, имеющих цель "линия". Эта цель дополняет цель "исследовать" и указывает, что требуется исследовать свойства линии, заданной своим уравнением. Вводятся новые переменные  $A, B$ .

Спецификация приема имеет вид "тип(частное)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "посылка", "тип(исследовать)", "цель(линия)", "не(контекст(посылка(x7) вид(x7 равно(E прямая(x8 x9)))))", "или(не(заголовок(b 1))не(заголовок(c 1))и(или(не(заголовок(d 1))не(заголовок(e 1)))не(заголовок(a 1))))", "или(не(заголовок(f 0)) не(заголовок(e 1)))". Создаются также указатели "новыйсимвол(A фикс(0 1))", "новыйсимвол(B фикс(0 2))". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 11.

- vii. Усмотрение специальной системы координат, связанной с исследуемым множеством объектов, заданным уравнением.

Пример:

$$\forall_{ABCEKQ}(\text{прямокоорд}(K) \ \& \ \text{коорд}(E, K) = \text{set}_{xy}(ax^2 + cy^2 + e = 0 \ \& \ x - \text{число} \ \& \ y - \text{число}) \ \& \ 0 < ac \ \& \ 0 \leq e(a-c) \ \& \ ce < 0 \rightarrow \text{каноничкоорд}(K, E))$$

Прием применяется в задачах на исследование, имеющих цель "точки" либо цель "линия". Первая из этих целей указывает на необходимость дать бескоординатное описание множества точек, вторая - дополняет цель "исследовать" и указывает, что требуется исследовать свойства линии, заданной своим уравнением.

Спецификация приема имеет вид "тип(прямоуголы)", "цель( $s_1 \dots s_n$ )", где  $s_i$  - требуемые цели задачи на исследование. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "посылка", "тип(исследовать)", "или(цель(точки)цель(линия))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 3.

- (g) Ввод вспомогательной неизвестной для определения координат одного типа, если нужно найти координаты другого типа.

Пример:

$$\forall_{EKab}(\text{прямокоорд}(K) \rightarrow \text{коорд}(E, K) = c)$$

Прием применяется в задачах на исследование. Попытка его применения инициируется усмотрением подвыражения "полкоорд( $E, K$ )". Либо про  $E$  известно, что это - кривая второго порядка заданного типа, либо имеется уравнение множества  $E$  хоть в какой-то системе координат. Прием вводит новую переменную  $c$ , регистрируя ее как вспомогательную неизвестную.

Спецификация приема имеет вид "тип(параллельны)", "терм( $t$ )", где  $t$  - текущий терм. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 5 и вводит фильтры "тип(исследовать)", "не(контекст(посылка( $x_4$ ) вид( $x_4$  равно(коорд( $E, K$ ) $x_5$ ))))". Создаются также фильтры "контроль-вывода(полкоорд( $E, K$ ))", "вспомнеизвестная( $c$ )". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 1.

## 15. Две системы координат.

- (a) Выражение координат объекта в одной системе координат через его координаты в другой системе.
- i. Выражение координат объекта в одной системе через его координаты в другой системе.

Пример:

$$\forall_{ABCDEFGKQabcd}(K = (B, C, D) \ \& \ Q = (E, F, G) \ \& \ \text{коорд}(B, Q) = (a, b) \ \& \ \text{вектор}(BC) = \text{вектор}(EG) \ \& \ \text{вектор}(BD) = -\text{вектор}(EF) \ \& \ \text{коорд}(A, Q) = (c, d) \ \& \ \text{систкоорд}(K) \rightarrow \text{коорд}(A, K) = (d - b, a - c))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Первые два и последние два антецедента идентифицируются с посылками.

Спецификация приема имеет вид "тип(актив)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит фильтры "посылка", "тип(исследовать)", "цель(линия)", "не(равно( $K \ Q$ ))", "коммент(коорд коорд  $A$  умножение( $K, Q$ ))". Этого почти достаточно. Символ "умножение" в комментарии используется как некий абстрактный коммутативный символ - для лексикографического упорядочения пары  $K, Q$ .

Число приемов данного типа - 4.

- ii. Выражение координат объекта в одной системе через его координаты в другой для использования уравнения.

Пример:

$$\forall_{ABCKQabcdefxy} (K = (A, B, C) \ \& \ \text{коорд}(A, Q) = (a, b) \ \& \\ \text{коорд}(\text{вектор}(AB), Q) = (c, d) \ \& \ \text{коорд}(\text{вектор}(AC), Q) = (e, f) \ \& \\ \text{коорд}(D, K) = (x, y) \ \& \ D - \text{точка} \ \& \ \text{прямокоорд}(Q) \rightarrow \text{коорд}(D, Q) = \\ (a + xc + ye, b + xd + yf))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Имеются посылки " $D \in M$ ", " $\text{коорд}(M, Q) = \text{set}(\dots)$ ". Переменная  $K$  идентифицируется с переменной. Второй, третий и четвертый антецеденты выделены указателем "идентификатор". Остальные - идентифицируются с посылками.

Спецификация приема имеет вид "тип(Корень)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать)тип(исследовать))", "не(равно( $Q \ K$ ))", "контекст(посылка(x7) вид(x7 принадлежит( $D \ x8$ )) контекст(посылка(x9) вид(x9 равно(коорд(x8  $Q$ ))x10))заголовок(x10 класс))".

Число приемов данного типа - 2.

- iii. Выражение координат объекта в одной системе через его координаты в другой системе при исследовании свойств множества объектов.

В качестве примера рассмотрим прием, теорема которого - та же, что в предыдущем пункте. Он применяется в задачах на исследование, имеющих цель "линия", т.е. при исследовании свойств линии, заданной своим уравнением. Антецеденты обрабатываются так же, как и выше.

Спецификация приема имеет вид "тип(контрольпрограммы)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 5 и вводит фильтры "тип(исследовать)", "цель(линия)", "не(равно( $Q \ K$ ))", "коммент(коорд коорд  $D$  умножение( $Q, K$ ))". Создается также указатель "замечание(коорд коорд  $D$  умножение( $Q, K$ ))".

Число приемов данного типа - 3.

- (b) Выражение координат текущего объекта в одной системе через его координаты в другой системе.

Снова повторим теорему из предыдущих двух пунктов. Теперь прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Указатель "контрольвывода" инициирует попытку его применения при усмотрении в задаче выражения "коорд( $D, Q$ )". Обработка антецедентов прежняя.

Спецификация приема имеет вид "тип(автомену)", "терм( $t$ )", где  $t$  - координаты текущего объекта. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 5 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать)тип(исследовать))", "не(равно( $Q, K$ ))", "коммент(коорд коорд  $D$  умножение( $Q, K$ ))", "переменная( $K$ )". Создается также указатель "замечание(коорд коорд  $D$  умножение( $Q, K$ ))".

Число приемов данного типа - 6.

- (с) Выражение текущих координат множества объектов в одной системе через его координаты в другой системе.

Пример:

$$\forall_{ABC K M T a b c d e f p} (T = (A, B, C) \ \& \ \text{коорд}(A, K) = (a, b) \ \& \ \text{коорд}(\text{вектор}(AB), K) = (c, d) \ \& \ \text{коорд}(\text{вектор}(AC), K) = (e, f) \ \& \ \text{коорд}(M, K) = \text{set}_{xy}(x - \text{число} \ \& \ y - \text{число} \ \& \ p(x, y)) \rightarrow \text{коорд}(M, T) = \text{set}_{xy}(x - \text{число} \ \& \ y - \text{число} \ \& \ p(a + cx + ey, b + dx + fy))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Указатель "контрольвывода" инициирует попытку его применения при усмотрении подвыражения "коорд( $M, T$ )". Первый и пятый антецеденты идентифицируются с посылками.

Спецификация приема имеет вид "тип(учетзнаков)", "терм( $t$ )", где  $t$  - текущие координаты множества объектов. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать)тип(исследовать))", "не(равно( $T, K$ ))", "коммент(коорд перестановка  $M$  умножение( $T, K$ ))", "переменная( $T$ )", "не(контекст(равно( $x7$  терм(коорд( $M, T$ ))) известно( $x7$  заголовок( $x7$  класс)))". Создается также указатель "контрольвывода(коорд( $M, T$ ))". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 6.

- (d) Переход к новой системе координат для уравнения множества объектов, связанного с текущим термом задачи.

Пример:

$$\forall_{ABC DE K M N Q X Y a b c d e f g h i j k m n p q r s t} (Q = (A, B, C) \ \& \ \text{коорд}(A, K) = (a, b, c) \ \& \ \text{коорд}(\text{вектор}(AB), K) = (d, e, f) \ \& \ \text{коорд}(\text{вектор}(AC), K) = (g, h, i) \ \& \ \text{коорд}(\text{прямая}(MN), K) = \text{set}_{xyz}(\text{пропорцнаборы}((x+p, y+q, z+r), (k, m, n)) \ \& \ x - \text{число} \ \& \ y - \text{число} \ \& \ z - \text{число}) \ \& \ (k = Xd + Yg \ \& \ m = Xe + Yh \ \& \ n = Xf + Yi \ \& \ X - \text{число} \ \& \ Y - \text{число}) = (X = s \ \& \ Y = t) \ \& \ (-p = Xd + Yg + a \ \& \ -q = Xe + Yh + b \ \& \ -r = Xf + Yi + c \ \& \ X - \text{число} \ \& \ Y - \text{число}) = (X = D \ \& \ Y = E) \ \& \ \text{прямокоорд}(K) \rightarrow \text{коорд}(\text{прямая}(MN), Q) = \text{set}_{uv}(-tu + sv + tD - sE = 0 \ \& \ u - \text{число} \ \& \ v - \text{число}))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Указатель "контрольвывода" инициирует попытку его применения при усмотрении подвыражения "Уголмежду(x34 x35 прямая(MN))". Все антецеденты, кроме первого и последнего, выделены указателем "идентификатор". Для каждой из систем координат  $Q, K$  в задаче указаны координаты в ней некоторого множества точек, причем для системы  $K$  эти координаты трехмерные.

Спецификация приема имеет вид "тип(умножить)", "терм( $t$ )", где  $t$  - текущий терм задачи. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать)тип(исследовать))", "переменная( $Q$ )", "не(контекст(посылка(x12) вид(x12 равно(коорд(прямая(MN)Q)x22)) заголовок(x22 класс)))", "контекст(посылка(x12) вид(x12 равно(коорд(x22 Q)x31)) заголовок(x31 класс))". Создается также указатель "контрольвывода(Уголмежду(x34 x35 прямая(MN)))". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 2.

- (e) Выражение координат исследуемого множества объектов в одной системе через его координаты в другой.

Пример:

$$\forall_{ABCKMQabcdefpq}(K = (A, B, C) \ \& \ \text{коорд}(A, Q) = (a, b) \ \& \ \text{коорд}(\text{вектор}(AB), Q) = (c, d) \ \& \ \text{коорд}(\text{вектор}(AC), Q) = (e, f) \ \& \ \text{коорд}(M, K) = \text{set}_{xy}(x - \text{число} \ \& \ y - \text{число} \ \& \ q(x, y)) \ \& \ p = cf - de \ \& \ \neg(p = 0) \ \& \ \text{прямоорд}(Q) \rightarrow \text{коорд}(M, Q) = \text{set}_{xy}(x - \text{число} \ \& \ y - \text{число} \ \& \ q((fx - ey + be - af)/p, (cy - dx + ad - bc)/p)))$$

Прием применяется в задачах на исследование, имеющих цель "линия". Эта цель дополняет цель "исследовать" и указывает, что требуется исследовать свойства линии, заданной своим уравнением. Первый, пятый и восьмой антецеденты идентифицируются с посылками.

Спецификация приема имеет вид "тип(коэффициентмн)", "цель( $s_1 \dots s_n$ )", где  $s_i$  - требуемые цели задачи на исследование. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "тип(исследовать)", "цель(линия)", "не(равно( $Q K$ ))", "коммент(коорд перестановка  $M$  умножение( $Q K$ ))", "переменная( $K$ )". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 3.

- (f) Ввод в рассмотрение координат объекта, для которого уже рассматриваются координаты в другой системе координат.
- i. Ввод в рассмотрение координат элементов одной системы координат в другой системе, если текущие координаты объекта в одной системе не известны, а в другой - известны.

Пример:

$$\forall_{ABCDKMQabcde}(K = (A, B, C, D) \ \& \ \text{коорд}(M, Q) = a \rightarrow c - \text{число} \ \& \ d - \text{число} \ \& \ e - \text{число} \ \& \ \text{коорд}(A, Q) = (c, d, e))$$



Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Указатель "контрольвывода" инициирует попытку его применения при усмотрении подвыражения "коорд( $M, K$ )". Антецеденты идентифицируются с посылками. Выражение  $a$  не содержит неизвестных, а выражение "коорд( $M, K$ )" - содержит. Для точки  $A$  пока не введен координатный набор в системе координат  $Q$ .

Спецификация приема имеет вид "тип(контрольодз)", "терм( $t$ )", где  $t$  - текущие координаты. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать)тип(исследовать))", "не(известно(терм(коорд( $M, K$ ))))", "известно( $a$ )", "не(заголовок(терм(коорд( $A, Q$ )) набор))". Создается также указатель "контрольвывода(коорд( $M, Q$ ))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 5.

- ii. Ввод в рассмотрение координат связанного с текущим термом множества объектов в одной системе, если известны его координаты в другой системе.

Пример:

$$\forall_{ABK}(\text{прямокоорд}(K) \rightarrow \text{актив}(\text{коорд}(\text{прямая}(AB), K)))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Указатель "контрольвывода" инициирует попытку его применения при усмотрении подвыражения "уголмежду(прямая( $AB$ ), прямая( $CD$ ))". Указатель "контекст" определяет обработку нормализатором "нормкоорд" выражения "коорд(прямая( $CD$ ),  $K$ )" и усмотрение того, что результат этой обработки - описатель "класс", имеющий связывающую приставку длины 3. Имеется посылка, задающая уравнение прямой  $AB$  в некоторой двумерной системе координат.

Спецификация приема имеет вид "тип(числочленов)", "терм( $t$ )", где  $t$  - текущий терм. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать)тип(исследовать))", "не(контекст(посылка( $x1$ ) вхождениетерма( $x1$  прямая( $AB, K$ ))))". Создается также указатель "контрольвывода(уголмежду(прямая( $AB$ ), прямая( $CD$ )))". Требуется проработка.

Число приемов данного типа - 1.

- iii. Ввод в рассмотрение координат объекта в специальной системе координат, связанной с ним косвенным образом, если уже введены его координаты в другой системе.

Пример:

$$\forall_{AEKQ}(\text{фокус}(A, E) \ \& \ \text{прямокоорд}(K) \ \& \ \text{прямокоорд}(Q) \ \& \ \text{коорд}(E, Q) = \text{set}_{xy}(ax^2 + bx + cy^2 + dy + e = 0 \ \& \ x - \text{число} \ \& \ y - \text{число}) \ \& \ \text{коорд}(A, K) = (p, q) \rightarrow \text{актив}(\text{коорд}(A, Q)))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Первые четыре антецедента идентифицируются с посылками.

Спецификация приема имеет вид "тип(учетпосылок)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит филь-

тры "посылка", "или(тип(доказать)тип(исследовать))". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 1.

(g) Ввод в рассмотрение новой системы координат.

- i. Ввод в рассмотрение вспомогательной системы координат и задание в ней общего вида уравнения для множества объектов.

Пример:

$\forall_{ABEFGHKQ} \text{гипербола}(E) \ \& \ \text{действось}(\text{прямая}(AB), E) \ \& \ \text{прямкоорд}(K) \ \& \ \text{коорд}(\text{прямая}(AB), K) = \text{set}_{xy}(ax + by + c = 0 \ \& \ x - \text{число} \ \& \ y - \text{число}) \rightarrow F - \text{точка} \ \& \ G - \text{точка} \ \& \ H - \text{точка} \ \& \ (F, G, H) = Q \ \& \ p - \text{число} \ \& \ q - \text{число} \ \& \ d - \text{число} \ \& \ e - \text{число} \ \& \ 0 < p \ \& \ 0 < q \ \& \ \text{коорд}(F, K) = (d, e) \ \& \ \text{коорд}(G, K) = (d - b, e + a) \ \& \ \text{коорд}(H, K) = (d + a, e + b) \ \& \ \text{коорд}(E, Q) = \text{set}_{uv}(pu^2 - qv^2 - pq = 0 \ \& \ u - \text{число} \ \& \ v - \text{число}) \ \& \ ad + be + c = 0)$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Четвертый антецедент выделен указателем "идентификатор", остальные - идентифицируются с посылками. Уравнение гиперболы  $E$  в задаче отсутствует. Прием вводит новые переменные  $F, G, H, Q, d, e, p, q$ .

Спецификация приема имеет вид "тип(номерперехода)". Справочник "заголовкиприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать)тип(исследовать))", "не(контекст(посылка(хб) вид(хб равно(коорд( $E$  х7)х8)) заголовок(х8 класс)))". Создаются указатели для ввода новых переменных. Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 25.

- ii. Ввод в рассмотрение вспомогательной системы координат, в которой уравнение для множества объектов имеет стандартный вид.

Пример:

$\forall_{ABCEKQ} \text{прямкоорд}(K) \ \& \ \text{коорд}(E, K) = \text{set}_{xy}(ax^2 + by^2 + cxy + dx + ey + f = 0 \ \& \ x - \text{число} \ \& \ y - \text{число}) \ \& \ m = a - b + \sqrt{(a - b)^2 + c^2} \ \& \ p = m / \sqrt{m^2 + c^2} \ \& \ q = c / \sqrt{m^2 + c^2} \rightarrow A - \text{точка} \ \& \ B - \text{точка} \ \& \ C - \text{точка} \ \& \ (A, B, C) = Q \ \& \ \text{коорд}(A, K) = (0, 0) \ \& \ \text{коорд}(B, K) = (p, q) \ \& \ \text{коорд}(C, K) = (-q, p) \ \& \ \text{прямкоорд}(Q) \ \& \ \text{коорд}(E, Q) = \text{set}_{uv}((m^2a + mc^2 + bc^2)u^2 + (m^2b - mc^2 + ac^2)v^2 + (md + ce)\sqrt{m^2 + c^2}u + (em - cd)\sqrt{m^2 + c^2}v + fm^2 + fc^2 = 0 \ \& \ u - \text{число} \ \& \ v - \text{число})$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Первые два антецедента идентифицируются с посылками, остальные - выделены указателем "идентификатор". Текущая задача - либо на доказательство, либо имеет цель "линия", либо в ее посылках встречается выражение с одним из заголовков "фокус", "директриса", "фокпараметр", "эксцентриситет", "фокхорда", относящиеся к множеству  $E$ . Прием вводит новые переменные  $A, B, C, Q$ .

Спецификация приема имеет вид "тип(нормкосеканс)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать)тип(исследовать))". Создаются указатели для ввода новых переменных. Требуется проработка.

Число приемов данного типа - 2.

- iii. Ввод в рассмотрение вспомогательной системы координат, в которой уравнение для исследуемого множества объектов имеет стандартный вид.

Пример:

$$\forall_{ABCEKQ} \text{abcdempq} (\text{прямокоорд}(K) \ \& \ \text{коорд}(E, K) = \text{set}_{xy}(ax^2 + bx + cy^2 + dy + e = 0 \ \& \ x - \text{число} \ \& \ y - \text{число}) \ \& \ ac < 0 \ \& \ m = b^2c + d^2a - 4ace \ \& \ mc < 0 \ \& \ p = -b/(2a) \ \& \ q = -d/(2c) \rightarrow A - \text{точка} \ \& \ B - \text{точка} \ \& \ C - \text{точка} \ \& \ (A, B, C) = Q \ \& \ \text{прямокоорд}(Q) \ \& \ \text{каноничкоорд}(Q, E) \ \& \ \text{коорд}(A, K) = (p, q) \ \& \ \text{коорд}(C, K) = (p + 1, q) \ \& \ \text{коорд}(B, K) = (p, q + 1) \ \& \ \text{коорд}(E, Q) = \text{set}_{vu}(4a^2cu^2/m + 4ac^2v^2/m = 1 \ \& \ u - \text{число} \ \& \ v - \text{число}) \ \& \ \text{мнимаяполуось}(E) = \sqrt{-m/(4a^2c)} \ \& \ \text{действполуось}(E) = \sqrt{-m/(4c^2a)})$$

Прием применяется в задачах на исследование, имеющих цель "точки" либо цель "линия". Первые два antecedента идентифицируются с посылками. Для  $E$  пока не введена каноническая система координат. Прием вводит новые переменные  $A, B, C, Q$ .

Спецификация приема имеет вид "тип(символвхождения)", "цель( $s_1 \dots s_n$ )", где  $s_i$  - требуемые цели задачи на исследование. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "тип(исследовать)", "или(цель(точки)цель(линия))", "или(не(заголовок( $a \ 1$ )) не(заголовок( $c \ 1$ )))". Создаются указатели для ввода новых переменных. Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 30.

- iv. Ввод в рассмотрение вспомогательной системы координат, связанной с текущим термом.

Пример:

$$\forall_{ABCDEKQ} (Q = (A, B, C) \ \& \ \text{вектор}(AB) \perp \text{вектор}(AC) \rightarrow D - \text{точка} \ \& \ E - \text{точка} \ \& \ K = (A, D, E) \ \& \ \text{прямокоорд}(K) \ \& \ \text{коорд}(B, K) = (l(AB), 0) \ \& \ \text{коорд}(C, K) = (0, l(AC)))$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Указатель "контрольвывода" инициирует попытку его применения при усмотрении подвыражения "оруголмежду( $a, b, Q$ )". В задаче не рассматривается никакая прямоугольная система координат. Первый antecedент идентифицируется с посылкой, второй - обрабатывается проверочным оператором. Прием вводит новые переменные  $D, E$ .

Спецификация приема имеет вид "тип(параллелограмм)", "терм( $t$ )", где  $t$  - текущий терм. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 6 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать)тип(исследовать))", "не(равно( $A \ B$ ))", "не(равно( $A \ C$ ))". Создается

также указатель "контрольвывода(оруголмежду( $a b Q$ ))". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 1.

#### 16. Первичный ввод системы координат.

- (а) Ввод системы координат, связанной с объектами задачи.

Пример:

$\forall_{ABCDEFGa}$ (куб( $a$ ) & ребро(отрезок( $AB$ ),  $a$ ) & ребро(отрезок( $AC$ ),  $a$ ) & ребро(отрезок( $AD$ ),  $a$ ) & разныеточки( $B, C$ ) & разныеточки( $B, D$ ) & разныеточки( $C, D$ )  $\rightarrow E$  – точка &  $F$  – точка &  $G$  – точка &  $K = (A, E, F, G)$  & прямокоорд( $K$ ) &  $E \in$  прямая( $AB$ ) &  $F \in$  прямая( $AC$ ) &  $G \in$  прямая( $AD$ ) & точкалуча( $A, B, E$ ) & точкалуча( $A, C, F$ ) & точкалуча( $A, D, G$ ))

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Первые четыре антецедента идентифицируются с посылками, остальные - обрабатываются проверочным оператором. Прямоугольная система координат в задаче не рассматривается, однако рассматривается какой-то вектор с началом  $A$ . Прием вводит новые переменные  $E, F, G, K$ .

Спецификация приема имеет вид "тип(единица)". Справочник "заголовок-приема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать)тип(исследовать))", "не(равно( $B C$ ))", "не(равно( $B D$ ))", "не(равно( $C D$ ))". Создаются указатели для ввода новых переменных  $E, F, G, K$ .

Число приемов данного типа - 3.

- (б) Первичный ввод системы координат, в которой задается общий вид уравнения для координат множества объектов.

Пример:

$\forall_{EKab}$ (эллипс( $E$ ) & большаяось( $E$ ) =  $a$  & малаяось( $E$ ) =  $b \rightarrow$  прямокоорд( $K$ ) &  $0 < a$  &  $0 < b$  &  $0 \leq a - b$  & коорд( $E, K$ ) =  $\text{set}_{xy}(4x^2/a^2 + 4y^2/b^2 = 1$  &  $x$  – число &  $y$  – число))

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Прямоугольная система координат в задаче не рассматривается. Прием вводит новую переменную  $K$ .

Спецификация приема имеет вид "тип(символы)". Справочник "заголовок-приема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать)тип(исследовать))", "не(контекст(посылка( $x3$ ) заголовок( $x3$  прямокоорд)))". Создается указатель для ввода новой переменной  $K$ . Требуется проработка.

Число приемов данного типа - 9.

#### 17. Задачи на преобразование, имеющие цель "класс".

Напомним, что цель "класс" задачи на преобразование означает требование отсутствия в ответе описателей.

- (а) Выражение через вспомогательные параметры координат объекта в задаче на преобразование, имеющей цель "класс".

Пример:

$$\forall_{ABCDK}(K = (A, B, C) \ \& \ D \text{ — точка} \ \& \ \text{прямокоорд}(K) \rightarrow a \text{ — число} \ \& \ b \text{ — число} \ \& \ \text{коорд}(D, K) = (a, b))$$

Прием применяется в посылках задачи на преобразование, имеющей цель "класс". Переменная  $D$  идентифицируется с переменной, причем координатный набор для точки  $D$  пока не введен. Прием вводит новые переменные  $a, b$  и регистрирует их как вспомогательные параметры.

Спецификация приема имеет вид "тип(регистрациязадачи)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 6 и вводит фильтры "посылка", "тип(преобразовать)", "цель(класс)". Создаются указатели для ввода новых переменных  $a, b$ . Требуется проработка.

Число приемов данного типа - 3.

- (b) Вывод в посылках задачи на преобразование, имеющей цель "класс", равенства, выражающего текущий числовой атом через координаты.

Пример:

$$\forall_{ABKabrq}(\text{прямокоорд}(K) \ \& \ \text{коорд}(A, K) = (a, b) \ \& \ \text{коорд}(B, K) = (p, q) \rightarrow l(AB) = \sqrt{(a-p)^2 + (b-q)^2})$$

Прием применяется в посылках задачи на преобразование, имеющей цель "класс". Указатель "контрольвывода" инициирует попытку его применения при усмотрении выражения " $l(AB)$ ". Либо условие задачи имеет заголовок "класс", либо хотя бы одна из переменных  $A, B$  является вспомогательным параметром.

Спецификация приема имеет вид "тип(логарифм)", "терм( $t$ )", где  $t$  - текущий числовой атом. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 2 и вводит фильтры "посылка", "тип(преобразовать)", "цель(класс)", "не(равно( $A B$ ))". Создается также указатель "контрольвывода( $l(AB)$ )". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 1.

- (с) Ввод в рассмотрение системы координат в задаче на преобразование, имеющей цель "класс".

Пример:

$$\forall_{ABCDEK}(\text{прямая}(AB) \perp \text{прямая}(AC) \ \& \ \text{разныеточки}(A, B) \ \& \ \text{разныеточки}(A, C) \rightarrow D \text{ — точка} \ \& \ E \text{ — точка} \ \& \ (A, D, E) = K \ \& \ \text{прямокоорд}(K) \ \& \ E \in \text{прямая}(AC) \ \& \ D \in \text{прямая}(AB) \ \& \ \neg(A \in \text{интервал}(CE)) \ \& \ \neg(A \in \text{интервал}(BD)))$$

Прием применяется в посылках задачи на преобразование, имеющей цель "класс". Имеется указание на планиметрическую ситуацию, но в посылках не встречается символ "коорд". Прием вводит новые переменные  $D, E, K$  и регистрирует их как вспомогательные параметры.

Спецификация приема имеет вид "тип(нормкласс)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "тип(преобразовать)", "цель(класс)", "коммент(коорд)", "усм(актив(прямая(AB)))", "не(равно(A B))", "усм(актив(прямая(AC)))", "не(равно(A C))". Создаются указатели для ввода новых переменных  $D, E, K$ . Требуется проработка.

Число приемов данного типа - 3.

- (d) Вывод в посылках задачи на преобразование, имеющей цель "класс", равенства, выражающего координату через числовые атомы.

Пример:

$$\forall_{ABCDKx}(D - \text{точка} \ \& \ \text{прямкоорд}(K) \ \& \ K = (A, B, C) \ \& \ \text{коорд}(D, K) = (x, 0) \ \& \ 0 \leq x \rightarrow x = l(AD))$$

Прием применяется в посылках задачи на преобразование, имеющей цель "класс". Условие этой задачи уже не содержит символа "класс", то содержит подтерм  $x23$ . Этот подтерм имеет вспомогательный параметр, а переменные  $A, D$  не являются вспомогательными параметрами.

Спецификация приема имеет вид "тип(периметр)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 2 и вводит фильтры "посылка", "тип(преобразовать)", "цель(класс)", "не(равно(A D))". Требуется проработка.

Число приемов данного типа - 1.

- (e) Вычисление координат объекта в задаче на преобразование, имеющей цель "класс".

Пример:

$$\forall_{AKab}(\text{прямкоорд}(K) \ \& \ A - \text{точка} \ \& \ \text{коорд}(A, K) = (a, b) \rightarrow \text{коорд}(A, K) = (a, b))$$

Прием применяется в посылках задачи на преобразование, имеющей цель "класс". Переменная  $A$  не является вспомогательным параметром, и для нее пока не введен координатный набор. Третий антецедент выделен указателем "идентификатор".

Спецификация приема имеет вид "тип(алгебрвхождение)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "посылка", "тип(преобразовать)", "цель(класс)". Требуется проработка.

Число приемов данного типа - 1.

## 18. Задачи на исследование, имеющие цель "точки".

Цель "точки" указывает на необходимость получения бескоординатного описания множества точек.

- (a) Переход от координатного задания множества к бескоординатному в задаче на исследование, имеющей цель "точки".

Пример:

$$\forall_{ABCka}(\text{коорд}(A, K) = \text{set}_{xy}(x = a \ \& \ y - \text{число}) \rightarrow B = \text{тчкоорд}(K, (-a, 0)) \ \& \ C = \text{тчкоорд}(K, (-a, 1)) \ \& \ A = \text{прямая}(BC))$$

Прием применяется в задачах на исследование, имеющих цель "точки". Отсутствует посылка вида  $A = t$ , где выражение  $t$  не содержит символа "точки". Прием вводит новые переменные  $B, C$ .

Спецификация приема имеет вид "тип(узелвывода)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 2 и вводит фильтры "тип(исследовать)", "цель(точки)", "не(контекст(посылка(x2) вид(x2 равно(A x3)) не(входит(точки x3))))". Создаются также указатели для ввода переменных  $B, C$ . Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 6.

### Доопределяющий вывод

В некоторых случаях целевая установка либо соображения симметрии позволяют доопределить какие-то объекты относительно произвольным образом. Например, если точка принадлежит объединению двух прямых, симметричным образом входящих в задачу, и никак особо не выделена по отношению к одной из этих прямых, то можно сделать "вывод" о принадлежности ее первой из этих прямых. Другой пример - выбор направляющего вектора:

$$\forall_{abcd}(\neg((a, b) = (0, 0)) \ \& \ ac + bd = 0 \rightarrow c = b \ \& \ d = -a)$$

Прием применяется в посылках задачи на доказательство либо на исследование. Второй антецедент идентифицируется с посылкой. Задача имеет комментарий "направл с d", указывающий, что в качестве значений  $c, d$  подходят любые координаты направляющего вектора. Прием выбирает конкретные значения таких координат. Выражения  $a, b$  не содержат неизвестных. Переменные  $c, d$  идентифицируются с переменными.

Спецификация приема имеет вид "тип(кванторныйконтекст)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит фильтры "посылка", "или(тип(доказать)тип(исследовать))". Требуется проработка.

Число приемов данного типа - 2.

## 1.2.6 Вывод в условиях задачи на описание

### Разрешение относительно неизвестных

1. Вывод условия, разрешенного относительно неизвестного подвыражения.

Пример:

$$\forall_{abpqn}(a - \text{целое} \ \& \ \neg(p|b) \ \& \ b - \text{целое} \ \& \ n - \text{целое} \ \& \ 0 \leq n \ \& \ ap^n = b \rightarrow n = 0)$$

Последний антецедент идентифицируется с условием задачи на описание. Выражение  $n$  содержит неизвестные. Переменная  $p$  идентифицируется с натуральной константой.

Спецификация приема имеет вид "тип(возрастает)", "неизвестная( $t$ )", где  $t$  - переменная, идентифицируемая с неизвестным подвыражением. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 1 и вводит фильтры "условие", "тип(описать)", "не(известно( $n$ ))".

Число приемов данного типа - 3.

2. Вывод условия, выражающего неизвестную задачи через другие неизвестные.

Пример:

$$\forall_{ABPQfqrst}(\text{Dom}(f) = A \ \& \ \text{Фал}(f) \ \& \ \forall_x(Q(x) \rightarrow P(f(t(x)))) = s(x) \ \& \ (Q(x) \ \& \ t(x) = y) = (x = p(y)) \ \& \ (z - \text{boolean} \ \& \ P(z) = s(x)) = (z = q(x)) \rightarrow f = \lambda_y(q(p(y)), y \in A))$$

Первые три антецедента идентифицируются с условиями задачи на описание. Переменная  $f$  - неизвестная. Указатель "контекст" определяет идентификацию в левой части равенства - консеквента третьего антецедента - подвыражения  $f(t(x))$ . Здесь  $f$  - обычная переменная,  $t$  - функциональная. После этого идентифицируется сама левая часть, причем переменная  $P$  - функциональная. Переменные  $p, q, s, Q$  тоже функциональные. Левые части двух последних антецедентов обрабатываются вспомогательными задачами на описание.

Спецификация приема имеет вид "тип(возрастаетвточке)", "неизвестная( $f$ )", где  $f$  - переменная, идентифицируемая с неизвестной. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 2 и вводит фильтры "условие", "тип(описать)", "неизвестная( $f$ )", "не(входит( $f$  фикс(0 2)))". Требуется проработка.

Число приемов данного типа - 1.

3. Вывод следствия условия, в котором исключено сложное понятие.

Пример:

$$\forall_{abc}(\arcsin(a) + b = c \rightarrow a - \sin(c - b) = 0)$$

Прием применяется к условию задачи на описание. Выражения  $a, b$  содержат неизвестные, причем выражение  $a$  содержит символ "синус" либо "косинус". Выражение  $c$  неизвестных не содержит.

Спецификация приема имеет вид "тип(нормМаксимум)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 1 и вводит фильтры "условие", "тип(описать)". Требуется проработка.

Число приемов данного типа - 19.

4. Вывод условия, подготавливающий возможность исключения сложного подвыражения с неизвестными.

Пример:

$$\forall_{abcdef}(a\sqrt[3]{d} + b\sqrt[3]{e} + c\sqrt[3]{f} = 0 \rightarrow a^3d + b^3e + c^3f - 3abc\sqrt[3]{d}\sqrt[3]{e}\sqrt[3]{f} = 0)$$



Прием применяется в условиях задачи на описание. Выражения  $d, e, f$  содержат неизвестные.

Спецификация приема имеет вид "тип(архивзадачи)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 1 и вводит фильтры "условие", "тип(описать)", "корень". Требуется проработка.

Число приемов данного типа - 1.

5. Вывод условия, ограничивающего значения неизвестного подвыражения конечным множеством.

Пример:

$$\forall_{abcdmn}(n - \text{натуральное} \ \& \ 0 < a \ \& \ d = [(c-m)/a] \ \& \ m \leq b \ \& \ an + b = c \rightarrow n \leq d)$$

Первый и последний антецеденты идентифицируются с условиями задачи на описание. Выражение  $n$  содержит неизвестные. Выражения  $a, c, d$  - целочисленные константы. Четвертый антецедент определяет численную нижнюю оценку выражения  $b$ . Затем третий вычисляет  $d$ .

Спецификация приема имеет вид "тип(констцелое)", "неизвестная( $n$ )", где  $n$  - переменная, идентифицируемая с содержащим неизвестные выражением. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 1 и вводит фильтры "условие", "тип(описать)", "не(известно( $n$ ))". Требуется проработка.

Число приемов данного типа - 6.

6. Вывод условия, подготавливающего ограничение значений неизвестного подвыражения конечным множеством.

Пример:

$$\forall_{abcdp}((a + b)/c - \text{целое} \ \& \ (d - b)/c - \text{целое} \ \& \ p = a + d \rightarrow p/c - \text{целое})$$

Первые два антецедента идентифицируются с условиями задачи на описание, третий - выделен указателем "идентификатор". Выражение  $c$  содержит неизвестные;  $p$  - десятичная константа.

Спецификация приема имеет вид "тип(мощности)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 1 и вводит фильтры "условие", "тип(описать)", "или(не(заголовок( $d$  0))и(не(заголовок( $b$  0)) не(заголовок( $a$  0))))", "или(не(заголовок( $b$  0))и(не(заголовок( $a$  0)) не(заголовок( $c$  1))))". Прием не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 3.

7. Вывод параметрического описания неизвестной.

Пример:

$$\forall_x(\exists_y(x = \cos y \ \& \ 0 \dots y \ \& \ y \dots \pi \ \& \ y - \text{число}))$$

Указатель "контрольвывода" инициирует попытку применения приема при усмотрении в условии (уравнении) задачи на описание подвыражения  $\sqrt{1-x^2}$ . Данное подвыражение домножено на  $x$ . Переменная  $x$  - неизвестная.

Спецификация приема имеет вид "тип(суммаряда)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит фильтры "условие", "тип(описать)", "неизвестная( $x$ )". Прием не проработывался.

Число приемов данного типа - 6.

### Разбор случаев в условиях задачи на описание

1. Разбор случаев в условиях задачи на описание, связанный со значением неизвестного подтерма.

Пример:

$$\forall_{xn}(x \leq n \ \& \ x - \text{натуральное} \rightarrow \exists_m(m \in \{1, \dots, n\} \ \& \ x = m))$$

Первый антецедент идентифицируется с условием задачи на описание, второй - обрабатывается проверочным оператором. Выражение  $x$  содержит неизвестные; переменная  $n$  идентифицирована с натуральной константой, меньшей 6. Задача имеет натуральную неизвестную, входящую в  $x$ . Все ее неизвестные, не входящие в  $x$ , численные. Квантор существования разворачивается в дизъюнкцию. Эта дизъюнкция сопровождается комментарием "разборслучаев".

Спецификация приема имеет вид "тип(уснатуральное)", "неизвестная( $x$ )", где  $x$  - переменная, идентифицируемая с содержащим неизвестные выражением. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 1 и вводит фильтры "условие", "тип(описать)", "не(известно( $x$ ))". Требуется проработка.

Число приемов данного типа - 6.

2. Разбор случаев по параметрическим описаниям неизвестной.

Пример:

$$\forall_{abcn}(a - \text{целое} \ \& \ b - \text{целое} \ \& \ c - \text{целое} \ \& \ x - \text{целое} \ \& \ \neg(a - \text{even}) \ \& \ ax^n + b = c \rightarrow \exists_k(k - \text{целое} \ \& \ x = 2k) \vee \exists_k(k - \text{целое} \ \& \ x = 2k + 1))$$

Последний антецедент идентифицируется с условием задачи на описание. Переменная  $x$  - неизвестная,  $n$  - натуральная константа. Усматривается четность либо нечетность  $c$ , а для  $x$  ни того, ни другого не усматривается. Выводимая дизъюнкция сопровождается комментарием "разборслучаев".

Спецификация приема имеет вид "тип(простойоперанд)", "неизвестная( $x$ )", где  $x$  - переменная, идентифицируемая с неизвестной. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 1 и вводит фильтры "условие", "тип(описать)", "неизвестная( $x$ )". Требуется проработка.

Число приемов данного типа - 5.

3. Разбор случаев для исключения сложного подвыражения.

- (а) Разбор случаев в условиях задачи на описание, направленный на исключение сложного подвыражения.

Пример:

$$\forall_{abcd}(a|b| + c = d \rightarrow 0 \leq b \vee b < 0)$$

Антеcedент идентифицируется с условием задачи на описание, содержащим производную от выражения с неизвестными. Задача имеет цель (связка . . .), указывающую на решение функционального (в данном случае - дифференциального) уравнения. Выражение  $b$  содежит неизвестные. Каждое из слагаемых выражений  $c, d$  имеет своим множителем  $b$  либо  $|b|$ . Выводимая дизъюнкция сопровождается комментарием "разборслучаев".

Спецификация приема имеет вид "тип(дифффильтр)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 1 и вводит фильтры "условие", "тип(описать)". Требуется проработка.

Число приемов данного типа - 2.

- (b) Разбор случаев в условиях задачи на описание, направленный на исключение текущего сложного подвыражения.

Пример:

$$\forall_a(a \leq 0 \vee 0 < a)$$

Попытка применения приема инициируется при усмотрении в условии задачи на описание содержащего неизвестные подвыражения "модуль( $a$ )". Прием имеет целый ряд дополнительных фильтров. Выводимая дизъюнкция сопровождается комментарием "разборслучаев".

Спецификация приема имеет вид "тип(нормобъединение)", "терм( $t$ )", где  $t$  - текущее сложное подвыражение. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 1 и вводит фильтры "условие", "тип(описать)". Создаются также указатели "контрольвывода(модуль( $a$ ))" и "примечание(разборслучаев)". Требуется проработка.

Число приемов данного типа - 18.

4. Разбор случаев в условиях задачи на описание, позволяющий установить связь между вспомогательными параметрами.

Пример:

$$\forall_{abcdefghijkmn}(m - \text{целое} \ \& \ n - \text{целое} \ \& \ amb/c + d \leq i \ \& \ i \leq amb/c + e \ \& \ anb/c + g \leq i \ \& \ i \leq anb/c + h \ \& \ j = [(h - d)c/(ab)] \ \& \ k = [(e - g)c/(ab)] \rightarrow \exists_f(f \in \{0, \dots, j + k\} \ \& \ n = m - j + f))$$

Неравенства идентифицируются с условиями задачи на описание.  $m, n$  - переменные;  $a, c$  - натуральные константы. Два последних равенства выделены указателем "идентификатор", причем после вычислений  $j, k$  оказываются десятичными константами. Квантор существования разворачивается в дизъюнкцию, каждый член которой фиксирует связь между параметрами  $m, n$ .

Спецификация приема имеет вид "тип(усмпринадлежит)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 1 и вводит фильтры "условие", "тип(описать)". Создаются также указатели "примечание(разборслучаев)" и "или(фикс(0) фикс(0 2 1))". Требуется проработка.

Число приемов данного типа - 4.

#### 5. Специальный разбор случаев в условиях задачи на описание.

Пример:

$$\forall_a(a = 1 \vee \neg(a - 1 = 0))$$

Попытка применения приема инициируется усмотрение в условии задачи на описания какого-то логарифма  $\log_b c$ , а также усмотрения комментария (нормлогарифм  $a$ ), свидетельствующего о том, что какой-то ранее сработавший прием усмотрел целесообразность перехода к основанию логарифмов  $a$ . При этом не усматривается, что  $a$  отлично от единицы.

Спецификация приема имеет вид "тип(учетконтекста)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 1, вводит фильтры "условие", "тип(описать)" и указатель "примечание(разборслучаев)". Он не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 3.

### Вывод ограничения на известные параметры

#### 1. Вывод ограничения на известные параметры при редактировании ответа задачи на описание.

Пример:

$$\forall_{abcd}(d = (b < c) \& b \leq x \& x < c \rightarrow d)$$

Два последних антецедента идентифицируются с условиями задачи на описание, имеющей цель "редакция", т.е. решаемой для редактирования ответа. Переменная  $x$  - неизвестная; выражения  $b, c$  неизвестных не содержат, причем хотя бы одно из них неконстантное. Первый антецедент выделен указателем "идентификатор". Его правая часть обрабатывается нормализатором "стандменьше", предпринимающим попытки упростить неравенство для известных параметров. В частности, если это не приводит к существенным усложнениям, разрешить его относительно какого-либо параметра.

Спецификация приема имеет вид "тип(одзооператора)", "оператор( $S$ )", где  $S$  - название нормализатора, обрабатывающего условие на параметры. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "условие", "тип(описать)", "цель(редакция)", "не(цель(описатель))", "неизвестная( $x$ )", "известно( $b$ )", "известно( $c$ )", "или(не(константа( $b$ )) не(константа( $c$ )))", "или(заголовок( $d$  ложь) не(константа( $d$ )))", "коммент(связпеременная  $x$ )". Создаются также указатели "примечание(стандменьше)", "замечание(связпеременная  $x$ )", "идентификатор(1)", причем для обработки правой части первого антецедента вводится нормализатор "стандменьше". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 3.

2. Вывод ограничения на известные параметры при редактировании параметрического описания.

Пример:

$$\forall_{abx}(a \leq x \ \& \ x \leq b \rightarrow a \leq b)$$

Антецеденты идентифицируются с условиями задачи на описание, имеющей цель "учетответа", т.е. используемой для редактирования параметрического описания. Переменная  $x$  - неизвестная; выражения  $a, b$  неизвестных не содержат. Переменная  $x$  не входит в прочие условия задачи, кроме, быть может, утверждения "число( $x$ )". Выводимое неравенство имеет не менее двух целочисленных переменных.

Спецификация приема имеет вид "тип(максимин)". Справочник "заголовок-приема" указывает уровень срабатывания 4 и вводит фильтры "условие", "тип(описать)", "цель(учетответа)", "неизвестная( $x$ )", "известно( $a$ )", "известно( $b$ )". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 1.

### Доопределение сопровождения по о.д.з.

В определенных случаях могут применяться приемы, нарушающие сопровождение по о.д.з. Тогда задача сопровождается комменатрием "коррекцияодз", инициирующим срабатывание приемов, восстанавливающих такое сопровождение. Пример:

$$\forall_a(\neg(a = 0))$$

Указатель "контрольвывода" инициирует попытку применения приема при усмотрении в условии имеющей комментарий "коррекцияодз" задачи на описание подвыражения  $b/a$ . Выражение  $a$  не константное, и для него проверочным оператором не усматривается отличие от нуля. Текущее вхождение не расположено под квантором, описателем либо одним из символов "или", "и", "вариант".

Спецификация приема имеет вид "тип(точкипрямой)", "терм( $t$ )", где  $t$  - терм, инициирующий попытку применения приема. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 1 и вводит фильтры "условие", "тип(описать)", "не(коммент(коррекцияодз))", "не(константа( $a$ ))", "не(легковидеть(фикс(не(равно( $a$  0))))))", "не(контекст(подчинено(теквхожд  $x_2$ ) символ( $x_2$  и или длялюбого существует вариант класс отображение)))". Создаются также указатели "контрольвывода(дробь( $b$   $a$ ))" и "коррекцияодз". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 2.

### 1.2.7 Исключение несущественных неизвестных

1. Исключение несущественных неизвестных в задаче на описание при невырожденном ограничении.

Данная операция выполняется приемами с заголовком "связка". Прием удостоверяется в том, что все вхождения в условия задачи на описание некоторых несущественных неизвестных  $X$  идентифицируются с заданными в теореме приема утверждениями, после чего удаляет все такие условия, а вместо них помещает утверждения без неизвестных  $X$ , эквивалентные существованию требуемых значений исключенных  $X$ .

Исключаемые неизвестные суть переменные связывающей приставки квантора существования в теореме приема, эталоны для поиска содержащих эти неизвестные условий задачи - конъюнктивные члены утверждения под квантором существования.

Пример:

$$\forall_{abc}(\exists_c(a < c \ \& \ c < b \ \& \ c - \text{число}) \leftrightarrow a < b)$$

Прием применяется к группе условий задачи на описание, которая образована всеми условиями, содержащими несущественную (т.е. указанную в цели "параметры ...") неизвестную  $c$ . Эта неизвестная не входит в  $a, b$ .

Спецификация приема имеет вид "тип(удалениеусловия)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 0 и вводит фильтры "условие", "корень", "тип(описать)", "не(входит( $c \ a$ ))", "не(входит( $c \ b$ ))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 88.

## 2. Исключение несущественных неизвестных в задаче на описание при вырожденном ограничении.

Отличие от предыдущего пункта состоит в том, что заменяющее условие тождественно истинное, т.е. консеквентом теоремы приема служит не эквивалентность с квантором существования в левой части, а сам квантор существования. Пример:

$$\forall_b(b - \text{set} \rightarrow \exists_a(a - \text{set} \ \& \ b \subseteq a))$$

Прием применяется к группе условий задачи на описание, которая образована всеми условиями, содержащими несущественную неизвестную  $a$ . Эта неизвестная не входит в  $b$ . Отсутствует цель "независит ...".

Спецификация приема имеет вид "тип(обрывзадачи)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит фильтры "условие", "корень", "тип(описать)", "не(входит( $a \ b$ ))", "не(Входит(независит цели))". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 64.

### 1.2.8 Обратный вывод

Приемы данного раздела имеют заголовок "подборзначений". Их консеквент идентифицируется с одним либо несколькими условиями задачи на описание. Те антецеденты, которые играют роль заменяющих условий, выделены в приеме указателем "подборзначений( $i_1 \dots i_m$ )". Прием лишь предпринимает попытку свести текущую задачу к другой задаче и решить последнюю. При неудаче происходит откат и продолжение сканирования текущей задачи.

1. Непосредственный подбор примера значений неизвестных, не входящих в невырожденные условия.

Пример:

$$\forall_{ax}(x = \emptyset \rightarrow x \subseteq a)$$

Прием применяется к условию задачи на описание, имеющей цель "пример".  $x$  - неизвестная, причем любое другое содержащее  $x$  условие задачи либо имеет длину 1, либо имеет вид отрицания равенства  $x$  некоторому выражению, не являющемуся символом пустого множества. Антецедент выделен указателем "подборзначений".

Спецификация приема имеет вид "тип(подборзначений)", "неизвестная( $x$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 1 и вводит фильтры "условие", "тип(описать)", "цель(пример)", "неизвестная( $x$ )", "не(контекст(новоеусловие( $x_2$ ) входит( $x$   $x_2$ ) не(длинатекста( $x_2$  2)) не(входит(терм( $x_2$ ) Одз(корень)))) не(контекст(вид( $x_2$  не(равно( $x$   $x_3$ ))) не(равно( $x_3$  фикс(1 2)))))))). Создается также указатель "подборзначений(1)". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 45.

2. Подбор параметризованного примера значения неизвестной.

Параметризованные примеры предоставляют больше степеней свободы для реализации прочих условий задачи.

Пример:

$$\forall_f(\text{последовательность}(f, \mathbb{R}) \ \& \ \exists_{ab}(a - \text{число} \ \& \ b - \text{число} \ \& \ \neg(a = b) \ \& \ f = \lambda_n((a \text{ при } n - \text{even, иначе } b), n - \text{натуральное})))$$

Прием применяется к условию задачи на описание, имеющей цель "пример" либо не имеющей цели "полный". Переменная  $f$  - неизвестная. Отсутствует условие, содержащее как  $f$ , так и символ "частичнпредел". Второй антецедент выделен указателем "подборзначений".

Спецификация приема имеет вид "тип(повтор)", "неизвестная( $x$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 1 и вводит фильтры "условие", "тип(описать)", "или(цель(пример) не(цель(полный)))", "неизвестная( $f$ )". Создаются также указатели "подборзначений(2)", "замечание(2 серия)". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 5.

## 3. Попытка подбора примера значения неизвестной задачи на описание.

Приемы этого типа, в отличие от рассмотренных выше, предпринимают попытку подбора значения неизвестной без какого-либо предварительного учета прочих условий на эту неизвестную. Пример:

$$\forall x(x = \pi/2 \rightarrow \neg(\sin x = 0))$$

Прием применяется к условию задачи на описание, имеющей цель "пример". Переменная  $x$  идентифицируется с неизвестной. Антецедент выделен указателем "подборзначений".

Спецификация приема имеет вид "тип(смешаннаядробь)", "неизвестная( $x$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 5 и вводит фильтры "условие", "тип(описать)", "цель(пример)", "неизвестная( $x$ )". Создается также указатель "подборзначений(1)". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 8.

## 4. Подбор примера значений неизвестных с помощью вычислений.

Приемы этого типа для получения примера обращаются к цепочке вспомогательных вычислений - с помощью вычислительных пакетов, пакетных синтезаторов, нормализаторов или вспомогательных задач. Пример:

$$\forall_{abcdx}(\text{смпредст}(a, b, c, d) \ \& \ d = 0 \ \& \ x = b \rightarrow \text{систпредст}(a, c))$$

Прием применяется к условию задачи на описание. Переменная  $x$  - неизвестная,  $a$  - конечный набор конечных списков десятичных чисел. Первые два антецедента выделены указателем "программа", последний - указателем "подборзначений". Первый антецедент обрабатывается вычислительным пакетом, определяющим систему  $b$  различных представителей для  $a$ . Если ее найти удастся, то  $d$  становится равно 0. В противном случае  $d$  равно 1, а  $c$  - набор номеров множеств набора  $a$ , имеющих в совокупности меньше элементов, чем число данных множеств. На неизвестную  $x$  накладываются только такие дополнительные условия, которые имеют вид одноместных предикатов либо отрицаний равенств для  $x$ .

Спецификация приема имеет вид "тип(десзапись)", "неизвестная( $x$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 5 и вводит фильтры "условие", "тип(описать)", "цель(пример)", "неизвестная( $x$ )", "не(контекст(новоеусловие( $x$  5) входит( $x$  5) не(длинитекта( $x$  2)) не(контекст(вид( $x$  5 не(равно( $x$  6)))) не(равно(6 фикс(3 2))))))", "конец(не(контекст(ключ(цели независит 5) пересекаются(параметры( $b$  5))))))". Он не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 9.

## 5. Обратный вывод с переходом к более простым понятиям при подборе примера.

Пример:

$$\forall_{mn}(m - \text{целое} \ \& \ n - \text{целое} \ \& \ 0 < n - m \ \& \ 0 < m \rightarrow \neg(n|m))$$



Прием применяется к содержащему неизвестные условию задачи на описание, имеющей цель "пример". Последние два антецедента выделены указателем "подборзначений", причем обратные неравенства не усматриваются.

Спецификация приема имеет вид "тип(перечислфрагментов)", "подборзначений(...)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 1 и вводит фильтры "условие", "тип(описать)", "цель(пример)". Создается также указатель "подборзначений(3 4)". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 8.

6. Обратный вывод для исключения кванторной импликации.

Пример:

$$\forall_{ab}(0 < a \ \& \ 0 \leq b - 1 \ \& \ a < b \rightarrow \forall_n(n - \text{натуральное} \rightarrow \neg(a = b^n)))$$

Прием применяется к содержащему неизвестные условию задачи на описание, имеющей цель "пример". Третий антецедент выделен указателем "подборзначений", первые два - обрабатываются проверочными операторами.

Спецификация приема имеет вид "тип(заменалперанда)", "подборзначений(...)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 1 и вводит фильтры "условие", "тип(описать)", "цель(пример)", "не(известно(корень))". Создается также указатель "подборзначений(3)". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

7. Обратный вывод для декомпозиции условия задачи на описание.

Пример:

$$\forall_{ab}(0 < a \ \& \ 0 < b \rightarrow \neg(a + b = 0))$$

Прием применяется к условию задачи на описание. Выражения  $a, b$  содержат неизвестные. Не усматривается ни одно из неравенств, обратных антецедентам. Антецеденты выделены указателем "подборзначений".

Спецификация приема имеет вид "тип(непересек)", "подборзначений(...)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 1 и вводит фильтры "условие", "тип(описать)", "цель(пример)". Создается также указатель "подборзначений(1 2)". Требуется проработка.

Число приемов данного типа - 1.

8. Обратный вывод с переходом к более простым понятиям в задаче с целью "длялюбого".

Пример:

$$\forall_{kmnx}(n - \text{целое} \ \& \ k - \text{целое} \ \& \ m = nk \ \& \ x = n \rightarrow x|m)$$

Прием применяется к условию задачи на описание, имеющей цель "длялюбого". Отсутствует цель "независит...", указывающая на такие переменные, которые встречаются в выражении  $n$ . Последний антецедент выделен указателем "подборзначений", третий - идентифицируется с утверждением из контекста.

Спецификация приема имеет вид "тип(принадлежит)", "подборзначений(...)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 1 и вводит фильтры "условие", "тип(описать)", "цель(длялюбого)". Создается также указатель "подборзначений(4)". Требуется проработка.

Число приемов данного типа - 1.

#### 9. Обратный вывод при попытке индуктивного построения.

Пример:

$$\forall_{Afgnp}(\text{Dom}(f) = \{1, \dots, n\} \ \& \ \text{Dom}(g) = \{1, \dots, n\} \ \& \ \exists_{iqh}(h \in A \ \& \ h(n) = i \ \& \ f(i) = g(n) \ \& \ i \in \{1, \dots, n\} \ \& \ \text{Переводит}(g, \text{сужение}(\text{произведение}(f, h), \{1, \dots, n-1\}), \text{сужение}(g, \{1, \dots, n-1\})) \ \& \ \text{Val}(q) \subseteq \text{set}_u(\exists_v(v \in A \ \& \ v(n) = n \ \& \ u = \text{сужение}(v, \{1, \dots, n-1\}))) \ \& \ p = \text{префикс}(h, \lambda_j(\text{таблица}(\{q(j), n \rightarrow n\}), j \in \text{Dom}(q)))) \rightarrow \text{Переводит}(p, f, g) \ \& \ \text{Val}(p) \subseteq A)$$

Прием используется при индуктивном определении цепочки  $f$  отображений, последовательное применение которых к отображению  $p$  превращает его в отображение  $g$ . Он применяется к паре условий задачи на описание, имеющей комментарий (натуральное  $k$ ), где переменная  $k$  входит в выражение  $n$ . Третий антецедент выделен указателем "подборзначений".

Спецификация приема имеет вид "тип(перечень)", "подборзначений(...)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 1 и вводит фильтры "условие", "тип(описать)". Создается также указатель "подборзначений(3)". Требуется проработка.

Число приемов данного типа - 1.

#### 10. Обратный вывод в задаче на описание, использующий кванторную импликацию из контекста.

Пример:

$$\forall_{Aabct}(A(t) \ \& \ \forall_x(A(x) \rightarrow 0 \leq a + f(x)) \ \& \ 0 \leq b - ac \ \& \ 0 < c \rightarrow 0 \leq b + cf(t))$$

Прием применяется к условию задачи на описание, имеющей цель "пример". Второй антецедент идентифицируется с утверждением из контекста, третий - выделен указателем "подборзначений". Переменные  $A, f$  функциональные. Указатель "контекст" определяет дополнительную идентификацию внутри консеквента второго антецедента подвыражения вида  $h(x)$ , а внутри текущего условия - подвыражения  $h(t)$ . Здесь  $h$  - какая-то обычная переменная.

Спецификация приема имеет вид "тип(тройнойинтеграл)", "подборзначений(...)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 5 и вводит фильтры "условие", "тип(описать)", "цель(пример)", "корень". Создается также указатель "подборзначений(3)". Требуется проработка.

Число приемов данного типа - 3.

11. Подбор примера значения неизвестной, устраняющий зависимость от запрещенных переменных.

Пример:

$$\forall_{abc}(0 \leq a - b \ \& \ c = a \rightarrow b \leq c)$$

Прием применяется к условию задачи на описание, имеющей цель "пример" и цель "независит  $z_1 \dots z_n$ ". Переменная  $c$  - неизвестная. Выражение  $a$  не содержит переменных  $z_1, \dots, z_n$ , а выражение  $b$  - содержит. Первый антецедент идентифицируется с утверждением из контекста, второй - выделен указателем "подборзначений".

Спецификация приема имеет вид "тип(двойнойинтеграл)", "неизвестная( $x$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 5 и вводит фильтры "условие", "тип(описать)", "цель(пример)", "Входит(независит цели)", "неизвестная( $c$ )", "не(независит( $b$ ))", "независит( $a$ )". Создается также указатель "подборзначений(2)". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

12. Использование синтезатора для устранения зависимости от запрещенных переменных.

Пример:

$$\forall_{abc}(a < b \ \& \ b \leq c \rightarrow a < c)$$

Прием применяется к условию задачи на описание, имеющей цель "пример" либо не имеющей цели "полный". Она также имеет цель "независит  $x_1 \dots x_n$ ". Второй антецедент обрабатывается пакетным синтезатором "нижняоценка". Выражение  $c$  содержит хотя бы одну из переменных  $x_1, \dots, x_n$ , а выражение  $a$  - не содержит. Первый антецедент выделен указателем "подборзначений". Неравенство, обратное этому антецеденту, не усматривается.

Спецификация приема имеет вид "тип(Неизвестная)", "подборзначений(...)", "значения(...)". Последний элемент указывает номер антецедента, обрабатываемого пакетным синтезатором. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 3 и вводит фильтры "условие", "тип(описать)", "или(цель(пример) не(цель(полный)))", "Входит(независит цели)", "независит( $a$ )", "не(независит( $c$ ))". Создаются также указатели "подборзначений(1)", "значения(2)", "контекст(ключ(цели независит  $x_4$ ))", "комментарий(2  $x_4$ )". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 2.

### 1.2.9 Создание комментариев

Пример:

$$\forall_{ABC}(\text{актив}(\angle(BAC)) \ \& \ \text{актив}(l(BC)) \rightarrow \emptyset)$$

Прием применяется в посылках задачаина доказательство либо на исследование. Угол  $VAC$  известен, расстояние  $l(BC)$  имеет тип "неизв", а расстояние  $l(AB)$  - не известно. Прием вводит комментарий к посылкам (пассив  $l(AB)$  0 фикс(1) 4). Этот комментарий означает, что вес посылки, идентифицированной с первым антецедентом, должен быть понижен до 0 сразу, как только будет вычислено  $l(AB)$ .

Спецификация приема имеет вид "тип(значение)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 1. Он не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 3.

## 1.2.10 Пакетные операторы

### Проверочный оператор

Пример:

$$\forall_{abc}(a \in b \ \& \ a \in c \rightarrow a \in b \cap c)$$

Прием относится к проверочному оператору "усмпринадлежит". Антецеденты обрабатываются тем же оператором.

Спецификация приема имеет вид "тип(спуск)", "оператор( $P$ )", где  $P$  - название проверочного оператора. Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 2 и вводит указатели "блокпроверок(1 2)", "дистрибразвертка(фикс(0 2))", "спуск", "комментарий(1 склейкаоперандов пересечение)", "комментарий(2 склейкаоперандов пересечение)". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 2294.

### Нормализатор

1. Нормализатор общей стандартизации выражений.

(а) Прием нормализатора общей стандартизации.

Пример:

$$\forall_{ab}(b \subseteq a \rightarrow a \cap b = b)$$

Прием применяется в нормализаторе "нормпересечение". Антецедент обрабатывается проверочным оператором. Отсутствует комментарий "существованиепосылки", блокирующий применение приемов, имеющих существенные антецеденты.

Спецификация приема имеет вид "тип(норм)", "направл( $N$ )", "оператор( $P$ )", где  $P$  - название нормализатора. Справочник "заголовокприема" вводит фильтр "коммент(существованиепосылки)" и указатели "уровень(2)", "блокпроверок(1)". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 837.

(б) Вычисления в нормализаторе общей стандартизации.

Пример:

$$\forall_{abcd}(d = b + c \rightarrow ab + ac = ad)$$

Прием применяется в нормализаторе "нормплюс". Переменные  $b, c$  идентифицируются с десятичными константами. Выражение  $a$  не содержит символов "0", "плюсбеск", "минусбеск". Антецедент реализуется путем непосредственных вычислений.

Спецификация приема имеет вид "тип(усмубывает)", "направл( $N$ )", "оператор( $P$ )", "типданных( $rx_1 \dots x_k$ )". Здесь  $P$  - название нормализатора;  $r$  - тип значения переменных  $x_1, \dots, x_k$ . Элементов последнего вида может быть несколько. Справочник "заголовокприема" вводит фильтры "десчисло( $b$ )", "десчисло( $c$ )", "постпозиция(фикс(0 1 2) фикс(0 1 1))". Создаются также указатели "уровень(2)", "программа(1)". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 15.

- (с) Один шаг развертки операции над конечным семейством в нормализаторе общей стандартизации.

Пример:

$$\forall P_{abf}(P(a) \rightarrow \bigcup_{i,i \in \{a;b\}, P(i)} f(i) = f(a) \cup \bigcup_{i,i \in \{b\}, P(i)} f(i))$$

Прием применяется в нормализаторе "нормобъединениевсех". Список  $b$  непуст. Антецедент проверяется с помощью задачи на доказательство, решаемой до малого уровня. Переменные  $f, P$  функциональные.

Спецификация приема имеет вид "тип(облвхожд)", "направл( $N$ )", "оператор( $P$ )". Справочник "заголовокприема" вводит фильтр "коммент(существованиепосылки)". Создаются также указатели "уровень(2)", "усматривается(1)". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 5.

- (d) Устранение вложенных операций в нормализаторе общей стандартизации.

Пример:

Теорема приема - "коммутативно(плюс)"; заголовок - "замена(спускоперандов нормплюс)".

Спецификация приема имеет вид "тип(нормцелаячасть)". Создается указатель "уровень(1)". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 5.

- (e) Лексикографическое упорядочение операндов в нормализаторе общей стандартизации.

В качестве примера рассмотрим прием, у которого теорема - та же, что и выше. Заголовок приема - "замена(лексупорядочение нормплюс)".

Спецификация приема имеет вид "тип(Сокращение)". Создается указатель "уровень(3)". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 5.

- (f) Прием "усмотрение из посылок" для прямой ориентации равенства.

Пример:

$$\forall_{ab}(a = b \rightarrow a = b)$$

Прием применяется в нормализаторе "нормкоорд". Выражение  $a$  имеет заголовок "коорд". Антецедент идентифицируется с посылкой, причем выражение  $a$  не является подвыражением выражения  $b$ . При идентификации частей равенства перестановка их не допускается.

Спецификация приема имеет вид "тип(поразныестороны)", "оператор( $P$ )", "символ( $s$ )", где  $s$  - заголовок преобразуемого терма. Создаются фильтры "заголовок( $a$  коорд)", "не(вхождениетерма( $b a$ ))". Вводится также указатель "коммутативно(фикс(1))". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 23.

- (g) Прием "усмотрение из посылок" для произвольной ориентации равенства.

Отличие от предыдущего случая состоит в том, что при идентификации равенства разрешается перестановка его частей.

Пример:

$$\forall_{ab}(a = b \rightarrow a = b)$$

Прием применяется в нормализаторе "нормоперация". Выражение  $a$  имеет заголовок "операция". Антецедент идентифицируется с посылкой, причем выражение  $a$  не является подвыражением выражения  $b$ . Выражение  $b$  имеет заголовок "отображение".

Спецификация приема имеет вид "тип(частноемногочленов)", "оператор( $P$ )", "символ( $s$ )", где  $s$  - заголовок преобразуемого терма. Создаются фильтры "заголовок( $a$  операция)", "не(вхождениетерма( $b a$ ))". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 2.

- (h) Прием нормализатора общей стандартизации, исключаящий с помощью тождества из посылок заданные символы.

Пример:

$$\forall_{ABCf}(\text{Отображение}(f, A, B) \ \& \ \text{Val}(f) = C \rightarrow \text{образ}(f, A) = C)$$

Прием применяется в нормализаторе "нормобраз". Выражение  $C$  не содержит символов "значения", "область", "образ".

Спецификация приема имеет вид "тип(усмвозрастает)", "оператор( $P$ )", "символы( $s_1 \dots s_k$ )", где  $s_1, \dots, s_k$  - символы, которые не должны встречаться в заменяющем терме. Создаются фильтры "не(входит(значения  $C$ ))", "не(входит(область  $C$ ))", "не(входит(образ  $C$ ))". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

- (i) Одновременная обработка всех корневых операндов в нормализаторе общей стандартизации.

Пример:

$$\forall_{ab}(-a - b = -(a + b))$$

Прием применяется в нормализаторе "нормплюс". Преобразуется сумма произвольной длины, каждое слагаемое которой имеет своим заголовком минус. Отсутствует комментарий "извлечение".

Спецификация приема имеет вид "тип(интегрмногочлен)", "направл(N)". Создаются указатель "набор(второйтерм)". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

- (j) Прием нормализатора общей стандартизации, использующий посылку.

Пример:

$$\forall_{ab}(a - b = 0 \rightarrow b - a = 0)$$

Прием применяется в нормализаторе "нормплюс". Антецедент идентифицируется с посылкой. Выражение  $-a$  идентифицируется с подсуммой, образованной всеми слагаемыми со знаком "минус". Аналогичным образом идентифицируется  $-b$ .

Спецификация приема имеет вид "тип(нижнийпредел)", "направл(N)", "антецедент(i)". Создается указатель "нормзнака(b минус плюс)". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 5.

- (k) Прием нормализатора общей стандартизации, учитывающий дополнительную целевую установку.

Пример:

$$\forall_{ab}(\sqrt{a^2b} = |a|\sqrt{b})$$

Прием применяется в нормализаторе "нормстепень", имеющем комментарий "сбросмодуля".

Спецификация приема имеет вид "тип(сигнум)", "направл(N)". Справочник "заголовокприема" никаких фильтров не создает. Он не проработывался.

Число приемов данного типа - 3.

- (l) Специальная стандартизация подвыражения в нормализаторе общей стандартизации.

Пример:

$$\forall_{abcdefg}(h = (b + c)^g e / f + d \rightarrow a^{(b+c)^g e / f + d} = a^h)$$

Прием применяется в нормализаторе "нормстепень". Переменная  $g$  идентифицируется с натуральной константой, меньшей 4 (возможно, равной 1). Антецедент выделен указателем "идентификатор", и его правая часть

обрабатывается нормализатором раскрытия скобок. Напомним, что принятая в решателе стандартизация требует раскрытия скобок в показателях степеней.

Спецификация приема имеет вид "тип(монотонно)", "оператор( $P$ )", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" никаких нетривиальных фильтров и указателей не создает. Он не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 2.

- (m) Лексикографическая стандартизация в нормализаторе общей стандартизации.

Пример:

$$\forall_{abc}((a - b)^c = (b - a)^c)$$

Прием применяется в нормализаторе "нормстепень". Выражение  $c$  представляет собой рациональную константу с четным числителем. Выражение " $b - a$ " лексикографически предшествует выражению  $a - b$ .

Спецификация приема имеет вид "тип(Максимум)", "оператор( $P$ )", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" никаких нетривиальных фильтров и указателей не создает. Он не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 2.

- (n) Стандартизация константного выражения в нормализаторе общей стандартизации.

Пример:

$$\forall_{abcde}(a/b = e \rightarrow ad/(bc) = ed/c)$$

Прием применяется в нормализаторе "нормдробь". Выражения  $a, b$  суть десятичные константы. Оператор "сокращдоби" предпринимает попытку сократить дробь  $a/b$  и убеждается, что результат  $e$  отличен от исходной дроби.

Спецификация приема имеет вид "тип(регтеор)", "оператор( $P$ )", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" создает указатели "идентификатор(1)", "операнд( $a$  фикс(0 1 1))", "операнд( $b$  фикс(0 1 2))". Он не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 15.

- (o) Обработка результата в нормализаторе общей стандартизации.

$$\forall_{apq}(0 < p - q \ \& \ 0 < 2q - p \rightarrow (a, p\pi/q) = (a, (p - 2q)\pi/q))$$

Прием применяется в нормализаторе "нормполкоорд" для калибровки угла. Переменные  $p, q$  идентифицируются с натуральными константами.

Спецификация приема имеет вид "тип(усмпараллельны)", "оператор( $P$ )", "направл( $N$ )", "типданных(...)". Справочник "заголовокприема" создает фильтры "натуральное( $p$ )", "натуральное( $q$ )" и указатели "программа(1 2)", "набороперандов(фикс(0 1 2 1))". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 1.



- (p) Передача во внешний контекст информации нормализатора общей стандартизации.

Пример:

$$\forall_{abc}(\text{контекст}(ac/(bc)))$$

Прием применяется в нормализаторе "нормдробь". Не усматривается ни отличие от нуля значения  $c$ , ни равенство  $c$  нулю. Достаточно высокий уровень срабатывания приема означает, что сократить дробь не удалось. Если к нормализатору произошло обращение от внешнего нормализатора "нормИнтеграл", причем интеграл имеет общую свободную переменную  $c$ , то во внешний нормализатор передается комментарий "нормили  $c = 0 \vee \neg(c = 0)$ ", инициирующий в нем разбор случаев по  $c$ .

Спецификация приема имеет вид "тип(нормсупремум)", "оператор( $P$ )". Справочник "заголовокприема" никаких нетривиальных фильтров и указателей не создает. Он не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 1.

## 2. Нормализатор общей стандартизации утверждений.

- (a) Непосредственное усмотрение истинности либо ложности в нормализаторе общей стандартизации.

Пример:

$$\forall_{ab}(a < b \rightarrow a < b)$$

Прием применяется в нормализаторе "нормменьше". Антецедент обрабатывается проверочным оператором, которому передается комментарий "нормализатор". Отсутствует комментарий "нормусм". Эти комментарии вводятся для предотвращения зацикливаний при встречных обращениях из проверочных операторов к нормализаторам.

Спецификация приема имеет вид "тип(первыйтерм)", "оператор( $P$ )". Справочник "заголовокприема" никаких фильтров не создает, хотя и вводит указатель "блокпроверок(1)". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 9.

- (b) Прием нормализатора общей стандартизации утверждений.

Пример:

$$\forall_{abc}(a \in b \cap c \leftrightarrow a \in b \ \& \ a \in c)$$

Прием применяется в нормализаторе "нормпринадлежит".

Спецификация приема имеет вид "тип(второйтерм)", "оператор( $P$ )", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" никаких фильтров и указателей не создает; впрочем, в этом случае они и не нужны. Требуется небольшая доработка.

Число приемов данного типа - 95.

- (с) Ориентация равенства с неизвестными.

Пример:

$$\forall_{ab}(a = b \leftrightarrow b = a)$$

Прием применяется в нормализаторе числовых равенств "нормчисло". Выражение  $a$  не содержит неизвестных, выражение  $b$  - содержит. При идентификации равенства перестановка его частей не допускается.

Спецификация приема имеет вид "тип(предпоследтерм)", "оператор( $P$ )", "направл( $N$ )", "неизвестные(...)". Справочник "заголовокприема" создает фильтры "не(известно( $b$ ))", "известно( $a$ )". Вводится также указатель "коммутативно(фикс(0 1))". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

### 3. Нормализатор сокращенной перезаписи.

- (а) Прием нормализатора сокращенной перезаписи.

Пример:

$$\forall_{abc}(a^c b^c = (ab)^c)$$

Прием применяется в нормализаторе "упрощумножение". Есть ряд ограничений, связанных с контекстом применения нормализатора.

Спецификация приема имеет вид "тип(нормупростить)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" ограничивается вводом указателя "общаястепень(общаястепень  $c$   $a^c$   $b^c$ )". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 101.

- (b) Общая стандартизация в нормализаторе сокращенной перезаписи.

Иногда нормализатор сокращенной перезаписи создает ситуации, в которых могут применяться приемы общей стандартизации. Такие приемы тоже заносятся в данный нормализатор.

Пример:

$$\forall_{abc}((a/b)/c = a/(bc))$$

Прием применяется в нормализаторе "упрощдробь".

Спецификация приема имеет вид "тип(указательтипа)", "оператор( $P$ )", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" никаких фильтров и указателей не создает; впрочем, в этом случае они и не нужны.

Число приемов данного типа - 5.

- (с) Лексикографическое упорядочение операндов в нормализаторе сокращенной перезаписи.

Пример:

"коммутативно(плюс)". Заголовок приема - "замена(лексупорядочение упрощплюс)".

Прием применяется в нормализаторе "упрощплюс".

Спецификация приема имеет вид "тип(нормпроизводная)". Справочник "заголовокприема" никаких фильтров и указателей не создает; впрочем, в этом случае они и не нужны.

Число приемов данного типа - 4.

- (d) Устранение вложенных операций в нормализаторе сокращенной перезаписи.

Пример:

"коммутативно(пересечение)". Заголовок приема - "замена(спускоперандов упрощпересечение)".

Спецификация приема имеет вид "тип(вхождениемыши)". Справочник "заголовокприема" никаких фильтров и указателей не создает; впрочем, в этом случае они и не нужны.

Число приемов данного типа - 4.

- (e) Вычисления с константами в нормализаторе сокращенной перезаписи.

Пример:

$$\forall_{ab}(a = b^2 \rightarrow \sqrt{a} = b)$$

Прием применяется в нормализаторе "упрощумножение". Переменная  $a$  идентифицируется с десятичной константой. Антецедент выделен указателем "программа". Он предпринимает попытку извлечь квадратный корень.

Спецификация приема имеет вид "тип(верхнийпредел)", "оператор( $P$ )", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" создает указатель "идентификатор(1)". Он не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 3.

- (f) Одновременная обработка всех операндов в нормализаторе сокращенной перезаписи.

Пример:

$$\forall_{ab}(-a - b = -(a + b))$$

Прием применяется в нормализаторе "упрощплюс". Все слагаемые заменяемой части (их может быть больше двух) имеют знак "минус".

Спецификация приема имеет вид "тип(обозначение)", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" создает указатель "набор(второйтерм)". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 2.

- (g) Рекурсивное обращение в нормализаторе сокращенной перезаписи при измененном заголовке термина.

Пример:

$$\forall_{ab}(-ab = -ab)$$

Прием применяется в нормализаторе "упрощумножение". Происходит рекурсивное обращение к тому же нормализатору для выражения с отброшенным знаком "минус", а затем этот знак восстанавливается.

Спецификация приема имеет вид "тип(цельтеоремы)", "оператор( $P$ )", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 2.

#### 4. Нормализатор приведения к заданным заголовкам.

- (а) Непосредственное преобразование к нужному заголовку.

Пример:

$$\forall_{ab}(-b^2 + a^2 = (a + b)(a - b))$$

Пример применяется в нормализаторе "видумножение". Дополнительные слагаемые преобразуемого терма отсутствуют.

Спецификация приема имеет вид "тип(нормзаголовок)", "оператор( $P$ )", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" создает фильтр "коммент(длинаменее)" и указатель "модификатор". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 161.

- (б) Попытка группировки нескольких корневых операндов.

Пример:

$$\forall_{abcde}(e = a(b + c)^2 + d \rightarrow ab^2 + 2abc + ac^2 + d = e)$$

Прием применяется в нормализаторе "видумножение". Антецедент выделен указателем "идентификатор". Для обработки его правой части предпринимается рекурсивное обращение к нормализатору "видумножение", с блокировкой раскрытия скобок. Проверяется, что результат  $e$  - произведение, дробь либо степень (с точностью до знака).

Спецификация приема имеет вид "тип(группировки)", "оператор( $P$ )", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" создает фильтры "постпозиция(фикс(0 1 3)фикс(0 1 1))", "или(не(заголовок( $b$  1))не(заголовок( $c$  1)))". Он не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 37.

- (с) Изменение заголовка неизвестного подвыражения, обеспечивающее возможность изменения заголовка всего выражения.

Пример:

$$\forall_{acd}(a = d \rightarrow c \cap d = c \cap a)$$

Прием применяется в нормализаторе "видобъединение". Выражение  $d$  содержит неизвестные (они указаны в комментарии нормализатора), отлично от переменной и не имеет заголовка "объединение". Антецедент выделен указателем "идентификатор". Его правая часть обрабатывается нормализатором "нормобъединение". Результат  $a$  либо имеет заголовок "объединение", либо короче выражения  $d$ .

Спецификация приема имеет вид "тип(числоповторений)", "норм( $Q$ )", "оператор( $P$ )", "направл( $N$ )". Здесь  $Q$  - заголовок оператора, используемого при обработке подвыражения. Справочник "заголовокприема" создает фильтры "не(известно( $d$ ))", "не(переменная( $d$ ))", "не(заголовок( $d$  объединение))", "или(заголовок( $a$  объединение) короче( $a d$ ))", "не(подобные-термы( $a$  копия( $d$ )))". Создается также указатель "идентификатор(1)" и вводится обращение к нормализатору, обрабатывающему правую часть антецедента. Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 4.

- (d) Дополнительное преобразование к требуемому заголовку корневых операндов после того, как само выражение уже имеет нужный заголовок.

Пример:

$$\forall_{abc}(a = b \rightarrow ac = bc)$$

Прием применяется в операторе "видумножение". Антецедент выделен указателем "идентификатор". Он обращается к оператору "видумножение" для доразложения  $a$  на множители.

Спецификация приема имеет вид "тип(внутрзамена)", "оператор( $P$ )", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" создает указатель "идентификатор(1)", но и только. Он не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 7.

- (e) Вынесение наружу общей одноместной операции в нормализаторе приведения к заданным заголовкам.

Пример:

$$\forall_{ab}(-a - b = -(a + b))$$

Прием применяется в нормализаторе "видумножение". Число слагаемых может быть любым, причем каждое из них имеет знак "минус".

Спецификация приема имеет вид "тип(просмотрсимволов)", "оператор( $P$ )", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" создает указатель "набор(второйтерм)". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

- (f) Усиленное преобразование к заданному заголовку при наличии специальной цели.

Пример:

$$\forall_{abx}(ax^3 + b = (\sqrt[3]{ax} + \sqrt[3]{b})(\sqrt[3]{a^2x^2} - \sqrt[3]{ax}\sqrt[3]{b} + \sqrt[3]{b^2}))$$

Прием применяется в нормализаторе "видумножение", имеющем комментарий "нормИнтеграл  $x$ ". Такой комментарий означает, что обращение к нормализатору произошло при вычислении неопределенного интеграла по  $x$ . Проверяется, что выражения  $a, b$  не содержат  $x$ .

Спецификация приема имеет вид "тип(подобныечлены)", "оператор( $P$ )", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" никаких фильтров не создает. Он не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 3.

- (g) Вычисления с константами в нормализаторе приведения к заданным заголовкам.

Пример:

$$\forall_{abcd}(c = a + b \rightarrow a + b + d = c + d)$$

Прием применяется в нормализаторе "видумножение". Переменные  $a, b$  идентифицируются с десятичными константами. Антецедент, выделенный указателем "идентификатор", реализует их сложение.

Спецификация приема имеет вид "тип(элементнабора)", "оператор( $P$ )", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" никаких фильтров не создает. Он не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 4.

- (h) Преобразование в нормализаторе приведения к заданным заголовкам, подготавливающее возможность непосредственного перехода к этим заголовкам.

Пример:

$$\forall_{abc}(\sqrt{3}c \sin a - c \cos a + b = 2c \sin(a - \pi/6) + b)$$

Прием применяется в нормализаторе "видумножение". Выражение  $b$  либо равно 0, либо имеет вид  $2c \cdot A$ , где заголовок  $A$  - синус либо косинус.

Спецификация приема имеет вид "тип(транзитивно)", "оператор( $P$ )", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" никаких фильтров не создает. Он не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 8.

- (i) Корневая свертка выражения в нормализаторе приведения к заданным заголовкам.

Пример:

$$\forall_{ab}(\sin a \cos b + \sin b \cos a = \sin(a + b))$$

Прием применяется в нормализаторе "видумножение".

Спецификация приема имеет вид "тип(конгруэнтны)", "оператор( $P$ )", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" создает указатель "модификатор". Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 5.

- (j) Попытка варьирования выражения в нормализаторе приведения к заданным заголовкам.

Пример:

$$\forall_{abcdef}(d = \sin(b/2) \ \& \ e = \cos(b/2) \ \& \ f = 2ade + c \rightarrow a \sin b + c = f)$$

Прием применяется в нормализаторе "видумножение". Антецеденты выделены указателем "идентификатор", причем последний из них выпооняет

рекурсивное обращение к нормализатору для разложения на множители проварьированного выражения. Предварительно проверяется, что хотя бы одно из слагаемых выражения  $s$  имеет своим сомножителем  $d$  либо  $e$ . Проверяется, что попытка разложения проварьированного выражения оказалась успешной.

Спецификация приема имеет вид "тип(нормлогарифм)", "оператор( $P$ )", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" каких-либо фильтров и рекурсивного обращения не создает. Он не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 9.

- (к) Блокировка дальнейших преобразований выражения с неизвестными.

Пример:

$$\forall_{abcx}(a \sin x \cos x + b \sin x + b \cos x + c = a \sin x \cos x + b \sin x + b \cos x + c)$$

Прием применяется в нормализаторе "видумножение". Выражение  $x$  содержит неизвестные; выражения  $a, b, c$  - не содержат. Усматривается вид левой части уравнения, для решения которого имеются приемы. Поэтому дальнейшие преобразования не нужны, и указатель "выход" определяет немедленную выдачу результата.

Спецификация приема имеет вид "тип(веществомногочлен)", "оператор( $P$ )", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 3.

- (l) Обращение к вычислительному пакету в нормализаторе приведения к заданным заголовкам.

Пример:

$$\forall_{abcfgnxy}(a+b = f(x) \ \& \ f = \text{многочлен}(y, \text{Целые}, c) \ \& \ f = \text{произведениевсех-мн}(g) \ \& \ l(g) = n \ \& \ p = \prod_{i=1}^n g(i)(x) \rightarrow a + b = p)$$

Прием применяется в нормализаторе "видумножение". Первые два антецедента и последний антецедент выделены указателем "идентификатор", третий и четвертый - выделены указателем "программа". Фактическое разложение многочлена на множители выполняет третий антецедент, обращающийся к пакету продукции "множителюмн". Этот пакет реализует известную процедуру Берлекэмпа-Гензеля.

Спецификация приема имеет вид "тип(учетнормализаторов)", "оператор( $P$ )", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 1.

- (m) Предварительная стандартизация в нормализаторе приведения к заданным заголовкам.

Пример:

$$\forall_{abcdef}(f = c \ \& \ 0 \leq c \rightarrow a + bc^d/e = a + bf^d/e)$$

Прием применяется в нормализаторе "видумножение". Заголовок выражения  $c$  - символ "плюс". Первый антецедент выделен указателем "идентификатор". Его правая часть обрабатывается нормализатором "видумножение". Проверяется успешность попытки обращения.

Спецификация приема имеет вид "тип(стандартизация)", "оператор( $P$ )", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 123.

#### 5. Нормализатор стандартной формы.

Напомним, что такой нормализатор обеспечивает преобразование выражения к заданной стандартной форме (например, к виду многочлена, д.н.ф., к.н.ф. и т.п.) и упрощение его в рамках данной стандартной формы.

##### (а) Преобразование к стандартной форме.

Пример:

$$\forall_{abc}(ab + ac = a(b + c))$$

Замена выполняется справа налево. Допускается произвольное число слагаемых. Прием применяется в нормализаторе "стандплюс", выполняющем раскрытие скобок и приведение подобных членов. В зависимости от опций обращения, могут применяться также другие преобразования (например, переход от произведения тригонометрических функций к сумме).

Спецификация приема имеет вид "тип(стандлогарифм)", "оператор( $P$ )", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 34.

##### (б) Упрощение в стандартной форме.

Пример:

$$\forall_{ab}(a \subseteq b \rightarrow a \cup b = b)$$

Прием применяется в нормализаторе "стандобъединение".

Спецификация приема имеет вид "тип(общаяплоскость)", "оператор( $P$ )", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" создает фильтры "коммент(существопосылки)", "коммент(нормализация)". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 128.

##### (с) Устранение вложенных операций в нормализаторе стандартной формы.

Пример:

Теорема приема - "коммутативно(умножение)", заголовок - "замена(спускоперандов стандплс)". Прием устраняет вложенные умножения в нормализаторе раскрытия скобок.

Спецификация приема имеет вид "тип(нормминимум)", "оператор( $P$ )". Справочник "заголовокприема" указывает только уровень срабатывания 1. Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 4.



- (d) Лексикографическое упорядочение в нормализаторе стандартной формы.

Пример:

Теорема приема - "коммутативно(умножение)", заголовок - "замена(лекс-упорядочение стандплюс)". Прием лексикографически упорядочивает множители в нормализаторе раскрытия скобок.

Спецификация приема имеет вид "тип(норминфимум)", "оператор( $P$ )". Справочник "заголовокприема" указывает только уровень срабатывания 4. Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 4.

- (e) Вычисления с константами в нормализаторе стандартной формы.

Пример:

$$\forall_{abcd}(c = ab \rightarrow abd = cd)$$

Прием применяется в нормализаторе раскрытия скобок "стандплюс". Переменные  $a, b$  идентифицируются с десятичными константами. Антецедент выделен указателем "идентификатор". Он выполняет умножение этих констант.

Спецификация приема имеет вид "тип(многочлен)", "оператор( $P$ )", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 13.

- (f) Специальная стандартизация в нормализаторе стандартной формы.

Пример:

$$\forall_{abcde}(0 < b - c \ \& \ b = cd + e \ \& \ 0 \leq a \rightarrow a^{b/c} =^d a^{e/c})$$

Прием применяется в нормализаторе "стандплюс". Переменные  $b, c$  идентифицируются с натуральными константами, причем  $c$  - четное. Первые два антецедента выделены указателем "программа", причем второй выполняет деление с остатком. Происходит вынесение натуральной степени из-под радикала.

Спецификация приема имеет вид "тип(нормугол)", "оператор( $P$ )", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 7.

6. Нормализатор упрощения относительно неизвестных.

- (a) Прием нормализатора упрощения относительно неизвестных.

Пример:

$$\forall_{abc}(c - \text{rational} \ \& \ \neg(\text{знаменатель}(c) - \text{even}) \rightarrow a^c b^c = (ab)^c)$$

Прием применяется в нормализаторе "уравнумножение". Выражения  $a, b$  не содержат неизвестных, выражение  $c$  - содержит.

Спецификация приема имеет вид "тип(сокращнеизв)", "оператор( $P$ )", "направл( $N$ )", "неизвестные(...)". Справочник "заголовокприема" вводит фильтры "не(известно( $c$ ))", "известно( $a$ )", "известно( $b$ )" и указатели "блок-проверок(1 2)", "общаястепень(общаястепень  $c a^c b^c$ )". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 31.

- (b) Стандартизация операнда в нормализаторе упрощения относительно неизвестных.

Напомним, что нормализатор упрощения относительно неизвестных - корневой. Поэтому имеет смысл предпринимать рекурсивные обращения для обработки подтермов. Пример:

$$\forall_{abc}(c = a \rightarrow a/b = c/b)$$

Прием применяется в нормализаторе "уравндробь". Антецедент выделен указателем "идентификатор", и его правая часть обрабатывается оператором "нормуравн", который по заголовку выражения  $a$  определяет конкретный используемый нормализатор упрощения относительно неизвестных.

Спецификация приема имеет вид "тип(унисборка)", "оператор( $P$ )", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" вводит фильтры "не(равно( $a c$ ))", "входит(нормуравн комментарии)". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 11.

- (c) Общая стандартизация в нормализаторе упрощения относительно неизвестных.

Пример:

$$\forall_{abc}(c \cdot a/b = ac/b)$$

Прием применяется в нормализаторе "уравнумножение".

Спецификация приема имеет вид "тип(лексупорядочение)", "оператор( $P$ )", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" никаких фильтров и указателей не создает; впрочем, в этом случае они и не нужны.

Число приемов данного типа - 8.

- (d) Устранение вложенных операций в нормализаторе упрощения относительно неизвестных.

Пример:

Теорема приема - "коммутативно(умножение)", заголовок - "замена(спуск-операндов уравнумножение)". Прием исключает вложенные операции умножения.

Спецификация приема имеет вид "тип(вывод)". Справочник "заголовокприема" никаких фильтров и указателей не создает; впрочем, в этом случае они и не нужны.

Число приемов данного типа - 1.

## 7. Нормализатор упрощения выражений путем перебора группировок.

Пример:

$$\forall_{abc}(c \setminus a \cup c \setminus b = c \setminus (a \cap b))$$

Прием применяется в нормализаторе "группмножество". Он не выполняет немедленной замены, а лишь регистрирует в некотором накопителе результат упрощения выражения, возникшего при указанной группировке. По окончании перебора различных таких группировок нормализатор выберет группу замен, дающую наибольшее упрощение.

Спецификация приема имеет вид "тип(нормгрупп)", "оператор( $P$ )", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" создает единственный фильтр "позиция(фикс(0 1 2) фикс(0 1 1))". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 20.

## 8. Нормализатор явного разрешения утверждений с неизвестными.

- (а) Общая стандартизация утверждения в нормализаторе явного разрешения относительно неизвестных.

Пример:

$$\forall_{ab}(0 < a \rightarrow 0 < ab \leftrightarrow 0 < b)$$

Прием применяется в нормализаторе "уравнменьше".

Спецификация приема имеет вид "тип(контрсерия)", "оператор( $P$ )", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" никаких фильтров не создает; впрочем, в этом случае они и не нужны.

Число приемов данного типа - 34.

- (б) Явное разрешение утверждения относительно неизвестных в нормализаторе уравнений.

Пример:

$$\forall_{abc}(b < a + c \leftrightarrow b - c < a)$$

Прием применяется в нормализаторе "уравнменьше". Переменная  $a$  идентифицируется с непустой суммой всех содержащих неизвестные слагаемых. Выражение  $b$  неизвестных не содержит.

Спецификация приема имеет вид "тип(внешкадр)", "оператор( $P$ )", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" вводит фильтры "не(известно( $a$ ))", "известно( $b$ )", а также указатель "перечень( $a$  не(известно( $a$ )))". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 77.

- (с) Группировка всех неизвестных в одной части двуместного отношения.

Пример:

$$\forall_{ab}(a < b \leftrightarrow 0 < b - a)$$

Прием применяется в нормализаторе "уравнменьше". Выражения  $a, b$  содержат неизвестные.

Спецификация приема имеет вид "тип(русшрифт)", "оператор( $P$ )", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" вводит фильтры "не(известно( $a$ ))", "не(известно( $b$ ))". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 11.

- (d) Дизъюнктивно-конъюнктивная декомпозиция утверждения в нормализаторе явного разрешения.

Пример:

$$\forall_{ab}(0 < ab \leftrightarrow a < 0 \ \& \ b < 0 \ \vee \ 0 < a \ \& \ 0 < b)$$

Прием применяется в нормализаторе "уравнменьше".

Спецификация приема имеет вид "тип(внешконтроль)", "оператор( $P$ )", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" никаких фильтров не создает; впрочем, в этом случае они и не нужны.

Число приемов данного типа - 36.

- (e) Группировка относительно неизвестного подвыражения.

Пример:

$$\forall_{abcde}(ab + ac + d < e \leftrightarrow a(b + c) + d < e)$$

Прием применяется в нормализаторе "уравнменьше". Выражение  $a$  содержит неизвестные; выражения  $b$  и  $c$  не содержат.

Спецификация приема имеет вид "тип(операндномер)", "оператор( $P$ )", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" вводит фильтры "не(известно( $a$ ))", "известно( $b$ )", "известно( $c$ )". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

- (f) Преобразование утверждения с неизвестными с помощью нормализатора стандартной формы.

Пример:

$$\forall_{abcdefg}(f = a(b + c)^d + e \rightarrow a(b + c)^d + e < g \leftrightarrow f < g)$$

Прием применяется в нормализаторе "уравнменьше". Выражение  $b + c$  содержит неизвестные, выражение  $g$  - не содержит. Переменная  $d$  - натуральная константа, меньшая 4. Правая часть антецедента обрабатывается нормализатором стандартной формы "стандплюс", после чего - нормализатором выражений с неизвестными "уравнплюс". Среди слагаемых левой части исходного неравенства отсутствуют члены, имеющие своим множителем натуральную степень суммы, показатель которой больше 3.

Спецификация приема имеет вид "тип(контроль)", "оператор( $P$ )", "направл( $N$ )", "норм( $Q$ )", где  $Q$  - нормализатор стандартной формы. Справочник "заголовокприема" не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 2.

- (g) Преобразование условия к виду, для которого существует стандартный разрешающий прием.

Пример:

$$\forall_{ab}(\sqrt{3} \sin a - \cos a < b \leftrightarrow 2 \sin(a - \pi/6) < b)$$

Прием применяется в нормализаторе "уравнменьше". Выражение  $a$  не содержит неизвестных, выражение  $b$  - содержит.

Спецификация приема имеет вид "тип(выч)", "оператор( $P$ )", "направл( $N$ )", "неизвестные(...)". Справочник "заголовокприема" вводит фильтры "не(известно( $a$ ))", "известно( $b$ )", "известно( $c$ )". Этого почти достаточно.

Число приемов данного типа - 18.

- (h) Непосредственное усмотрение истинности либо ложности условия.

Пример:

$$\forall_{abc}(c < a \ \& \ 0 \leq b - a \rightarrow \neg(b < c))$$

Прием применяется в нормализаторе "уравнменьше". Переменная  $c$  - неизвестная; выражения  $a$  и  $b$  не содержат неизвестных. Первый антецедент идентифицируется с посылкой, второй - обрабатывается проверочным оператором.

Спецификация приема имеет вид "тип(Выч)", "оператор( $P$ )", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 9.

- (i) Эквивалентное преобразование условия, приводящее к цепи упрощений для подвыражений с неизвестными.

Пример:

$$\forall_{abcde}(c = a \ \& \ e = d/2 \rightarrow a < b \leftrightarrow \neg(\cos e = 0) \ \& \ c < b \vee \cos e = 0 \ \& \ a < b)$$

Прием применяется в нормализаторе "уравнменьше". Указатель "контекст" определяет дополнительную идентификацию в преобразуемом терме подвыражения  $\cos d$ , не являющегося основанием четной степени. Антецеденты выделены указателем "идентификатор". Правая часть первого из них обрабатывается нормализатором "половинныйугол", выражающему  $a$  через тангенс  $d/2$ . Второй антецедент упрощает выражение  $d/2$ , обрабатывая его нормализаторами "нормдробь" и "стандплюс". Выражения  $a, d$  содержат неизвестные. Условие либо содержит выражение  $\sin d$ , не являющееся основанием четной степени, либо содержит  $\operatorname{tg} e$ . Оно не содержит других не известных тригонометрических операций, кроме  $\sin d, \cos d, \operatorname{tg} d, \operatorname{tg} e$ . Степени этих операций не выше 3.

Спецификация приема имеет вид "тип(второйсимвол)", "оператор( $P$ )", "направл( $N$ )", "неизвестные(...)". Справочник "заголовокприема" не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 4.

- (j) Дизъюнктивно - конъюнктивная декомпозиция для последующей расшифровки условия принадлежности неизвестному множеству.

Пример:

$$\forall_{abc}(\{a; b\} \subseteq c \leftrightarrow \{b\} \subseteq c \ \& \ a \in c)$$

Прием применяется в нормализаторе "уравнсодержится". Выражение  $c$  отлчно от переменной и содержит неизвестные.

Спецификация приема имеет вид "тип(правыйкрай)", "оператор( $P$ )", "направл( $N$ )", "неизвестные(...)". Справочник "заголовокприема" создает фильтры "не(известно( $c$ ))", "не(переменная( $c$ ))". Этого достаточно.

Число приемов данного типа - 1.

- (k) Преобразование с помощью нормализатора приведения к заданным заголовкам, обеспечивающее декомпозицию утверждения.

Пример:

$$\forall_{abc}(c = b - a \rightarrow a < b \leftrightarrow 0 < c)$$

Прием применяется в нормализаторе "уравнменьше". Правая часть антецедента обрабатывается нормализатором разложения на множители "видумножение", а после этого - нормализатором выражений с неизвестными "уравнплюс". Неверно, что одна из частей неравенства нулевая, а другая имеет своим заголовком один из символов "умножение", "степень", "дробь". Неверно, что одна из частей неравенства - переменная, не являющаяся неизвестной. Целесообразность выполнения замены после разложения на множители оценивается оператором "фильтрмножителей".

Спецификация приема имеет вид "тип(сложить)", "оператор( $P$ )", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 10.

- (l) Группировка относительно сложного подвыражения с неизвестными.

Пример:

$$\forall_{abcdefg h p q}(a = fg \ \& \ e = fh \rightarrow ab^{c/d} + eb^{c/d} + p < q \leftrightarrow f(g + h)b^{c/d} + p < q)$$

Прием применяется в нормализаторе "уравнменьше". Выражения  $c, d$  не содержат неизвестных,  $b$  - содержит. Выражения  $g, h$  не имеют своими сомножителями дробные степени неизвестных выражений либо степени с неизвестными показателями.

Спецификация приема имеет вид "тип(сложить)", "оператор( $P$ )", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 2.

- (m) Исключение сложных подвыражений с неизвестными.

Пример:

$$\forall_{abcde}(0 < b \ \& \ \neg(b - 1 = 0) \rightarrow a \log_b c + d \leq e \leftrightarrow 0 < b - 1 \ \& \ 0 \leq b^e - c^a b^d \vee b - 1 < 0 \ \& \ b^e - c^a b^d)$$

Прием применяется в нормализаторе "уравньменьшеилиравно". Хотя бы одно из выражений  $b, c$  содержит неизвестные. Фильтры приема проверяют, что после упрощения заменяющей части не остается степеней с показателями, содержащими неизвестные.

Спецификация приема имеет вид "тип(учетприменения)", "оператор( $P$ )", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 17.

- (n) Стандартная схема вычислений в нормализаторе разрешения относительно неизвестных.

Пример:

$$\forall_{abkmnrx}(r \in \{1, \dots, \min(m, n)\} \ \& \ \neg(a(r, r) = 0) \rightarrow \lambda_{ij}(a(i, j), i \in \{1, \dots, m\} \ \& \ j \in \{1, \dots, n\})x = \lambda_{pq}(b(p, q), p \in \{1, \dots, m\} \ \& \ q \in \{1, \dots, k\}) \leftrightarrow \lambda_{ij}(((0 \text{ при } j = r, \text{ иначе } (a(i, j)a(r, r) - a(i, r)a(r, j))/a(r, r)) \text{ при } \neg(i = r), \text{ иначе } a(i, j)), i \in \{1, \dots, m\} \ \& \ j \in \{1, \dots, n\})x = \lambda_{pq}(((b(p, q)a(r, r) - a(p, r)b(r, q))/a(r, r) \text{ при } \neg(p = r), \text{ иначе } b(p, q)), p \in \{1, \dots, m\} \ \& \ q \in \{1, \dots, k\}))$$

Прием применяется в нормализаторе решения матричных уравнений "уравнматр". Он выполняет вычитание кратных заданной строки.

Спецификация приема имеет вид "тип(смрасст)", "оператор( $P$ )", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 15.

## 9. Нормализатор вычисления.

- (a) Непосредственное вычисление.

Пример:

$$\forall_{abkn}(\neg(a - 1 = 0) \ \& \ k - \text{целое} \ \& \ n - \text{целое} \ \& \ 0 \leq n - k \ \& \ \neg(b = 0) \rightarrow \sum_{m=k}^n a^{bm} = (a^{b(n+1)} - a^{bk})/(a^b - 1))$$

Прием применяется в нормализаторе вычисления конечных сумм "нормсуммавсех".

Спецификация приема имеет вид "тип(буква)", "оператор( $P$ )", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" создает все необходимые указатели.

Число приемов данного типа - 223.

- (b) Сведение к вычислению более простого выражения.

Пример:

$$\forall_{afgh}(\sum_{x,f(x)} ag(x)/h(x) = a \sum_{x,f(x)} g(x)/h(x))$$

Прием применяется в нормализаторе "нормсуммавсех". Конечная сумма в заменяющей части обрабатывается тем же нормализатором.

Спецификация приема имеет вид "тип(переменная)", "оператор( $P$ )", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" создает все необходимые указатели, однако не создает нужного фильтра. Требуется доработка.

Число приемов данного типа - 356.

- (с) Декомпозиция вычисляемого выражения.

Пример:

$$\forall_{abc}(\text{скалумнож}(a, b + c) = \text{скалумнож}(a, b) + \text{скалумнож}(a, c))$$

Прием применяется в нормализаторе "значскалумнож". Так как нормализатор некорневой, рекурсивные обращения для обработки скалярных произведений в заменяющей части не требуются.

Спецификация приема имеет вид "тип(менее)", "оператор( $P$ )", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" в отдельных случаях требует доработки.

Число приемов данного типа - 109.

- (d) Попытка варьирования выражения в нормализаторе вычисления.

Пример:

$$\forall_{abcfgx}(0 < f(x) \ \& \ c = \lim_{x \rightarrow b \setminus a}(\ln f(x) \cdot g(x)) \rightarrow \lim_{x \rightarrow b \setminus a}(f(x)^{g(x)}) = \exp c)$$

Прием применяется в нормализаторе "нормпредел". Правая часть второго антецедента обрабатывается тем же нормализатором, причем результат  $c$  не содержит символа "предел".

Спецификация приема имеет вид "тип(клавиатура)", "оператор( $P$ )", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 35.

- (e) Разбор случаев в нормализаторе вычисления.

Пример:

$$\forall_{abcdfg}(a = \lim_{x \rightarrow c \setminus b} f(x) \ \& \ (a = \infty \ \vee \ a = -\infty) \ \& \ d = \lim_{x \rightarrow c \setminus b} g(x) \ \& \ d - \text{число} \rightarrow \lim_{x \rightarrow c \setminus b}(f(x)g(x)) = \text{разборслучаев}(d = 0 \ \vee \ 0 < d \ \vee \ d < 0))$$

Прием применяется в нормализаторе "нормпредел". Первый и третий антецеденты выделены указателем "идентификатор". Их правые части обрабатываются тем же самым нормализатором. Проверяется, что выражение  $d$  неконстантное. Прием указывает альтернативы для параметров, содержащихся в  $d$ . Если бы разбор случаев по этим альтернативам выполнялся непосредственно в рамках данного приема, то результат имел бы вид условного выражения. Вообще говоря, такой результат имел бы промежуточный характер и передавался бы внешнему приему. Однако, обычно внешний прием рассчитывает на безусловный результат, и при получении условного попросту не работает. Поэтому указание на разбор случаев инициирует



откат к повторной обработке "самого исходного" предела, где и разбираются данные альтернативы. Окончательный ответ получается последующей склейкой частных результатов в корневой точке дерева вычислений нормализатора.

Спецификация приема имеет вид "тип(кодтекста)", "оператор( $P$ )", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 12.

- (f) Стандартизация в нормализаторе вычисления.

Пример:

$$\forall_{abcdef}(\sum_{i,f(i)} \cos(ai/b + ci/d + e(i)) = \sum_{i,f(i)} \cos((a/b + c/d)i + e(i)))$$

Прием применяется в нормализаторе "нормсуммавсех". Он выполняет группировку относительно варьируемого параметра, необходимую для вычисления суммы.

Спецификация приема имеет вид "тип(указатель)", "оператор( $P$ )", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 121.

- (g) Ввод комментария, передающего информацию внешнему процессу.

Это - еще одна разновидность приема, иницирующего разбор случаев в пакетном нормализаторе. В отличие от приведенного выше способа разбора случаев, где откат выполнялся до корневой точки вычислений нормализатора, здесь иницирующий разбор случаев комментарий передается текущей задаче, из которой имелось обращение к нормализатору. Пример:

$$\forall_{abdefgh}(\neg(a = 0) \ \& \ 0 \leq b \ \& \ 0 \leq h \ \& \ \neg(e = 0) \ \& \ \lim_{c \rightarrow g \setminus f} d(c) = \infty \ \& \ (c \rightarrow g \setminus f) \rightarrow \text{контекст}(ab^{d(c)} + eh^{d(c)}))$$

Прием применяется в нормализаторе "асимптоценка". Переменная  $c$  не входит в выражения  $a, b, e, h$ . Не удастся сравнить по величине  $b$  и  $h$ . Прием вводит комментарий (Случай  $b = h \vee 0 < b - h \ \& \ b - h < 0$ ) к текущей задаче. При неудачной попытке найти асимптотическую оценку эта задача иницирует разбор случаев по данному комментарию.

Спецификация приема имеет вид "тип(набор)", "оператор( $P$ )". Справочник "заголовокприема" не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 5.

- (h) Выдача отказа в нормализаторе вычисления.

Если на результат работы нормализатора накладываются определенные ограничения, причем по исчерпанию средств они остаются не выполнены, используются приемы, выдающие "отказ". Они упрощают анализ результата обращения к нормализатору внешним приемом.

Пример:

"длялюбого( $x1$  равно( $x1$  отказ))"

Прием применяется в нормализаторе "асимптоценка". Он срабатывает на последнем, девятом уровне, если текущее выражение содержит символ "O". Указатель "выход" инициирует немедленный обрыв действий нормализатора.

Спецификация приема имеет вид "тип(новаяпосылка)", "оператор(P)", "направл(N)". Справочник "заголовокприема" не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 1.

- (i) Устранение вложенных операций в нормализаторе вычисления.

Пример:

"коммутативно(плюс)". Заголовок приема - "замена(спускоперандов значскалумнож)". Применяется для устранения вложенных сумм в нормализаторе вычисления скалярного произведения.

Спецификация приема имеет вид "тип(внутренность)", "оператор(P)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 1; никаких других фильтров и указателей не создается. Но они здесь и не нужны.

Число приемов данного типа - 2.

- (j) Лексикографическое упорядочение в нормализаторе вычисления.

Пример:

"коммутативно(скалумнож)". Заголовок приема - "замена(лексупорядочение значскалумнож)". Применяется для лексикографического упорядочения операндов скалярного произведения в нормализаторе вычисления скалярного произведения.

Спецификация приема имеет вид "тип(усмдвоичное)", "оператор(P)". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 4; никаких других фильтров и указателей не создается. Но они здесь и не нужны.

Число приемов данного типа - 1.

## 10. Специальный нормализатор.

Ряд нормализаторов не попал в приводимую предварительную их классификацию. Они используются для достижения различных специальных целей (например, приведения выражения к виду суммы простейших дробей).

- (a) Прием специального нормализатора.

Пример:

$$\forall_{abcdefg}(c = d - b \ \& \ \neg(c = 0) \rightarrow e/(f(a + bg)(a + dg)) = e/(fcg(a + bg)) - e/(fcg(a + dg)))$$

Прием применяется в нормализаторе "простейшиедроби". При обращении к нему задается комментарий (переменная  $g$ ), указывающая на варьируемую переменную. Проверяется, что выражение  $a$  представляет собой многочлен от  $g$ , степень которого больше 1.

Спецификация приема имеет вид "тип(Исключение)", "оператор( $P$ )", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" не прорабатывался. В действительности он должен играть роль передаточного звена, так как вся информация о цели применения преобразования становится известной еще на этапе вывода теоремы.

Число приемов данного типа - 337.

- (b) Устранение вложенных операций в специальном нормализаторе.

Пример:

"коммутативно(умножение)". Заголовок приема - "замена(спускоперандов стандинтеграл)". Применяется для устранения вложенных умножений в нормализаторе уже вычисленных первообразных "стандинтеграл".

Спецификация приема имеет вид "тип(усмфункция)", "оператор( $P$ )". Справочник "заголовокприема" указывает уровень срабатывания 1; никаких других фильтров и указателей не создается. Но они здесь и не нужны.

Число приемов данного типа - 2.

11. Нормализатор упрощения дизъюнкции.

Для приведения к стандартному виду дизъюнкций неравенств создан нормализатор "склейканеравенств". Он применяется приемами, предпринимающими разбор случаев при решении неравенств, для завершающего упрощения заменяющего утверждения.

- (a) Прием нормализатора упрощения дизъюнкции.

Пример:

$$\forall_{abc}(a \& b \vee a \& c \leftrightarrow a \& (b \vee c))$$

Прием применяется в нормализаторе "склейканеравенств". Утверждение  $a$  не содержит неизвестных.

Спецификация приема имеет вид "тип(нормфикс)", "оператор( $P$ )", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 36.

12. Нормализатор выделения заданных подтермов.

В некоторых ситуациях бывает необходимо так преобразовать выражение, чтобы заданные переменные встречались только внутри подтермов заданного вида. Для этой цели создаются специальные нормализаторы, которым входные данные - вид подтермов и список переменных - передаются через специальный комментарий. Пока имеется единственный такой нормализатор - "извлечение". Он используется при формальном интегрировании и в некоторых других случаях. Пример приема:

$$\forall_{ab}((\sin a)^{2b} = (1 - (\cos a)^2)^b)$$

Прием применяется в нормализаторе "извлечение". Входной комментарий указывает выделяемый подтерм " $\cos a$ ".

Спецификация приема имеет вид "тип(дискрвеличина)", "оператор( $P$ )", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 72.

### 13. Нормализатор ограничений на известные параметры.

После того, как задача решена и значения неизвестных найдены, бывает полезно упростить сопровождающие условия на известные параметры. Для этой цели могут использоваться специальные нормализаторы. Пока создано два нормализатора такого типа - "стандменьше" и "стандменьшеилиравно". Они упрощают сопровождающие строгие либо нестрогие неравенства. В простейших случаях эти неравенства разрешаются относительно каких-либо известных параметров, но не обязательно. Пример приема:

$$\forall_{abc}(b - \text{rational} \ \& \ \neg(\text{знаменатель}(b) - \text{even}) \ \& \ \neg(\text{числитель}(b) - \text{even}) \ \& \ 0 < b \rightarrow 0 \leq a^b + c \leftrightarrow 0 \leq a + c^{1/b})$$

Прием применяется в нормализаторе "стандменьшеилиравно". Выражения  $b, c$  константные, выражение  $a$  - неконстантное.

Спецификация приема имеет вид "тип(нормквadrатура)", "оператор( $P$ )", "направл( $N$ )". Справочник "заголовокприема" не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 115.

## Прием синтезатора

Пример:

$$\forall_{abc}(0 < c \ \& \ c \leq b \ \& \ 0 < a \rightarrow a/b \leq a/c)$$

Прием применяется в синтезаторе "верхняяоценка". Выражение  $a$  константное. Второй антецедент, выделенный указателем "значения", обращается к синтезатору "нижняяоценка" для получения нижней оценки  $c$  знаменателя  $b$ .

Спецификация приема имеет вид "тип(синтезатор)", "оператор( $P$ )". Справочник "заголовокприема" не прорабатывался.

Число приемов данного типа - 341.

## Пакетный анализатор

Приемы пакетных анализаторов делятся на два больших класса. В первом из них прием выполняет вывод следствий, во втором - осуществляет тождественное либо эквивалентное преобразование. Заголовок приема в обоих случаях один и тот же - "внутрвывод( $P$ )", где  $P$  - название анализатора. Во втором случае добавляется указатель "внутрпреобр".

### 1. Прием анализатора, выводящий следствия.

Пример:

$$\forall_{ABCpq}(\text{актив}(\angle(ACB)) \ \& \ \text{актив}(l(AC)) \ \& \ \text{актив}(l(BC)) \ \& \ p = \sin(\angle(ACB) + \angle(ABC)) \ \& \ q = \sin(\angle(ABC)) \rightarrow pl(AC) = ql(BC))$$

Прием применяется в анализаторе "синусы", использующем теорему синусов и ряд теорем, которые могут оказаться полезными в сочетании с ней. Проверяется, что каждое из выражений для угла  $ACB$  и расстояний  $AC$ ,  $BC$  либо известно, либо имеет тип "внешнеизв". При этом хотя бы одно из них не известно. Проверяется также, что каждое из выражений  $p$ ,  $q$ , получаемых из правых частей соответствующих антецедентов нормализаторами общей стандартизации, имеет не более одного символа "угол".

Спецификация приема имеет вид "тип(Неизвестные)", "оператор( $P$ )". Справочник "заголовокприема" не прорабатывался.

Число учтенных в логическом ассемблере приемов данного типа - 2. В действительности их несколько сотен.

2. Прием анализатора, выполняющий тождественное либо эквивалентное преобразование.

Пример:

$$\forall_{ABC} (0 \leq \pi/2 - \angle(ABC) \ \& \ \neg(a = 0) \rightarrow a \sin(\angle(ABC)) = b \leftrightarrow \angle(ABC) = \arcsin(b/a))$$

Прием применяется в анализаторе "синусы". Выражения  $a$ ,  $b$  не содержат неизвестных.

Спецификация приема имеет вид "тип(быстрхарактеристика)", "оператор( $P$ )". Направление замены в данном случае всегда - слева направо. Справочник "заголовокприема" не прорабатывался.

Число учтенных в логическом ассемблере приемов данного типа - 3. В действительности их намного больше.

### 1.2.11 Прочие приемы

Помимо перечисленных выше типов приемов, имеется множество типов приемов для различных справочников, реализованных на ГЕНОЛОГе. Обычно их синтез хорошо алгоритмизирован и представляет собой чисто техническую задачу. Мы их здесь не приводим.

Кроме того, некоторые приемы сканирования задачи имеют общелогический характер и по сути своей уникальны. Создавать для них процедуры автоматического синтеза не имеет смысла. Такие приемы вынесены в оглавлении типов приемов в пункт "Общелогический прием".

## Глава 2

# Компилятор спецификаций

Первый шаг по преобразованию спецификации приема в его описание на ГЕНОЛОГе делается справочником "заголовокприема". Он создает бланк блока приема и заносит в него следующие элементы:

1. (заголовок  $A$ ) -  $A$  есть заголовок приема.
2. (условие  $A$ ) -  $A$  есть набор фильтров приема.
3. (прием  $A$ ) -  $A$  есть описание приема без элемента "условие(...)".
4. (примечание  $A$ ) -  $A$  есть спецификация приема.
5. (приемы  $A$ ) -  $A$  есть накопитель четверок (теорема приема - заголовок приема - спецификация приема - описание приема) для созданных по спецификации приемов (иногда их бывает несколько, из-за различий в способе идентификации). Этот элемент создается еще до обращения к справочнику "заголовокприема". Он нужен внешней процедуре, обратившейся к синтезу приемов.

В действительности справочник "заголовокприема" определяет лишь малую часть фильтров и указателей приемов. Он вводит лишь те элементы описания приема, которые привязаны к специфике его типа. В конце почти любой из его программ расположено обращение к процедуре "схемапосылок", которая и продолжает работу по созданию описания приема. Собственно, с этой точки и начинается та часть программы, которую будем называть компилятором спецификаций.

Заметим, что при перечислении типов приемов мы не приводили программ справочника "заголовокприема", а лишь указывали наиболее существенные фильтры и указатели приема. Часть их создавалась справочником до обращения к процедуре "схемапосылок", часть - определялась компилятором спецификаций. Сами программы справочника обычно не сложны и легко вычитываются непосредственно на ЛОСе. Однако, программы компилятора спецификаций будут рассмотрены подробнее.

Компилятор спецификаций организован как конвейер: блок приема последовательно обрабатывается процедурами "схемапосылок", "схемаидентификации", "схемапреобразований", "схеманормализации", "фильтрыприема", "учетприема". Каждая из них вносит свой вклад в блок приема, после чего обращается к следующей. Последняя процедура регистрирует результат в элементе (приемы ...).

Заметим, что конвейер работает в режиме перечисления, так что по завершении создания очередной версии приема происходит откат и продолжение работы над следующей версией.

Прежде, чем приступить к подробному рассмотрению процедур компилятора спецификаций, дадим краткое описание их действий:

1. Процедура "схемапосылок( $x_1$   $x_2$   $x_3$ )".  $x_1$  - теорема приема,  $x_2$  - спецификация приема,  $x_3$  - блок приема. Перечисляются возможные наборы указателей обработки антецедентов теоремы. Каждый такой вариант регистрируется в копии блока приема, после чего эта копия передается оператору "схемаидентификации", продолжающему создание приема. При откате возобновляется работа с исходной версией блока приема.
2. Процедура "схемаидентификации( $x_1$   $x_2$   $x_3$ )". Этот и следующие операторы конвейера не перечисляющие.  $x_1$  - теорема приема,  $x_2$  - спецификация приема,  $x_3$  - блок приема. Вводятся указатели идентификации, после чего предпринимается обращение к оператору "схематрансформаций", продолжающему создание приема.
3. Процедура "схематрансформаций( $x_1$   $x_2$   $x_3$ )".  $x_1$  - теорема приема,  $x_2$  - спецификация приема,  $x_3$  - блок приема. Вводятся указатели, определяющие дополнительные преобразования приема, после чего предпринимается обращение к оператору "схеманормализации", продолжающему создание приема.
4. Процедура "схеманормализации( $x_1$   $x_2$   $x_3$ )".  $x_1$  - теорема приема,  $x_2$  - спецификация приема,  $x_3$  - блок приема. Вводятся нормализаторы приема, после чего предпринимается обращение к оператору "фильтрыприема".
5. Процедура "фильтрыприема( $x_1$   $x_2$   $x_3$ )".  $x_1$  - теорема приема,  $x_2$  - спецификация приема,  $x_3$  - блок приема. Оператор осуществляет расстановку в блоке приема дополнительных фильтров и указателей, после чего обращается к оператору "учетприема".
6. Процедура "учетприема( $x_1$   $x_2$   $x_3$ )".  $x_1$  - теорема приема,  $x_2$  - спецификация приема,  $x_3$  - блок приема. Осуществляется завершающее редактирование описания приема и регистрация его в накопителе (приемы ...) из блока приема.

Таким образом, лишь оператор "схемапосылок" в этой цепочке является перечисляющим, и создание нескольких версий приема означает, что имеется несколько заслуживающих внимания способов обработки антецедентов.

Выйти на программы процедур компилятора спецификаций можно через раздел "Синтез приемов" - "Цикл создания приема по спецификации (Компилятор спецификаций)" оглавления программ.

Программы компилятора спецификаций создавались при работе с многочисленными примерами. Добавления и изменения в них подсказывались примерами и вносились в самые различные их точки. Соответственно, программы эти выглядят сейчас несколько хаотически. Возможно, их целесообразно переоформить в виде пакетов приемов.

## 2.1 Процедура "схемапосылок"

Как сказано выше, обращение к процедуре имеет вид "схемапосылок( $x_1$   $x_2$   $x_3$ )". Здесь  $x_1$  - теорема приема,  $x_2$  - его спецификация,  $x_3$  - блок приема.

Если в блоке приема пока отсутствует элемент с заголовком "прием", то в него заносится элемент (прием пустое слово). Он играет роль накопителя описания приема, за вычетом фильтров. Фильтры будут регистрироваться в накопителе (условие ...).

### Обработка элементов спецификации приема

Ряд элементов спецификации содержат прямые указания на формирование описания приема. Хотя их обработка не обязательно связана с идентификацией antecedентов теоремы, она помещена в данной процедуре, чтобы выполнять ее в начале конвейера. Эти элементы учитываются следующим образом:

1. Если в спецификации имеется элемент antecedент( $i_1 \dots i_k$ ), указывающий номера непосредственно идентифицируемых antecedентов, то в накопитель описания приема заносятся элементы "блокпосылок( $i_1$ )", ..., "блокпосылок( $i_k$ )".
2. Если в спецификации имеется элемент "типа данных( $a, x_1, \dots, x_k$ )", означающий, что переменные  $x_1, \dots, x_k$  должны идентифицироваться с константными объектами типа  $a$  (например, "число", "целое", и т.п.), то в накопителе фильтров регистрируются элементы " $a(x_1)$ ", ..., " $a(x_k)$ ".
3. Если в спецификации имеется элемент "константа( $x_1 \dots x_k$ )", означающий, что переменные  $x_1, \dots, x_k$  должны идентифицироваться с константными терминами, то в накопителе фильтров регистрируются элементы "константа( $x_1$ )", ..., "константа( $x_k$ )".
4. Если в спецификации имеется элемент "см( $A_1 \dots A_k$ )", перечисляющий определяемые спецификацией фильтры  $A_1, \dots, A_k$ , то рассматривается объединенный список  $S$  этих фильтров и фильтров, уже имеющих в накопителе (условие ...). Из  $S$  исключаются фильтры "уровень(...)". Остаток  $S$  переупорядочивается: в начало переносятся фильтры с заголовками "тип", "посылка", "условие", "корень", "цель", а также дизъюнкции, содержащие символ "тип". Если среди  $A_1, \dots, A_k$  имеется элемент с заголовком "уровень", то он помещается в начало переупорядоченного списка  $S$ . Иначе в начало этого списка помещается фильтр "уровень(...)" из старой версии накопителя фильтров. Затем полученный список замещает в накопителе фильтров старое его содержимое.
5. Если в спецификации имеется элемент "быстрпреобр(...)", определяющий нормализатор приема, то он без изменения переносится в накопитель описания приема.
6. Если в спецификации имеется элемент "указатель( $A_1 \dots A_n$ )", то каждое  $A_i$ , заголовок которого принадлежит списку "символ", "равно", "симметрично", "проверка", "Операнды", "программа", "идентификатор", "теквхожд", "блокпроверок", "легковидеть", "контекст", "перечень", "доказать", "очевидно", "усматривается", "следствие", "новаяпеременная", - переносится в накопитель описания приема (прием ...). Все эти  $A_i$  удаляются из элемента спецификации "указатель(...)". Если остаток пуст, то и сам этот элемент удаляется.



### Рассмотрение особого случая: тождество вида $f(g(x, y), g(x, z)) = g(x, f(y, z))$ , не имеющее существенных посылок

Проверяется, что тип приема отличен от символов списка "нормнеизв", "второйоперанд", "префикс", "измзнака", "внешзнаменатель", "удалениепосылки", "суффикс", "сокращнеизв". Проверяется также, что прием не относится к нормализатору общей стандартизации либо нормализатору группировки. Проверяется, что теорема не имеет существенных посылок и что консеквент - тождество, заменяемая часть которого имеет вид  $f(g(x, y), g(x, z))$ , где операция  $f$  ассоциативна и коммутативна, а заменяющая часть имеет вид  $g(x, f(y, z))$ . Тогда в накопитель описания приема заносится элемент "набор(второйтерм)".

Если  $g$  - символ "умножение", причем прием имеет тип "внешоперанд" (корневая свертка условия задачи на преобразование), то в накопитель описания приема заносится элемент "набороперандов( $u_1, u_2$ )", где  $u_1, u_2$  - указатели вхождения в заменяемую часть выражений  $g(x, y)$  и  $g(x, z)$ .

Далее - обращение к процедуре "схемаидентификации( $x_1 x_2 x_3$ )" (т.е. переход к следующему пункту конвейера компилятора спецификаций).

### Обращение к процедуре "схемаидентификации" в бескванторном случае либо при отсутствии антецедентов

Если заголовок теоремы отличен от квантора общности либо теорема - кванторная импликация без антецедентов, то обращение к процедуре "схемаидентификации( $x_1 x_2 x_3$ )".

### Определение списка вхождений антецедентов и списка переменных, идентифицированных до начала рассмотрения антецедентов

Переменной  $x_4$  присваивается заголовок приема. Переменной  $x_5$  присваивается список вхождений антецедентов теоремы. Проверяется его непустота. Переменной  $x_6$  присваивается вхождение консеквента. Вводится пустой накопитель  $x_7$  переменных, идентифицированных до начала рассмотрения антецедентов.

После контрольной точки "прием(2)" начинается заполнение списка  $x_7$ . Рассматриваются следующие случаи:

1. Прием выполняет тождественную либо эквивалентную замену. Тогда в накопитель  $x_7$  заносятся все переменные (как свободные, так и связанные) заменяемой части. Если в накопителе описания приема имеется указатель "теквхожд( $i$ )", то к  $x_7$  добавляются все переменные  $i$ -го антецедента.
2. Прием имеет заголовок "вывод" и указатель "теквхожд( $i$ )". Тогда в список  $x_7$  заносятся все переменные  $i$ -го антецедента.
3. Прием имеет заголовок "несовп" либо "подборзначений" либо "спуск(...)". Тогда в список  $x_7$  заносятся все переменные консеквента.
4. Прием имеет заголовок "значение( $P$ )". С помощью справочника "синтезатор" определяется набор  $x_9$ , задающий формат этого синтезатора. Определяется подстановка в шаблон синтезатора, преобразующая его в консеквент теоремы, после чего в список  $x_7$  заносятся все переменные входных термов синтезатора.

5. Прием имеет заголовок "связка". Если консеквент представляет собой эквивалентность, то в список  $x7$  заносятся параметры ее левой части, иначе - все параметры консеквента.
6. Прием имеет заголовок "замена(замечание ...)", причем консеквент имеет заголовок "контекст". Тогда в  $x7$  заносятся параметры консеквента.

Если в накопителе описания приема имеется терм вида "контрольвывода(...)" либо "контекст(...)", то к списку  $x7$  добавляются все переменные этого термина.

Если в накопителе описания приема имеется терм "новаяпеременная(...)", то к списку  $x7$  добавляются все переменные этого термина.

Если в накопителе описания приема имеется терм "новыйсимвол( $x \dots$ )", то к списку  $x7$  добавляется переменная  $x$ .

### Создание заготовки блока посылок

Процедура "схемапосылок", помимо блока приема, создает еще одну структуру данных - блок посылок. Она используется только в данной процедуре, а также в процедуре "блокпосылок", являющейся подпроцедурой процедуры "схемапосылок". Перечислим типы информационных элементов в блоке посылок:

1. (антецедент  $A$ ) -  $A$  есть список вхождений корней антецедентов теоремы.
2. (спуск  $v f T$ ) -  $v$  есть вхождение антецедента, для проверки истинности которого может быть применен проверочный оператор  $f$  с набором  $T$  входных термов.
3. (значения  $v f T P$ ) -  $v$  есть вхождение антецедента, для обработки которого может быть применен пакетный синтезатор  $f$  с набором  $T$  входных термов и набором  $P$  выходных термов.
4. (посылка  $v t$ ) - уже выбран способ  $t$  идентификации антецедента  $v$ . Здесь  $t$  - один из следующих символов: "блокпроверок" (обработка проверочным оператором); "значения" (обработка пакетным синтезатором); "посылка" (непосредственная идентификация с утверждением из контекста); "доказать" (обращение к задаче на доказательство); "проверка" (промежуточная пометка, отменяющая ввод пометки "посылка"); "идентификатор" (антецедент определяет продолжение процесса идентификации); "программа" (антецедент определяет процедуру вычислений с константными данными); "усм" (использование идентифицирующих операторов); "равно" (специальная идентификация отношений эквивалентности, использующая их транзитивность); "усматривается" (использование задачи на доказательство, решаемой до максимального уровня 5); "очевидно" (использование оператора "очевидно", определяющего выбор проверочного оператора в зависимости от вида утверждения, и выполняющего обращение к нему).
5. (переменные  $B$ ) -  $B$  есть текущий список уже идентифицированных переменных (с учетом посылок, для которых был выбран способ их обработки).
6. (одз  $A$ ) -  $A$  есть набор вхождений корней тех антецедентов, которые представляют собой условия на о.д.з. для консеквента либо других антецедентов.

7. (усм  $A$ ) -  $A$  есть вхождение корня антецедента, для обработки которого может быть использован идентифицирующий оператор.
8. (теквхожд  $A$ ) -  $A$  есть вхождение корня антецедента, по которому будет определяться точка привязки.

Возвращаясь к программе оператора "схемапосылок", заметим, что пока создается лишь заготовка х8 блока посылок, в которую заносятся элементы (антецедент х5) и (переменные х7).

### Цикл выделения антецедентов, допускающих обработку проверочным оператором

Просматриваются вхождения х9 антецедентов теоремы, для которых в накопителе описания приема отсутствует элемент вида  $P(i)$ , где  $i$  - номер данного антецедента, а  $P$  - один из символов "доказать", "легковидеть", "извлекается", "следствие", "очевидно". Такой элемент указывает на проверку истинности антецедента при помощи задачи на доказательство.

Далее последовательно выполняются следующие действия:

1. Просматриваются вхождения х10 логических символов в антецедент х9. Переменной х11 присваивается символ по вхождению х10, и предпринимается обращение к справочнику "легковидеть" на символе х11 для входных данных х9, х10. Если этот справочник усматривает, что антецедент х9 допускает обработку проверочным оператором  $Q$ , то выполняются следующие действия:
  - (a) Если компилируемый прием не относится к оператору  $Q$ , то рассматривается заголовок  $D$  антецедента х9, и на этом заголовке предпринимается обращение к справочнику "посылка". Проверяется, что результат обращения равен 0. Значение 1 означало бы, что утверждения с заголовком  $D$  обычно не обрабатываются проверочными операторами, а берутся непосредственно из контекста.
  - (b) В блок посылок х8 заносится элемент (спуск х9  $Q T$ ), где  $T$  - набор входных термов проверочного оператора  $Q$  при обработке антецедента х9.
  - (c) Находится результат обращения к справочнику "новооператор" на заголовке  $D$  антецедента х9. Если выдается 1, то антецеденты с данным заголовком обрабатываются только путем обращения к проверочному оператору. Тогда в блок посылок заносится элемент (посылка х9 блокпроверок). Например, таким образом обрабатываются все антецеденты с заголовками "разныеточки", "разныепрямые" и т.п. Непосредственно в задачах эти символы не встречаются.
2. Если антецедент х9 имеет вид "не(равно( $A B$ ))", то проверяются следующие требования:
  - (a) Выражения  $A, B$  не являются логическими символами.
  - (b) Значения выражений  $A, B$  не являются числами.
  - (c) Хотя бы одно из выражений  $A, B$  не имеет заголовка "прямая".

Если они выполнены, то в блок посылок заносится элемент (спуск  $x_9$  различимы  $(A, B)$ ).

3. Если антецедент  $x_9$  имеет вид "или( $A_1 \dots A_n$ )", то вводится пустой накопитель  $T$ , после чего для каждого конъюнктивного члена каждого  $A_i$ , допускающего обработку проверочным оператором, в этот накопитель заносятся все входные термы обращения к данному оператору. Кроме того, если некоторое  $A_i$  имеет вид равенства либо отрицания равенства, в  $T$  заносятся обе части этого равенства. Если в итоге  $T$  непусто, то в блок посылок заносится элемент (спуск  $x_9$  или  $T$ ).
4. Если антецедент  $x_9$  является кванторной импликацией, то проверяется, что для каждой переменной  $i$  ее связывающей приставки существует антецедент вида "принадлежит( $i$  номера(...))". Если при этом консеквент допускает обработку проверочным оператором  $Q$ , то в блок посылок заносится элемент (спуск  $x_9$   $Q$   $T$ ), где  $T$  - набор входных термов при обращении к оператору  $Q$ .

### Учет явных указаний на обработку антецедентов, имеющих в блоке приема и в спецификации

1. Если в накопителе описания приема имеется элемент "подборзначений( $i_1 \dots i_k$ )", то рассматриваются вхождения  $v_1, \dots, v_k$  антецедентов с номерами  $i_1, \dots, i_k$ , и в блок посылок заносятся элементы (посылка  $v_1$  подборзначений), ..., (посылка  $v_k$  подборзначений).
2. Если в накопителе описания приема имеется элемент "блокпосылок( $i_1 \dots i_k$ )", то рассматриваются вхождения  $v_1, \dots, v_k$  антецедентов с номерами  $i_1, \dots, i_k$ , и в блок посылок заносятся элементы (посылка  $v_1$  посылка), ..., (посылка  $v_k$  посылка). Так как они указывают на непосредственную идентификацию антецедентов с посылками, то все параметры этих антецедентов регистрируются в списке  $x_7$  уже идентифицированных переменных, а также в ссылающемся на этот список элементе (переменные ...) блока посылок.
3. Если в накопителе описания приема имеется элемент "доказать( $i_1 \dots i_k$ )", то рассматриваются вхождения  $v_1, \dots, v_k$  антецедентов с номерами  $i_1, \dots, i_k$ , и в блок посылок заносятся элементы (посылка  $v_1$  доказать), ..., (посылка  $v_k$  доказать).
4. Если в накопителе описания приема имеется элемент "лековидеть( $i_1 \dots i_k$ )", то рассматриваются вхождения  $v_1, \dots, v_k$  антецедентов с номерами  $i_1, \dots, i_k$ , и в блок посылок заносятся элементы (посылка  $v_1$  лековидеть), ..., (посылка  $v_k$  лековидеть).
5. Если в накопителе описания приема имеется элемент "очевидно( $i_1 \dots i_k$ )", то рассматриваются вхождения  $v_1, \dots, v_k$  антецедентов с номерами  $i_1, \dots, i_k$ , и в блок посылок заносятся элементы (посылка  $v_1$  очевидно), ..., (посылка  $v_k$  очевидно).
6. Если в накопителе описания приема имеется элемент "идентификатор( $i_1 \dots i_k$ )", то рассматриваются вхождения  $v_1, \dots, v_k$  антецедентов с номерами  $i_1, \dots, i_k$ , и в блок посылок заносятся элементы (посылка  $v_1$  идентификатор), ..., (посылка  $v_k$  идентификатор).

7. Если в накопителе описания приема имеется элемент "блокпроверок( $i_1 \dots i_k$ )", то рассматриваются вхождения  $v_1, \dots, v_k$  антецедентов с номерами  $i_1, \dots, i_k$ , и в блок посылок заносятся элементы (посылка  $v_1$  блокпроверок),  $\dots$ , (посылка  $v_k$  блокпроверок).
8. Если в накопителе описания приема имеется элемент "проверка( $i_1 \dots i_k$ )", то рассматриваются вхождения  $v_1, \dots, v_k$  антецедентов с номерами  $i_1, \dots, i_k$ , и в блок посылок заносятся элементы (посылка  $v_1$  провменьше),  $\dots$ , (посылка  $v_k$  провменьше).
9. Если в накопителе описания приема имеется элемент "следствие( $i_1 \dots i_k$ )", то рассматриваются вхождения  $v_1, \dots, v_k$  антецедентов с номерами  $i_1, \dots, i_k$ , и в блок посылок заносятся элементы (посылка  $v_1$  следствие),  $\dots$ , (посылка  $v_k$  следствие).
10. Если в накопителе описания приема имеется элемент "теквхожд( $i$ )", то рассматривается вхождение  $v$  антецедента с номером  $i$ , и в блок посылок заносится элемент (посылка  $v$  посылка). Так как он указывает на непосредственную идентификацию антецедента с посылкой, то все параметры этого антецедента регистрируются в списке х7 уже идентифицированных переменных, а также в ссылающемся на этот список элементе (переменные  $\dots$ ) блока посылок.
11. Если в накопителе описания приема имеется элемент "равно( $i_1 \dots i_k$ )", то рассматриваются вхождения  $v_1, \dots, v_k$  антецедентов с номерами  $i_1, \dots, i_k$ , и в блок посылок заносятся элементы (посылка  $v_1$  равно),  $\dots$ , (посылка  $v_k$  равно). Так как они указывают на непосредственную идентификацию антецедентов с посылками, то все параметры этих антецедентов регистрируются в списке х7 уже идентифицированных переменных, а также в ссылающемся на этот список элементе (переменные  $\dots$ ) блока посылок.
12. Если в спецификации приема имеется элемент "указатель( $\dots$  значения( $i$ )  $\dots$ )", то рассматривается вхождение  $v$  антецедента с номером  $i$ , и в блок посылок заносится элемент (посылка  $v$  значения). Так как он указывает на непосредственную идентификацию антецедента с посылкой, то все параметры этого антецедента регистрируются в списке х7 уже идентифицированных переменных, а также в ссылающемся на этот список элементе (переменные  $\dots$ ) блока посылок.

### Цикл выделения антецедентов, допускающих обработку пакетным синтезатором

Просматриваются вхождения х9 антецедентов теоремы. Если прием имеет заголовок "спуск( $\dots$ )", то проверяется, что в спецификации приема имеется ссылка "значения( $i$ )" на данный антецедент. Проверяется, что тип приема отличен от символов "свертка", "определениепараметра". В этих ситуациях обработка антецедента пакетным синтезатором не проводится. Проверяется, что антецедент х9 имеет еще не идентифицированную переменную. При помощи справочников "значения" и "синтезатор" определяется пакетный синтезатор  $P$ , способный обрабатывать антецедент х9. Определяются наборы  $Q_1$  и  $Q_2$  входных и выходных термов обращения к этому синтезатору, причем проверяется, что среди термов  $Q_1$  имеется неконстантный. Тогда в блок посылок х8 заносится набор (значения х9  $P Q_1 Q_2$ ). Если спецификация приема имеет

элемент "значения( $i$ )", ссылающийся на антецедент  $x_9$ , то в блок посылок заносится также элемент (посылка  $x_9$  значения). Далее, если тип приема - "бланкпрограммы" (т.е. прием выполняет цепочку вычислений с помощью пакетных синтезаторов для определения заданного атома "неизв"), то в спецификации находятся элементы "терм( $t$ )", и если  $t$  - подтерм антецедента  $x_9$ , в блок посылок заносится элемент (посылка  $x_9$  значения). При этом в накопитель описания приема добавляется указатель "конец( $i$ )", ссылающийся на  $x_9$ .

### **Цикл выделения антецедентов, для обработки которых может быть использован идентифицирующий оператор**

Идентифицирующие операторы пока используются лишь в геометрических приемах. Поэтому программа, выделяющая антецеденты для обработки такими операторами, привязана к конкретным геометрическим терминам.

Прежде всего, проверяется, что тип приема отличен от "обрывзадачи" (т.е. "исключение несущественных неизвестных в задаче на описание при вырожденном ограничении"). Затем вводится пустой накопитель  $x_9$  вхождений антецедентов, которые будут обрабатываться идентифицирующими операторами. Просматриваются всевозможные вхождения антецедентов  $x_{10}$ . Рассматриваются следующие случаи:

1. Антецедент имеет вид "актив( $P$ )", где либо заголовок  $P$  - один из символов "прямая", "отрезок", "расстояние", "окружность", "плоскость", "угол", либо  $P$  имеет вид "площадь(фигура(...))". Тогда  $x_{10}$  заносится в накопитель  $x_9$ .
2. Антецедент имеет вид "принадлежит( $X P$ )", где заголовок  $P$  - один из символов "прямая", "отрезок", "окружность", "плоскость". Тогда  $x_{10}$  заносится в накопитель  $x_9$ . Если блок посылок имел элемент (значения  $x_{10}$  ...) либо элемент (спуск  $x_{10}$  ...), то эти элементы удаляются.
3. Если антецедент имеет заголовок "перпендикулярно" либо "параллельны", причем заголовок каждого корневого операнда - "прямая" либо "плоскость", то  $x_{10}$  заносится в накопитель  $x_9$ .
4. Если антецедент имеет заголовок "точкалуча", то  $x_{10}$  заносится в накопитель  $x_9$ .
5. Если антецедент имеет вид равенства двух расстояний, то  $x_{10}$  заносится в накопитель  $x_9$ .

По завершении цикла просмотра антецедентов проверяется, что накопитель  $x_9$  непуст. Для каждого элемента  $v$  этого накопителя в блок посылок заносится элемент (усм  $v$ ).

### **Обращение к оператору "блокпосылок", перечисляющему варианты способов идентификации антецедентов**

Оператор "блокпосылок( $x_1 x_2 x_3 x_4 x_5$ )" получает в качестве входных данных теорему  $x_1$ , спецификацию приема  $x_2$ , блок приема  $x_3$  и блок посылок  $x_4$ . Переменная  $x_5$  перечисляет альтернативные наборы указателей на обработку антецедентов. Программа этого оператора будет рассмотрена ниже.

Переменной  $x_9$  присваивается набор наборов указателей на обработку антецедентов, созданных в режиме перечисления оператором "блокпосылок". В качестве блока посылок ему передается набор  $x_8$ .

Если в наборе  $x_9$  имеется более одного элемента, то предпринимается его расчистка. Рассматриваются следующие случаи:

1. Прием выполняет тождественную либо эквивалентную замену. Просматриваются элементы  $x_{15}$  набора  $x_9$  и составляется список  $x_{16}$  антецедентов теоремы, которые согласно элементу  $x_{15}$  должны обрабатываться проверочными операторами. Если остаток антецедентов  $x_{17}$  непуст, причем его параметры не пересекаются с параметрами заменяемой части теоремы, то элемент  $x_{15}$  удаляется из набора  $x_9$ .
2. Если для некоторого элемента  $E$  набора  $x_9$  существует другой элемент  $E'$  того же набора, у которого множество антецедентов, не выделенных указателями "блокпроверок" и "доказать" - подмножество аналогичного множества для  $E$ , то элемент  $E$  удаляется из набора  $x_9$ .
3. Если в наборе  $x_9$  имеются два элемента, переходящих друг в друга при переобозначении без отождествлений переменных теоремы, то один из них удаляется.

Если в блоке приема имеется элемент (текприем  $A_1 A_2 A_3$ ), то происходит тестирование либо доопределение уже созданного приема, на который ссылается тройка  $(A_1, A_2, A_3)$ . Именно,  $A_1$  - логический символ,  $A_2$  - номер узла теоремы приема для этого символа,  $A_3$  - заголовок приема. Если в наборе  $x_9$  имеется элемент  $E$ , включающийся в описание приема, извлекаемое из файла по ссылке  $(A_1, A_2, A_3)$ , причем прочие элементы в это описание не включаются, то далее  $x_9$  полагается состоящим только из элемента  $E$ .

Далее просматриваются элементы  $x_{10}$  набора  $x_9$  (т.е. некоторые наборы указателей идентификации), и каждый из них обрабатывается независимо от других, как указано ниже. При обработке будет происходить обращение к следующей процедуре конвейера компилятора спецификаций, с регистрацией созданного приема в накопителе (приемы ...) блока приема. По окончании просмотра - завершение работы процедуры "схемпосылок".

### Создание указателей "транзитпереход"

Если заголовок приема - "спуск(...)" либо "значение(...)", то рассматриваются такие антецеденты  $P(A_1, A_2)$ , что в наборе  $x_{10}$  нет указания на способ обработки данного антецедента, причем  $P$  - транзитивное бинарное отношение. Если один из операндов  $A_1, A_2$  - переменная из списка  $x_7$ , а другой - либо переменная из  $x_7$ , либо не переменная, то в набор  $x_{10}$  добавляется указатель "транзитпереход( $i$ )", где  $i$  - номер антецедента. Этот указатель определяет идентификацию антецедента  $P(A_1, A_2)$  по цепочке посылок с заголовком  $P$ , с учетом транзитивности.

### Цикл сборки однотипных установок на обработку антецедентов

В блоке приема находится элемент (прием  $A$ ) - накопитель описания приема. Переменной  $x_{13}$  присваивается скорректированная версия набора  $A$ . Если в наборах

$A$  и  $x_{10}$  имелись указатели идентификации антецедентов  $P(i_1), \dots, P(i_n)$ , где символ  $P$  отличен от "значения", то вместо них в набор  $x_{13}$  заносится один указатель  $P(i_1, \dots, i_n)$ , причем номера  $i_1, \dots, i_n$  упорядочены по возрастанию. Остальные элементы набора  $A$ , а также указатели "значения(...)" из набора  $x_{10}$  переносятся в набор  $x_{13}$  без изменения.

### Ввод указателей для обработки кванторных антецедентов

Если  $i$ -й антецедент представляет собой кванторную импликацию, причем в наборе  $x_{13}$  отсутствует указатель его идентификации, то проверяется, включается ли список его параметров в параметры консеквента и принадлежит ли тип приема списку "усм-простое" (непосредственное определение характеристики отображения), "текзадача" (ввод новых описателей в режиме свертки). В этом случае в набор  $x_{13}$  добавляется элемент (следствие  $i$ ), указывающий на проверку истинности антецедента при помощи задачи на доказательство. Если указанные проверки дали отрицательный результат, то в набор  $x_{13}$  добавляется элемент (внешний квантор фикс( $i$ )), указывающий на непосредственную идентификацию квантора.

### Обращение к процедуре "схемаидентификации"

Создается копия  $K$  блока приемов  $x_3$ , из которой удаляются элементы (прием  $A$ ) и (условие  $B$ ). Вместо них заносятся элементы (прием  $x_{13}$ ) и (условие  $B'$ ), где  $B'$  - копия набора  $B$ . Копирование необходимо, чтобы не допустить изменения "старого" набора  $B$ , который будет нужен для рассмотрения альтернативных вариантов обработки посылок. Затем происходит обращение к процедуре "схемаидентификации". Ее входные данные  $x_1$  и  $x_2$  (теорема и спецификация) - те же, что у процедуры "схемапосылок", а третье входное данное (блок приема) равно  $K$ .

#### 2.1.1 Процедура "блокпосылок"

Как уже говорилось, процедура "блокпосылок( $x_1$   $x_2$   $x_3$   $x_4$   $x_5$ )" используется процедурой "схемапосылок" для перечисления вариантов обработки антецедентов теоремы. Ей передаются входные данные:  $x_1$  - теорема,  $x_2$  - спецификация приема,  $x_3$  - блок приема,  $x_4$  - блок посылки. Выходная переменная  $x_5$  перечисляет альтернативные наборы указателей обработки антецедентов. Типы элементов в блоке посылки были перечислены выше.

Прежде всего, переменной  $x_6$  присваивается заголовок приема. Далее выполняются следующие действия:

#### Создание элемента блока посылок (одз ...)

Проверяется, что теорема приема не относится к шахматам. Оператор "существопосылки" определяет все существенные антецеденты теоремы. Рассматриваются вхождения  $v_1, \dots, v_n$  остальных антецедентов, и в блок посылки заносится элемент (одз ( $v_1 \dots v_n$ )).

#### Предварительный цикл просмотра антецедентов

Если прием не имеет типа "правсосед" (попытка варьирования выражения для сокращенной переформулировки при завершающем редактировании), то просматри-



ваются вхождения  $v$  антецедентов теоремы, для которых в блоке посылок пока нет элемента (посылка  $v \dots$ ). Рассматриваются следующие случаи:

1. Равенство числового атома константе идентифицируется непосредственно.

Антецедент  $v$  представляет собой равенство невырожденного числового атома  $A$  константе, причем заголовок  $A$  отличен от символа "длинанабора", а сам этот атом не содержит символа "значение". Тогда в блок посылок заносится элемент (посылка  $v$  посылка). Так как идентификация непосредственная, в элементе (переменные  $\dots$ ) блока посылок регистрируются все параметры атома  $A$ .

2. Непосредственная идентификация равенства для координат в приеме перехода к координатам другого типа.

Прием имеет тип "степени" (выражение текущего координатного набора через численные параметры),  $v$  - вхождение равенства для координат типа  $K$ , а консеквент - равенство для координат другого типа  $K'$  (например,  $K$  - "коорд",  $K'$  - "полкоорд"). Тогда в блок посылок заносится элемент (посылка  $v$  посылка). В элементе (переменные  $\dots$ ) блока посылок регистрируются все параметры антецедента  $v$ .

3. Предварительное выделение антецедента для обработки идентифицирующим оператором.

Если в блоке посылок имеется элемент (усм  $v$ ), то в него заносится также элемент (посылка  $v$  усм).

4. Равенство, задающее систему координат, идентифицируется непосредственно.

Антецедент  $v$  имеет вид равенства некоторой переменной  $K$  набору. В теореме встречается выражение вида  $f(A, K)$ , где  $f$  - название типа координат. Тогда в блок посылок заносится элемент (посылка  $v$  посылка). В элементе (переменные  $\dots$ ) блока посылок регистрируются все параметры антецедента  $v$ .

### **Шахматный прием: отношение к программно реализуемым всех антецедентов, кроме тех, для которых явно усматривается обратное**

Проверяется, что хотя бы один из антецедентов теоремы содержит какой-либо шахматный символ: "пешка", "слон", "конь", "ладья", "ферзь", "король", "текпозиция", "смХод", "текцвет", "атакует", "потеря", "нападение". Если антецедент  $v$  имеет вхождение символа, для которого справочник "вычисл" указывает возможность использовать нелогические вычисления ГЕНОЛОГа, либо этот антецедент имеет вхождение подтерма вида "посылка( $\dots$ )", то ранее введенный элемент блока посылок вида (посылка  $v \dots$ ), если он есть, удаляется. При этом вводится новый элемент (посылка  $v$  программа). Удаляются также (если они были) элементы (спуск  $v \dots$ ) и (значения  $v \dots$ ).

### **Цикл выделения антецедентов, идентифицируемых непосредственным образом либо обрабатываемых путем вычислений**

Просматриваются вхождения  $v$  антецедентов теоремы, для которых в блоке посылок пока нет элемента (посылка  $v \dots$ ).

Если в блоке посылок имеется элемент (значения  $v \dots$ ), а тип приема - "оценка" (соотношение пропорциональности для двух числовых атомов), то проверяется, что  $v$  имеет ровно два невырожденных числовых атома. Эти атомы должны иметь вид "расстояние( $AB$ )", а каждая из переменных  $A, B$  - встречаться в антецедентах либо внутри одного из данных атомов, либо внутри выражения "прямая( $CD$ )", где "расстояние( $CD$ )" - один из данных атомов. Если результат проверок отрицательный, то переход к следующему  $v$ .

Для каждого  $v$  рассматриваются следующие случаи:

1. В блоке приема имеется элемент "программа( $\dots i \dots$ )", где  $i$  - номер антецедента  $v$ . Тогда в блок посылка заносится элемент (посылка  $v$  программа). В элементе (переменные  $\dots$ ) блока посылка регистрируются все параметры антецедента  $v$ .
2. В блоке приема имеется элемент "выч( $\dots i \dots$ )", где  $i$  - номер антецедента  $v$ . Тогда в блок посылка заносится элемент (посылка  $v$  выч). В элементе (переменные  $\dots$ ) блока посылка регистрируются все параметры антецедента  $v$ . Напомним, что указатель обработки антецедента "выч" означает, что происходит присвоение численного значения, найденного при помощи машинной арифметики в формате double.
3. Антецедент  $v$  имеет вид " $i \in \{1, \dots, n\}$ ", причем существует антецедент вида  $n = \text{длинанабора}(a)$ , а среди фильтров, зарегистрированных в блоке приема, имеется элемент "символ( $a$  набор)" либо "заголовок( $a$  набор)". Здесь  $i, n, a$  - переменные. Тогда в блок посылка заносится элемент (посылка  $v$  программа). В элементе (переменные  $\dots$ ) блока посылка регистрируются все параметры антецедента  $v$ .
4. Прием имеет заголовок "вывод", причем в описании приема отсутствует элемент "контрольвывода( $\dots$ )". Антецедент  $v$  представляет собой равенство, причем если какая-либо его часть имеет числовой атом, то она совпадает с этим атомом, а сам атом - невырожденный. Для каждого уже зарегистрированного в блоке посылка элемента (посылка  $w$   $a$ ) символ  $a$  - либо "идентификатор", либо "блокпроверок", либо "усм". Если правая часть равенства  $v$  имеет заголовок "класс" либо "набор", то левая не является обозначением каких-либо координат. Тогда в блок посылка заносится элемент (посылка  $v$  равно). В элементе (переменные  $\dots$ ) блока посылка регистрируются все параметры антецедента  $v$ .
5. Прием имеет заголовок "вывод", причем в описании приема отсутствует элемент "контрольвывода( $\dots$ )". В блоке посылка нет элемента (спуск  $v \dots$ ). Для каждого отличного от  $v$  антецедента  $w$  в блоке посылка имеется либо элемент (усм  $w$ ), либо элемент (спуск  $w \dots$ ). В блоке приема нет элементов "быстрпреобр( $t \dots$ )", таких, что  $t$  - подтерм антецедента  $v$ . Если  $v$  - равенство, то отсутствует такой имеющий внутри  $v$  единственное вхождение невырожденный числовой атом, что каждая его надоперация в  $v$  - либо "плюс", либо "минус", либо произведение двух сомножителей, второй из которых - не содержащее невырожденных числовых атомов и отличное от нуля выражение. Тогда в блок посылка заносится элемент (посылка  $v$  посылка). В элементе (переменные  $\dots$ ) блока посылка регистрируются все параметры антецедента  $v$ .

6. Антецедент  $v$  - не равенство и не дизъюнкция. Проверяется выполнение хотя бы одного из следующих условий:
- (a) В блоке посылок нет ни элемента (спуск  $v \dots$ ), ни элемента (значения  $v \dots$ ).
  - (b) Теорема имеет единственный антецедент, причем тип приема - "обл" (усмотрение истинности либо ложности из утверждений, содержащихся в контексте).
  - (c) Теорема имеет единственный антецедент  $P(t_1 \dots t_k)$ , причем консеквент ее имеет вид  $Q(t_1 \dots t_k)$ , а справочник поиска теорем "ослабление" усматривает, что  $Q$  - ослабленная версия отношения  $P$ .
  - (d) Заголовок приема - "вывод", причем у антецедента  $v$  существует такой параметр, который не входит в другие антецеденты и не входит в указатель "контрольвывода(...)", если таковой имеется.

Если хотя бы одно из них выполнено, то в блок посылок заносится элемент (посылка  $v$  посылка), а в элементе (переменные ...) блока посылки регистрируются все параметры антецедента  $v$ .

7. Антецедент  $v$  - равенство. Тип приема - один из символов "знач" (выражение числового атома посылки через параметры уравнения для координат множества объектов), "семействомножеств" (вывод уравнения для текущих координат множества объектов), "значениепеременной" (вывод уравнения для координат множества объектов), "нормнабор" (вывод ограничения на параметры уравнения для координат множества объектов), "повторчисло" (вывод соотношений для параметров содержащих неизвестные уравнений координат множеств объектов). Заголовок правой части равенства  $v$  - "класс" либо "набор", а заголовок левой части - название каких-либо координат. Если заголовок правой части - "набор", а тип приема - "нормнабор", то в блок посылок заносится элемент (посылка  $v$  идентификатор). Иначе - элемент (посылка  $v$  посылка). Затем в элементе (переменные ...) блока посылки регистрируются все параметры антецедента  $v$ .
8. Антецедент  $v$  - равенство. Тип приема - "вычислениедлины" (преобразование одного уравнения задачи на исследование с помощью другого для уменьшения числа вхождений неизвестных). Тогда в блок посылки заносится элемент (посылка  $v$  посылка). В элементе (переменные ...) блока посылки регистрируются все параметры антецедента  $v$ .
9. Антецедент  $v$  - равенство, в одной части которого расположена переменная  $x$ , а в другой - выражение с заголовком "набор". Существует антецедент вида  $P(x)$ , где  $P$  - один из символов "систкоорд", "прямоорд", "Трехмерн", "полкоорд", "сферкоорд". Тогда в блок посылки заносится элемент (посылка  $v$  посылка). В элементе (переменные ...) блока посылки регистрируются все параметры антецедента  $v$ .
10. Антецедент  $v$  - равенство, в одной части которого расположена переменная  $x$ , а в другой - выражение, не содержащее данной переменной. Заголовок приема - "спуск(...)". Параметры антецедента  $v$  включаются в параметры консеквента. Тогда в блок посылки заносится элемент (посылка  $v$  посылка). В элементе (переменные ...) блока посылки регистрируются все параметры антецедента  $v$ .

**Цикл учета переменных, определяемых с помощью идентифицирующих операторов, и частичной отмены установок на применение идентифицирующих операторов**

Переменной  $x_{10}$  присваивается список элементов (посылка  $v$  усм) блока посылок, для которых в блоке посылок отсутствует элемент (теквхожд  $v$ ). Проверяется, что он непуст. Вводится пустой накопитель  $x_{11}$ . Переменной  $x_{12}$  присваивается список переменных  $X$ , идентифицированных на текущий момент - он указана в элементе блока посылок (переменные  $X$ ). Переменной  $x_{13}$  присваивается список антецедентов, ссылки на которые содержатся в наборе  $x_{10}$ .

Реализуется цикл заполнения накопителя  $x_{11}$ : в него заносятся те элементы списка  $x_{13}$ , параметры которых пересекаются со списком  $x_{12}$ . Каждый раз список  $x_{12}$  пополняется параметрами антецедента, занесенного в список  $x_{11}$ . Эта процедура продолжается итеративно, до исчерпания возможностей добавления в список  $x_{11}$  новых антецедентов.

По окончании цикла - второй разряд элемента блока посылок (переменные  $X$ ) заменяется на  $x_{12}$ . Переменной  $x_{14}$  присваивается разность списков  $x_{13}$  и  $x_{11}$ . Проверяется, что она непушта. Фактически, антецеденты списка  $x_{14}$  - те, которые оказались "изолированы" от уже идентифицированной части, и для их обработки снова требуется непосредственная идентификация того или иного типа. Рассматриваются следующие случаи:

1. В списке  $x_{14}$  имеется антецедент, представляющий собой равенство двух углов. В блоке посылок находится ссылающийся на данный антецедент элемент (посылка  $v$  усм), и его последний разряд заменяется на "равно". В элементе (переменные ...) блока посылки регистрируются все параметры антецедента  $v$ . Затем реализуется рекурсивное обращение к процедуре "блокпосылка", для измененного указанным образом блока посылки. Каждое выдаваемое ею значение выходной переменной сразу передается выходной переменной текущего обращения, и по завершении ее работы текущая процедура "блокпосылка" тоже завершает работу. В нижеследующих пунктах будет использоваться аналогичное рекурсивное обращение. Для краткости будем называть его рекурсивным продолжением.
2. В списке  $x_{14}$  имеется антецедент, представляющий собой равенство двух расстояний. Предпочтение отдается тому, у которого больше переменных (например, все четыре точки различны). В блоке посылки находится ссылающийся на данный антецедент элемент (посылка  $v$  усм), и его последний разряд заменяется на "равно". В элементе (переменные ...) блока посылки регистрируются все параметры антецедента  $v$ . Затем реализуется рекурсивное продолжение.
3. В списке  $x_{14}$  имеется антецедент  $A$ , представляющий собой условие параллельности двух прямых. Если в блоке посылки нет элемента вида (посылка ... посылка), указывающего на непосредственную идентификацию какого-либо антецедента, то в блоке посылки находится ссылающийся на антецедент  $A$  элемент (посылка  $v$  усм), и его последний разряд заменяется на "равно". В элементе (переменные ...) блока посылки регистрируются все параметры антецедента  $v$ . Затем реализуется рекурсивное продолжение.

4. В списке x14 имеется антецедент  $A$ , представляющий собой условие перпендикулярности двух прямых. Если в блоке посылок нет элемента вида (посылка ... посылка), указывающего на непосредственную идентификацию какого-либо антецедента, то в блок посылки заносится элемент (теквхожд  $v$ ), где  $v$  - вхождение антецедента  $A$ . В элементе (переменные ...) блока посылки регистрируются все параметры антецедента  $v$ . Затем реализуется рекурсивное продолжение. Заметим, что в данном случае элемент (посылка  $v$  усм) в блоке посылки сохраняется.
5. В списке x14 имеется антецедент вида "актив(...)". В блоке посылки находится ссылающийся на данный антецедент элемент (посылка  $v$  усм), и его последний разряд заменяется на "посылка". В элементе (переменные ...) блока посылки регистрируются все параметры антецедента  $v$ . Затем реализуется рекурсивное продолжение.
6. В списке x14 имеется антецедент вида " $A \in B$ ", где  $B$  - отрезок либо интервал либо окружность. В блоке посылки находится ссылающийся на данный антецедент элемент (посылка  $v$  усм), и его последний разряд заменяется на "посылка". В элементе (переменные ...) блока посылки регистрируются все параметры антецедента  $v$ . Затем реализуется рекурсивное продолжение.

**Цикл обработки равенств: сначала указателем "идентификатор" снабжаются все равенства, хотя бы одна часть которых полностью определена; затем одно из оставшихся равенств делается непосредственно идентифицируемым, и цикл повторяется**

Просматриваются вхождения антецедентов  $v$ , для которых в блоке посылки нет элемента (посылка  $v$  ...).

Если антецедент  $v$  - дизъюнкция, каждый член которой является равенством, причем все ее переменные представлены в элементе (переменные ...) блока посылки (т.е. уже идентифицированы), то в блок посылки заносится элемент (посылка  $v$  идентификатор).

Если антецедент  $v$  - равенство, причем тип приема - "явное" (эквивалентное преобразование, усиливающее посылку), то в блок посылки заносится элемент (посылка  $v$  посылка), а в элементе (переменные ...) блока посылки регистрируются все параметры антецедента  $v$ .

Если  $v$  - равенство, причем предыдущий пункт не имеет места, то проверяется, что хотя бы одна неконстантная часть этого равенства имеет только такие переменные, которые представлены в элементе (переменные ...) блока посылки. Если одна из частей равенства - переменная  $x$ , то проверяется, что не выполнено ни одно из следующих условий:

1. Заголовок приема - "вывод", переменная  $x$  однократно входит в консеквент и не входит в другие антецеденты. Отсутствует элемент "быстрпреобр(...)" блока приема, указывающий на обработку нормализатором подтерма антецедента  $v$ .
2. Противоположная часть равенства имеет заголовок "набор", причем либо антецедент  $v$  имеет подтерм вида "коорд(...,  $x$ )", либо в накопителе описания приема имеется элемент "контрольвывода(...)", содержащий подтерм такого вида.

Если хотя бы одно из них выполнено, то переход к очередному  $v$ . Иначе - рассматриваются следующие случаи:

1. Одна из частей равенства  $v$  имеет своим заголовком один из символов "координат", "точки", "класс". Тип приема - один из символов "больше" (вывод соотношений для координат объектов), "нормально" (исключение вспомогательных параметров в условии задачи на преобразование, имеющей цель "класс"), "арифмпрогрессия" (вывод уравнений для координат множеств объектов), "параллельные" (исключение вспомогательных параметров в условии задачи на преобразование, имеющей цель "класс"), "функциональный символ" (связь числовых атомов с параметрами уравнения для координат множества объектов), "Входит" (связь старых числовых атомов с координатами), "ссылка на прием" (характеризация множеств объектов с помощью уравнений для координат). В последнем случае правая часть равенства  $v$  имеет заголовок "класс". Тогда в блок посылок заносится элемент (посылка  $v$  посылка), а в элементе (переменные ...) блока посылки регистрируются все параметры антецедента  $v$ . Далее - переход к очередному  $v$ .
2. Заголовок приема - "первый терм" либо "второй терм". Список  $S$  входящих в антецедент  $v$  невырожденных числовых атомов непуст. Не существует такого атома из  $S$ , входящего в данный антецедент однократно, что каждая операция этого вхождения - либо "плюс", либо "минус", либо "равно", либо произведение на ненулевой множитель, не содержащий невырожденных числовых атомов. Тогда в блок посылок заносится элемент (посылка  $v$  посылка), а в элементе (переменные ...) блока посылки регистрируются все параметры антецедента  $v$ . Далее - переход к очередному  $v$ .
3. Если предыдущие случаи не имеют места, то в блок посылок заносится элемент (посылка  $v$  идентификатор), а в элементе (переменные ...) блока посылки регистрируются все параметры антецедента  $v$ . Далее - откат к повторению всего цикла просмотра антецедентов  $v$ .

По завершении цикла просмотра вхождений антецедентов  $v$  начинается дополнительный цикл просмотра антецедентов. Здесь снова  $v$  - вхождение антецедента с заголовком "равно", для которого в блоке посылки нет элемента (посылка  $v$  ...). Проверяется также отсутствие в блоке посылки элементов (спуск  $v$  ...) и (значения  $v$  ...). Проверяется, что не выполнено ни одно из следующих условий:

1. Для любого параметра  $x$  антецедента  $v$ , не принадлежащего списку  $V$  элемента (переменные  $V$ ) блока посылки, в этом блоке существует такой элемент (значения  $w f T P$ ), что  $x$  является одним из параметров выходных термов  $P$ , а все параметры входных термов  $T$  содержатся в списке  $V$ .
2. Одна из частей равенства  $v$  - переменная  $x$ , причем в блоке посылки имеется такой элемент (значения  $w f T P$ ), что  $x$  входит в термы  $P$ , а все параметры термов  $T$  содержатся в списке  $V$  элемента (переменные  $V$ ).
3. В левой части равенства  $v$  расположено обозначение каких-либо координат, а в правой части - выражение с заголовком "набор". Тип приема - "ссылка на прием" (характеризация множеств объектов с помощью уравнений для координат).

Тогда в блок посылок заносится элемент (посылка  $v$  посылка), а в элементе (переменные ...) блока посылки регистрируются все параметры антецедента  $v$ . Далее - переход к очередному  $v$ .

По окончании дополнительного цикла просмотра антецедентов - переход к следующему разделу.

**Цикл выделения антецедентов, имеющих еще не идентифицированную переменную и требующих для сопровождения по о.д.з. дополнительных невырожденных условий. Для таких антецедентов вводится установка на их непосредственную идентификацию**

Просматриваются вхождения антецедентов  $v$ , для которых в блоке посылок нет элемента (посылка  $v$  ...), но существует элемент (спуск  $v$  ...). Проверяется, что параметры антецедента  $v$  не включаются в список  $P$  элемента блока посылки (переменные  $P$ ). Проверяется, что  $v$  не входит в список  $Q$  элемента блока посылки (одз  $Q$ ). Если существует утверждение из о.д.з. для антецедента  $v$ , не входящее в список утверждений для о.д.з. консеквента и не имеющее своим заголовком название типа объекта, то в блок посылок заносится элемент (посылка  $v$  посылка), а в список  $P$  добавляются все параметры антецедента  $v$ . Далее - переход к очередному  $v$ .

**Цикл ввода установок "блокпроверок" и "значения" для тех антецедентов, у которых уже идентифицированы входные переменные**

Просматриваются вхождения антецедентов  $v$ , для которых в блоке посылки нет элемента (посылка  $v$  ...). Если тип приема - "нормнабор" (вывод ограничения на параметры уравнения для координат множества объектов), то проверяется, что заголовок антецедента  $v$  - символ "разныеточки" либо "разныепрямые". Далее рассматриваются случаи:

1. В блоке посылки имеется элемент (спуск  $v$   $f$   $T$ ), причем параметры входных термов  $T$  проверочного оператора  $f$  включаются в список  $P$  элемента блока посылки (переменные  $P$ ). Если в блоке посылки уже имеется элемент (посылка  $v$   $R$ ), где символ  $R$  отличен от "блокпроверок", то он изменяется на "блокпроверок". Иначе в блок посылки заносится элемент (посылка  $v$  блокпроверок).
2. В блоке посылки имеется элемент (значения  $v$   $f$   $T$   $P$ ), причем тип приема отличен от "ссылканаприем" (характеризация множеств объектов с помощью уравнений для координат). Составляется список  $S$  всех переменных, являющихся выходными термами  $P$  и не входящих в список  $R$  элемента блока посылки (переменные  $R$ ). Проверяется, что все прочие параметры выходных термов  $P$ , а также все параметры входных термов  $T$  принадлежат списку  $R$ . Проверяется отсутствие в блоке посылки элемента (посылка  $w$  посылка), у которого параметры антецедента  $w$  пересекаются с параметрами выходных термов  $P$ . Если в блоке посылки уже имеется элемент (посылка  $v$   $D$ ), где символ  $D$  отличен от "значения", то он изменяется на "значения". Иначе в блок посылки заносится элемент (посылка  $v$  значения). Если список  $S$  пуст, то переход к очередному  $v$ . Иначе элементы этого списка добавляются к списку  $R$ , и откат к повторной реализации данного цикла.

### **Повторная попытка ввода указателей "идентификатор", если хотя бы одна часть равенства полностью определена**

Просматриваются такие вхождения  $v$  антецедентов, имеющих вид равенства, что в блоке посылок нет элемента (посылка  $v \dots$ ), но все параметры хотя бы одной неконстантной части равенства  $v$  содержатся в списке  $P$  элемента блока посылок (переменные  $P$ ). Проверяется, что не выполнено ни одно из следующих условий:

1. Одна из частей равенства  $v$  - переменная  $x$ , входящая в консеквент и не входящая в остальные антецеденты. Заголовок приема - "вывод". Никакое подвыражение антецедента  $v$  не обрабатывается нормализаторами, указанными в блоке приема. Накопитель описания приема не имеет элемента "контрольвывода( $t$ )", где  $t$  содержит  $x$ .
2. Одна из частей равенства  $v$  - переменная  $K$ , а другая имеет заголовок "набор". Либо теорема имеет вхождение подтерма вида "коорд( $\dots, K$ )", либо накопитель описания приема имеет элемент "контрольвывода( $t$ )", причем существует вхождение в  $t$  подтерма данного вида.
3. Одна из частей равенства имеет заголовок "коорд", причем тип приема - символ "больше" (вывод соотношений для координат объектов) либо "Входит" (связь старых числовых атомов с координатами).

Тогда в блок посылок заносится элемент (посылка  $v$  идентификатор), а в элементе (переменные  $\dots$ ) блока посылок регистрируются все параметры антецедента  $v$ . Далее - переход к очередному  $v$ .

### **Разбор случаев для непосредственной идентификации либо пакетной**

Просматриваются такие вхождения  $v$  антецедентов, что в блоке посылок нет элемента (посылка  $v \dots$ ), но имеется элемент (спуск  $v \dots$ ) либо (значения  $v \dots$ ). Проверяется, что  $v$  не входит в список  $Q$  элемента блока посылок (одз  $Q$ ). Поочередно переменной  $x11$  присваиваются символы "посылка" (случай непосредственной идентификации) и "проверка" (отмена непосредственной идентификации и использование пакетного оператора). Затем выполняется рекурсивное обращение к оператору "блокпосылка". Значения переменных  $x1, x2, x3$  передаются ему без изменений. Входное данное  $x4$  получается копированием текущего блока посылок, причем элементы "(посылка  $\dots$ )", "(переменные  $\dots$ )" сами копируются. В последнем элементе, при  $x11 = \text{"посылка"}$ , учитываются все параметры антецедента  $v$ . Кроме того, в новую версию блока посылок добавляется элемент (посылка  $v$   $x11$ ). Результат рекурсивного обращения сразу передается на выход текущего оператора "блокпосылка".

### **Проверка того, что прием проверочного оператора либо синтезатора, при отсутствии непосредственно идентифицируемых посылок, не обращается к пакетным операторам с более сложными входными данными**

Проверяется, что для каждого антецедента  $v$  в блоке посылок имеется элемент (посылка  $v$   $A$ ), где символ  $A$  отличен от "проверка". Проверяется также, что заголовок приема - "спуск( $Q, \dots$ )" либо "значение( $Q, \dots$ )"; теорема имеет антецеденты; в блоке посылок отсутствует элемент (посылка  $\dots$  программа) либо (посылка  $\dots$  посылка).



Если прием имеет заголовок "значение( $Q, \dots$ )", то переменной  $x_{11}$  присваивается набор ( $T$  вход( $x_1 \dots x_n$ ) выход( $y_1 \dots y_k$ )  $A_1 \dots A_m$ ), определяющий формат синтезатора  $Q$ . Здесь  $T$  - утверждение, связывающее входные и выходные переменные. Если прием имеет заголовок "спуск( $Q, \dots$ )", то переменной  $x_{11}$  присваивается набор ( $Q, (A_1, \dots, A_n), N$ ), определяющий формат проверочного оператора  $Q$ . Здесь  $(A_1, \dots, A_n)$  - набор подчиненных шаблону проверяемого утверждения вхождений выражений, идентифицируемых с входными переменными оператора.

В случае проверочного оператора переменной  $x_{13}$  присваивается набор неконстантных подтермов по вхождениям  $A_1, \dots, A_n$  набора  $x_{11}$ . В случае пакетного синтезатора определяется подстановка  $S$ , переводящая шаблон  $T$  в консеквент теоремы, и переменной  $x_{13}$  присваивается набор термов, в которые подстановкой  $S$  переводятся входные переменные  $x_1, \dots, x_n$ . Таким образом, в обоих случаях  $x_{13}$  оказывается равно набору  $t_1, \dots, t_p$  входных термов приема пакетного оператора. Переменной  $x_{14}$  присваивается список параметров термов набора  $x_{13}$ . Переменной  $x_{15}$  присваивается список  $H_1, \dots, H_p$  наборов  $H_i$  чисел вхождений элементов списка  $x_{14}$  в термы  $t_i$ .

Вводится пустой накопитель  $x_{16}$  антецедентов, которые обрабатываются такими пакетными операторами, что некоторые из их входных данных не проще, чем входные данные самого приема. Начинается просмотр антецедентов  $v$ , для которых не выполнено ни одно из следующих условий:

1. Консеквент имеет более двух корневых операндов, а антецедент  $v$  - не более двух.
2. В накопителе описания приема имеется элемент "блокпроверок( $i$ )", ссылающийся на антецедент  $v$ .
3. Консеквент и антецедент  $v$  имеют один и тот же заголовок  $R$  - символ двуместного отношения. Антецедент имеет своим корневым операндом ассоциативно-коммутативную операцию  $f$  с единицей  $e$ , допускающую перегруппировку всех отличных от  $e$  членов в одну часть отношения  $R$ . В одной частей антецедента расположено  $e$ , а консеквент не имеет корневого операнда  $e$ .
4. Заголовок антецедента  $v$  - название типа объекта.
5. В блоке посылок нет ни элемента (спуск  $v \dots$ ), ни элемента (значение  $v \dots$ ).

Определяется набор  $x_{18}$  входных данных пакетного оператора, который мог бы обработать антецедент  $v$ . Если блок посылок имеет элемент (спуск  $v f T$ ) либо элемент(значения  $v f T P$ ), то переменной  $x_{18}$  присваивается  $T$ . Сразу же из набора  $x_{18}$  удаляются термы, не имеющие параметров. Если ни один из термов списка  $x_{18}$  не имеет связанных переменных, а хотя бы один из термов набора  $x_{13}$  (т.е. входных данных приема) - имеет, то переход к очередному  $v$ . Если параметры термов  $x_{18}$  не включаются в параметры  $x_{14}$  входных термов приема, то выход из оператора "блокпосылки" по значению "ложь". Пусть  $x_{18} = (q_1, \dots, q_r)$ . Переменной  $x_{19}$  присваивается набор ( $G_1, \dots, G_r$ ) наборов  $G_i$  чисел вхождений элементов списка  $x_{14}$  в термы  $q_i$ .

Далее проверяется, что не выполнено ни одно из следующих условий:

1. Пусть  $S_1$  - список заголовков всех неоднобуквенных подвыражений термов списка x18,  $S_2$  - список заголовков всех неоднобуквенных подтермов термов списка x13. Рассматривается упорядочение логических символов: для каждого символа  $s$  определяется список  $(A_1, \dots, A_n, s)$ , где  $A_n$  - раздел, к которому относится  $s$ ;  $A_{i+1}$  - подраздел раздела  $A_i$ . Далее эти списки упорядочиваются лексикографически. На каждом разряде упорядочение берется согласно списку элементов его надраздела (наибольший - в конце списка). В списках  $S_1, S_2$  берутся максимальные в данном упорядочении символы  $s_1, s_2$ . При этом оказывается, что символ  $s_1$  не превосходит символа  $s_2$ .
2. Для любого набора списка x19 существует поразрядно не меньший набор списка x15. Существует такой набор списка x15, для которого в списке x19 нет набора, поразрядно не меньшего его.
3. Для любого набора одного из списков x15, x19 существует поразрядно не меньший набор другого списка. Любой терм списка x18 является подтермом некоторого термина списка x13, но не наоборот.
4. Для любого набора одного из списков x15, x19 существует поразрядно не меньший набор другого списка. Любой терм одного из списков x13, x18 является подтермом некоторого термина другого списка. В блоке посылок имеется элемент (спуск  $v f T$ ), причем заголовок приема - "спуск( $g$ )", где  $f \neq g$ . Теорема имеет единственный существенный антецедент  $v$ . В данной ситуации, перед откатом к рассмотрению очередного  $v$ , в накопитель описания приема заносится элемент "комментарий( $v$  легковидеть  $f T$ )", а в накопитель фильтров - элемент "коммент( $v$  легковидеть  $f T$ )". Эти элементы блокируют возможное заикливание при рекурсивных обращениях к проверочным операторам.
5. Списки x13 и x18 состоят из единственных элементов  $t_1$  и  $t_2$  соответственно. Все элементы наборов списков x15 и x19 равны 1. Теорема имеет единственный существенный антецедент  $v$ . Термы  $t_1$  и  $t_2$  имеют одинаковые множества заголовков своих неоднобуквенных подтермов. В данной ситуации, перед откатом к рассмотрению очередного  $v$ , в накопитель описания приема заносится элемент "комментарий( $v$  перестановка)", а в накопитель фильтров - элемент "коммент( $v$  перестановка)". Эти элементы блокируют возможное заикливание при рекурсивных обращениях к проверочным операторам.
6. Каждый терм списка x18 получается из подтерма какого-либо термина списка x13 вычеркиванием части операндов некоторых операций, а также заменой части неконстантных подтермов на логические символы.

Если хотя бы одно из этих условий выполнено, то переход к следующему антецеденту  $v$ . Иначе - вхождение антецедента  $v$  регистрируется в накопителе x16.

По окончании просмотра антецедентов  $v$  из списка x16 удаляются все антецеденты, для которых в накопителе блока приема содержится указатель идентификации с заголовком "значения" либо "блокпроверок". Проверяется, что список x16 непуст. Затем просматриваются элементы  $v$  этого списка, и для каждого из них выполняется рекурсивное обращение к процедуре "блокпосылок", у которого значения переменных x1, x2, x3 сохраняются, а блок посылок копируется с коррекцией: в элементе (посылка  $v \dots$ ) последний разряд заменяется на "посылка". Соответственно, список

элемента (переменные ...) пополняется всеми параметрами антецедента  $v$ . Результат рекурсивного обращения сразу же передается на выход текущего обращения к оператору. По окончании просмотра списка  $x16$  - выход по значению "ложь".

### **Выбор непосредственно идентифицируемого антецедента по остаточному принципу**

Если прием имеет заголовок "вывод", причем в блоке посылок нет элементов вида (теквхожд ...) либо (посылка  $v$  равно), либо (посылка  $v$  посылка), а в накопителе описания приема нет элемента "контрольвывода(...)", то просматриваются элементы (посылка  $v$  усм) блока посылок. Если хотя бы один из таких антецедентов  $v$  - равенство либо транзитивное двуместное отношение, то у него последний разряд заменяется на "равно". Иначе - берется первый же из таких элементов, и у него последний разряд заменяется на "посылка". Описанная коррекция проводится лишь для одного антецедента.

### **Изменение указателей "блокпроверок" на "следствие" в случаях, требующих усиленной проверки**

Просматриваются элементы блока посылок (посылка  $v$  блокпроверок). Если тип приема - "нормуглы" (вывод определения), то последний разряд каждого такого элемента заменяется на "следствие".

### **Изменение указателей "блокпроверок" на "легковидеть"**

Просматриваются элементы блока посылок (посылка  $v$  блокпроверок), для которых в накопителе описания приема нет указателя "значения(...)" либо "блокпроверок(...)". Если в антецеденте  $v$  встречается описатель "класс", которому подчинено подвыражение вида "значение( $f$  ...)", где  $f$  - переменная, то последний разряд элемента заменяется на "легковидеть".

### **Изменение указателя "идентификатор" на "посылка"**

Просматриваются элементы блока посылок (посылка  $v$  идентификатор). Если тип приема - "обрывзадачи" (исключение несущественных неизвестных в задаче на описание при вырожденном ограничении) либо "нормравно" (исключение вспомогательных параметров в условии задачи на преобразование, имеющей цель "класс"), то последний разряд элемента заменяется на "посылка".

### **Усиленная идентификация посылок, выделенных указателем "идентификатор"**

Просматриваются элементы блока посылок (посылка  $v$  идентификатор), у которых антецедент  $v$  - равенство, каждая из частей которого содержит невырожденные числовые атомы, но сама таким атомом не является. Для них в накопитель описания приема заносится элемент "посылки( $i$ )", где  $i$  - номер антецедента  $v$ . Такой указатель разрешает, помимо стандартной обработки антецедента в режиме идентификации одной части с другой, также обработку путем непосредственной идентификации его с утверждением из контекста.

**Изменение указателя "посылка" на "усматривается"**

Просматриваются элементы блока посылок (посылка  $v$  посылка), у которых заголовков антецедента  $v$  - символ "значение". Если в спецификации приема нет явного указания на непосредственную идентификацию антецедента  $v$ , то последний разряд элемента заменяется на "усматривается".

**Ввод указателя "равно" при инициализации идентификации с равенства двух невырожденных термов**

Если у приема с заголовком "вывод" антецедент  $v$ , представляющий собой равенство двух неконстантных неоднобуквенных выражений, выделен элементом (посылка  $v$  посылка) блока посылок, то проверяется, что не выполнено ни одно из следующих условий:

1.  $v$  - равенство для координат объекта либо уравнение для координат множества объектов.
2. Тип приема - "повторчисло" (вывод соотношений для параметров содержащих неизвестные уравнений координат множеств объектов).

Тогда последний разряд указанного элемента заменяется на "равно".

**Завершающий цикл формирования серии установок на обработку антецедентов**

Вводится пустой накопитель результата  $x7$ . Для каждого символа  $s$  из списка "блок-проверок", "доказать", "легковидеть", "идентификатор", "программа", "усм", "равно", "очевидно", "следствие", "усматривается" находятся все элементы блока посылок, имеющие вид (посылка  $v$   $s$ ). Находятся символьные номера  $i_1, \dots, i_k$  соответствующих антецедентов  $v$ , и в накопитель  $x7$  заносится указатель идентификации " $s(i_1 \dots i_k)$ ". Для каждого элемента (посылка  $v$  значения) из блока посылок в набор  $x7$  заносится свой отдельный указатель "значения( $i$ )", где  $i$  - номер антецедента  $v$ . Если в блоке посылок имеется элемент (теквхожд  $v$ ), то в накопитель  $x7$  заносится указатель "теквхожд( $i$ )", где  $i$  - номер  $v$ . Нумерация антецедентов во всех случаях начинается с 1. По окончании заполнения списка  $x7$  он выдается в качестве результата работы оператора "блокпосылок".

**2.2 Процедура "схемаидентификации"**

Процедура "схемаидентификации" является следующим звеном конвейера компилятора спецификаций. К ней обращается процедура "схемапосылок". Обращение имеет вид "схемаидентификации( $x1$   $x2$   $x3$ )", где  $x1$  - теорема приема,  $x2$  - спецификация приема,  $x3$  - блок приема. Процедура вводит указатели идентификации, после чего обращается к процедуре "схемапреобразований" - очередному звену конвейера.

**Блокировка приемов, основанных на теореме**

Если теорема уже зарегистрирована в базе теорем, то все приемы, которые по ней созданы, на период работы компилятора спецификаций блокируются. Это делается

из-за используемых компилятором проверок избыточности. При отсутствии блокировок тестирование работы компилятора нарушится, так как уже созданный прием будет усматривать избыточность своей создаваемой компилятором копии.

### **Ввод указателя "извлечениеварианта"**

Если консеквент теоремы представляет собой равенство, заменяемая часть которого имеет заголовок "вариант", а заменяющая - не содержит символа "вариант", то в накопитель описания приема заносится элемент "извлечениеварианта". Такой элемент указывает компилятору на усиленную идентификацию условного выражения, использующую оператор "извлечениеварианта". В этом случае происходит усмотрение одной и той же надоперации для каждой из альтернатив и вынесение ее за рамки условного выражения. Исключения составляют случаи, когда типом приема служит один из символов "новооператор" (свертка условного выражения), "арккотангенс" (свертка условного выражения в условии задачи на преобразование).

### **Ввод указателя "набор(второйтерм)"**

Пусть теорема - кванторная импликация без антецедентов, причем тип приема отличен от символов "нормнеизв" (группировка относительно выражения с неизвестными), "префикс" (свертка константного выражения), "измзнака" (упрощение выражения под описателем относительно варьируемой переменной), "удалениепосылки" (группировка относительно сложного подвыражения на завершающем этапе редактирования ответа задачи на вычисление), "сокращнеизв" (прием нормализатора упрощения относительно неизвестных). Проверяется, что связывающая приставка теоремы имеет ровно две переменных, а заголовок приема - "первыйтерм" либо "второйтерм". Проверяется, что заменяемая часть теоремы имеет вид  $s(t_1, t_2)$ , где символ  $s$  ассоциативный и коммутативный, причем выражение  $t_1$  имеет единственную переменную  $x$ , а выражение  $t_2$  - отличную от  $x$  единственную переменную  $y$ . Проверяется, что  $t_1$  переходит в  $t_2$  при замене  $x$  на  $y$ . Проверяется, что заменяющая часть теоремы получается подстановкой в  $t_1$  вместо  $x$  выражения  $s(x, y)$ . Тогда в накопитель описания приема заносится указатель "набор(второйтерм)", определяющий одновременную идентификацию всех операндов операции  $s$ , вне зависимости от их числа.

### **Определение в теореме идентифицируемых вхождений и вхождений в термы, создаваемые приемом**

Переменной  $x_4$  присваивается пара (идентификатор пустоеслово), переменной  $x_5$  - пара (нормализатор пустоеслово). Обе эти пары заносятся в блок приема. Второй разряд пары  $x_4$  - накопитель набора вхождений в теорему, которые нужно идентифицировать. Второй разряд пары  $x_5$  - накопитель вхождений в теорему, относящихся к тем новым термам, которые прием будет создавать. Переменной  $x_6$  присваивается заголовок приема, переменной  $x_7$  - элемент (прием ...) из блока приема, второй разряд которого представляет собой накопитель описания приема (кроме фильтров приема). Заполнение накопителей  $x_4$  и  $x_5$  происходит следующим образом:

1. Заполнение накопителей  $x_4$  и  $x_5$  вхождениями в консеквент для приемов тождественной либо эквивалентной замены.

Проверяется, что теорема - кванторная импликация, консеквент  $x_8$  которой - равенство либо эквивалентность. Если заголовок приема - "первыйтерм" ли-

бо " $F(\text{первыйтерм} \dots)$ ", где  $F$  - один из символов "замена", "заменатермов", "заменаусловия", то переменной  $x_9$  присваивается вхождение первого операнда консеквента, а переменной  $x_{10}$  - второго. Если заголовок приема - "второйтерм" либо " $F(\text{второйтерм} \dots)$ ", где  $F$  - один из символов "замена", "заменатермов", "заменаусловия", то переменной  $x_9$  присваивается вхождение второго операнда консеквента, а переменной  $x_{10}$  - первого. Таким образом,  $x_9$  оказывается вхождением заменяющего терма, а  $x_{10}$  - заменяемого. Второй разряд накопителя  $x_4$  заменяется на список всех вхождений, подчиненных вхождению  $x_{10}$ , а второй разряд накопителя  $x_5$  - на список всех вхождений, подчиненных вхождению  $x_9$ . Если в накопителе описания приема имелся элемент (набор первыйтерм), то в накопитель  $x_5$  вместо этого заносятся лишь вхождение  $x_9$  и все вхождения, подчиненные первому операнду вхождения  $x_9$ . В это ситуации первый операнд будет играть роль шаблона, по которому создается весь набор однотипных операндов заменяющей части.

2. Заполнение накопителя  $x_4$  вхождениями в консеквент для приема вырожденной эквивалентной замены.

Если заголовок приема - "второйтерм", а теорема - кванторная импликация, консеквент  $x_8$  которой не является ни равенством, ни эквивалентностью, то в накопитель  $x_4$  заносятся все вхождения, подчиненные консеквенту. Напомним, что такой прием заменяет идентифицированное с консеквентом утверждение на константу "истина".

Другой случай вырожденной эквивалентной замены - прием с заголовком "связка", у которого консеквент имеет вид квантора существования. Тогда в накопитель  $x_4$  заносятся все вхождения, подчиненные подкванторному утверждению этого квантора.

3. Заполнение накопителя  $x_4$  вхождениями в консеквент для приема обратного вывода.

Если заголовок приема - "подборзначений", то в накопитель  $x_4$  заносятся все вхождения, подчиненные консеквенту.

4. Заполнение накопителей  $x_4, x_5$  вхождениями в консеквент приема пакетного синтезатора.

Если заголовок приема - "значение( $A$ )", то определяется результат ( $T$ , вход( $x_1 \dots x_n$ ), выход( $y_1 \dots y_k$ ), ...) обращения к справочнику "синтезатор" для символа  $A$  - названия пакетного синтезатора. Утверждение  $T$  является шаблоном утверждений, реализуемых синтезатором. Проверяется, что консеквент теоремы является результатом некоторой подстановки в  $T$ . Затем рассматриваются вхождения  $v$  в консеквент, расположенные на позициях, соответствующим позициям входных переменных  $x_i$  в терм  $T$ . Вхождение  $v$  и все подчиненные ему вхождения заносятся в накопитель  $x_4$ . Аналогично, рассматриваются вхождения  $w$  в консеквент, расположенные на позициях, соответствующим позициям выходных переменных  $y_i$  в терм  $T$ . Вхождение  $w$  и все подчиненные ему вхождения заносятся в накопитель  $x_5$ .

5. Ввод указателя "дистрибразвертка" для продукции проверочного оператора.

Если заголовок приема - "спуск", причем в консеквенте встречается подтерм вида  $f(x, y)$ , где  $f$  - ассоциативная и коммутативная операция, а  $x, y$  - различные

переменные, не имеющие в консеквенте других вхождений, то рассматриваются результаты  $A_1$  и  $A_2$  замены в консеквенте указанного подтерма, соответственно, на  $x$  и на  $y$ . Если  $A_1, A_2$  - все антецеденты теоремы, то в накопитель описания приема вводится указатель "дистрибразвертка( $u$ )", где  $u$  - указатель вхождения в теорему подтерма  $f(x, y)$ .

6. Заполнение накопителя х4 вхождениями в консеквент для проверочного оператора.

Если заголовок приема - "спуск( $f$ )", то определяется результат  $(f, (A_1, \dots, A_n), N)$  обращения к справочнику "легковидеть" на заголовке подходящего подтерма консеквента.  $A_1, \dots, A_n$  суть те вхождения в консеквент, которые соответствуют входным данным оператора  $f$ . Они и все подчиненные им вхождения регистрируются в накопителе х4.

7. Пополнение накопителя х4 вхождениями в указатель "контекст(...)".

Если в накопителе описания приема имеется элемент  $E$  "контекст(...)", то рассматриваются все вхождения в этот элемент, отличные от корневого вхождения. Отбрасываются вхождения переменных  $x$  в подтермы вида "позиция(...,  $x$ )", если  $x$  встречается в  $E$  однократно. Остальные вхождения регистрируются в накопителе х4.

8. Пополнение накопителя х4 вхождениями в указатель "контрольвывода(...)".

Если в накопителе описания приема имеется элемент  $E$  "контрольвывода( $T$ )", то проверяется, имеет ли терм  $T$  заголовок "фикс". Если имеет, то данный терм представляет собой указатель вхождения  $v$  в теорему некоторого ее подтерма. Тогда в накопитель х4 заносятся все вхождения, подчиненные  $v$ . Иначе - в этот накопитель заносятся все вхождения в элемент  $E$ , кроме корневого вхождения.

9. Пополнение накопителя х5 вхождениями в консеквент для приема вывода.

Если заголовок приема - "вывод" либо "выводусловия", либо "внутрипреобр(...)", причем в последнем случае накопитель описания приема не имеет элемента "внутрипреобр", то в накопитель х5 заносятся все вхождения в консеквент теоремы.

10. Формирование информационного элемента х9, перечисляющего вхождения корней антецедентов и типы их идентификации.

Если теорема представляет собой кванторную импликацию с непустым списком антецедентов, то в блок приема заносится элемент (антецедент  $V$   $U$ ), где  $V$  - список вхождений антецедентов,  $U$  - набор той же длины, что и  $V$ , в котором будут регистрироваться указания на способ идентификации антецедентов. Изначально  $U$  состоит из одних нулей. Просматриваются элементы накопителя описания приема, имеющие своим заголовком символ  $s$  из следующего списка: "идентификатор", "блокпроверок", "усм", "истина", "подборзначений", "значения", "программа", "доказать", "легковидеть", "усматривается", "очевидно", "следствие", "быстрпроверка", "учетодз". Если такой элемент ссылается на  $i$ -й антецедент теоремы, то  $i$ -й элемент набора  $U$  заменяется на  $s$ . Ниже сохраняем обозначения  $V, U$ , введенные в данном пункте.

11. Пополнение накопителя  $x_4$  вхождениями в непосредственно идентифицируемые антецеденты.

Если  $i$ -й элемент списка  $U$  равен нулю, т.е.  $i$ -й антецедент непосредственно идентифицируемый, то все подчиненные ему вхождения заносятся в список  $x_4$ .

12. Пополнение накопителя  $x_5$  вхождениями в антецеденты, выделенные указателями "учетодз".

Если некоторый элемент списка  $U$  - символ "учетодз", то рассматривается соответствующий элемент  $v$  списка  $V$ , и все подчиненные ему вхождения заносятся в список  $x_5$ .

13. Цикл прослеживания последовательной обработки антецедентов.

Для точного распределения вхождений по идентифицируемым и формируемым приемом необходимо знать, в каком порядке обрабатываются антецеденты. Цикл прослеживания процесса их обработки начинается с создания списка  $x_{10}$  переменных, идентифицированных на текущий момент. Прежде всего, в него заносятся все переменные, расположенные на вхождениях накопителя  $x_4$ . Затем просматриваются все термы накопителя описания приема, имеющие заголовки "новаяпеременная", "контрольвывода", "контекст", "новыйсимвол", и к списку  $x_{10}$  добавляются их параметры. Далее просматривается список  $U$ . Если некоторый его элемент - символ "усм", то в список  $x_{10}$  заносятся все параметры соответствующего антецедента. После составления списка  $x_{10}$  последовательно выполняются следующие действия:

- (а) Выделение антецедентов, требующих указателя обработки "программа".

Проверяется, что тип приема отличен от символа "переучет" (попытка использовать специальный оператор для упрощения константного выражения). Переменной  $x_{12}$  присваивается список переменных, встречающихся в фильтрах приема, заголовком которых служит один из символов "десчисло", "целое", "натуральное". Проверяется, что этот список непуст.

Начинается просмотр элементов  $v$  списка  $V$ , у которых соответствующий элемент  $u$  списка  $U$  - символ "блокпроверок" либо "идентификатор". Переменной  $x_{16}$  присваивается антецедент по вхождению  $v$ . Рассматриваются два подслучая:

- i. Все переменные терма  $x_{16}$  входят в список  $x_{10}$ . Проверяется, что все параметры терма  $x_{16}$  входят в список  $x_{12}$ . Проверяется, что каждый логический символ терма  $x_{16}$  принадлежит списку "плюс", "умножение", "степень", "минус", "модуль", "равно", "не", "меньше", "меньшеилиравно", "делит", "нод", "нок", "0", "1", "2", "3", "4", "5", "6", "7", "8", "9", "величина", ",". Находится номер  $i$  антецедента  $v$ . В списке  $U$  соответствующий ему элемент заменяется на "программа". Находится элемент " $u(i_1 \dots i_k)$ " накопителя описания приема, ссылающийся на  $i$ -й антецедент. Эта ссылка удаляется из данного элемента; при отсутствии у него других ссылок удаляется сам элемент. Затем в накопитель описания приема добавляется элемент "программа( $i$ )". Если уже имелся элемент "программа(...)", то вместо этого в такой элемент добавляется ссылка на  $i$ -й антецедент.



ii. Терм  $x_{16}$  имеет переменные, не входящие в список  $x_{10}$ . Проверяется, что  $x_{16}$  - равенство, у которого можно выделить такую часть  $A$ , что все ее параметры входят в список  $x_{12}$ , все переменные входят в список  $x_{10}$ , а все логические символы входят в список "плюс", "умножение", "степень", "минус", "модуль", "нод", "нок", "0", "1", "2", "3", "4", "5", "6", "7", "8", "9", "величина", " ". Для противоположной части  $B$  проверяется выполнение хотя бы одного из следующих условий:

A.  $B$  - переменная.

B.  $B$  - произведение, у которого одним из сомножителей служит переменная, не входящая в список  $x_{12}$ , а остальные сомножители - либо переменные списка  $x_{10}$ , либо выражения с заголовком из списка "плюс", "умножение", "степень", "минус", "модуль", "нод", "нок", "0", "1", "2", "3", "4", "5", "6", "7", "8", "9", "величина", " ".

C.  $B$  - произведение двух сомножителей  $B_1, B_2$ . Некоторый отличный от  $v$  антецедент  $w$ , помеченный в списке  $U$  символом "идентификатор", представляет собой равенство, у которого можно выделить такую часть  $C$ , что все ее параметры входят в список  $x_{12}$ , все переменные входят в список  $x_{10}$ , а все логические символы входят в список "плюс", "умножение", "степень", "минус", "модуль", "нод", "нок", "0", "1", "2", "3", "4", "5", "6", "7", "8", "9", "величина", " ". Противоположная часть  $D$  - произведение двух сомножителей  $D_1, D_2$ . Все выражения  $B_1, B_2, D_1, D_2$  суть переменные, причем некоторые  $B_p$  и  $D_q$  совпадают. Ни одна из этих переменных не входит в список  $x_{12}$ .

Если ни одно из них не выполнено, то переход к очередному  $v$ . Иначе списки  $x_{12}$  и  $x_{10}$  пополняются параметрами равенства  $x_{16}$ . Находится номер  $i$  антецедента  $v$ . В списке  $U$  соответствующий ему элемент заменяется на "программа". Находится элемент " $u(i_1 \dots i_k)$ " накопителя описания приема, ссылающийся на  $i$ -й антецедент. Эта ссылка удаляется из данного элемента; при отсутствии у него других ссылок удаляется сам элемент. Затем в накопитель описания приема добавляется элемент "программа( $i$ )". Если уже имелся элемент "программа(...)", то вместо этого в такой элемент добавляется ссылка на  $i$ -й антецедент.

(b) Цикл пополнения накопителей  $x_4$  и  $x_5$  вхождением в антецеденты - равенства, выделенные указателем "идентификатор".

Начинается просмотр элементов  $v$  списка  $V$ , у которых соответствующий элемент  $u$  списка  $U$  - символ "идентификатор". Переменной  $x_{13}$  присваивается антецедент по вхождению  $v$ . Если  $x_{13}$  - равенство, то переменной  $x_{14}$  присваивается само это равенство. Иначе проверяется, что  $x_{13}$  - дизъюнкция, и  $x_{14}$  перечисляет дизъюнктивные члены, представляющие собой равенства. Рассматриваются следующие подслучаи:

i. Тип приема - "неизв" (исключение сложной операции при установлении независимости вспомогательного терма от заданных параметров), причем спецификация имеет элемент "конст( $x, y$ )", указывающий на независимость переменной  $x$  от  $y$ . Переменная  $x$  - одна из частей равенства  $x_{14}$ . Тогда вхождение этой части заносится в накопитель  $x_4$ , а все вхождения, подчиненные другой части - в накопитель  $x_5$ . Затем - переход к очередному  $x_{14}$ .

- ii. Равенство  $x_{14}$  имеет такую часть  $x_{15}$  с непустым списком параметров, что либо этот список включается в список  $x_{10}$ , либо противоположная часть равенства не имеет переменных. Тогда все подчиненные  $x_{15}$  вхождения заносятся в накопитель  $x_4$ . Если противоположная часть  $x_{17}$  равенства  $x_{14}$  не зарегистрирована в накопителе  $x_4$ , то для нее рассматриваются следующие подслучаи:
- A. Все переменные терма  $x_{17}$  входят в список  $x_{10}$ . Тогда все подчиненные  $x_{17}$  вхождения заносятся в накопитель  $x_5$ , и переход к очередному  $x_{14}$ .
  - B. Терм  $x_{17}$  имеет вид "значение( $f x$ )", где  $f, x$  - переменные, причем в накопителе  $x_4$  зарегистрировано какое-либо вхождение переменной  $f$ . Тогда вхождение второго операнда терма  $x_{17}$  регистрируется в накопителе  $x_4$ , и переход к очередному  $x_{14}$ .
  - C. В остальных случаях все подчиненные  $x_{17}$  вхождения регистрируются в накопителе  $x_4$ .
- (с) Пополнение накопителей  $x_4$  и  $x_5$  вхождениями в антецеденты, реализуемые пакетными синтезаторами.

Начинается просмотр элементов  $v$  списка  $V$ , у которых соответствующий элемент списка  $U$  - символ "значения". Проверяется, что существует вхождение собственного подтерма антецедента  $v$ , не зарегистрированное ни в одном из накопителей  $x_4$  и  $x_5$ . При помощи справочников "значения" и "синтезатор" определяются входные подтермы антецедента  $v$ . Все подчиненные им вхождения регистрируются в накопителе  $x_5$ . Все вхождения в  $v$  выходных переменных регистрируются в накопителе  $x_4$ .

- (d) Пополнение накопителя  $x_5$  вхождениями в антецеденты, реализуемые проверочными операторами либо задачами на доказательство.

Этот цикл совмещен с циклом предыдущего пункта. Здесь рассматриваются вхождения антецедентов  $v$ , у которых соответствующий элемент списка  $U$  - символ "блокпроверок" либо "легковидеть" либо "доказать". В накопителе  $x_5$  регистрируются все подчиненные вхождению  $v$  вхождения подвыражений.

### **Ввод указателя "набороперандов" в случае произведения иррациональной константы на целочисленную переменную**

Если прием имеет фильтр "целое( $n$ )" либо "натуральное( $n$ )", причем в накопителе  $x_4$  зарегистрировано вхождение  $v$  подтерма вида  $a \cdot n$ , где  $a$  - константа "е" либо "пи", то в накопитель описания приема заносится указатель "набороперандов( $u$ )", где  $u$  - указатель вхождения  $v$  в теорему.

### **Заполнение накопителя $x_8$ указателями идентификации**

Основная часть работы по созданию указателей идентификации выделена в специальный цикл. В начале этого цикла вводится пустой накопитель  $x_8$  указателей идентификации. Вообще говоря, в нем будут появляться однотипные указатели, относящиеся к различным вхождениям в теорему. После заполнения данного накопителя будет предпринято объединение таких указателей в один указатель.

## 1. Учет элемента спецификации "указатель(...)".

Если в спецификации приема имеется элемент "указатель( $A_1 \dots A_n$ )", перечисляющий указатели  $A_1, \dots, A_n$ , то из данного списка указателей исключаются все элементы "спуск( $i$ )", для которых в элементе (антецедент  $U$ ) на  $i$ -м месте набора  $U$  стоит 0. Остальные элементы списка заносятся в набор х8.

## 2. Учет элемента спецификации "развертка".

Если в спецификации приема имеется элемент "развертка", то просматриваются зарегистрированные в накопителе х4 вхождения  $v$  кванторных импликаций вида " $\forall_i (i \in \{1, \dots, n\} \rightarrow A(i))$ ", где  $n$  - переменная. Если в  $A(i)$  встречается подтерм " $f(i)$ ", где  $f$  - переменная, образующая связывающую приставку некорневого квантора либо описателя, внутри которого расположено  $v$ , то в набор х8 заносятся элементы "кортежпеременных( $f$ )" и "контекст(равно( $n$  длинанабора( $f$ )))". В любом случае в х8 заносится элемент "развертка( $u$ )", где  $u$  - указатель вхождения  $v$  в теорему. Из накопителя х4 исключаются все вхождения внутри  $v$ , не расположенные в консеквенте  $A(i)$ .

Далее цикл заполнения накопителя х8 распадается на три подцикла.

## (а) Первый цикл.

Создается пустой накопитель х9 вспомогательных информационных элементов. Этот набор - сквозной для всего цикла работы с накопителем х8. Далее начинается просмотр вхождений  $v$ , зарегистрированных в накопителе х4. Последовательно выполняются следующие действия:

## i. Создание указателя "кортежпеременных" (общий случай).

Проверяется, что по вхождению  $v$  расположен квантор либо описатель и что это вхождение не расположено внутри подтерма с заголовком "областьграницы". Выбирается элемент  $x$  связывающей приставки терма  $v$ , такой, что в спецификации приема отсутствует терм "указатель(... элемент(...  $x$  ...))". Переменной х14 присваивается пустой накопитель пар (переменная для функции - номер  $i$  аргумента этой функции, в качестве которого выступает  $x$ ). Если функция одноместная, то  $i$  берется равным нулю. При заполнении накопителя элементы, уже встречающиеся в нем, повторно не регистрируются. Просматриваются вхождения  $w$  переменной  $x$  в теорему. Рассматриваются случаи:

- A.  $w$  - вхождение в связывающую приставку квантора либо описателя.
- B.  $w$  - вхождение второго операнда подтерма вида "значение( $f$   $x$ )", где  $f$  - переменная. Тогда в накопитель х14 заносится пара ( $f, 0$ ).
- C.  $w$  - вхождение в подтерм вида "значение( $f$  набор(...  $x$  ...))", где  $f$  - переменная. Тогда в накопитель х14 заносится пара ( $f$   $i$ ), где  $i$  - номер позиции, на которой  $x$  встречается в наборе аргументов.
- D.  $w$  - вхождение в подтерм вида " $x \in A$ ", где  $A$  - переменная.

Если ни один из этих случаев не имеет места, то переход к очередной переменной  $x$ . Иначе, по окончании просмотра вхождений  $w$ , проверяется, что в накопителе х14 нет двух различных пар с совпадающими

первыми элементами. Проверяется также, что для каждой пары  $(f, i)$  любое вхождение  $f$  в теорему - либо элемент ее связывающей приставки, либо, при  $i = 0$ , имеет вид  $f(x)$ , либо, при  $i > 0$ , имеет вид  $f(\dots, x, \dots)$ , где  $x$  -  $i$ -я переменная. Тогда в накопитель х8 заносится элемент "кортежпеременных( $x$ )".

ii. Создание указателя "развертка" для квантора общности.

Проверяется, что по вхождению  $v$  расположен квантор общности и что это вхождение не расположено внутри подтерма с заголовком "областьграницы". Проверяется, что связывающая приставка квантора состоит из единственной переменной  $x$ , его единственный antecedент имеет вид  $x \in \{A, \dots, B\}$ , а единственным параметром терма  $\{A, \dots, B\}$  (его заголовок - "номера") служит переменная  $n$ . Проверяется, что теорема имеет antecedент вида  $n = \text{длинанабора}(a)$ , где  $a$  - переменная, причем в консеквенте импликации  $v$  встречается подтерм  $a(x)$ . Тогда в накопитель х8 заносится элемент "развертка( $u$ )", где  $u$  - указатель вхождения  $v$  в теорему. Кроме того, в накопитель х8 заносится элемент "подтерм( $w$ )", где  $w$  - указатель вхождения подтерма  $a(x)$ . В накопитель фильтров приема заносится элемент "заголовок( $a$  набор)".

iii. Создание указателя "кортежпеременных" (одноэлементная связывающая приставка).

Проверяется, что по вхождению  $v$  расположен квантор либо описатель и что это вхождение не расположено внутри подтерма с заголовком "областьграницы". Проверяется, что связывающая приставка этого квантора либо описателя состоит из единственной переменной  $x$ . Проверяется отсутствие в спецификации элемента "элемент(...)", содержащего  $x$ . Проверяется, что каждое вхождение  $x$  в подтерм  $v$ , не расположенное в связывающей приставке, имеет вид  $f(x)$ , где  $f$  - переменная. Проверяется, что не выполнено ни одно из следующих условий:

- A. Тип приема - "подборпосылок" (переход от непосредственного задания класса к параметрическому) либо "сдвигзапятой" (занесение внешнего члена под знак операции над семейством).
- B. Внутри  $v$  имеется подтерм  $f(x)$ , где  $f$  - переменная. В накопителе х5 имеется вхождение переменной  $f$  вида  $f(y)$ , где  $y$  - переменная. Это вхождение подчинено квантору либо описателю  $w$ , связывающая приставка которого включает  $y$ , причем внутри  $w$  встречается вхождение  $y$ , не имеющее вида  $g(y)$ .
- C. В теореме имеется подтерм  $f(x)$ , где  $f$  - переменная, причем имеется также подтерм вида  $f(t)$ , где  $t$  - не переменная.
- D. В теореме встречается подтерм " $\lambda_y(x, \dots)$ ".
- E. В теореме встречается равенство " $x = \dots$ ".

Если хотя бы одно из них выполнено, то переход к следующему  $v$ . Иначе в накопитель х8 заносится элемент "кортежпеременных( $x$ )". Если в списке х8 имеется другой элемент "кортежпеременных( $y$ )", причем в теореме встречаются подтерм  $f(x)$  и  $g(y)$ , а также вхождения подтермов вида  $f(t)$  и  $g(t)$ , то в накопитель фильтров приема добавляется элемент "равнойдлины( $x, y$ )". Во избежание дублирования, в этом

фильтре переменные расположены в лексикографическом порядке.

iv. Создание указателя "отображение".

Проверяется, что по вхождению  $v$  расположен терм вида "значение( $f$   $t$ )", где  $f$  - переменная. Проверяется выполнение следующих условий:

- A. В накопителе описания приема отсутствуют указатели с заголовками "символ", "симметрично", "Операнды", содержащие переменную  $f$ .
- B. В спецификации приема нет элемента "указатель(... матрица(... фикс(...) ...) ...)", у которого указатель вхождения "фикс(...)" ссылается на описатель вида "отображение(...  $f$ (...))".
- C. В спецификации приема нет элемента "функция(...)", содержащего переменную  $f$ .
- D. Каждое вхождение переменной  $f$  в теорему либо расположено в ее корневой связывающей приставке, либо имеет вид "функция( $f$ )", либо имеет вид "значение( $f$  ...)".
- E. В накопителе фильтров приема нет элемента "неизвестная( $f$ )".

Если они не выполнены, то переход к очередному  $v$ . Иначе - просматриваются антецеденты теоремы, и если среди них находится утверждение "функция( $f$ )", то в накопитель описания приема заносится элемент "пусто( $i$ )", где  $i$  - номер данного антецедента. Он будет отменять проверку истинности данного антецедента.

Если в списке  $x8$  нет указателя "вхождение( $f$ )", то начинается просмотр вхождений  $w$  переменной  $f$ , зарегистрированных в накопителе  $x4$  и имеющих вид "значение( $f$   $r$ )". Проверяется наличие такого параметра  $x$  терма  $r$ , что в накопителе  $x4$  нет его вхождений вне данного вхождения  $r$ , причем в накопителе описания приема нет элемента "новаяпеременная(...)", содержащего  $x$ . Если в списке  $V$  отсутствует такой антецедент  $A$ , что в соответствующей позиции списка  $U$  расположен 0, причем внутри  $A$  имеется вхождение выражение "значение( $f$   $y$ )", подчиненное описателю по переменной  $y$ , то переход к очередному  $v$ . Иначе - переход к очередному вхождению  $w$ .

По завершении просмотра этих вхождений предпринимается очередная проверка. Если тип приема - "текстответа" (развертка операции над конечным семейством общего вида, элемент которого упоминается в посылках задачи на исследование), причем спецификация содержит элемент "переменная( $f$ )", то переход к очередному  $v$ . Иначе в список  $x8$  заносится элемент "отображение( $f$ )".

v. Создание указателя "список".

Проверяется, что по вхождению  $v$  расположен один из символов "набор", "префикс", "конкатенация". Рассматривается вхождение  $w$  символа  $s$ , непосредственным операндом которого служит  $v$ , и проверяется выполнение хотя бы одного из следующих условий:

- A. Справочник "список" на символе  $s$  выдает единицу. Это означает, что результат применения к набору операции  $s$  не зависит от порядка элементов набора.
- B.  $s$  - символ "фигура", а число его операндов равно 3.

С. Справочник "эквсемейства" на символе  $s$  выдает набор номеров операндов, включающий номер операнда  $v$ . Это означает, что значение операции  $s$  не изменяется при переходе от семейства  $v$  к любому эквивалентному (полученному перестановкой индексов) семейству.

Если они не выполнены, то переход к очередному  $v$ . Иначе проверяется, что  $v$  - вхождение в теорему, а не в указатель "контрольвывода" либо "контекст". Затем рассматриваются случаи:

А.  $v$  - вхождение символа "набор", причем число его операндов больше 1. Если заголовок прием отличен от символа "вывод", а все операнды вхождения  $v$  - переменные, не имеющие кратных вхождений в накопителе  $x_4$ , то переход к очередному  $v$ . Если заголовок приема - символ "вывод", причем все операнды вхождения  $v$  - переменные, встречающиеся в антецедентах лишь однократно, то тоже переход к очередному  $v$ . Иначе в накопитель  $x_8$  заносится терм "список( $u$ )", где  $u$  - указатель вхождения  $v$ .

В.  $v$  - вхождение терма "префикс( $a, b$ )", где  $b$  - переменная. Проверяется, что тип приема отличен от "раскрытьскобки" (шаг развертки операции над конечным семейством в обычную операцию).

Проверяется выполнение следующих условий.  $a$  - переменная, имеющая единственное вхождение в накопителе  $x_4$ . Переменная  $b$  тоже имеет единственное вхождение в накопителе  $x_4$ . В списке антецедентов  $V$  нет отличного от указателя типа объекта и содержащего хотя бы одну из переменных  $a, b$  антецедента, помеченного в сопровождающем списке  $U$  одним из символов "значения", "блокпроверок", "усматривается", "очевидно". В накопителе фильтров приема нет такого терма, имеющего ровно один параметр  $a$ , что при замене в нем  $a$  на  $b$  получается фильтр, не входящий в данный накопитель. Если эти условия выполнены, то переход к очередному  $v$ . Иначе в накопитель  $x_8$  заносится терм "список( $u$ )", где  $u$  - указатель вхождения  $v$ .

С.  $v$  - вхождение терма "конкатенация(набор( $A_1 \dots A_m$ ),  $b$ )", где  $b$  - переменная.

Проверяется выполнение следующих условий. Термы  $A_i$  - переменные, имеющие единственное вхождение в накопителе  $x_4$ . Переменная  $b$  имеет единственное вхождение в накопителе  $x_4$ . В списке антецедентов  $V$  нет отличного от указателя типа объекта и содержащего хотя бы одну из переменных  $b, A_1, \dots, A_n$  антецедента, помеченного в сопровождающем списке  $U$  одним из символов "значения", "блокпроверок". Если эти условия выполнены, то переход к очередному  $v$ . Иначе в накопитель  $x_8$  заносится терм "список( $u$ )", где  $u$  - указатель вхождения  $v$ .

vi. Создание указателя "нормзнака".

Указатель "нормзнака( $x_1 x_2 x_3$ )" означает, что терм  $x_2(x_1)$  идентифицируется среди  $x_3$ -операндов терма, идентифицированного с  $x_1$ , как множество их  $x_2$ -отрицаний. Например, как множество взятых с обратным знаком слагаемых.

Проверяется, что  $v$  - вхождение подтерма вида  $A(x)$ , где  $x$  - переменная, а логический символ  $A$  - операция типа "отрицание", т.е. ее двойное применение возвращает исходное значение. Это распознается при помощи справочника "отрицание". Проверяется, что  $v$  не расположено в области действия квантора либо описателя по  $x$ , отличного от корневого квантора общности. Определяется список  $S$  зарегистрированных в накопителе х4 вхождений переменной  $x$ . Проверяется, что он состоит ровно из двух элементов. Рассматривается некоторый элемент этого списка и находится вхождение  $w$  той операции, операндом которой он является. Проверяется, что  $w$  отлично от  $v$ . Рассматривается вхождение  $u$  той операции, операндом которой является  $v$ . Проверяется, что  $u$  отлично от  $w$ , а символ  $s$ , расположенный по вхождению  $u$ , ассоциативен и коммутативен. При помощи справочника "знаксоммы" устанавливается тождество  $A(s(x_1 \dots x_n)) = s(A(x_1) \dots A(x_n))$ . Если по вхождению  $w$  тоже расположен символ  $s$ , то проверяется отсутствие в накопителе х8 элемента "нормзнака( $y A s$ )", такого, что среди операндов операций  $w, u$  встречаются как  $y$ , так и  $A(y)$ . Таким образом предотвращается наложение друг на друга двух различных идентификаций по указателю "нормзнака". Далее проверяется, что не выполнено ни одно из следующих условий:

- А. Вхождение  $v$  расположено в консеквенте, а вхождение  $w$  - в антецеденте. По вхождению  $w$  расположен символ  $s$ , причем операция  $w$  имеет операнд вида  $A(y)$ , где  $y$  - переменная, а операция  $u$  имеет операнд  $y$ . В накопителе х4 имеется ровно два вхождения переменной  $y$ .
- В. Тип приема - "уникопия" (общая стандартизация выражения, использующая явно идентифицированный антецедент для подмножества операндов ассоциативно-коммутативной операции).

Если они выполнены, то в накопитель х8 заносится указатель "нормзнака( $x A s$ )". В любом случае далее - переход к пункту "Создание указателя "общая степень" для приемов явного разрешения относительно неизвестной".

- vii. Создание указателя "отрицание".

Указатель "отрицание( $x_1 x_2$ )" означает, что при идентификации переменных списка  $x_2$ , встречающихся под знаком одноместной операции  $x_1$ , учитывается свойство  $x_1(x_1(A)) = A$  этой операции.

Проверяется, что  $v$  - вхождение подтерма вида  $A(x)$ , где  $x$  - переменная, а логический символ  $A$  - операция типа "отрицание", т.е. ее двойное применение возвращает исходное значение. Это распознается при помощи справочника "отрицание". Проверяется, что  $v$  не расположено в области действия квантора либо описателя по  $x$ , отличного от корневого квантора общности. Просматриваются зарегистрированные в накопителе х4 вхождения, такие, что их непосредственный надоперанд не зарегистрирован в накопителе х4, и составляется список  $S$  термов, расположенных на таких вхождениях. Проверяется, что он непуст. Определяется результат  $T$  стандартного упорядочения операндов коммутативных операций и симметричных отношений в формаль-

ной конъюнкции термов списка  $S$ . Проверяется, что существует вхождение переменной  $x$  в терм  $T$ , не являющееся операндом операции  $A$ . Составляется список  $R$  всех вхождений переменной  $x$  в терм  $T$ . Каждый элемент списка  $R$ , являющийся вхождением операнда операции  $A$ , заменяется в  $R$  на вхождение этой операции. Находится результат  $Q$  замены в терме  $T$  каждого представленного в списке  $R$  вхождения переменной  $x$  на  $A(x)$ , а каждого вхождения  $A(x)$  - на  $x$ . Определяется результат  $T'$  стандартного упорядочения операндов коммутативных операций и симметричных отношений в терме  $Q$ . Проверяется, что  $T'$  отлично от  $T$ . Далее проверяется, что не выполнено ни одно из следующих условий:

- А. В спецификации приема имеется элемент "антецедент( $\dots i \dots$ )", причем при подстановке в  $i$ -й антецедент терма  $A(x)$  вместо  $x$  получается такой терм  $t$ , что обработка его нормализаторами общей стандартизации относительно прочих антецедентов теоремы дает терм, отличающийся от  $t'$ .
- В. Обработка терма  $T'$  нормализаторами общей стандартизации относительно антецедентов, не содержащих зарегистрированные в накопителе  $x_4$  вхождения переменной  $x$ , изменяет этот терм.

Если хотя бы одно из них выполнено, то переход к следующему пункту. Иначе - создается указатель "отрицание( $A x$ )", и тоже переход к следующему пункту.

- viii. Создание указателя "общаястепень" для приемов явного разрешения относительно неизвестной.

Указатель "общаястепень( $x_1 x_2 x_3$ )" означает, что при идентификации подтермов  $B_1, \dots, B_n$  списка  $x_3$  происходит выделение общей части, идентифицируемой с переменной  $x_2$  (каждый из  $B_i$  содержит, кроме  $x_2$ , еще ровно одну переменную, уникальную в заменяемом подтерме, либо значение уникальной функциональной переменной в некоторой точке), причем для этого используется оператор  $x_1$ .

Проверяется, что тип приема - "глуб" (разрешение условия задачи на описание либо посылки задачи на исследование относительно заданных неизвестных) либо "внешкадр" (явное разрешение утверждения относительно неизвестных в нормализаторе уравнений). В спецификации находится элемент "неизвестные( $x_1 \dots x_k$ )". Проверяется, что по вхождению  $v$  расположено выражение вида  $f(x_i, y)$  где  $y$  - переменная, отличная от переменных  $x_1, \dots, x_k$ . Здесь допускается любой порядок операндов. Проверяется, что переменная  $y$  имеет единственное вхождение в накопителе  $x_4$ . Определяется результат  $R$  обращения к справочнику "общаястепень" на символе  $f$  и номере  $n$  операнда  $y$ . Проверяется, что этот результат ненулевой. Тогда он представляет собой заголовок процедуры, позволяющей по набору выражений  $f(A_1, B_1), \dots, f(A_n, B_n)$  определять такое  $C$ , что этот набор представим в виде  $f(C, D_1), \dots, f(C, D_n)$  при  $n = 1$  и в виде  $f(D_1, C), \dots, f(D_n, C)$  при  $n = 2$ . Справочник поиска теорем "дистрибразвертка" определяет по символу  $f$  ссылку на тождество  $T$  вида  $f(X, g(Y, Z)) = g(f(X, Y), f(X, Z))$ , где  $X, Y, Z$  - различные переменные. Проверяется,



что операция  $g$  коммутативна. Выбираются переменные  $u_1, u_2, u_3, u_4$ , не использованные в теореме и в блоке приема. При помощи справочника "единица" находится единица  $e$  операции  $g$ . Затем в накопитель описания приема заносится указатель "контекст(позиция( $u_1 p$ )вид( $u_1 g(u_2 f(u_3 u_4))$ )единица( $e u_2$ ))", где  $p$  - указатель вхождения  $v$  в теорему. Кроме того, в накопитель  $x_8$  заносится элемент "общая степень( $R y f(x_i, y)$ )". Затем - переход к следующему пункту.

ix. Создание указателя "единица".

Рассматривается символ  $s$  по вхождению  $v$ , и справочник "единица" определяет по нему пару  $(e, i)$ , где  $e$  - единица символа  $s$  по его  $i$ -му операнду (в случае коммутативного символа значение  $i$  игнорируется). В дальнейшем будем обозначать через  $t$  терм по вхождению  $v$ . Проверяется, что не выполнено ни одно из следующих условий:

- A. Тип приема - "спуск" (прием проверочного оператора), список  $S$  имеющих максимальную сложность подтермов антецедентов не менее чем двухэлементный, подтерм  $t$  по вхождению  $v$  имеет не менее двух параметров, причем термы  $S$  образуют декомпозицию терма  $t$  по его переменным. Оценка сложности терма  $t$  меньше оценки сложности термов  $S$ .
- B. В накопителе описания приема имеется элемент "дистрибразвертка( $u$ )", где  $u$  - указатель вхождения  $v$  в теорему.
- C. Тип приема - "кривая" (приведение подобных членов с невырожденными числовыми атомами) либо "нормкосинус" (догруппировка относительно числового атома).  $t$  - либо сумма, либо дробь с суммой в числителе.
- D.  $e$  - логическая константа "истина",  $t$  - конъюнкция двух утверждений, одно из которых - равенство вида  $x = r$ , где переменная  $x$  не входит в выражение  $r$ . Непосредственная надоперация вхождения  $v$  - квантор существования, а его непосредственная надоперация - описатель "класс", связывающая приставка которого образована переменной  $x$ .
- E.  $e$  - логическая константа "истина",  $t$  - конъюнкция двух утверждений, одно из которых - равенство вида " $f(s) = r$ ", где  $f$  - переменная. Непосредственная надоперация вхождения  $v$  - описатель "класс", связывающая приставка которого образована переменной  $f$ .
- F.  $e$  - логическая константа "истина",  $t$  - конъюнкция двух утверждений, одно из которых - включение " $A \subseteq B$ " либо условие непересечения "непересек( $A, B$ )". В первом случае рассматривается операнд  $B$ , во втором - любой из операндов  $A, B$ . Этот операнд представляет собой переменную  $x$ , не входящую в другой операнд. Непосредственная надоперация вхождения  $v$  - описатель "класс", связывающая приставка которого образована переменной  $x$ .

Если хотя бы одно из этих условий выполнено, то дальнейшие попытки ввода указателя "единица" для вхождения  $v$  отменяются, и переход к следующему пункту обработки этого вхождения. Иначе - перечисляются возможные операнды  $w$  операции  $v$ , по которым она имеет единицу

$e$ , причем через  $X$  обозначается символ (переменная либо логический символ) по вхождению  $w$ .

Проверяется, что не выполнено ни одно из следующих условий:

- A. Операнд  $w$  имеет вид  $f(x)$ , где  $f, x$  - переменные. Этот операнд расположен внутри описателя либо некорневого квантора, в связывающую приставку которого входит переменная  $x$ . Переменная  $f$  имеет единственное вхождение в накопитель  $x_4$ . В теореме встречается описатель "отображение", предпоследний операнд которого (задающий область определения функции) имеет вид " $f(\dots)$ ". Если такого описателя нет, то в качестве  $X$  ниже рассматривается  $f$ .
- B. Символ  $X$  - не переменная.
- C. В накопителе  $x_8$  уже имеется элемент "единица( $e X$ )".
- D. Переменная  $X$  связана внешним описателем либо некорневым квантором.
- E. В спецификации приема имеется элемент "едн( $X e$ )".
- F. В спецификации приема имеется элемент (явное  $\dots X \dots$ ).
- G. В накопителе фильтров приема имеется элемент "входит( $\dots X$ )".
- H. Символ  $s$  коммутативный. Каждый отличный от  $w$  операнд операции  $v$  представляет собой переменную  $y$ , для которой в накопителе  $x_8$  имеется элемент "единица( $e y$ )". Как переменная  $y$ , так и переменная  $X$  имеют более одного вхождения в накопителе  $x_4$ .
- I. В элементе (антецедент  $V U$ ) блока приема указано, что некоторый антецедент помечен символом "программа". Этот антецедент имеет вид равенства переменной  $X$  произведению, некоторый множитель которого - десятичная константа либо переменная, для которой в накопителе фильтров указано, что она не равна 1. Единица  $e$  - обычная единица.
- J. В элементе (антецедент  $V U$ ) блока приема указано, что некоторый антецедент помечен символом "программа". Вхождение  $v$  расположено внутри этого антецедента.
- K. В элементе (антецедент  $V U$ ) блока приема указано, что некоторый антецедент помечен символом "идентификатор". Этот антецедент - равенство переменной  $X$  неоднобуквенному терму.
- L. В накопителе  $x_4$  имеется отличное от  $w$  вхождение  $u$  переменной  $X$ , являющееся корневым операндом утверждения  $Q$ . Поочередно рассматриваются два случая:  $P$  равно  $Q$ , либо  $Q$  расположено под отрицанием и  $P$  равно отрицанию  $Q$ . Рассматривается результат подстановки в  $P$  вместо переменной  $X$  единицы  $e$ . Этот результат усматривается проверочными операторами как следствие результатов такой же подстановки в утверждения из контекста вхождения  $u$ .
- M. В накопителе  $x_4$  имеется отличное от  $w$  вхождение  $u$  переменной  $X$ , являющееся корневым операндом утверждения  $Q$ . Переменная  $X$  не является связанной в терме  $Q$ . Рассматривается результат подстановки в  $Q$  вместо переменной  $X$  единицы  $e$ . Этот результат упрощается задачей на преобразование относительно результатов

- такой же подстановки в утверждения из контекста вхождения  $u$ . Получается утверждение, заголовок которого отличен от заголовка  $Q$ .
- N. В накопителе  $x_4$  имеется отличное от  $w$  вхождение  $u$  переменной  $X$ , являющееся корневым операндом выражения  $Q$ . Заголовок  $Q$  отличен от  $s$ . Определяется результат  $Q'$  подстановки в  $Q$  единицы  $e$  вместо переменной  $X$ . Далее находится результат  $P$  обработки  $Q'$  оператором "упрощединица", устраняющим единицы, и результат  $P'$  обработки  $P$  нормализаторами общей стандартизации. Термы  $P, P'$ , даже после обработки их оператором "станд", различаются.
- O.  $v$  - вхождение конъюнкции, являющееся непосредственным операндом описателя "класс". Если исключить из этой конъюнкции операнд  $w$  и обработать измененный описатель оператором "нормкласс" относительно утверждений контекста его вхождения, то получается терм, не содержащий описателя "класс".
- P.  $v$  - вхождение терма вида " $s(X, Y)$ ", где  $Y$  - переменная, отличная от  $X$ . Вхождение  $v$  - непосредственный операнд равенства, являющегося непосредственным операндом эквивалентности. Эта эквивалентность - консеквент теоремы. Тип приема - "неизвестная" (выражение нечислового атома через другие атомы).
- Q. Тип приема отличен от символов "допчертежа" (попытка варьирования константного выражения для упрощения с помощью вспомогательной задачи), "переучет" (попытка использовать специальный оператор для упрощения константного выражения). Любое вхождение параметра подтерма  $v$  в теорему, не являющееся вхождением в корневую связывающую приставку, расположено внутри подтерма, равного  $v$ .
- R. В накопителе фильтров приема имеется хотя бы один из элементов "неизвестная( $X$ )", "переменная( $X$ )", "четное( $X$ )", "не(известно( $X$ ))", "не(константа( $X$ ))".
- S. В накопителе  $x_4$  имеется вхождение подтерма  $h(r_1 \dots r_m)$ , являющееся непосредственным операндом равенства  $X = h(r_1 \dots r_m)$ . Это равенство расположено в антецеденте, причем либо  $r \neq 2$ , либо некоторое  $r_i$  - не переменная, либо операция  $h$  не коммутативная, либо она не ассоциативная, либо не имеет единицы.
- T. Тип приема - один из символов "комментарии" (разрешение группы условий задачи на описание относительно сложных неизвестных подвыражений), "разложитьнамножители" (попытка упрощения путем общей стандартизации после перегруппировки), "перечислооператор" (попытка исключения сложного понятия путем общей стандартизации после дистрибутивной развертки), "числоповторений" (изменение заголовка неизвестного подвыражения, обеспечивающее возможность изменения заголовка всего выражения), "усмрациональное" (уравнение для определения значения применимого числового атома), "подборзначений" (непосредственный подбор примера значений неизвестных, не входящих в невырожденные условия), "сдвигзапятой" (занесение внешнего члена под знак операции над семейством).

У. Тип приема - "транзитоперанд", число операндов вхождения  $v$  равно 2, причем один из них имеет заголовок "класс". Само вхождение  $v$  является операндом равенства.

Если хотя бы одно из этих условий не выполнено, то переход к очередной версии операнда  $w$ . Если тип приема - "транзитоперанд" либо "нормзнака", то в накопитель х8 заносится указатель "единица( $e X$ )". Иначе - проверяется, что каждое вхождение переменной  $X$  в antecedent не является связанным в этом antecedente. Если это не так, то снова переход к очередной версии вхождения  $w$ .

Составляется список  $S$  результатов подстановки единицы  $e$  вместо переменной  $X$  в antecedенты теоремы, обработанных оператором "упрощединица". Этот оператор устраняет константные операнды, играющие роль единицы либо нуля в соответствующих операциях. Аналогично, определяется результат  $K$  подстановки единицы  $e$  вместо переменной  $X$  в консеквент теоремы, обработанный оператором "упрощединица". Если в  $K$  оказываются термы вида  $e(\dots)$ , то они заменяются на  $e$ , после чего снова применяется оператор "упрощединица".

Если в списке  $S$  имеется равенство вида  $y = t$ , где  $y$  - переменная, не входящая в  $t$  и в другие утверждения списка  $S$ , то это равенство удаляется из списка  $S$ , а в утверждение  $K$  подставляется  $t$  вместо  $y$ , и результат обрабатывается нормализаторами общей стандартизации.

Проверяется, что не выполнено ни одно из следующих условий:

- А. Теорема - равенство либо эквивалентность, причем в спецификации указано направление замены. Оценка сложности заменяемого терма в измененном консеквенте  $K$  меньше оценки сложности заменяемого терма в исходном консеквенте.
- В. В накопителе фильтров приема имеется терм "не(известно(теквхожд))", причем заменяемая часть исходной версии консеквента теоремы содержит единственный параметр  $X$ .
- С. В спецификации приема имеется элемент "antecedent(...  $i$  ...)". В  $i$ -м antecedente расположена одноместная операция от  $X$ . Рассматривается результат  $R$  замены в ней переменной  $X$  на  $e$ . После обработки  $R$  нормализаторами общей стандартизации относительно остальных antecedентов возникает терм  $R'$ , отличающийся от  $R$ .
- Д. Либо  $K$  - константа "истина", либо оператор "сохртип" не усматривает, что новая теорема с antecedентами  $S$  и консеквентом  $K$  сохраняет определяемый спецификацией смысл преобразования. Для этого используется процедура характеристики теорем, которая будет описана в следующем томе монографии.

Если хотя бы одно из этих условий выполнено, то переход к очередному  $w$ . Иначе в накопитель х8 заносится указатель "единица( $e X$ )".

х. Создание указателя "общаястепень" в случае нескольких вхождений переменной.

Указатель "общаястепень( $x_1 x_2 x_3$ )" означает, что при идентификации подтермов  $B_1, \dots, B_n$  списка  $x_3$  происходит выделение общей части,

идентифицируемой с переменной  $x_2$  (каждый из  $B_i$  содержит, кроме  $x_2$ , еще ровно одну переменную, уникальную в заменяемом подтерме, либо значение уникальной функциональной переменной в некоторой точке), причем для этого используется оператор  $x_1$ .

Проверяется, что вхождение  $v$  имеет вид  $s(x, y)$ , где  $x, y$  - переменные. Рассматривается отличное от  $v$  зарегистрированное в накопителе  $x_4$  вхождение  $w$  вида  $s(z, v)$ , где  $z, v$  - переменные. Проверяется, что либо  $x = z$ , и тогда полагается  $p = y, q = v, n = 1$ , либо  $y = v$ , и тогда полагается  $p = x, q = z, n = 2$ . Справочник "общаястепень" выдает по символу  $s$  и номеру операнда  $n$  заголовок  $R$  процедуры, позволяющей по набору выражений " $s(X_1, Y_1), \dots, s(X_m, Y_m)$ " определять такое  $Z$ , что этот набор представим в виде " $s(Z, U_1), \dots, s(Z, U_m)$ " в случае  $n = 1$  и в виде " $s(U_1, Z), \dots, s(U_m, Z)$ " в случае  $n = 2$ . Проверяется, что количество зарегистрированных в накопителе  $x_4$  вхождений переменной  $x$  в случае  $n = 1$  и переменной  $y$  в случае  $n = 2$  равно 2. Проверяется, что суммарное число зарегистрированных в накопителе  $x_4$  вхождений переменных  $p, q$  равно 2. Проверяется отсутствие зарегистрированного в  $x_8$  указателя "общаястепень(...)", содержащего подтерм  $s(x, y)$ . Проверяется, что для хотя бы одной из переменных  $p, q$  в накопителе фильтров приема отсутствует явное указание "десчисло(...)", "целое(...)", "натуральное(...)" на идентификацию этой переменной с численной константой. Тогда в накопитель  $x_8$  заносится элемент "общаястепень( $R, x, s(x, y), s(z, v)$ )" при  $n = 1$  и элемент "общаястепень( $R, y, s(x, y), s(z, v)$ )" при  $n = 2$ . Затем - переход к следующему пункту.

xi. Создание указателя "набороперандов".

Пусть  $s$  - символ по вхождению  $v$ . Проверяется, что справочник "пересечениесписков" усматривает существование специальной процедуры  $P$ , выделяющей общую часть списков операндов двух термов с заголовком  $s$  (например, выделяет "возможно более общий" делитель двух алгебраических выражений, с учетом разгруппировки их степенных сомножителей). В этом случае  $s$  - символ ассоциативной и коммутативной операции. Проверяется, что каждый корневой операнд операции  $s$  однобуквенный. Проверяется, что одним из таких корневых операндов служит переменная, являющаяся операндом еще одного зарегистрированного в накопителе  $x_4$  вхождения символа  $s$ . Проверяется наличие среди корневых операндов вхождения  $v$  такой переменной  $x$ , что в накопителе фильтров приема присутствует элемент "известно( $x$ )" либо "десчисло( $x$ )". Тогда в накопитель  $x_8$  заносится указатель "набороперандов( $u$ )", где  $u$  - указатель вхождения  $v$ . Он отменяет использование процедуры  $P$  при идентификации подтерма  $v$ . Далее - переход к следующему пункту.

xii. Создание указателя "циклупорядочение".

Указатель "циклупорядочение( $U$ )" означает, что при идентификации операции либо отношения по указателю вхождения  $U$  допускаются произвольные циклические перестановки операндов.

Пусть  $s$  - символ по вхождению  $v$ . Если справочник "циклупорядочение" усматривает, что операнды символа  $s$  допускают циклические

перестановки, то в накопитель x8 заносится элемент "циклупорядочение( $u$ )", где  $u$  - указатель вхождения  $v$ . Если подтерм по вхождению  $v$  имеет вид "фигура(набор( $A_1 \dots A_n$ ))", то создается указатель "циклупорядочение( $r$ )", где  $r$  - указатель вхождения первого операнда вхождения  $v$ . Если более одного параметра терма "набор( $A_1 \dots A_n$ )" имеет более одного вхождения в накопитель x4, то вместо указателя "циклупорядочение( $r$ )" регистрируется указатель "подобны( $r$ )", который в дополнение к циклическим перестановкам разрешает также менять порядок операндов на обратный. Далее - переход к следующему пункту.

xiii. Создание указателя "подстановка".

Указатель "подстановка( $x_1 x_2 x_3$ )" означает, что переменная  $x_2$  имеет единственное вхождение в идентифицируемую часть, расположенное внутри некоторого операнда ассоциативно-коммутативной операции.  $x_1$  - указатель вхождения этого операнда в теорему. При идентификации допускается отсутствие такого операнда в анализируемом терме, и тогда переменная  $x_2$  идентифицируется с однобуквенным термом ( $x_3$ );  $x_3$  - логический символ.

Вхождение  $v$  является непосредственным операндом вхождения  $w$  ассоциативно-коммутативной операции  $f$ . Оно подчинено вхождению  $u$  описателя "класс" либо "отображение", причем в последнем случае - последнему операнду описателя. Либо  $u$  - непосредственный операнд равенства, другой операнд которого имеет заголовок "коорд", либо тип приема - "константа" (переход от параметрического задания класса к непосредственному) или "названиесимвола" (непосредственное вычисление операции над семейством, использующее развертку в заменяющем терме). Либо связывающая приставка описателя  $u$  пересекается с параметрами отличных от  $v$  операндов операции  $w$ , либо  $u$  - описатель "класс", а вхождение  $v$  подчинено расположенному внутри  $u$  квантору существования, связывающая приставка которого пересекается с параметрами отличных от  $v$  операндов операции  $w$ . Выбирается переменная  $x$ , являющаяся параметром как подтерма  $v$ , так и описателя  $u$ . Проверяется, что ее вхождение в описатель  $u$  единственное. Определяется единица  $e$  операции  $f$ . Находится результат  $t$  подстановки в подтерм  $v$  единицы  $e$  вместо переменной  $x$ . Этот результат упрощается относительно антецедентов теоремы и проверяется, что он представляет собой единицу  $e$ . Затем в накопитель x8 заносится указатель "подстановка( $r x e$ )", где  $r$  - указатель вхождения  $v$  в теорему.

xiv. Создание указателя "логсимвол".

Указатель "логсимвол( $x_1 x_2$ )" означает, что логический символ  $x_1$  идентифицируется как явный операнд ассоциативно-коммутативной операции  $x_2$ , без попыток "извлечения" его из прочих операндов.

Если подтерм  $v$  однобуквенный и является непосредственным операндом вхождения  $w$ , зарегистрированного в накопителе x4, то проверяется, что справочник "пересечениесписков" выдает ненулевой результат на символе  $s$  по вхождению  $w$ . Проверяется также, что символ  $f$  ассоциативный и коммутативный. Если в накопителе x4 зарегистрировано единственное вхождение переменной, то в накопитель x8 заносится

указатель "логсимвол( $s f$ )", где  $s$  - символ по вхождению  $v$ .

xv. Создание указателя "заменазнака".

Указатель "заменазнака( $x_1 x_2$ )" означает что при идентификации переменных списка  $x_2$  допускается такая передача им внешней одноместной операции  $s$  (корректная для промежуточных многоместных операций), при которой внешний "знак"  $s$  преобразуется в одноместную операцию  $x_1$ .

Проверяется, что по вхождению  $v$  расположена переменная  $x$ , причем в накопителе фильтров отсутствует терм "натуральное( $x$ )", означающий, что  $x$  должно идентифицироваться с натуральной константой. Проверяется, что  $v$  не расположено внутри антецедента, для которого в элементе (антецедент  $V U$ ) блока приема имеется указатель обработки "программа".

Реализуется цикл прослеживания надопераций операции  $v$ , от которых возможна передача "знака" к вхождению  $v$ . Сначала в качестве такой надоперации  $w$  берется само  $v$ . Одновременно создается заготовка накопителя  $p$ , в котором будут перечисляться пары  $(s, m)$  таких одноместных операций  $m, s$ , что от  $w$  возможна передача внешнего "знака"  $s$  к подтерму  $v$ , причем этот знак преобразуется в  $m$ . Изначально  $p$  присваивается 0.

На очередном шаге рассматривается надоперация  $u$  операции  $w$ . Проверяется, что вхождение  $u$  зарегистрировано в накопителе  $x_4$ . Справочник "заменазнака", применяемый к символу  $f$  по вхождению  $u$ , определяет список  $S$  пар  $(g, n)$  либо троек  $(g, n, h)$ , таких, что в случае тройки выполнено  $h(f(a, b)) = f(g(a), b)$  при  $n = 1$  и  $h(f(a, b)) = f(a, g(b))$  при  $n = 2$ . В случае пары - аналогичные условия, где вместо  $h$  берется  $g$ . Проверяется, что данный список непуст. Если  $p = 0$ , то переменной  $p$  присваивается набор пар  $(g, h)$  согласно списку  $S$ , причем в некоммутативном случае учитывается номер операнда  $w$  операции  $u$ . В случае пары списка  $S$  вместо  $h$  берется  $g$ . Если  $p \neq 0$ , то переменной  $p$  переприсваивается список пар, первые элементы которых берутся из пар списка  $p$ , а вторые суть соответствующие этим первым элементам элементы  $h$  списка  $S$  (в случае пар - элементы  $g$ ). В обоих случаях, если список  $p$  оказался непуст, переменной  $w$  переприсваивается значение  $u$ .

По окончании цикла переходов к надоперациям проверяется, что  $p \neq 0$ . Проверяется также, что в списке  $p$  отсутствует пара  $(s, t)$ , такая, что  $s$  - символ непосредственной надоперации вхождения  $w$ . Проверяется, что если непосредственная надоперация вхождения  $w$  расположена в консеквенте, то она зарегистрирована в списке  $x_4$ . Затем просматриваются пары  $(t, s)$  списка  $p$ . Проверяется выполнение следующих условий:

- A. Если  $w$  - операнд одноместной операции  $t$ , то справочник "норм-знака" не усматривает, что термы вида  $t(s(\dots))$  устраняются при общей стандартизации.
- B. В накопителе  $x_9$  отсутствует элемент вида (заменазнака ( $w, \dots$ )).

С. Если в накопителе  $x_4$  имеется вхождение  $u$  переменной  $x$ , отличное от  $v$ , то оба подтерма  $w, u$  суть произведения, причем вхождение  $u$  - операнд равенства, противоположная часть которого не зарегистрирована в накопителе  $x_4$ .

Д. В накопителе описания приема нет элемента "набор(второйтерм)".

Тогда в накопитель  $x_8$  заносится указатель "заменазнака( $m, x$ )". В блок приема заносятся элементы (заменазнака  $x r$ ) для всех пар вида  $(m, r)$ , содержащихся в списке  $p$ . В список  $x_9$  заносится элемент (заменазнака  $(w, m)$ ). Затем - переход к очередному вхождению  $v$ .

(b) Второй цикл.

i. Отбрасывание избыточных указателей "заменазнака", возникающих для переменных, вынесенных в дополнительную идентификацию.

Если среди антецедентов встречается равенство " $x = t$ ", где  $x$  - переменная, не входящая в выражение  $t$  и имеющая единственное зарегистрированное в накопителе  $x_4$  вхождение (отличное от вхождения в данное равенство, где анализируется уже идентифицированный с  $x$  терм), то в списке  $x_8$  просматриваются указатели "заменазнака( $\dots x$ )". Если в этом же списке встречается указатель "заменазнака( $\dots y$ )", где переменная  $y$  имеет вхождение в  $t$ , являющееся корневым операндом, причем в накопителе  $x_4$  не зарегистрировано вхождение переменной  $y$ , расположенное в консеквенте либо в непосредственно идентифицируемом (согласно элементу (антецедент  $V U$ ) блок приема) антецеденте, то из  $x_8$  удаляется указатель "заменазнака( $\dots y$ )".

ii. Добавление указателей "единица" для промежуточных переменных, если связанные с ними выражения могут вырождаться согласно ранее введенным указателям "единица".

Если среди антецедентов встречается равенство " $x = t$ ", где  $x$  - переменная, не входящая в выражение  $t$  и имеющая единственное зарегистрированное в накопителе  $x_4$  вхождение (отличное от вхождения в данное равенство), то проверяется, что для каждой переменной  $y$  выражения  $t$  в накопителе  $x_8$  встречается указатель вида "единица( $e, y$ )". Находится результат  $t'$  подстановки в терм  $t$  вместо всех его переменных  $y$  соответствующих единиц  $e$ . Этот результат обрабатывается нормализаторами общей стандартизации относительно антецедентов теоремы, причем результатом служит однобуквенный терм  $E$ . Проверяется, что  $E$  - единица для того единственного вхождения переменной  $x$ , которое зарегистрировано в накопителе  $x_4$ . Тогда в накопитель  $x_4$  заносится элемент "единица( $E x$ )".

iii. Отбрасывание избыточных указателей "единица".

Просматриваются элементы "единица( $e, x$ )" накопителя  $x_8$ , для которых число зарегистрированных в накопителе  $x_4$  вхождений переменной  $x$  равно 2. Рассматривается некоторое такое вхождение  $v$ . Проверяется, что оно является операндом надтерма вида  $f(x, y)$ , где символ  $f$  коммутативный, а для переменной  $y$  в накопителе  $x_8$  имеется элемент "единица( $e, y$ )". Проверяется, что в накопителе  $x_4$  имеет единственное вхождение переменной  $y$ . Проверяется также, что отличное от  $v$



вхождение переменной  $x$ , зарегистрированное в накопителе  $x4$ , является операндом символа, отличного от  $f$ . Тогда элемент "единица( $e, x$ )" исключается из списка  $x8$ .

- iv. Формирование указателя "перечень" при идентификации переменной с группой всех неизвестных операндов ассоциативно-коммутативной операции.

Просматриваются вхождения  $v$  переменных  $x$  в накопитель  $x4$ . Проверяется наличие в накопителе фильтров приема элемента "не(известно( $\dots x \dots$ ))". Проверяется, что в накопителе  $x4$  нет другого вхождения переменной  $x$ . Рассматривается непосредственная надоперация  $w$  вхождения  $v$ . Проверяется, что вхождение  $w$  зарегистрировано в накопителе  $x4$  и что на этом вхождении расположен символ ассоциативной и коммутативной операции. Рассматривается непосредственная надоперация  $u$  вхождения  $w$ . Проверяется, что она зарегистрирована в накопителе  $x4$ . Проверяется, что среди отличных от  $v$  операндов операции  $w$  нет подтерма, параметры которых упоминались бы в элементе "не(известно( $\dots$ ))" либо "неизвестная( $\dots$ )" накопителя фильтров приема. При этом имеется отличный от  $v$  операнд операции  $w$ , представляющий собой переменную. Проверяется, что тип приема отличен от символов "логсимвол", "областьроста", "правпозиция". Тогда в накопитель  $x8$  заносится элемент "перечень( $x$  не(известно( $x$ )))". Если в накопителе фильтров приема имеется элемент "известно( $y$ )", причем  $y$  - отличный от  $x$  операнд операции  $w$ , то такой элемент из накопителя фильтров удаляется.

- v. Формирование указателя "группировки".

Просматриваются вхождения  $v$  переменных  $x$  в накопитель  $x4$ . Проверяется, что  $v$  - непосредственный операнд вхождения  $w$  выражения  $f(x, y)$ , где  $f$  ассоциативно и коммутативно,  $y$  - переменная. Число вхождений переменной  $y$ , зарегистрированных в накопителе  $x4$ , равно 1. Вхождение  $w$  является непосредственным операндом зарегистрированного в накопителе  $x4$  вхождения  $u$  ассоциативной операции  $g$ , относительно которой  $f$  дистрибутивно. Существует такое зарегистрированное в  $x4$  вхождение переменной  $x$ , которое является операндом зарегистрированной в  $x4$  некоммутирующей операции. Согласно данным блока приема, не усматривается, что истинен фильтр "не(заголовок( $x g$ ))". Вхождение  $v$  не связано внешним описателем. Тогда в накопитель  $x8$  заносится элемент "группировки( $x, q$ )", где  $q$  - указатель вхождения  $w$ .

- vi. Формирование указателя "перечень" при идентификации переменной с группой всех константных операндов ассоциативно-коммутативной операции.

Проверяется, что тип приема - один из символов "спуск" (проверочный оператор), "коррекцияоткатов" (группировка константных подвыражений, обеспечивающая упрощение с помощью нормализаторов общей стандартизации), "удалениепримечания" (разрешение сопровождающего утверждения ответа задачи на описание относительно неконстантного выражения). Просматриваются вхождения  $v$  переменных  $x$  в на-

копитель  $x_4$ , встречающихся в нем однократно. Проверяется, что  $v$  - непосредственный операнд зарегистрированного в  $x_4$  вхождения  $w$  ассоциативной и коммутативной операции  $f$ . Проверяется, что  $w$  - непосредственный операнд зарегистрированного в  $x_4$  вхождения  $u$ . Рассматривается отличное от  $v$  вхождение операнда  $t$  операции  $w$ . В накопителе фильтров приема имеется элемент "не(константа( $y$ ))", где  $y$  входит в  $t$ , либо в спецификации приема имеется элемент "явное( $y$ )", где  $y$  входит в  $t$ . В накопителе фильтров имеется элемент "константа( $x$ )". Тогда в накопитель  $x_8$  заносится элемент "перечень( $x$  константа( $x$ ))", а элемент "константа( $x$ )" из накопителя фильтров удаляется. Если тип приема отличен от символа "спуск", причем операция  $f$  обладает единицей  $e$ , то в накопитель фильтров заносится элемент "не(заголовок( $x$   $e$ ))".

(с) Третий цикл.

- i. Формирование указателя "перечень" при идентификации переменной с группой всех известных операндов ассоциативно-коммутативной операции.

Просматриваются вхождения  $v$  переменных  $x$  в накопитель  $x_4$ . Проверяется, что переменная  $x$  встречается в этом накопителе однократно. Проверяется, что типом приема служит один из символов "нормнеизв" (группировка относительно выражения с неизвестными), "глуб" (разрешение условия задачи на описание либо посылки задачи на исследование относительно заданных неизвестных), "выч" (преобразование условия к виду, для которого существует стандартный разрешающий прием), "операндномер" (группировка относительно неизвестного подвыражения), "нормуравн" (преобразование условия задачи на описание либо посылки задачи на исследование к виду, допускающему явное разрешение относительно заданного выражения с неизвестными), "комментарии" (разрешение группы условий задачи на описание относительно сложных неизвестных подвыражений). Либо в накопителе фильтров приема имеется элемент "известно( $x$ )", либо тип приема - "комментарии", а в спецификации приема отсутствует элемент "неизвестные(...)", содержащий переменную  $x$ . Проверяется, что  $v$  - непосредственный операнд зарегистрированного в накопителе  $x_4$  вхождения  $w$  символа  $f$  ассоциативной и коммутативной операции. Число операндов вхождения  $w$  равно 2. Проверяется, что операция  $w$  не имеет своим отличным от  $v$  операндом такую переменную  $y$ , что в накопителе  $x_8$  присутствует элемент "перечень( $y$  не(известно( $y$ )))". Проверяется, что вхождение  $w$  является непосредственным операндом зарегистрированного в накопителе  $x_4$  вхождения  $u$ .

Проверяется, что выполнено хотя бы одно из условий:

- ii. Если тип приема отличен от символа "комментарии", то справочник "пересечениесписков" не усматривает наличие специальной процедуры определения "общей части" двух термов с заголовком  $f$ . Отличный от  $v$  операнд вхождения  $w$  имеет такую переменную  $z$ , что в накопителе фильтров приема содержится элемент "не(известно( $z$ ))".
- iii. В накопителе  $x_8$  имеется элемент "общаястепень(...)", некоторый корневой операнд которого является операндом вхождения  $w$ .

Тогда в накопитель х8 заносится элемент "перечень( $x$  известно( $x$ ))". Если в накопителе фильтров приема присутствовал элемент "известно( $x$ )", то он удаляется.

- (d) Ввод указателей "новаргумент".

Просматриваются зарегистрированные в накопителе х4 вхождения термов вида "значение( $f t$ )", где  $f$  - переменная, для которой в накопителе описания приема отсутствует элемент "символ( $\dots f \dots$ )", а в спецификации - элемент "функция( $\dots f \dots$ )". Выражение  $t$  неоднобуквенное. Если оно имеет заголовок "набор", то у этого набора существует неоднобуквенный операнд. Составляется список  $S$  всех параметров терма  $t$ , не встречающихся в элементах "символ( $\dots$ )" накопителя описания приема и в элементах "функция( $\dots$ )" спецификации приема. Если теорема - кванторная импликация, то из  $S$  исключаются все переменные ее связывающей приставки. Проверяется, что список  $S$  непуст. Проверяется, что в накопителе х8 и в накопителе описания приема отсутствует элемент "вхождение( $\dots$ )", содержащий переменную  $f$ . Проверяется наличие в накопителе х8 элемента "отображение( $\dots$ )", содержащего  $f$ . Затем в список х8 заносится элемент "новаргумент( $f$  набор( $S$ ) фикс)". В случае одноэлементного  $S$  символ "набор" отбрасывается.

- (e) Создание указателя "операнд" при идентификации двуместной ассоциативно-коммутативной операции от двух уникальных функциональных переменных.

Просматриваются зарегистрированные в накопителе х4 вхождения  $v$  термов вида "значение( $f \dots$ )", где  $f$  - переменная. Рассматривается вхождение  $w$ , непосредственным операндом которого является вхождение  $v$ . Проверяется, что символ  $s$  по вхождению  $w$  ассоциативен и коммутативен, а число операндов вхождения  $w$  равно 2. Другим операндом вхождения  $w$  служит терм "значение( $g \dots$ )". В накопителе описания приема отсутствуют элементы вида "перечень( $f, \dots$ )", "перечень( $g, \dots$ )". В накопителе описания приема отсутствуют также элементы "стандтерм( $\dots u$ )", "операнд( $\dots u$ )", где  $u$  - указатель вхождения  $w$ . В накопителе х8 отсутствует элемент "операнд( $\dots u$ )", где  $u$  - указатель вхождения  $w$ . В накопителе х4 отсутствует не подчиненное  $w$  вхождение терма вида "значение( $h, x$ )", где  $h$  -  $f$  либо  $g$ , а  $x$  - переменная. Выбирается та из переменных  $f, g$ , которая имеет больше вхождений в накопитель х5 (т.е. накопитель вхождений термов, создаваемых приемом). Для этой переменной (обозначим ее  $h$ ) в накопитель х8 заносится элемент "операнд( $h u$ )", где  $u$  - указатель вхождения  $w$ . Если в х8 имелся элемент "единица( $\dots, h$ )", то он удаляется.

- (f) Создание указателя "сравно" для выделения термов  $f(t)$ , если функция  $f$  упоминается в том же antecedente либо consequente без своего значения.

Просматриваются зарегистрированные в накопителе х4 вхождения  $v$  термов вида "значение( $f \dots$ )", где  $f$  - переменная. Проверяется, что заголовок теоремы - квантор общности и что в накопителе х8 отсутствует элемент "развертка( $q, \dots$ )", где  $q$  - указатель вхождения, которому подчинено вхождение  $v$ . Рассматривается вхождение  $w$  одного из символов "и", "или", эквивалентно", "длялюбого", внутри которого расположено вхождение  $v$ .

Проверяется, что существует такой содержащий  $v$  корневой операнд вхождения  $w$ , внутри которого встречается вхождение переменной  $f$ , не имеющее вида "значение( $f, \dots$ )". Тогда в накопитель х8 заносится элемент "сравно( $p$ )", где  $p$  - указатель вхождения  $v$ .

- (g) Ввод указателей "внешнийквантор" и "кванторнаясвертка".

Просматриваются зарегистрированные в накопителе х4 вхождения  $v$  кванторов общности и существования, на которые не ссылаются имеющиеся в накопителе х8 указатели "развертка( $\dots$ )". Проверяется, что тип приема отличен от символов "кванторнаясвертка" (кванторная свертка), "элементызадачи" (непосредственное усмотрение истинности либо ложности), а в накопителе описания приема отсутствует элемент "кванторнаясвертка". Если тип приема - "нормэкв" (безусловная общая стандартизация одного утверждения), а заменяющий терм теоремы не содержит кванторов, то проверяется, что  $v$  расположено в консеквенте, и в накопитель х8 заносится элемент "кванторнаясвертка". Иначе в этот накопитель заносится элемент "внешнийквантор( $q$ )", где  $q$  - указатель вхождения  $v$ .

- (h) Ввод указателей "коммутативно" для непосредственной идентификации угла.

Просматриваются зарегистрированные в накопителе х4 вхождения  $v$  термов "угол( $ABC$ )", не расположенные внутри указателя "контрольвывода( $\dots$ )". Проверяется, что переменные  $A, C$  встречаются в антецедентах и в консеквенте симметричным образом. Затем в накопитель х8 заносится элемент "коммутативно( $q$ )", где  $q$  - указатель вхождения  $v$ .

- (i) Ввод указателя "коммутативно" для равенства в антецедентах, у которого правая часть - переменная, встречающаяся в заменяющем терме.

Проверяется, что теорема - равенство либо эквивалентность, а прием имеет заголовок "первыйтерм" либо "второйтерм". Просматриваются зарегистрированные в накопителе х4 вхождения  $v$  антецедентов, представляющих собой равенства вида  $t = x$ , где правая часть  $x$  - переменная, встречающаяся в заменяющей части теоремы. Рассматривается элемент (антецедент  $V U$ ) блока приема, и проверяется, что соответствующий элементу  $v$  списка  $V$  элемент списка  $U$  равен 0, т.е. антецедент  $v$  должен идентифицироваться с утверждением из контекста. Затем в накопитель х8 заносится элемент "коммутативно( $q$ )", где  $q$  - указатель вхождения  $v$ .

- (j) Ввод указателей "развертка" при работе с таблицами.

Просматриваются зарегистрированные в накопителе х4 вхождения  $v$  термов вида "таблица(перечень(отображение( $x, x \in$  номера( $m, n$ ),  $\dots$ )))". В накопитель х8 заносится элемент "развертка( $q$ )", где  $q$  - указатель вхождения в теорему подтерма "отображение( $x x \in$  номера( $m, n$ )  $\dots$ )".

- (k) Создание указателя "операнд" для идентификации нескольких неповторных переменных - операндов ассоциативно-коммутативной операции, встречающихся в формируемых термах.

Просматриваются зарегистрированные в накопителе х4 вхождения  $v$  ассоциативно-коммутативных операций  $f$ . Проверяется, что тип приема отличен от символа "перечни" (декомпозиция сложной операции, используя

щая посылку для идентификации подмножества операндов ассоциативно-коммутативной операции). Составляется список  $S$  всех переменных, представляющих собой операнды операции  $v$ . Проверяется, что в нем нет повторений и что его длина не менее двух. Составляется подсписок  $T$  списка  $S$ , образованный всеми такими переменными  $x$ , для которых в накопителе х5 вхождений в создаваемые приемом термы зарегистрировано вхождение  $x$  в антецедент, причем в блоке приема отсутствует элемент "(заменазнака  $x \dots$ )". Проверяется, что в списке  $S$  имеется единственный элемент  $y$ , не вошедший в подсписок  $T$ . Если список  $S$  двухэлементный, то проверяется, что  $v$  не расположено под зарегистрированным в списке х4 квантором либо описателем, включающим  $y$  в свою связывающую приставку. Проверяется, что каждая переменная списка  $T$  представлена в накопителе х4 своим единственным вхождением. Затем для каждой переменной  $x$  списка  $T$  в накопитель х8 заносится элемент "операнд( $x q$ )", где  $q$  - указатель вхождения  $v$  в теорему.

### Склейка однотипных указателей идентификации

1. Указатели "единица", "отрицание", "заменазнака".

Просматриваются элементы " $p(a, x)$ " накопителя х8, у которых  $p$  - один из символов "единица", "отрицание", "заменазнака". Составляется список  $S$  всех входящих в накопитель описания приема либо в набор х8 элементов вида " $p(a, y)$ ". Проверяется, что его длина не менее двух. Составляется список  $y_1, \dots, y_m$  соответствующих переменных  $y$ , причем эти переменные упорядочиваются лексикографически. Из накопителя х8 и накопителя описания приема исключаются элементы списка  $S$ , а элемент " $p(a, y_1, \dots, y_m)$ " заносится в список х8.

Если  $p$  - символ "единица", причем в накопителе описания приема встречается элемент "контекст( $A_1, \dots, A_n$ )", где некоторое  $A_i$  - терм "вид( $B, C$ )", то рассматривается пересечение  $z_1, \dots, z_k$  списка  $y_1, \dots, y_m$  со списком параметров терма  $C$ . Если оно непусто, то указанный элемент "контекст( $\dots$ )" заменяется на "контекст( $A_1, \dots, A_n$ , единица( $a, z_1, \dots, z_k$ ))".

2. Указатель "отображение".

Составляется список  $S$  термов "отображение( $\dots$ )", входящих в накопитель описания приема либо в список х8. Проверяется, что его длина не менее двух. Находятся все переменные  $x_1, \dots, x_n$  термов списка  $S$ . Элементы списка  $S$  удаляются из накопителя описания приема и из накопителя х8, после чего в накопитель х8 заносится элемент "отображение( $x_1 \dots x_n$ )".

3. Указатель "набороперандов".

Составляется список  $S$  термов "набороперандов( $\dots$ )", входящих в накопитель х8. Проверяется, что его длина не менее двух. Находятся все корневые операнды  $t_1, \dots, t_n$  термов списка  $S$ . Элементы списка  $S$  удаляются из накопителя х8, после чего в этот накопитель заносится элемент "набороперандов( $t_1 \dots t_n$ )".

По окончании указанных действий элементы списка х8 регистрируются в накопителе описания приема. Далее следует откат в программе, после которого переменная х8 становится не определенной.

### Формирование указателя "знаксоммы"

Указатель "знаксоммы( $x_1$   $x_2$ )" означает, что при идентификации терма, расположенного по вхождению, определяемому указателем вхождения  $x_2$  и имеющего своим заголовком ассоциативно-коммутативную операцию, предпринимается дополнительная попытка одновременной замены знака  $x_1$  у группы рассматриваемых операндов. Если указатель  $x_2$  определял весь заменяемый терм, то соответствующая замена знака выполняется для заменяющего терма. При использовании внутри фильтра "контекст(...)"  $x_2$  есть не указатель вхождения терма, а сам этот терм.

Проверяется, что консеквент теоремы - равенство, причем прием является приемом замены - в сканировании задачи либо в нормализаторе. Рассматривается вхождение  $v$  заменяемой части теоремы. Проверяется, что по этому вхождению расположена ассоциативная и коммутативная операция  $f$ . Проверяется отсутствие в накопителе описания приема элемента "набор(второйтерм)". Справочник "знаксоммы" определяет по  $f$  перестановочную с  $f$  одноместную операцию  $g$ . Проверяется, что справочник "отрицание" выдает на символе  $g$  единицу, т.е. двойное применение  $g$  возвращает исходное значение. Проверяется наличие неконстантного операнда  $A$  вхождения  $v$ , отличного от переменной и не имеющего вида  $g(x)$ , где  $x$  - переменная, либо вида  $g(f(...))$ . Проверяется отсутствие в  $A$  такого вхождения переменной  $x$ , что в накопителе описания приема имеется элемент "заменазнака( $g \dots x \dots$ )", причем справочники "заменазнака" прослеживают возможность передачи знака  $g$  от корня терма  $A$  к данному вхождению  $x$ . Если указанный операнд  $A$  найден, то проверяется, что при замене каждого операнда заменяемой части на его  $g$  - отрицание не получается терм, подобный исходному. Если прием относится к нормализатору приведения к заданным заголовкам, то проверяется, что этот нормализатор игнорирует внешний знак  $g$  при определении допустимости результата своих преобразований. После этого в накопитель описания приема заносится указатель "знаксоммы( $g$   $u$ )", где  $u$  - указатель вхождения заменяемой части теоремы.

### Для приема нормализатора приведения к заданным заголовкам вводится указатель "модификатор"

Указатель "модификатор" означает, что допускается идентификация корневой ассоциативно-коммутативной операции заменяемой части теоремы лишь со всеми операндами терма задачи, без выделения их подмножества.

Проверяется, что прием относится к нормализатору  $P$  приведения к заданным заголовкам. Тогда теорема - некоторое тождество. Проверяется отсутствие в накопителе описания приема элемента "набор(второйтерм)". Проверяется, что заголовок  $f$  заменяемой части теоремы - символ ассоциативной и коммутативной операции, не имеющей своим операндом переменную, встречающуюся в заменяемой части однократно. Определяется результат  $T$  обработки заменяющей части  $R$  нормализатором  $P$ . В качестве посылок берутся antecedentes теоремы, обработанной оператором "полныепосылки". Рассматривается заголовок  $g$  терма  $T$ .

Если справочник "внешзнак" определяет, что оператор  $P$  преобразует произвольное выражение с заголовком  $f$ , один из операндов которого имеет заголовок  $g$ , к некоторому целевому для этого оператора заголовку (например, сумму с дробным слагаемым преобразует к виду дроби), то проверяется выполнение следующих условий:

1. Операция  $g$  имеет единицу.
2. Список  $S$  переменных, для которых в накопителе описания приема имеется указатель "единица(...)", непуст.
3. Подсписок  $S'$  списка  $S$ , образованный параметрами тех корневых операндов терма  $T$ , по которым операция  $g$  имеет единицу, непуст.
4. Для каждой переменной  $x$  списка  $S'$  в накопителе описания приема выбирается элемент "единица( $e \dots$ )", содержащий  $x$ , и составляется список  $E$  соответствующих элементов  $e$ . Определяется результат  $H$  подстановки в терм  $T$  единиц  $E$  вместо переменных  $S'$ , и находится результат  $Q$  обработки терма  $H$  нормализаторами общей стандартизации. Пусть  $q$  - заголовок терма  $Q$ . Справочник "внешзнак" на тройке  $P, f, q$  выдает ненулевое значение.

Если эти условия выполнены, а также если проверка их выполнения не требовалась (см. выше), то в накопитель описания приема заносится элемент "модификатор". Заметим, что если условия проверялись, причем последнее из них оказалось не выполненным из-за нулевого результата обращения к справочнику "внешзнак", то в накопитель фильтров приема заносится дизъюнкция условий отличия переменных списка  $S'$  от их единиц  $E$ .

### **Ввод указателя "набороперандов" для идентификации заменяемого терма приема нормализатора сокращенной переформулировки**

Указатель "набороперандов(...)" перечисляет указатели вхождений ассоциативно-коммутативных операций, при идентификации которых не используется справочник "пересечениесписков". В основном, речь идет об отмене применения оператора "алгебрпересечение", выделяющего "возможно больший" общий делитель двух алгебраических выражений.

Проверяется, что прием относится к нормализатору  $P$  сокращенной перезаписи термов. Для этого используется справочник "нормупростить". Вводится пустой накопитель  $S$  указателей вхождений в теорему. Просматриваются переменные  $x$  корневой связывающей приставки теоремы, для которых в списке  $x_4$  зарегистрированы вхождения  $v_1, \dots, v_n$  операций, имеющих одним из своих операндов переменную  $x$ ;  $n \geq 1$ . Если на всех этих вхождениях расположен один и тот же символ  $f$ , на котором справочник "пересечениесписков" дает ненулевой результат, то указатели данных вхождений добавляются к списку  $S$ . По окончании просмотра переменных  $x$  проверяется, что список  $S$  непуст. Если в накопителе описания приема имелся элемент "набороперандов(...)", то он исключается, а зарегистрированные в нем указатели вхождений добавляются к списку  $S$ . Затем в накопитель описания приема заносится элемент "набороперандов(...)", перечисляющий все указатели списка  $S$ .

### **Формирование указателя "альтернатива" при идентификации посылки приема проверочного оператора**

Если прием относится к проверочному оператору, то просматриваются antecedentes  $A$ . При помощи справочника поиска теорем "усиление", применяемого к заголовку  $P$  утверждения  $A$ , находится теорема вида  $Q(t_1 \dots t_n) \rightarrow P(t_1 \dots t_n)$  (у нее допускаются

также несущественные antecedentes). Рассматривается заголовок  $R$  консеквента теоремы приема и проверяется, что справочник поиска теорем "ослабление" не находит для  $R$  теоремы вида  $R(s_1 \dots s_m) \rightarrow T(s_1 \dots s_m)$ . Тогда в накопитель описания приема заносится указатель "альтернатива( $u Q$ )", где  $u$  - указатель вхождения antecedента  $A$ .

### Создание фильтров, сопровождающих указатель "общаястепень", относящийся к двум подтермам

Указатель "общаястепень( $x_1 x_2 x_3$ )" означает, что при идентификации подтермов  $B_1, \dots, B_n$  списка  $x_3$  происходит выделение общей части, идентифицируемой с переменной  $x_2$  (каждый из  $B_i$  содержит, кроме  $x_2$ , еще ровно одну переменную, уникальную в заменяемом подтерме, либо значение уникальной функциональной переменной в некоторой точке), причем для этого используется оператор  $x_1$ .

Проверяется, что тип приема - "операндномер" (группировка относительно неизвестного подвыражения) либо "глуб" (разрешение условия задачи на описание либо посылки задачи на исследование относительно заданных неизвестных). В накопителе описания приема находится элемент "общаястепень( $G, x, B_1, B_2$ )". Поочередно рассматриваются термы  $B_1$  и  $B_2$ ; пусть текущий такой терм -  $B$ . В накопителе  $x_4$  выбирается вхождение  $v$  подтерма  $B$ , имеющее ровно два операнда. Проверяется, что оно является операндом вхождения  $w$  коммутативного символа  $f$ , причем  $w$  тоже зарегистрировано в накопителе  $x_4$ , а число его операндов равно 2. Другой операнд вхождения  $w$  представляет собой переменную  $y$ . Справочник поиска теорем "дистрибразвертка" определяет по заголовку  $g$  терма  $B$  теорему  $T$  вида " $f(g(X, Y), g(X, Z)) = g(X, f(Y, Z))$ ", где  $f$  ассоциативно и коммутативно. Проверяется, что переменная  $x$  как корневой операнд терма  $B$  имеет тот же номер, что и переменная  $X$  как операнд терма  $g(X, f(Y, Z))$ . Поочередно рассматриваются корневые операнды терма  $B$ . Оба они суть переменные. Пусть текущая такая переменная -  $z$ . Проверяется, что в накопителе фильтров приема имеется элемент "не(известно(...))", содержащий  $z$ . Проверяется, что в накопителе описания приема встречается элемент "перечень( $y$  известно(...))". Определяются указатель  $u$  вхождения  $v$  и список  $S$  всех переменных, использованных в теореме либо в блоке приема. Выбираются не входящие в этот список переменные  $a, b, c$ . Составляется список  $W$  всех таких указателей "единица( $e a$ )" и "заменазнака( $e a$ )", что в накопителе описания приема имеется указатель соответствующего вида, содержащий переменную  $y$ . Затем в накопитель фильтров добавляется элемент "контекст(вид( $u f(a, g(b, c))$ ))  $W$  не(известно( $d$ )))", где  $d$  - та из переменных  $b, c$ , номер которой как операнда терма  $g(b, c)$  равен номеру переменной  $z$  как корневого операнда терма  $B$ .

### Обращение к процедуре "схемапреобразований"

Происходит обращение к процедуре "схемапреобразований".

## 2.3 Процедура "схемапреобразований"

Процедура "схемапреобразований" является следующим звеном конвейера компилятора спецификаций. К ней обращается процедура "схемаидентификации". Обращение имеет вид "схемапреобразований( $x_1 x_2 x_3$ )", где  $x_1$  - теорема приема,  $x_2$  -



спецификация приема,  $x_3$  - блок приема. Процедура вводит указатели, определяющие дополнительные преобразования приема, после чего обращается к процедуре "схеманормализации" - очередному звену конвейера.

### **Ввод указателя "сопровождение"**

Проверяется, что тип приема - "поискприема" (определение заданного существенно-го числового атома с привязкой по известному текущему атому). Проверяется, что каждый существенный антецедент теоремы выделен указателем обработки антецедентов "программа" либо "идентификатор". Тогда в накопитель описания приема заносится элемент "сопровождение". Он означает, что замена выполняется даже в тех случаях, когда заменяемый терм используется для сопровождения по о.д.з.

### **Ввод указателя "модификатор" в случае уникальной переменной - операнда корневой ассоциативно-коммутативной операции заменяемого терма**

Проверяется, что консеквент теоремы - равенство либо эквивалентность, а прием имеет заголовок "первыйтерм" либо "второйтерм". Проверяется также, что заголовок заменяемой части - ассоциативный и коммутативный символ, а тип приема отличен от "разложитьнамножители" (попытка упрощения путем общей стандартизации после перегруппировки). Если одним из корневых операндов заменяемой части служит переменная, не имеющая других идентифицируемых вхождений в теорему, то в накопитель описания приема заносится указатель "модификатор".

### **Ввод указателя "вывод(...)", обеспечивающего сопровождение по о.д.з. для новых термов в приеме замены**

Проверяется, что консеквент теоремы - равенство либо эквивалентность, а прием имеет заголовок "первыйтерм" либо "второйтерм". Проверяется также, что число антецедентов не менее двух, заменяющий терм не содержит символа "или", а тип приема отличен от символа "нормпредел" (частичное сокращение операций над семействами). Составляется список  $S$  утверждений, необходимых для сопровождения по о.д.з. заменяющего терма, но не содержащихся в антецедентах и не использованных для сопровождения по о.д.з. заменяемой части либо антецедентов. Вводится пустой накопитель  $R$  утверждений, которые будут выводиться приемом для сопровождения по о.д.з. новых термов. Просматриваются утверждения  $A$  списка  $S$ , отличные от указателей типа объектов. Составляется список  $P$  параметров входящих в накопитель фильтров приема термов с заголовками "десчисло", "константа", "целое", "натуральное". Этот список пополняется по транзитивности с помощью равенств в антецедентах, одна из частей которых содержит параметры только из  $P$ , а другая часть - переменная, которая в этом случае добавляется к  $P$ . Если все параметры утверждения  $A$  содержатся в списке  $P$ , то переход к очередному  $A$ .

Проверяется, усматривается ли с помощью проверочных операторов, что  $A$  есть следствие антецедентов, пополненных условиями на свои о.д.з. Если усматривается, то анализируется список  $H$  использованных антецедентов. Проверяется выполнение хотя бы одного из следующих условий:

1. В списке  $H$  не менее двух элементов, причем либо среди них имеется утверждение с более чем одной переменной, либо не менее двух утверждений длины более 2.

2. Список  $H$  состоит из единственного утверждения, оценка сложности которого меньше оценки сложности утверждения  $A$

Затем утверждение  $A$  заносится в список  $R$ .

Если проверочные операторы не усматривают, что  $A$  - следствие антецедентов, то предпринимается попытка усмотреть это при помощи задачи на доказательство. В случае успеха  $A$  заносится в список  $R$ .

По окончании просмотра утверждений  $A$  проверяется, что список  $R$  непуст. Далее предпринимается попытка найти такой список  $B$  номеров используемых для сопровождения заменяемого термина по о.д.з. антецедентов, которые являются следствиями утверждений  $R$  и остальных антецедентов. При этом используются вспомогательные задачи на доказательство. При заполнении списка  $B$  антецеденты просматриваются в порядке убывания длин.

Наконец, создается конъюнкция  $K$  утверждений  $R$ , и в накопитель описания приема заносится указатель "вывод( $K$ )" в случае пустого  $B$  и указатель "вывод( $K$  эквивалентно( $R$ ))" при непустом  $B$ .

### **Ввод указателя "развязка" при наличии невырожденных числовых атомов**

Указатель "развязка" блокирует использование преобразующего теорему приема оператора "развязка".

Проверяется, что консеквент теоремы - равенство либо эквивалентность, а прием имеет заголовок "первыйтерм" либо "второйтерм". Если заменяемый терм имеет невырожденный числовой атом, причем в теореме приема встречается хотя бы один из символов "прямая", "плоскость", "угол", "окружность", "круг", то в накопитель описания приема заносится указатель "развязка". Напомним, что оператор "развязка" связан с неоднозначностью задания прямых, плоскостей и углов через опорные точки, позволяющей устранять ненужные совпадения обозначений таких точек.

### **Ввод указателя "дробь" для корневого вхождения**

Указатель "дробь( $x_1$   $x_2$ )" означает, что по указателю вхождения  $x_1$  расположен идентифицируемый терм  $f(A_1, A_2)$ , у которого операнды  $A_1$  и  $A_2$  при идентификации могут быть переставлены;  $x_2$  - список указателей вхождений двуместных операций либо отношений, при идентификации либо выписывании которых осуществляется синхронная с  $x_1$  перестановка операндов.

Проверяется, что консеквент теоремы - равенство двух выражений с одинаковым заголовком  $f$ , а прием имеет заголовок "первыйтерм" либо "второйтерм". Проверяется, что число корневых операндов заменяемой части равно 2. Справочник "дробь" определяет по символу  $f$  некоммутативной двуместной операции существование истинного в о.д.з. тождества вида  $f(x, y) = A(f(y, x))$ , где  $A$  - подходящее выражение. Проверяется, что не выполнено ни одно из следующих условий:

1. Прием не имеет типа "нормпредел" (частичное сокращение операций над семействами). Справочник "упрощеременных" определяет по символу  $f$ , что он

обладает строгой упорядоченностью своих операндов по "эвристической сложности". При этом определяется номер  $n$  более сложного операнда. На  $n$ -м операнде в заменяющем терме находится выражение с меньшей оценкой сложности, чем на противоположном операнде. Оценка сложности заменяющей части теоремы не меньше оценки сложности заменяемой. Либо заменяемая часть бесповторна, либо заменяющая часть небесповторна.

2. Перестановка операндов приводит к теореме, симметричной исходной теореме. Для проверки этого составляется список  $S$  antecedентов теоремы, не используемых для сопровождения по о.д.з. Рассматриваются корневые операнды  $t_1, t_2$  заменяемого терма. Проверяется, что  $t_2$  получается из терма  $t_1$  переобозначением его параметров  $X$  на попарно различные переменные  $Y$ . Проверяется, что те параметры списка  $X$ , которые были изменены, перешли в такие переменные, которые не встречаются в списке  $X$ . Составляется список  $S'$  результатов взаимного переобозначения в списке  $S$  переменных  $X$  и  $Y$ , обработанных оператором "станд".

Если все параметры утверждений  $S$  встречаются в заменяемом терме, то проверяется, что список  $S'$  включает в себя список обработанных оператором "станд" утверждений  $S$ .

Иначе - составляется список  $T$  переменных утверждений  $S$ , не включающихся в заменяемый терм. Находится переобозначение этих переменных на переменные  $T'$ , переводящее утверждения  $S$  в утверждения  $S'$ . Проверяется, что те параметры списка  $T$ , которые были изменены, перешли в такие переменные, которые не встречаются в списке  $T'$ . Составляется список  $S''$  результатов взаимного переобозначения в списке  $S$  переменных  $T$  и  $T'$ , обработанных оператором "станд". Проверяется, что он включается в список  $S'$ .

Если эти условия не выполнены, то в накопитель описания приема заносится указатель "дробь(фикс(0 1) фикс(0 2))".

### **Ввод указателя "примечание(серия)" при замене условия задачи на описание на описание серии значений неизвестных**

Проверяется, что консеквент теоремы - равенство двух выражений с одинаковым заголовком  $f$ , а прием имеет заголовок "первыйтерм" либо "второйтерм". Если в заменяющий терм входит подутверждение  $K$  с заголовком "существует", а тип приема - "глуб" (разрешение условия задачи на описание либо посылки задачи на исследование относительно заданных неизвестных) либо "серия" (условие задачи на описание преобразуется в явное параметрическое описание неизвестных), то находится список переменных  $X$ , выделенных в спецификации приема как неизвестные. Проверяется, что параметры терма  $K$  пересекаются с  $X$ . Если заголовки всех надутверждений квантора существования  $K$  принадлежат списку "длялюбого", "и", "или", "эквивалентно", то в накопитель описания приема заносится элемент "прмечание(серия)".

### **Ввод указателя "примечание(разборслучаев)" при замене условия либо группы условий на дизъюнкцию**

Проверяется, что прием реализует эквивалентную замену в сканировании задачи либо в пакетном нормализаторе, причем заголовок заменяющей части - "или". Ес-

ли тип приема - "кн" (свертка группы явно разрешенных относительно неизвестных условий в одно, тоже явно разрешенное относительно неизвестных), то в накопитель описания приема заносится элемент "примечание(разборслучаев)". Примером данной ситуации может служить свертка двух однонаправленных неравенств для неизвестной в одно, когда приходится разбирать случаи при сравнении противоположных частей неравенства.

### **Ввод указателей "новаяпеременная", "новыйсимвол"**

Если прием имеет заголовок "вывод", то рассматривается список  $S$  параметров антецедентов его теоремы. Если в накопителе описания приема содержится терм "контрольвывода(...)", то к списку  $S$  добавляются параметры данного терма. Выбирается переменная  $x$ , входящая в консеквент теоремы и не входящая в список  $S$ . Проверяется, что не выполнено ни одно из следующих условий:

1. В накопителе описания приема имеется элемент "вспомнеизвестная( $x$ )" либо "вспомпараметр( $x$ )".
2. Тип приема - один из символов "коммутативно" (ввод вспомогательного параметра), "удалениепосылок" (ввод вспомогательной неизвестной для текущего объекта).
3. В накопителе описания приема имеется указатель "новыйсимвол(...)" либо "новаяпеременная(...)" либо "переменные(...)", содержащий переменную  $x$ .

Если тип приема - один из символов "значениепеременной" (вывод уравнения для координат множеств объектов), "внеотрезка" (вывод общего вида уравнения для текущих координат множества объектов, не содержащего старых неизвестных параметров), "перемещение" (вывод уравнения для координат множества объектов, связанного с текущим термом), "имяугла" (вывод уравнений для рассматриваемых в задаче координат множеств объектов), "комментарий" (дополнительное построение и вывод уравнений для координат множества объектов), "параллелограмм" (ввод в рассмотрение вспомогательной системы координат, связанной с текущим термом), "фильтротрезков" (вывод общего вида уравнения для текущих координат множества объектов), "символвхождения" (ввод в рассмотрение вспомогательной системы координат, в которой уравнение для исследуемого множества объектов имеет стандартный вид), "единица" (ввод системы координат, связанной с объектами задачи), "символы" (первичный ввод системы координат, в которой задается общий вид уравнения для координат множества объектов), "частное" (усмотрение стандартного представления исследуемого множества объектов по параметрам уравнения для его координат), "нормусм" (разбиение исследуемого множества объектов, заданного уравнением, на несколько подмножеств, тоже заданных уравнениями), "контрольодз" (ввод в рассмотрение координат элементов одной системы координат в другой системе, если текущие координаты объекта в одной системе не известны, а в другой - известны), то составляется список  $S$  указателей вхождений всех конъюнктивных членов консеквента, содержащих только переменную  $x$ . Затем в накопитель описания приема заносится элемент "новыйсимвол( $x S$ )". В противном случае проверяется отсутствие в накопителе описания приема элемента "вспомпараметр( $x$ )", и в данный накопитель заносится элемент "новаяпеременная( $x$ )".

## Обращение к процедуре "схеманормализации"

Происходит обращение к процедуре "схеманормализации".

## 2.4 Процедура "схеманормализации"

Процедура "схеманормализации" является следующим звеном конвейера компилятора спецификаций. К ней обращается процедура "схеманормализации". Обращение имеет вид "схеманормализации( $x_1$   $x_2$   $x_3$ )", где  $x_1$  - теорема приема,  $x_2$  - спецификация приема,  $x_3$  - блок приема. Процедура вводит нормализаторы приема, после чего обращается к процедуре "фильтрыприема" - очередному звену конвейера.

Если в блоке приема имеется элемент "спецпреобр", указывающий на прием справочника для специальных преобразований, то сразу переход к следующему звену конвейера компилятора - процедуре "фильтрыприема".

Просматриваются все элементы  $E$  накопителя фильтров приема, содержащие подтермы вида "быстрпреобр(...)". Эти подтермы обычно появляются внутри фильтров "контекст(...)" и служат указателями на обработку различных фрагментов фильтра нормализаторами. Они удаляются из фильтра  $E$  и переносятся в накопитель описания приема.

Находится элемент (нормализатор  $V$ ) блока приема, перечисляющий в наборе  $V$  все вхождения в теорему, расположенные внутри новых термов, создаваемых приемом. Будем называть  $V$  списком нормализуемых вхождений.

Если в накопителе описания приема встречается терм "вывод( $A, \dots$ )", то в список нормализуемых вхождений добавляются все вхождения неоднобуквенных подтермов терма  $A$ . Если перед  $A$  располагался элемент "условие(...)", то он пропускается.

Если в накопителе описания приема отсутствовал элемент "примечание(разборслучаев)", то просматриваются элементы  $v$  списка нормализуемых вхождений, являющиеся корневыми вхождениями неконстантных термов. Символ (логический символ либо переменная) по вхождению  $v$  ниже обозначается через  $s$ . При просмотре выполняются действия, описанные в нижеследующих пунктах.

### Обращение к справочнику "схеманормализации"

Если  $s$  - логический символ, то предпринимается обращение к справочнику "схеманормализации" на символе  $s$ . Этот справочник получает в качестве входных данных теорему приема, спецификацию приема, блок приема и вхождение  $v$ . Справочник предпринимает попытку создания указателей нормализации, и выдает список  $S$  таких указателей. Просматриваются элементы  $R$  данного списка. Если в терме  $R$  встречается указатель вхождения "фикс(...)", то он заменяется на подтерм по данному вхождению. После этого  $R$  приобретает вид "быстрпреобр( $T$   $C_1 \dots C_m$ )", где  $T$  - терм. Если в накопителе описания приема уже имелся элемент "быстрпреобр( $T'$   $D_1 \dots D_n$ )", определяющий обработку того же терма  $T$  (т.е. либо  $T'$  совпадает с  $T$ , либо является указателем вхождения терма  $T$ ), то он заменяется на элемент "быстрпреобр( $T$   $C_1 \dots C_m D_1 \dots D_n$ )". Иначе - в накопитель описания приема заносится элемент  $R$ .

На текущий момент созданы всего два приема справочника "схеманормализации". Первый из них вводит обращение к нормализатору "видумножение" для чис-

лителя либо знаменателя дроби, второй - вводит обращение к справочнику "видумножение" для основания степени.

### **Блокировка корневой нормализации заменяющего термина в случае приема нормализатора, преобразующего к заданным заголовкам**

Если прием относится к нормализатору приведения к заданным заголовкам, причем  $v$  - вхождение корня заменяемой части, то переход к очередному  $v$ .

### **Блокировка корневой нормализации в приеме, преобразующем к данному заголовку для последующего перехода к более простым символам**

Если тип приема - "плоскоститочки" (преобразование, приводящее к возможности упрощения надтерма), причем консеквент теоремы - равенство, а  $v$  - вхождение одной из его частей, то переход к очередному  $v$ .

### **Цикл заполнения накопителя $x_{10}$ указателей обращения к нормализаторам и вспомогательным задачам**

Вводится пустой накопитель  $x_{10}$  указателей обращения к нормализаторам и вспомогательным задачам для вхождения  $v$ . Затем последовательно выполняются следующие действия.

#### 1. Ввод обращения к нормализатору общей стандартизации.

Проверяется, что символ  $s$  отличен от "набор". Справочник "нормализатор" определяет по  $s$  название  $x_{11}$  нормализатора общей стандартизации термов с заголовком  $s$ . Если такого нормализатора нет,  $x_{11}$  становится равно 0.

Проверяется, что тип приема отличен от символов "числзначение" (использование специального нормализатора для вычисления значения числового атома), "подборпосылок" (переход от непосредственного задания класса к параметрическому), "Источники" (шаг сведения условия задачи на описание к кратным вхождениям единственного неизвестного подтерма) "арифмпрогрессия" (вывод уравнений для координат множеств объектов).

Если тип приема - "измзнака" (упрощение выражения под описателем относительно варьируемой переменной), причем в спецификации приема содержится элемент "переменная( $x$ )", то проверяется, что  $x$  не входит в подтерм  $v$ .

Если тип приема - "нормуравн" (преобразование условия задачи на описание либо посылки задачи на исследование к виду, допускающему явное разрешение относительно заданного выражения с неизвестными), причем в спецификации содержится элемент "неизвестные(...)", то проверяется, что этот элемент не имеет общих переменных с подтермом  $v$ .

Если в накопителе описания приема содержится элемент "развертка(...)", указывающий на вхождение  $v$ , причем справочник "развертка" определяет по символу  $s$ , что он является обобщением на произвольное конечное число операндов двуместной ассоциативно-коммутативной операции  $f$ , то справочник "нормализатор" определяет название нормализатора общей стандартизации термов с заголовком  $f$ , и  $x_{11}$  заменяется на это название.

Если  $x11$  оказалось равно 0, причем  $s$  - символ "равно", то предпринимается попытка выбрать в качестве  $x11$  нормализатор равенств для объектов некоторого типа. Прежде всего, проверяется отсутствие в спецификации элемента "неизвестные(...)", переменные которого пересекаются с параметрами равенства  $v$ . Затем, при помощи справочника "тип", определяется пересечение  $S$  списков типов значений обеих частей равенства. Если часть равенства - переменная, то тип ее значения усматривается из контекста при помощи справочника "типа данных". Составляется список  $T$ , полученный объединением списка antecedентов с условиями на о.д.з. консеквента. В случае приема замены, у которого заменяемая часть - кванторная импликация, к списку  $T$  добавляются условия на о.д.з. ее antecedентов и консеквента. В списке  $S$  выбирается такой элемент  $e$ , что справочник "сравно" усматривает специальный нормализатор  $R$  равенств объектов типа  $e$ . Если не усматривается наличие собственного подтипа типа  $e$ , которым обладают обе части равенства  $v$  (что устанавливается относительно посылок  $T$ ), то  $x11$  заменяется на  $R$ .

На этом формирование заголовка нормализатора  $x11$  завершается. Проверяется, что не выполнено ни одно из следующих условий:

- (a)  $x11$  равно 0.
- (b)  $v$  - вхождение утверждения  $A$  в терм вида " $f(\lambda_X(B, A \& \dots))$ ", причем один из корневых операндов утверждения  $A$  - переменная связывающей приставки  $X$ .
- (c)  $s$  - конъюнкция  $A$ , вхождение которой имеет вид " $f(\lambda_X(B, A))$ ".
- (d) Прием относится к нормализатору сокращенной перезаписи. Либо  $v$  - вхождение одной из частей равенства, являющегося консеквентом теоремы, либо нормализатор  $x11$  изменяет подтерм  $v$ .
- (e) Прием относится к нормализатору  $x11$ , а  $v$  - вхождение одной из частей равенства, расположенного в консеквенте.
- (f) Прием относится к нормализатору,  $v$  - вхождение корня заменяющей части, причем эта часть получена из заменяемой вычеркиванием части операндов некоторых операций и заменой части неконстантных подтермов на логические символы.

Пусть ни одно из этих условий не выполнено. Если прием имеет заголовок "спуск(...)", то символ  $x11$  заменяется на терм " $x11(\text{замечание(существование(посылки)))}$ ".

Далее рассматривается специальный случай, когда  $x11$  - символ "нормдлина-набора", причем вхождение  $v$  имеет вид "длинанабора( $a$ )", где  $a$  - переменная. Оно является непосредственным операндом равенства - antecedента теоремы, причем противоположная часть  $n$  этого равенства неконстантная. В этой ситуации предпринимается попытка ввода некоторых дополнительных фильтров и указателей. Рассматриваются следующие подслучаи:

- (a) В теореме встречается подтерм вида "значение( $a$   $x$ )", причем в накопителе описания приема отсутствует элемент "новаяпеременная(...)", содержащий переменную  $x$ . Тогда рассматриваются следующие подслучаи:

- i. В накопителе фильтров отсутствует элемент "не(заголовок( $a$  набор))". Либо в списке идентифицируемых вхождений не встречается вхождение терма вида "значение( $a \dots$ )", либо в накопителе описания приема имеется элемент "отображение( $\dots$ )", содержащий переменную  $a$ . Тип приема отличен от символов "стандупорядочение" (непосредственное исключение сложной операции), "смежны" (непосредственное исключение сложной операции в ситуации, когда новые описатели исключаются нормализаторами общей стандартизации). Тогда в накопитель фильтров приема заносится элемент "заголовок( $a$  набор)".
  - ii. Теорема имеет кванторный антецедент вида  $\forall_i(i \in \{1, \dots, n\} \rightarrow A(i))$ . Здесь  $n$  - то же, что и выше. Если в накопителе описания приема имелся элемент "внешнийквантор( $\dots$ )", ссылающийся на данную кванторную импликацию, то он удаляется. В этот накопитель заносится указатель "развертка( $u$ )", где  $u$  - указатель вхождения кванторного антецедента. Для каждого вхождения в данный антецедент подтерма вида "значение( $a, t$ )", где выражение  $t$  не имеет отличных от  $n$  параметров, в накопитель описания приема заносится указатель "подтерм( $u'$ )", где  $u'$  - указатель вхождения выражения  $t$  в теорему.
  - iii. Выражение  $n$  - переменная. В теореме встречается подтерм  $T$  вида  $f(\lambda_i(A, i - \text{целое} \ \& \ 1 \leq i \ \& \ B))$ , где  $B$  содержит  $n$ . Выражение  $A$  имеет подтерм вида "значение( $b, c$ )", где  $c$  содержит  $i$ . Либо  $b$  совпадает с  $a$ , либо  $B$  имеет вид  $i \leq D$ , где  $D$  содержит  $n$ . Символ  $f$  - обобщение двуместной ассоциативно-коммутативной операции на конечные наборы произвольной длины. Тогда в накопитель описания приема заносится элемент "развертка( $u$ )", где  $u$  - указатель вхождения  $T$ .
- (b) Для каждого встречающегося в теореме подтерма вида "значение( $a \ x$ )" в накопителе описания приема имеется элемент "новаяпеременная( $\dots$ )", содержащий переменную  $x$ . Выражение  $n$  - переменная. В консеквенте теоремы встречается подтерм "номера( $\dots$ )", содержащий  $n$ . Если в накопителе фильтров нет элемента "заголовок( $a$  набор)", то в этот накопитель заносится терм "не(входит(длинанабора  $n$ ))".
- (c) Выражение  $n$  - переменная. В теореме встречается подтерм  $T$  вида  $\lambda_i(A, i \in B)$ , где заголовок выражения  $B$  - "номера". Либо это выражение содержит  $n$ , либо выражение  $A$  имеет подтерм вида "значение( $a, c$ )", где  $c$  содержит  $i$ . Подтерм  $T$  не является операндом одноместной операции, представляющей собой обобщение двуместной ассоциативно-коммутативной операции на конечные наборы произвольной длины. Тогда в накопитель описания приема заносится элемент "развертка( $u$ )", где  $u$  - указатель вхождения  $T$ .

На этом рассмотрение случая  $x11 = \text{"нормдлинанабора"}$  завершается.

Далее проверяется, что не выполнено ни одно из следующих условий:

- (a) Прием имеет тип "гипсинус" (обращение к пакетному нормализатору для склейки двух параметрических описаний в условиях задачи на описание).
- (b) Прием имеет тип "нормнеизв" (группировка относительно выражения с неизвестными). Составляется список  $X$  переменных  $x$ , для которых в накопителе фильтров имеется фильтр "не(известно( $x$ ))". Подтерм  $t$  по вхождению  $v$  имеет переменные из этого списка. Рассматриваются равенства



вида  $x = a$  из контекста вхождения  $v$ , у которых  $x$  - переменная списка  $X$ , входящая в терм  $t$  и не входящая в  $a$ . Предпринимаются замены в терме  $t$  переменной  $x$  на  $a$ . Результат всевозможных таких замен по-прежнему обозначаем  $t$ . Находится результат  $t'$  обработки терма  $t$  нормализатором x11 относительно утверждений контекста вхождения  $v$ , пополненных необходимыми для сопровождения по о.д.з. утверждениями. Оказывается, что число вхождений переменных списка  $X$  в  $t'$  больше, чем в  $t$ .

- (с) Прием имеет тип "Смполоса" (вычисление сложной операции, примененной к операции над семейством, путем вычисления операции над элементами семейства). Вхождение  $v$  подчинено второму операнду первого антецедента теоремы.

Если перечисленные условия не выполнены, то начинается цикл создания списка  $P$  дополнительных посылок, сопровождающих обращение к нормализатору x11. Прежде всего, рассматриваются все зарегистрированные в списке новых термов, создаваемых приемом, конъюнкции, внутри которых расположено вхождение  $v$ . В список  $P$  помещаются все операнды таких конъюнкций, кроме операнда, содержащего  $v$ .

Затем просматриваются такие антецеденты  $x = t$ , что  $v$  расположено внутри  $t$ , а противоположная часть равенства  $x$  зарегистрирована в списке идентифицируемых вхождений и представляет собой переменную. Рассматриваются все зарегистрированные в списке вхождений термов, создаваемых приемом, вхождения  $w$  переменной  $x$ . Для каждого  $w$  рассматриваются все зарегистрированные в списке новых термов, создаваемых приемом, конъюнкции, внутри которых расположено вхождение  $w$ . Составляется список  $R$  всех операндов таких конъюнкций, кроме операнда, содержащего  $w$ . Пересечение всех списков  $R$ , получаемых при варьировании  $w$  для фиксированного  $x$ , добавляется к списку  $P$ .

Рассматривается список  $X$  параметров подтерма  $A$ , расположенного по вхождению  $v$ . Если имеется антецедент вида  $x = t$ , где  $x$  принадлежит  $X$ , причем данное его вхождение - идентифицируемое, то все параметры терма  $t$  добавляются к списку  $X$ . Пополнение списка  $X$  продолжается итеративно, до исчерпания новых возможностей. Затем происходит исключение из списка  $P$  всех утверждений, не имеющих параметров, входящих в  $X$ .

Если список  $P$  непуст, то рассматривается вспомогательная теорема, полученная из текущей теоремы добавлением к антецедентам утверждений  $P$ . Все ее существенные антецеденты исключаются из списка  $P$ . Если остаток по-прежнему непуст, то в начало списка x10 нормализаторов, предназначенных для обработки вхождения  $v$ , заносится терм "посылки( $P$ )".

Наконец, название нормализатора x11 заносится в конец списка x10.

2. Ввод нормализатора сокращенной перезаписи в случае приема нормализатора группировки.

Проверяется, что прием относится к нормализатору группировки, причем  $v$  расположено в консеквенте, и этот консеквент - равенство. Справочник "нормупростить" определяет название  $R$  нормализатора сокращенной перезаписи

термов с заголовком  $s$ . Символ  $R$  заносится в накопитель списка нормализаторов  $x10$ .

3. Ввод указателей "развертка" при задании функций с помощью конечных списков.

Просматриваются вхождения  $w$ , зарегистрированные в списке вхождений термов, создаваемых приемом. Отбираются вхождения термов вида "таблица(перечень( $A$ ))" либо "сумма( $A$ )". В каждом из случаев предполагается, что  $A$  - конечный список функций. Проверяется, что терм  $A$  имеет вид "отображение( $X$   $P(X)$   $t(X)$ )", причем  $P(X)$  - конъюнкция утверждений вида "принадлежит( $x$  номера(...))", где  $x$  - все элементы списка  $X$ . Тогда в накопитель описания приема заносится элемент "развертка( $u$ )", где  $u$  - указатель вхождения термина "отображение(...)".

4. Ввод обращения к нормализатору "нормнабор".

Если  $s$  - один из символов "суффикс", "префикс", "конкатенация", то в накопитель  $x10$  заносится символ "нормнабор".

5. Ввод обращения к нормализатору "нормвариант".

Если  $s$  - символ "вариант", то в накопитель  $x10$  заносится символ "нормвариант".

6. Ввод обращения к нормализатору "стандравно".

Если  $s$  - символ "равно", заголовок приема - "вывод", а  $v$  расположено в консеквенте, то в накопитель  $x10$  заносится символ "стандравно".

7. Ввод обращения к задаче на упрощение в приеме характеристики множеств объектов с помощью уравнений для координат.

Если тип приема - "ссылканаприем" (характеризация множества объектов с помощью уравнений для координат), причем  $v$  - вхождение одной из частей равенства, являющегося операндом дизъюнкции, то в накопитель  $x10$  заносится терм "задача(4 упростить)".

8. Ввод обращения к нормализатору "нормусм".

Проверяется, что  $s$  - отличный от "не" заголовок неоднобуквенного утверждения, теорема представляет собой эквивалентность, а прием осуществляет замену - в нормализаторе либо при сканировании задачи. Либо заменяющая часть имеет не менее двух атомарных подутверждений, либо прием относится к нормализатору уравнений. Прием не имеет типа "кн" (свертка группы явно разрешенных относительно неизвестных условий в одно, тоже явно разрешенное относительно неизвестных).

Проверяется, что  $v$  не является вхождением утверждения вида  $s(x)$ , представляющего собой антецедент кванторной импликации либо конъюнктивный член подкванторного утверждения квантора существования, причем  $x$  - элемент связывающей приставки квантора.

Если для проверки утверждения  $A$ , расположенного по вхождению  $v$ , либо утверждения " $\text{не}(A)$ ", существует проверочный оператор, то в начало накопителя  $x10$  заносится символ "нормусм".

9. Ввод обращения к нормализатору уравнений для приема нормализатора.

Проверяется, что прием относится к нормализатору утверждений, уменьшающему глубину вхождений неизвестных, либо к нормализатору упрощения выражений относительно неизвестных. Вхождение  $v$  расположено в консеквенте, причем  $s$  - логический символ. Среди параметров терма  $A$  по вхождению  $v$  имеется хотя бы один, не указанный в фильтрах "известно(...)". Вхождение  $v$  не является операндом равенства либо эквивалентности. Тип приема отличен от символа "унисборка" (стандартизация операнда в нормализаторе упрощения относительно неизвестных). Если  $s$  - символ "равно", то предпринимается попытка усмотреть из контекста вхождения  $v$  тип  $t$  значений операндов данного равенства, после чего в качестве  $s$  берется тип  $t$ . Справочники "нормуравнение" и "нормнеизв" определяют по символу  $s$  название  $r$  нормализатора утверждений с заголовком  $s$  (либо равенства объектов типа  $s$ ), уменьшающего глубину вхождений неизвестных, либо нормализатора упрощения относительно неизвестных выражений с заголовком  $s$ . Символ  $r$  заносится в накопитель  $x10$ .

10. Ввод обращения к нормализатору выражений с неизвестными в приеме группировки неизвестных.

Вхождение  $v$  расположено в консеквенте, причем  $s$  - логический символ. Заголовок приема - "первыйтерм" либо "второйтерм", тип приема - "неизвестные" (группировка всех неизвестных членов в одной части условия задачи на описание либо посылки задачи на исследование). В накопителе фильтров имеется фильтр "не(известно(...))", параметры которого пересекаются с параметрами подтерма  $v$ . Справочники "нормуравнение" и "нормнеизв" определяют по символу  $s$  название  $r$  нормализатора утверждений с заголовком  $s$ , уменьшающего глубину вхождений неизвестных, либо нормализатора упрощения относительно неизвестных выражений с заголовком  $s$ . Символ  $r$  заносится в накопитель  $x10$ .

11. Ввод обращения к нормализаторам уравнений в приемах, предполагающих использование таких нормализаторов.

Вхождение  $v$  расположено в консеквенте, причем  $s$  - логический символ. Тип приема - "степеньделителя" (попытка применения нормализатора уравнений к переформулировке подутверждения условия задачи на описание). Если  $s$  - символ "равно", то предпринимается попытка усмотреть из контекста вхождения  $v$  тип  $t$  значений операндов данного равенства, после чего в качестве  $s$  берется тип  $t$ . Справочник "нормуравнение" определяет по символу  $s$  название  $r$  нормализатора утверждений с заголовком  $s$  (либо равенства объектов типа  $s$ ), уменьшающего глубину вхождений неизвестных. Символ  $r$  заносится в накопитель  $x10$ .

12. Ввод обращения к нормализатору "нормлог".

Если  $s$  - один из символов "или", "и", "не", то рассматривается вхождение  $w$ , непосредственным операндом которого служит вхождение  $v$ .

Если на вхождении  $w$  расположен символ "эквивалентно", то к концу накопителя  $x10$  добавляется символ "нормлог" - обращение к нормализатору, выполняющему чисто логические упрощения.

Если вхождение  $w$  - корень теоремы, на котором расположен квантор общности, причем  $v$  - вхождение консеквента, то проверяется, что заголовок приема - "вывод" либо "выводусловия". Проверяется также отсутствие элементов вида "новыйсимвол(...)" в накопителе описания приема. Затем к концу накопителя  $x10$  добавляется символ "нормлог".

Если на вхождении  $w$  расположен символ "равно", причем противоположный операнд равенства - логическая константа "истина" либо "ложь", то к концу накопителя  $x10$  добавляется символ "нормлог".

13. Ввод обращения к вспомогательному оператору, указанному в установке на синтез приема.

Проверяется, что тип приема отличен от символов "чисткапрограммы" (усмотрение истинности либо ложности условия задачи на доказательство с помощью усиленного проверочного оператора), "синтезатор" (прием синтезатора). В спецификации приема находится элемент "оператор( $P \dots$ )". Если прием относится к нормализатору, причем в спецификации находится также элемент "норм( $Q$ )", то в качестве  $P$  далее берется  $Q$ . Далее последовательно рассматриваются следующие случаи:

- (а) В спецификации приема имеется элемент "направл( $N$ )". Рассматривается вхождение  $w$ , непосредственным операндом которого служит вхождение  $v$ . Проверяется, что если в спецификации приема имеется элемент "нормализатор( $i$ )", то  $w$  - вхождение  $i$ -го antecedента теоремы. Далее рассматриваются два подслучая:

- i.  $w$  - antecedент теоремы, представляющий собой равенство вида  $x = t$ , где  $x$  - переменная,  $t$  - выражение по вхождению  $v$ . Консеквент теоремы - равенство либо эквивалентность. Тип приема отличен от символа "норм" (прием нормализатора общей стандартизации). Если тип приема - "неизвестные" (группировка всех неизвестных членов в одной части условия задачи на описание либо посылки задачи на исследование), то заменяющая часть консеквента теоремы представляет собой переменную. Если существует отличный от  $w$  antecedент вида  $y = r$ , где  $y$  - переменная, а  $r$  - терм, создаваемый приемом, то либо  $x$ , либо  $t$  входит в заменяемую часть консеквента. Если спецификация приема имеет элемент "комментарий( $K$ )", то вместо  $P$  далее берется терм " $P$ (замечание( $K$ ))". Затем  $P$  добавляется к накопителю  $x10$ . Если тип приема отличен от символов "неизвестные" (группировка всех неизвестных членов в одной части условия задачи на описание либо посылки задачи на исследование), "9" (попытка обращения к нормализатору вычисления), "новпозиция" (применение специального нормализатора к условию задачи на доказательство), "нормарктангенс" (применение нормализатор приведения к заданным заголовкам для декомпозиции условия задачи на доказательство), "чисткапрограммы" (усмотрение истинности либо ложности условия задачи

на доказательство с помощью усиленного проверочного оператора), "переучет" (попытка использовать специальный оператора для упрощения константного выражения), "вставкафильтра" (если две версии стандартизируемого операнда имеют равную длину и оба выражения входят в условие задачи на преобразование, то выбирается лексикографически предшествующее), "левыйкрай" (обращение к нормализатору приведения к заданным заголовкам в условии задачи на преобразование, имеющей цель приведения к этим заголовкам), "Прямоепроизведение" (обращение к нормализатору стандартной формы для контекстной стандартизации), "символ" (попытка применения нормализатора приведения к заданным заголовкам для упрощения выражения), "упростить" (попытка упрощения выражения путем применения нормализатора стандартной формы и последующей свертки с помощью других нормализаторов), то в накопитель фильтров заносится элемент "не(подобныетермы( $x$  копия( $t$ )))". Если в элементе спецификации "оператор(...)" были указаны какие-либо операторы, отличные от оператора  $P$ , то все они регистрируются в накопителе  $x10$ .

- ii.  $w$  - эквивалентность, являющаяся консеквентом теоремы. Тип приема - "неизвестные" (группировка всех неизвестных членов в одной части условия задачи на описание либо посылки задачи на исследование). Заменяющая часть теоремы отлична от переменной. Тогда  $P$  заносится в накопитель  $x10$ .

- (b) Тип приема отличен от символа "спуск" (прием проверочного оператора). Рассматривается вхождение  $w$ , непосредственным операндом которого служит вхождение  $v$ . Оно является вхождением антецедента, представляющего собой равенство. Если тип приема - "переучет" (попытка использовать специальный оператор для упрощения константного выражения), то  $w$  - вхождение первого антецедента теоремы. Если в спецификации приема имеется элемент "нормализатор( $i$ )", то  $w$  - вхождение  $i$ -го антецедента теоремы. Тогда  $P$  заносится в накопитель  $x10$ .

14. Ввод обращения к задаче на описание в случае приема, разрешающего посылку задачи на исследование относительно одной из неизвестных.

Проверяется, что тип приема - "вычеркивание" (разрешение посылки задачи на исследование относительно одной из неизвестных с помощью вспомогательной задачи). Проверяется также, что  $v$  - одна из частей эквивалентности, обе части которой совпадают. Таким образом косвенно определяется, что  $v$  - заменяющая часть консеквента и ее нужно разрешать вспомогательной задачей. В спецификации находится элемент "переменная( $x$ )". Затем в накопитель  $x10$  заносится терм "задача(4 тип(описать) полный явное прямойответ цель(неизвестные( $x$ )))".

15. Ввод обращения к нормализатору "нормизвестно".

Проверяется, что тип приема - "отрицаниеквантора" (вывод условия, однозначно определяющего неизвестный объект через известные объекты, но не являющегося равенством). Проверяется также, что накопитель  $x10$  непуст, причем не существует такого создаваемого приемом неоднобуквенного подтерма внутри

вхождения  $v$ , для заголовка которого имеется нормализатор общей стандартизации. Тогда к накопителю  $x_{10}$  добавляется символ "нормизвестно". Нормализатор "нормизвестно" предпринимает попытку исключения неизвестных при помощи равенств из посылок.

16. Ввод обращения к вспомогательному оператору при переходе к стандартной форме.

Проверяется, что тип приема - "стандлогарифм" (преобразование к стандартной форме). В спецификации находится элемент "оператор( $P$ )". Тогда к накопителю  $x_{10}$  добавляется элемент " $P$ (замечание(нормализация))".

17. Ввод указателя "нормуравн" в нормализаторе упрощения относительно неизвестных при обращении к стандартизации операнда.

Проверяется, что тип приема - "унисборка" (стандартизация операнда в нормализаторе упрощения относительно неизвестных) и что  $v$  - одна из частей равенства, являющегося антецедентом теоремы. Тогда к накопителю  $x_{10}$  добавляется элемент "нормуравн".

18. Ввод обращения к задаче на описание согласно спецификации.

Если спецификация приема имеет элемент "вспомописание( $i$   $x$   $n$ )", причем  $v$  - одна из частей равенства, являющегося  $i$ -м антецедентом теоремы, то  $x_{10}$  полагается состоящим из элемента "задача( $n$  тип(описать) цель(вспомописание( $x$ )) полный явное прямойответ равно)".

По окончании цикла заполнения накопителя  $x_{10}$  проверяется, что он непуст. Затем создается терм  $R$  вида "быстрпреобр( $a$   $T$ )", где  $a$  - указатель вхождения  $v$  либо подтерм по вхождению  $v$ ,  $T$  - последовательность нормализаторов для обработки  $a$ , извлекаемая из накопителя  $x_{10}$ . Если  $a$  - указатель вхождения, то он сразу же заменяется на терм по этому указателю.

### Учет ранее имевшихся нормализаторов

Если в накопителе описания приема уже имелся терм вида "быстрпреобр( $a$   $S$ )", где  $a$  - то же, что в предыдущем разделе, то последовательно выполняются следующие действия. В описании этих действий предполагается, что  $T, S$  - списки нормализаторов, причем  $T$  - из предыдущего раздела.

1. Если  $S$  состоит из единственного элемента  $p$ , причем в спецификации приема имеется элемент "вычконст( $p$  . . .)", то список  $T$  далее полагается пустым.
2. Из списка  $S$  удаляются все элементы, заголовки которых являются заголовками какого-либо элемента списка  $T$ .
3. Создается объединение  $Q$  списков  $S$  и  $T$ . Элементы списка  $Q$  переупорядочиваются так, что в начало заносятся обращения к нормализаторам общей стандартизации, затем - обращение к нормализатору "нормусм", если он есть, а затем - все остальные.

4. Если в списке  $Q$  встречается как нормализатор уменьшения глубины неизвестных ("нормализатор уравнений"), так и нормализатор общей стандартизации, то проверяется, имеется ли в нормализуемом терме  $a$  хотя бы одна переменная, не охарактеризованная в списке фильтров как известная. Если такой переменной нет, то нормализатор уравнений из списка  $Q$  исключается. Иначе исключается нормализатор общей стандартизации.
5. В качестве терма  $R$  из предыдущего раздела далее берется терм "быстрпреобр( $a$   $Q$ )". При этом терм "быстрпреобр( $a$   $S$ )" из накопителя описания приема удаляется.

Далее (вне зависимости от того, имелся ли в накопителе описания приема терм "быстрпреобр( $a$   $S$ )") в накопитель описания приема заносится терм  $R$ .

По окончании просмотра списка  $+$ \*нормализуемых (т.е. относящихся к создаваемым приемам новым термам) вхождений  $v$  выполняются следующие действия.

### **Ввод указателя "новаяпеременная"**

Проверяется, что тип приема - "неизв" (Исключение сложной операции при установлении независимости вспомогательного терма от заданных параметров). В спецификации находится элемент "конст( $x$   $y_1 \dots y_k$ )", означающий независимость  $x$  от  $y_1, \dots, y_k$ . Для каждой переменной  $y_i$ , не имеющей идентифицируемых вхождений в теорему, в накопитель описания приема заносится элемент "новаяпеременная( $y_i$ )".

### **Обращение к нормализатору приведения к заданному заголовку при выделении общей подгруппы операндов двух одноименных ассоциативно-коммутативных операций**

В блоке приема находится элемент (антецедент  $V$   $U$ ), перечисляющий в наборе  $V$  вхождения антецедентов, а в наборе  $U$  - способы их обработки. Выбирается вхождение  $v$  антецедента, имеющего вид равенства и помеченного в наборе  $U$  символом "идентификатор". Выбирается тот корневой операнд  $w$  равенства  $v$ , который является идентифицируемым вхождением в теорему. Внутри вхождения  $w$  рассматривается вхождение  $u$  ассоциативно-коммутативной операции  $f$ . Усматривается отличное от  $v$  вхождение  $v'$  антецедента - равенства, тоже помеченного указателем обработки "идентификатор". Выбирается корневой операнд  $w'$  равенства  $v'$ , который является идентифицируемым вхождением в теорему. Внутри вхождения  $w'$  рассматривается вхождение  $u'$  операции  $f$ . Среди операндов вхождения  $u$  сматривается переменная  $x$ , являющаяся также операндом вхождения  $u'$ . Эта переменная не имеет других идентифицируемых вхождений в теорему. справочник "нормзаголовков" определяет по  $f$  единственную пару (название нормализатора  $A$  приведения к заданным заголовкам - список  $S$  целевых заголовков, включающий символ  $f$ ). Поочередно рассматриваются два случая. В первом случае переменной  $p$  присваивается вхождение  $u$ , а переменной  $q$  - вхождение  $v$ . Во втором случае переменной  $p$  присваивается вхождение  $u'$ , а переменной  $q$  - вхождение  $v'$ . Проверяется, что между  $p$  и  $q$  встречаются только символы списка  $S$ . Рассматривается противоположный операнд  $T$  равенства  $q$ . Он представляет собой терм, создаваемый приемом. Просматриваются достижимые из его корня по цепочкам символов списка  $S$  подтермы  $t$ , для которых в накопителе описания приема пока отсутствует определяющий обработку их нормализаторами

элемент "быстрпреобр(...)". Заголовок терма  $t$  не входит в список  $S$ . Для каждого такого  $t$  в накопитель описания приема заносится элемент "быстрпреобр( $t A$ )".

### **Ввод указателей "копия(...)", блокирующих применение нормализатора к подтерму входного терма проверочного оператора**

В блоке приема находится элемент (антецедент  $V U$ ), перечисляющий в наборе  $V$  вхождения антецедентов, а в наборе  $U$  - способы их обработки. Выбирается вхождение  $v$  антецедента, помеченного в наборе  $U$  символом "блокпроверок". Рассматривается элемент "быстрпреобр(...)" накопителя описания приема, определяющий обработку нормализаторами подтерма  $t$  антецедента  $v$ . Случаи обработки единственным нормализатором общей стандартизации игнорируются. Проверяется, что консеквент теоремы - равенство либо эквивалентность, причем  $t$  встречается в заменяемой части. Для каждого расположенного внутри  $v$  вхождения терма  $t$  определяется указатель вхождения  $u$ , и в накопитель описания приема заносится элемент "копия( $u$ )".

### **Коррекция указателей "единица" в случае нормализатора**

Проверяется, что заголовок приема имеет вид "замена( $N A$ )", т.е. прием относится к нормализатору  $A$  и выполняет замену в направлении  $N$ . В накопителе описания приема находится элемент "единица( $e, x_1, \dots, x_n$ )". Проверяется, что консеквент теоремы - равенство либо эквивалентность. Составляется список  $S$  всех имеющихся в накопителе описания приема элементов "быстрпреобр(...)". Вводится пустой накопитель  $P$  тех переменных списка  $x_1, \dots, x_n$ , для которых рассмотрение единичного значения  $e$  нецелесообразно. Для его заполнения предпринимается просмотр переменных  $x_i$ . Определяются список  $B$  результатов подстановки в антецеденты теоремы единицы  $e$  вместо переменной  $x_i$ , результат  $C$  такой же подстановки в заменяемый терм и исключения единиц с помощью справочника "единица", а также результат  $D$  такой же подстановки в заменяющий терм, обработанный нормализаторами согласно списку  $S$  относительно посылок  $B$ . Определяются результаты  $E, F$  обработки термов  $C, D$  нормализатором  $A$  относительно посылок  $B$ . Этому нормализатору передается информация о том, какие из переменных теоремы выделены фильтром "не(известно(...))". Если  $E$  совпадает с  $F$ , либо  $E$  оказывается "частью"  $F$ , то переменная  $x_i$  заносится в список  $P$ .

Если в итоге  $P$  оказалось непустым, то создается новый элемент "единица( $e \dots$ )", полученный из старого отбрасыванием переменных списка  $P$ . Он замещает в накопителе описания приема старый элемент (в случае пустого нового списка - просто старый элемент отбрасывается).

### **Цикл отбрасывания избыточных указателей нормализации для выражений, без изменения переносимых из заменяемого терма**

Проверяется, что тип приема отличен от символов "сложитдробь" (применение нормализатора общей стандартизации для вычисления в стандартной ситуации), "функция" (ввод в рассмотрение объекта, необходимого для вычисления текущего координатного выражения), "гипкосинус" (вывод равенства, связывающего текущий атомарный объект с определенными атомарными объектами), "коммутативно" (ввод вспомогательного параметра), "9" (попытка обращения к нормализатору вычисле-



ния), "блокчертежа" (вывод равенства, связывающего текущий атомарный объект с атомарным объектом "квазиактив").

Далее итеративно выполняются следующие действия. Берется указатель нормализации "быстрпреобр(...)" из накопителя описания приема, обрабатывающий некоторый терм  $t$ ; пусть  $s$  - заголовок терма  $t$ . Проверяется, что первый из используемых для обработки  $t$  нормализаторов - нормализатор  $R$  общей стандартизации термов с заголовком  $s$ . Проверяется наличие среди идентифицируемых вхождений теоремы вхождения терма  $t$ , не имеющего вида "актив( $t$ )" и не расположенного внутри указателя "контрольвывода". Проверяется отсутствие обрабатываемых нормализаторами собственных подтермов терма  $t$ . Тогда из рассматриваемого указателя "быстрпреобр(...)" исключается обращение к нормализатору  $R$ . Если других обращений не остается, то и сам указатель удаляется из накопителя описания приема.

Такие действия повторяются до тех пор, пока это возможно.

### Обращение к процедуре "фильтрыприема"

Происходит обращение к процедуре "фильтрыприема".

## 2.5 Процедура "фильтрыприема"

Процедура "фильтрыприема" является следующим звеном конвейера компилятора спецификаций. К ней обращается процедура "схеманормализации". Обращение имеет вид "фильтрыприема( $x_1$   $x_2$   $x_3$ )", где  $x_1$  - теорема приема,  $x_2$  - спецификация приема,  $x_3$  - блок приема. Процедура вводит те фильтры приема, которые можно создавать из достаточно общих соображений, слабо учитывая тип приема. Затем она обращается к процедуре "учетприема" последнему звену конвейера.

### Цикл обращений к справочнику "допусловие"

Приемы создания фильтров, связанные с конкретными логическими символами теоремы, выделены в справочник "допусловие". Его входные данные суть:  $x_1$  - теорема приема,  $x_2$  - спецификация приема,  $x_3$  - блок приема,  $x_4$  - вхождение текущего логического символа в теорему приема. Справочник анализирует вхождение  $x_4$  и добавляет в накопитель фильтров приема фильтры, необходимые для учета контекстной стандартизации, связанной с этим вхождением. Пока справочник имеет всего три приема, два из которых связаны с символом "суммавсех" (учет цели либо комментария "разбиение", блокирующего сведение суммы мощностей к мощности класса; недопущение изменения заголовка "суммавсех" при разложении в ряд Фурье либо Тейлора приемом сведения вычисления операции над семейством к вычислению операций над другими семействами), а один - с символом "степень" (контроль невозникновения минуса в основании степени, если до этого его не было, за исключением случая минус единицы).

### Учет элемента спецификации "замена"

Если в спецификации приема встречается элемент "замена( $t_1$   $t_2$ )", то все вхождения терма  $t_1$  в уже созданные фильтры приема заменяются на  $t_2$ .

**Исключение вырожденного условия под описателем "класс"**

Пусть в накопителе описания приема встречается элемент "перечень( $P \dots$ )", в идентифицируемой части теоремы встречается подтерм вида "и(значение( $P, \dots$ ) ...)", а среди термов, создаваемых приемом - терм вида "класс(... значение( $P, \dots$ ))". Тогда в накопитель фильтров приема заносится элемент "не(заголовок( $u$  истина))", где  $u$  - указатель идентифицируемого вхождения "значение( $P, \dots$ )".

**Консеквент теоремы - равенство**

Проверяется, что заголовок консеквента - символ "равно", а прием выполняет тождественную замену в сканировании задачи либо в нормализаторе. Затем последовательно рассматриваются следующие случаи:

1. Создание фильтра "не(заголовок(корень актив))".

Прием относится к сканированию задачи. Заменяемая часть равенства имеет своим заголовком один из символов "расстояние", "угол", "вектор", "площадь". Тип приема отличен от символов "просмотртерма" (определение характеристики множества, заданного через координаты своих элементов), "стандформа" (выражение числового атома через численные параметры с помощью обращения к синтезатору), "связприставка" (выражение атомарного объекта условия задачи на доказательство через другие атомарные объекты, уже имеющиеся в этом условии). В накопителе фильтров отсутствует элемент "заголовок(корень  $s$ )", где  $s$  - логический символ. Тогда в накопитель фильтров заносится элемент "не(заголовок(корень актив))".

2. Отбрасывание тождественного преобразования в приеме общей стандартизации.

Прием выполняет общую стандартизацию в сканировании задачи. Параметры заменяющей части  $A$  входят в заменяемую часть  $B$ , однако список  $x_1, \dots, x_n$  параметров заменяемой части, не вошедших в заменяющую, непуст. Процедура "идентификация" усматривает возможность отождествить обе части при подстановке вместо переменных  $x_1, \dots, x_n$  термов  $t_1, \dots, t_n$ . Тогда в накопитель фильтров заносится элемент "не(контекст(вид( $x_1 t_1$ ) ... вид( $x_n t_n$ )))".

3. Перенесение с уровня 0 на уровень 1 преобразований, требующих перечисления всех пар операндов длинной ассоциативно-коммутативной операции.

Прием относится к сканированию задачи. В накопителе фильтров имеется элемент "уровень(0)". Заменяемая часть имеет вид  $f(t_1, t_2)$ , где  $f$  - ассоциативная и коммутативная операция, а выражения  $t_1, t_2$  получаются друг из друга переобозначением без отождествлений переменных и перестановкой операндов коммутативных операций. В накопителе описания приема нет указателя "набор(второйтерм)". Тогда фильтр "уровень(0)" заменяется на фильтры "уровень(0 1)", "альтернатива(меньше(15 количествооперандов(теквхожд))уровень(1) уровень(0))".

4. Вставка фильтра "коммент(существопосылки)" для упрощающего приема стандартной формы, имеющего существенные антецеденты.

Прием относится к нормализатору. Его тип - "общаяплоскость" (упрощение в стандартной форме). Теорема приема имеет существенные посылки. Тогда в накопитель фильтров заносится элемент "коммент(сущест्वпосылки)".

5. Учет единицы конкатенации.

В заменяемой части  $A$  встречается подвыражение "конкатенация( $t, x$ )", где  $x$  - переменная, не имеющая других вхождений в заменяемой части. При замене данного подвыражения терма  $A$  на  $t$  и обработке оператором "станд" получается тот же терм, что и при обработке оператором "станд" заменяющей части теоремы. Тогда в накопитель фильтров заносится элемент "не(заголовок( $x$  пустоеслово))".

6. Учет единицы префикса.

В заменяемой части  $A$  встречается подвыражение "префикс( $t, x$ )", где  $x$  - переменная, не имеющая других вхождений в заменяемой части. При замене данного подвыражения терма  $A$  на "набор( $t$ )" и обработке оператором "станд" получается подтерм результата обработки оператором "станд" заменяющей части теоремы. Тогда в накопитель фильтров заносится элемент "не(заголовок( $x$  пустоеслово))".

7. Учет унифицируемого операнда.

Тип приема - "внешоперанд" (корневая свертка условия задачи на преобразование). В заменяющем терме находится вхождение  $v$  подтерма вида  $f(t_1 \dots t_k)$ , где  $f$  - логический символ, для которого справочник "операндномер" выдает тройку  $(i, A, B)$ , означающую, что в выражениях с заголовком  $f$  целесообразен переход к одинаковым  $i$  - м корневым операндам (например, к одинаковым основаниям логарифмов). Здесь  $A$  - выражение  $f(x_1 \dots x_k)$ ;  $x_1, \dots, x_k$  - переменные;  $B$  - конъюнкция фильтров, уточняющих контекст стандартизации операндов, сформулированных в терминах переменных  $x_1, \dots, x_k$ . Составляется список  $S$  отличных от  $t_i$  термов  $r_i$ , встречающихся в подвыражениях  $f(r_1 \dots r_k)$  заменяемой части. Этот список состоит из единственного выражения  $r$ . Выбираются переменные  $y_1, \dots, y_k$ , не входящие в теорему, и в накопитель фильтров заносится элемент "не(контекст(позиция( $y_i$  результат) вид( $y_i f(y_1, \dots, y_{i-1}, r, y_{i+1}, \dots, y_k)$ ))))".

8. Контроль невырожденности переобозначения переменных.

Все параметры заменяющего терма имеются в заменяемом. Заменяющий терм получается из заменяемого переобозначением некоторых своих переменных. Рассматриваются все пары  $(x, y)$ , где  $x$  - переобозначаемая переменная,  $y$  - отличная от нее переобозначаемая. В накопитель фильтров заносится дизъюнкция утверждений " $\neg(x = y)$ ".

9. Ввод указателя "постпозиция(...)" в случае идентификации симметричных операндов корневой коммутативно-ассоциативной операции.

Заголовок заменяемой части - ассоциативная и коммутативная операция  $f$ . В накопителе описания приема отсутствует элемент "набор(второйтерм)". Рассматриваются два корневых операнда  $t_1, t_2$  заменяемой части, ни один из которых не является переменной, входящей в заменяемую часть однократно. Устанавливается, что существует переобозначение переменных, переводящее каж-

дый из термов  $t_1, t_2$  в другой. Это переобозначение не затрагивает общие переменные данных термов. Проверяется, что найденное переобозначение не изменяет ни теоремы, ни фильтров приема, ни его указателей. Тогда в накопитель фильтров добавляется элемент "постпозиция( $u_1, u_2$ )", где  $u_1, u_2$  - указатели вхождений в теорему термов  $t_1, t_2$ . Предполагается что операнд  $t_1$  располагается правее операнда  $t_2$ .

10. Блокировка приема общей стандартизации, увеличивающего число вхождений неизвестных.

Тип приема - "общнорм" (общая стандартизация). Для каждой переменной  $x$ , имеющей более одного вхождения в заменяющую часть и лишь одно вхождение - в заменяемую, происходит занесение в накопитель фильтров элемента "или(посылка тип(доказать) известно( $x$ ))".

11. Вставка фильтра "коммент(свертка)" для нормализатора общей стандартизации.

Тип приема - "норм" (прием нормализатора общей стандартизации). Заменяемая часть неповторна и элементарна, а заменяющая - не неповторна. Спецификация не содержит элемента "см(входит(... комментарии))". Тогда в накопитель фильтров заносится элемент "коммент(свертка)".

12. Вставка фильтра, блокирующего прием общей стандартизации, если он переводит неповторный терм в терм с повторными вхождениями переменных, причем происходит редактирование ответа задачи на описание.

Тип приема - один из символов "общнорм" (общая стандартизация), "сопровождтерм" (декомпозиция сложной операции), "контрольслучаев" (декомпозиция сложной операции для получения повторяющихся вхождений неконстантного терма), "перечни" (декомпозиция сложной операции, использующая посылку для идентификации подмножества операндов ассоциативно-коммутативной операции). Заменяемая часть элементарна и неповторна, а заменяющая - не неповторна. При переходе от заменяемой части к заменяющей не происходит уменьшение оценки сложности. Тогда в накопитель фильтров заносится элемент "или(посылка не(тип(описать))не(цель(редакция))цель(редуцирование))".

13. Вставка фильтра, блокирующего прием общей стандартизации, если он переводит неповторный терм в терм с повторными вхождениями переменных, причем происходит решение задачи на преобразование, имеющей комментарий "длина".

В условиях предыдущего пункта происходит занесение в накопитель фильтров элемента "или(посылка не(тип(преобразовать)) коммент(длина))" и элемента "или(посылка тип(доказать) не(цель(свертка)))".

14. Вставка фильтра, блокирующего прием общей стандартизации, если он увеличивает число вхождений переменной, связанной внешним описателем.

В условиях предыдущего пункта находится список  $S$  всех параметров заменяющей части, не выделенных указателем "отображение", т.е. не являющихся функциональными переменными. Список  $S$  разбивается на подсписок  $P$  переменных, входящих в заменяющую часть однократно, и список  $Q$  переменных,

входящих в заменяющую часть более одного раза. Выбирается новая переменная  $x$ , и в накопитель фильтров заносится элемент "не(контекст(подчинено(теквхожд  $x$ ) символ( $x$  отображение класс)  $D K$ ))). Здесь  $D$  - дизъюнкция термов "пересекаются(связприставка( $x$ ) $y$ )" по всем  $y$  из списка  $Q$ ;  $K$  - список термов "не(пересекаются(связприставка( $x$ ) $y$ ))" по всем переменным  $y$  из  $P$ .

15. Учет квазипротоколов, определяющих контекстное приведение к стандартным формам.

Тип приема - один из символов "измзнака" (упрощение выражения под оператором относительно варьируемой переменной), "префикс" (свертка константного выражения), "нормнеизв" (группировка относительно выражения с неизвестными), "внешзнаменатель" (свертка чрезмерно длинных условий задачи на преобразование), "символ" (попытка применения нормализатора приведения к заданным заголовкам для упрощения выражения), "стандарт" (применение нормализатора приведения к заданным заголовкам для контекстной стандартизации). Рассматривается заголовок  $s$  заменяемой части. Определяется заголовок  $P$  нормализатора приведения к стандартной форме, корневой операцией которой служит символ  $s$ . Находится результат  $S$  пополнения списка антецедентов теоремы утверждениями, необходимыми для сопровождения по о.д.з. этих антецедентов и консеквента. Определяется результат  $B$  обработки нормализатором  $P$  заменяющей части  $A$  относительно посылок  $S$ . Если тип приема отличен от "символ", то проверяется, что термы  $A, B$  различаются даже после обработки их оператором "станд". Справочник "стандтеор" определяет по названию нормализатора стандартной формы  $P$  список  $T$  ссылок на квазипротоколы из базы теорем, имеющие характеристики "операнд", "стандравно", "оператор( $P$ )". Такие квазипротоколы указывают ситуации, в которых нормализатор  $P$  используется для контекстной стандартизации подтермов (например, раскрытие скобок под тригонометрическими операциями или в показателе степени). Они имеют вид кванторной импликации с антецедентом вида  $x = t_1$  консеквентом  $t_2 = t_3$ , где  $t_1$  - некоторый подтерм терма  $t_2$ , а  $t_3$  получено из  $t_2$  заменой в нем  $t_1$  на переменную  $x$ . Антецедент определяет обработку терма  $t_1$  нормализатором  $P$ . Для каждого квазипротокола из  $T$  находится результат  $t_4$  замены в терме  $t_2$  подтерма  $t_1$  на логический символ "теквхожд". Если какие-то переменные терма  $t_4$  встречаются в текущей теореме, то они переобозначаются на новые переменные. Затем в накопитель фильтров приема заносится элемент "не(контекст(подтерм( $t_4$ )))". Таким образом, блокируются попытки преобразований типа группировок, нарушающих принятую контекстную стандартизацию.

16. Блокировка декомпозиции в режиме свертки условия задачи на преобразование.

Прием относится к сканированию задачи. Тип приема - один из символов "сопровождтерм" (декомпозиция сложной операции), "контрольслучаев" (декомпозиция сложной операции для получения повторяющихся вхождений неконстантного терма), "перечни" (декомпозиция сложной операции, использующая посылку для идентификации подмножества операндов ассоциативно-коммутативной операции). В накопителе фильтров нет элементов, содержащих символы "известно" либо "неизвестная". Представленные в накопителе фильтров указатели "тип(...)" типа задачи не ограничивают прием только задачами на

доказательство, описание либо исследование. Составляется список  $X$  всех переменных равенства - консеквента теоремы, после чего определяется пара  $(P, Q)$  наборов чисел вхождений этих переменных в левую и правую части этого равенства. Проверяется, что параметры заменяемого терма включаются в параметры заменяющего. Посредством  $P'$  обозначаем тот из наборов  $P, Q$ , который относится к заменяемому терму, а посредством  $Q'$  - к заменяющему. Проверяется, что каждый элемент набора  $Q'$  не меньше соответствующего элемента набора  $P'$ . Проверяется выполнение хотя бы одного из следующих условий:

- (a) Заменяемый терм - подтерм заменяющего.
- (b) Заменяемый терм получается из заменяющего вычеркиванием части операндов (не обязательно корневых) и заменой части неконстантных подтермов на логические символы.
- (c) Заменяющий терм имеет свободные переменные, а заменяемый - не имеет.
- (d) Заменяемый терм - операция, примененная к набору различных переменных заменяющего терма, а заменяющий терм не имеет вида операции от тех же переменных.
- (e) Существует элемент набора  $Q'$ , больший соответствующего элемента набора  $P'$ .

Проверяется также, что преобразование теоремы не уменьшает оценки сложности терма. Тогда в накопитель фильтров заносится элемент "или(посылка не(тип(преобразовать)) коммент(длина))".

17. Блокировка раздвоения неизвестной при декомпозиции в условиях задачи на описание.

Тип приема - один из символов "сопровождтерм" (декомпозиция сложной операции), "контрольслучаев" (декомпозиция сложной операции для получения повторяющихся вхождений неконстантного терма), "перечни" (декомпозиция сложной операции, использующая посылку для идентификации подмножества операндов ассоциативно-коммутативной операции). Рассматривается переменная  $x$ , являющаяся свободной переменной как заменяемой, так и заменяющей части. Эта переменная не выделена указателем "отображение(...)". В заменяемой части переменная  $x$  имеет единственное вхождение, а в заменяющей части - больше одного вхождения. При переходе от заменяемой части к заменяющей оценка сложности терма не уменьшается. Если в накопителе фильтров приема имеется элемент "цель(редуцирование)", то в этот накопитель добавляется элемент "известно(корень)". Иначе рассматриваются следующие случаи:

- (a) Тип приема - "перечни". Тогда в накопитель фильтров добавляется элемент "или(посылка тип(доказать)известно( $x$ ))".
- (b) Тип приема - "сопровождтерм" либо "контрольслучаев". Заменяемый терм неповторный, причем его единственная повторная переменная -  $x$ . Тогда в накопитель фильтров добавляется элемент "или(посылка тип(доказать) известно( $x$ ) $A_1 \dots A_n$ )", где  $A_i$  - всевозможные термы "не(известно( $y_i$ ))" для отличных от  $x$  параметров  $y_i$  заменяющей части.

### Консеквент теоремы - эквивалентность

Проверяется, что заголовок консеквента - символ "эквивалентно". Затем последовательно рассматриваются следующие случаи:

1. Отнесение к известным всех параметров одной из частей равенства с неизвестными.

Прием выполняет эквивалентную замену в сканировании задачи. Заменяемая часть  $A$  - равенство. Тип приема отличен от символов "выходная степень" (эквивалентное преобразование одного условия задачи на описание с помощью другого для исключения известного параметра), "перем" (преобразование имеющего несколько числовых атомов уравнения задачи на исследование с помощью другого уравнения для декомпозиции на группу уравнений с единственным числовым атомом), "промежуток" (дизъюнктивно-конъюнктивная декомпозиция условия задачи на описание либо посылки задачи на исследование относительно неизвестных), "суп" (применение нормализатора стандартной формы для разгруппировки неизвестного подвыражения посылки задачи на исследование), "принадл" (выражение вспомогательной неизвестной задачи на исследование, имеющей цель "известно", через прочие неизвестные), "прогрвыражение" (выражение неизвестной задачи на исследование, имеющей цель "известно", через другие неизвестные), "шахмблок" (преобразование уравнения с несколькими числовыми атомами с помощью другого уравнения задачи на исследование для получения уравнения с единственным числовым атомом), "последнийсимвол" (непосредственное разрешение условия задачи на описание относительно заданной неизвестной, если прочие параметры суть константные выражения). Существует такая часть равенства  $A$ , для которой удастся усмотреть тип  $t$  значений операции, являющейся ее заголовком. Справочник "нормуравн" определяет по символу  $t$ , что для объектов типа  $t$  предусмотрена группировка всех неизвестных в одной части равенства, а известных - в другой. Рассматривается такая часть  $A_1$  равенства  $A$ , что в накопителе фильтров имеется фильтр  $F$ , удовлетворяющий одному из следующих требований:

- (а)  $F$  имеет вид "не(известно( $u$ ))", где  $u$  - указатель вхождения в подтерм  $A_1$ .
- (б)  $F$  имеет вид "не(известно( $x$ ))" либо "неизвестная( $x$ )", где  $x$  - переменная, входящая в  $A_1$ .

Проверяется, что для противоположной части  $A_2$  ни одно из этих требований не выполнено. Тогда для каждого параметра  $y$  терма  $A_2$  в накопитель фильтров заносится элемент "известно( $y$ )".

2. Блокировка кванторной расшифровки внутри описателей "класс", "отображение".

Тип приема - один из символов "теквхожд" (кванторная расшифровка), "задача" (кванторная расшифровка посылки, приводящая к квантору общности), "облнорм" (кванторная расшифровка посылки, приводящая к квантору существования). В блоке приема находится элемент (квантор  $K$ ). Проверяется отсутствие в накопителе фильтров элементов "корень", "отр", "отрицание". Выбирается переменная  $x$ , не использованная в теореме приема и его описании. В накопитель фильтров заносится элемент "не(контекст(подчинено(теквхожд  $x$ )символ( $x$  отображение класс)))".

3. Блокировка кванторной расшифровки под квантором, если при вынесении наружу возникают неоднотипные кванторы.

В дополнение к действиям предыдущего пункта, в накопитель фильтров заносится элемент "не(контекст(внешнийквантор(теквхожд  $r$   $x$ )))", где  $r$  - символ "посылка", если  $K$  - символ "длялюбого"; иначе  $r$  - символ "условие".

4. Блокировка кванторной расшифровки с появлением квантора общности элементарных утверждений в задачах на поиск примера.

Тип приема - один из символов "теквхожд" (кванторная расшифровка), "задача" (кванторная расшифровка посылки, приводящая к квантору общности), "облнорм" (кванторная расшифровка посылки, приводящая к квантору существования). В блоке приема находится элемент (квантор длялюбого). Проверяется, что заменяемое утверждение элементарно. В накопитель фильтров заносится элемент "или(не(тип(описать)) не(корень) посылка не(цель(пример)))".

5. Учет единицы префикса.

В заменяемой части  $A$  теоремы приема выделяется подвыражение "префикс( $t$   $x$ )", где  $x$  - переменная, имеющая в этой части единственное вхождение. Результат замены в терме  $A$  данного подвыражения на "набор( $t$ )", после обработки оператором "станд", становится подтермом обработанного этим же оператором заменяющего терма. Тогда в накопитель фильтров заносится элемент "не(заголовок( $x$  пустоеслово))".

6. Прием группировки в одном подвыражении всех неизвестных: указание на группы неизвестных.

Тип приема - "неизвестные" (группировка всех неизвестных членов в одной части условия задачи на описание либо посылки задачи на исследование). Рассматривается заменяемая часть  $P(t_1 \dots t_n)$ , перед которой отбрасывается отрицание, если оно есть. Проверяется, что  $n \geq 2$ . Рассматривается выражение  $T$ , создаваемое приемом и имеющее своим заголовком логический символ. Пусть  $S$  - список его параметров. Проверяется, что он включается в список параметров заменяемой части, причем ни одно из выражений  $t_i$  не включает всех переменных списка  $S$ . Подразумевается, что  $T$  и есть результат группировки неизвестных. Составляется набор  $M$  списков параметров всех термов  $t_i$ , имеющих переменную из  $S$ . Если какой-либо элемент набора  $M$  является подписанием другого элемента, то он удаляется. Затем для каждого списка  $y_1, \dots, y_k$  из  $M$  в накопитель фильтров заносится элемент "или(не(известно( $y_1$ )) \dots не(известно( $y_k$ )))". Если  $P(t_1 \dots t_n)$  имело вид " $x = t$ ", где  $x$  - переменная, то рассматриваются все переменных  $x_1, \dots, x_n$  терма  $t$ , и в накопитель фильтров заносится элемент "или(не(неизвестная( $x$ ))входит( $x$   $x_1$ ) \dots входит( $x$   $x_n$ ))".

7. Переменная - правая часть уравнения - идентифицируется с известным термом.

Тип приема - один из символов "комментарии" (разрешение группы условий задачи на описание относительно сложных неизвестных подвыражений), "видеоключ" (явное выражение одной неизвестной через другие при контроле задачи на исследование, возникшей после разбора случаев), "исключнеизв" (преобразование условия задачи на описание к виду, позволяющему исключить сложное выражение с неизвестными), "внешкадр" (явное разрешение утверждения относительно неизвестных в нормализаторе уравнений). Если конъюнктивным



членом заменяемой части является равенство  $x = t$ , где  $x$  - переменная, то в накопитель фильтров заносится элемент "известно( $x$ )".

8. Блокировка эквивалентных замен, увеличивающих глубину неизвестных либо декомпозирующих явное описание неизвестной.

Заголовок приема - один из символов "первыйтерм", "второйтерм", "замена", "заменаусловия", "заменатермов". Тип приема - один из символов "нормэкв" (безусловная общая стандартизация одного утверждения), "числооперандов" (условная общая стандартизация одного утверждения), "обрыв", (элементарная переформулировка с исключением сложного понятия) "огрсверху" (конъюнктивная декомпозиция элементарного утверждения), "сверткаварианта" (дизъюнктивная декомпозиция элементарного утверждения), усмнеделит" (разрешение элементарного утверждения относительно переменной, связанной внешним квантором), "сектор" (исключение описателя с помощьюквантора), "дескриптор" (дизъюнктивно-конъюнктивная декомпозиция в условии задачи на описание), "списокзадач" (общая стандартизация с исключением описателя), "теквхожд", (кванторная расшифровка), "внешконтроль" (дизъюнктивно-конъюнктивная декомпозиция утверждения в нормализаторе явного разрешения), "множество" (дизъюнктивно-конъюнктивная декомпозиция элементарного утверждения), "точкапрямой" (кванторная расшифровка утверждения с описателем). Проверяется, что в накопителе фильтров нет элемента "длина(контроль-глубины)". Затем последовательно выполняются следующие действия:

- (a) Рассматривается переменная  $x$ , имеющая единственное вхождение  $v$  в заменяемое утверждение  $A$ , причем глубина  $v$  (при отбрасывании отрицания, если оно есть) равна 1. Проверяется, что никакой надтерм вхождения  $v$ , расположенный внутри терма  $A$ , не имеет своим заголовком символ из списка "и", "или", "длялюбого", "существует", "класс", "отображение", "альтернатива", "вариант", "Существует". Проверяется, что  $x$  встречается в заменяющей части. Если эта часть - конъюнкция, то существует некоторый содержащий  $x$  конъюнктивный член, не имеющий вида  $P(x)$ , а также вида  $x = t$  либо  $\neg(x = t)$ , где  $t$  не содержит  $x$ . Если заменяющая часть не имеет вида конъюнкции, то глубина вхождения  $x$  в нее больше единицы. В накопителе фильтров отсутствует элемент "известно( $x$ )".

Если тип приема отличен от символа "усмнеделит" и прием не относится к нормализатору, то в накопитель фильтров заносится элемент "или(посылка не(тип(описать)) цель(развертка) не(неизвестная( $x$ )) не(цель(редакция)))".

Составляется список  $S$  переменных заменяемой части, отличных от  $x$ . Если какая-либо из этих переменных является функциональной (т.е. выделена указателем "отображение(...)", то рассматривается то вхождение  $w$  в заменяющую часть теоремы, непосредственным операндом которого является переменная  $x$ , и в качестве  $S$  далее берется набор указателей вхождения в теорему операндов вхождения  $w$ , отличных от  $x$ .

Если тип приема отличен от символа "усмнеделит", то в накопитель фильтров заносится элемент "или(известно( $x$ )не(известно( $S_1$ ))) . . . не(известно( $S_m$ )))" в случае приема нормализатора и элемент "или(посылка не(тип(описать))цель(развертка) известно( $x$ ) не(известно( $S_1$ ))) . . . не(известно( $S_m$ )))"

в случае приема сканирования задачи. Здесь  $S_1, \dots, S_m$  - элементы списка  $S$ . Если среди указателей вхождений списка  $S$  нет указателя на терм со связанными переменными, то дополнительно вводится фильтр "или(константа( $x$ ))не(константа( $S_1$ )) ... не(константа( $S_m$ ))".

Далее проверяется, что в накопителе фильтров нет символов "отр", "отрицание", "корень". Кроме того, проверяется, что тип приема отличен от символов "списокзадач", "внешконтроль". Выбирается новая переменная  $y$ , не использованная в теореме и в описании приема. Рассматривается терм  $F$ : "входит( $x$  связприставка( $y$ ))".

Если заменяющая часть представляет собой дизъюнкцию, один из членов которой имеет вид " $x = q$ ", где выражение  $q$  не содержит  $x$ , то выбираются еще две новые переменные  $z, v$ . В качестве  $F$  далее берется терм "или( $F$  контекст(операнд( $z$   $y$ )символ( $z$  мощность) подчинено( $v$   $y$ )символ( $v$  существует) входит( $x$  связприставка( $v$ )) подчинено(теквхожд  $v$ )))".

Если каждое вхождение переменной  $x$  имеет вид "длинанабора( $x$ )", либо вид " $P(x)$ ", где  $P$  - предикатный символ, либо вид "значение( $x$   $n$ )", где  $n$  - десятичная константа, то в накопитель фильтров заносится элемент "не(контекст(подчинено(теквхожд  $y$ ) символ( $y$  класс отображение) $F$  не(входит( $x$   $S_1$ )) ... не(входит( $x$   $S_m$ ))))".

Иначе рассматривается терм  $H$ : "не(контекст(подчинено(теквхожд  $y$ )символ( $y$  класс отображение длялюбого существует)  $F$  не(входит( $x$   $S_1$ )) ... не(входит( $x$   $S_m$ ))))". Если тип приема - "нормэкв", то вместо  $H$  берется терм "или(и(тип(преобразовать) цель(нормтеорема) условие)  $H$ )". Затем терм  $H$  заносится в накопитель фильтров.

- (b) Проверяется, что в накопителе фильтров нет элемента, содержащего подтерм "известно( $y$ )", где  $y$  - один из параметров консеквента. Определяется результат  $B$  приведения заменяемой части теоремы  $A$  к виду д.н.ф. Рассматривается такая переменная  $x$  заменяемой части, что каждый дизъюнктивный член терма  $B$  имеет вид конъюнкции (возможно, вырожденной) равенства  $x = t$  и не содержащих  $x$  утверждений. Выражения  $t$  тоже не содержат  $x$ . Проверяется, что для заменяющей части, после приведение ее к виду д.н.ф., такое условие для  $x$  нарушается. Тогда в накопитель фильтров заносится элемент "не(неизвестная( $x$ ))" в случае приема нормализатора и элемент "или(посылка не(тип(описать)) не(неизвестная( $x$ )))" в случае приема сканирования задачи. В последнем случае выбирается новая переменная  $z$ , и в накопитель фильтров заносится также элемент "не(контекст(подчинено(теквхожд  $z$ ) символ( $z$  класс отображение) входит( $x$  связприставка( $z$ ))))".

### Прием проверочного оператора

Если заголовок приема - "спуск( $P$ )", т.е. он относится к проверочному оператору  $P$ , то последовательно выполняются следующие действия:

1. Дополнительная фильтрация для проверочного оператора, предотвращающая заикливание.

Если заголовок консеквента  $K$  совпадает с заголовком некоторого antecedента  $A$ , причем  $K$  можно перевести в  $A$  подстановкой вместо переменных  $x_1, \dots, x_k$  логических символов  $a_1, \dots, a_k$ , то в накопитель фильтров заносится элемент "или(не(символ( $x_1 a_1$ )) . . . не(символ( $x_k a_k$ )))".

2. Блокировка повторного перехода к одному и тому же сложному понятию.

Проверяется, что оценка сложности некоторого antecedента  $A$  не меньше оценки сложности консеквента  $K$ . Для заголовка  $s$  самого сложного подтерма  $r$  antecedента  $A$  рассматриваются два случая:

- (a) Символ  $s$  не встречается в консеквенте. Если antecedент  $A$  обрабатывается проверочным оператором, то в накопитель фильтров заносится элемент "проверка(коммент(повтор  $s$ ) $i$ )", а в накопитель описания приема - элемент "комментарий( $i$  повтор  $s$ )". Здесь  $i$  - номер antecedента  $A$ . Таким образом, будут заблокированы попытки повторного ввода символа  $s$  в рекурсивных обращениях.
- (b) Символ  $s$  встречается в консеквенте, причем antecedент  $A$  обрабатывается проверочным оператором. После отбрасывания корневого отрицания, если оно есть, консеквент представляется в виде  $Q(t_1 \dots t_k)$ . Составляется непустой список  $T_1, \dots, T_m$  неконстантных термов  $t_i$ . Затем в накопитель фильтров заносится элемент "коммент(повторение  $Q T_1 \dots T_m$ )", а в накопитель описания приема - указатель "комментарий( $i$  повторение  $Q T_1 \dots T_m$ )". Здесь  $i$  - номер antecedента  $A$ .

Если имеется нормализатор "быстрпреобр(. . .  $B$ )" для обработки подтерма  $r$ , то его последний элемент  $B$  преобразуется в  $B$ (замечание(повтор  $P$ )), что блокирует попытку повторного использования текущего проверочного оператора при нормализации терма  $r$ .

3. Отказ от создания приема, если он не согласован со стандартной перегруппировкой операндов.

После отбрасывания корневого отрицания, если оно есть, консеквент приобретает вид  $P(t_1, t_2)$ . Имеется существенный antecedент, который после отбрасывания корневого отрицания, если оно есть, приобретает вид  $P(r_1, r_2)$ . Оценка его сложности не меньше оценки сложности консеквента. Последовательно выполняются следующие действия:

- (a) Проверяется, что некоторое  $r_i$  имеет своим заголовком ассоциативно-коммутативную операцию  $s$ , причем справоник "группировки" усматривает наличия стандартизирующего преобразования, группирующего все  $s$ -члены отношения  $P$  в одной из его частей. Проверяется, что ни одно из  $t_j$  не является единицей  $E$  операции  $s$ . Если хотя бы одно из выражений  $t_j$  не является переменной, то создание приема отменяется. Иначе - в накопитель фильтров заносятся элементы "не(символ( $t_1 E$ ))", "не(символ( $t_2 E$ ))". Из накопителя описания приема исключаются указания "единица( $E, \dots$ )" на единичные значения переменных  $t_1, t_2$ .
- (b) Проверяется, что ни один из antecedентов не является непосредственно идентифицируемым. Некоторое  $t_i$  имеет своим заголовком ассоциативно-коммутативную операцию  $s$ , причем справоник "группировки" усматри-

вает наличия стандартизирующего преобразования, группирующего все члены отношения  $P$  в одной из его частей. Ни одно из выражений  $r_i$  не является единицей операции  $s$ . Тогда создание приема отменяется.

4. Ввод фильтра "коммент(склейкаоперандов  $A$ )".

Рассматривается непосредственно идентифицируемый антецедент вида  $P(t_1 \dots t_k)$ , где символ  $P$  отличен от равенства и отрицания. Некоторый операнд  $t_i$  имеет вид  $f(a_1 \dots a_n)$ , где символ  $f$  ассоциативный и коммутативный. Справочник "склейкаоперандов" усматривает наличие приемов проверочного оператора, имеющих вид " $Q(a \dots) \& R(b \dots) \rightarrow P(f(a, b) \dots)$ ", т.е. выполняющих "разгруппировку" проверки условия  $P$  на отдельные операнды операции  $f$ . Тогда в накопитель фильтров заносятся элементы "коммент(склейкаоперандов  $f$ )" и "коммент(перестановка)". Комментарий (склейкаоперандов  $f$ ) вводится приемом, выполняющим декомпозицию проверки условия на отдельные операнды операции  $f$ . Предполагается, что обратная группировка нежелательна.

5. Непосредственно идентифицируемая посылка продукции проверочного оператора и проверяемое условие имеют единственную общую переменную. Вводится проверка того, что идентифицированный с этой переменной терм - не константный.

Если теорема приема имеет единственный непосредственно идентифицируемый антецедент  $A$ , причем список общих с консеквентом переменных данного антецедента состоит из единственной переменной  $x$ , то в накопитель фильтров заносится элемент "конец(не(константа( $x$ )))". Если в накопителе описания приема имелся элемент "единица( $\dots$ )", содержащий  $x$ , то переменная  $x$  из этого элемента исключается.

Далее проверяется, что переменная  $x$  имеет единственное вхождение  $v$  в консеквент  $K$  и единственное вхождение  $w$  в антецедент  $A$ . Если какое-либо из этих вхождений - операнд операции типа "отрицание", то далее вместо него рассматривается вхождение данной операции. Проверяется, что каждое из вхождений  $v, w$  - операнд двуместной ассоциативно-коммутативной операции  $f$ . Другим операндом этих операций являются различные переменные  $y, z$ . Если перечисленные условия выполнены, то в накопитель фильтров заносится элемент "или(и(не(заголовок( $y f$ ))) не(заголовок( $z f$ ))) константа( $y$ ))".

6. Отказ от формирования продукции проверочного оператора, если единственный непосредственно идентифицируемый антецедент не имеет общих переменных с консеквентом.

Если теорема приема имеет единственный непосредственно идентифицируемый антецедент, причем пересечение списка его параметров с параметрами консеквента пусто, то проверяется отсутствие антецедента, выделенного указателем "идентификатор", после чего создание приема отменяется.

7. Учет комментария "перестановка" в проверочном операторе.

Проверяется отсутствие в накопителе описания приема элемента "спуск", указывающего на то, что действия приема безальтернативны. Проверяется, что теорема приема имеет единственный существенный антецедент  $A$ , который элементарен и имеет те же параметры, что консеквент  $K$ . Проверяется, что оба

терма  $A, K$  неповторны, а число их переменных не менее двух. Проверяется, что антецедент  $A$  обрабатывается проверочным оператором. Тогда в накопитель фильтров заносится элемент "коммент(перестановка)", а в накопитель описания приема - элемент "комментарий( $i$  перестановка)". Здесь  $i$  - номер антецедента  $A$ . Комментарий "перестановка" будет блокировать повторные попытки перегруппировочного типа при усмотрении истинности антецедента  $A$  (например, перестановку частей неравенства с изменением их знаков).

8. Учет комментария "склейкаоперандов" для продукций  $P(a \dots) \& Q(b \dots) \rightarrow R(f(a, b) \dots)$  проверочного оператора.

Проверяется, что теорема приема имеет ровно два антецедента  $A_1, A_2$ , причем оба они обрабатываются проверочными операторами. Проверяется, что в консеквенте теоремы выделяется подтерм вида  $f(a, b)$ , где  $f$  - ассоциативная и коммутативная операция;  $a, b$  - различные переменные, не имеющих других вхождений в консеквент. Проверяется, что переменная  $a$  имеет единственное вхождение в  $A_1$  и не входит в  $A_2$ , а переменная  $b$  имеет единственное вхождение в  $A_2$  и не входит в  $A_1$ . Тогда в накопитель описания приема заносятся элементы "комментарий(1 склейкаоперандов  $f$ )", "комментарий(2 склейкаоперандов  $f$ )". Комментарии (склейкаоперандов  $f$ ) будут блокировать попытки обратного перехода от операндов операции  $f$  к самой этой операции при обработке антецедентов.

9. Учет комментария "циклзнач".

Если теорема приема имеет единственный антецедент, причем этот антецедент обрабатывается проверочным оператором, то в накопитель фильтров заносится элемент "конец(коммент(циклзнач фикс(0)))", а в накопитель описания приема - элемент "комментарий(1 циклзнач фикс(0))". Таким образом блокируется повторное применение приемов аналогичного типа для текущих входных данных при рекурсивных обращениях.

## Прием синтезатора

1. Учет элемента "константа" в описании формата оператора.

Проверяется, что в описании формата пакетного синтезатора есть элемент "константа", означающий, что результатом его работы должны быть константные термы. Рассматриваются те выражения консеквента теоремы приема, которые определяют выходные данные, и составляется список  $S$  их параметров. Из данного списка исключаются те переменные, которые встречаются в других обрабатываемых синтезаторами антецедентах. Для оставшихся переменных  $x$  в накопитель фильтров приема заносятся элементы "константа( $x$ )".

## Прием нормализатора

1. Блокировка зацикливания при рекурсивных обращениях.

Пусть прием относится к нормализатору  $P$ . Рассматривается заменяемая часть  $A$  теоремы приема. Если в накопителе описания приема имеется элемент "быстрепреобр( $T \dots Q$ )", где длины термов  $A, T$  равны, причем либо  $Q = P$ , либо

заголовками термов  $A, T$  служит название каких-либо координат, то в накопитель фильтров заносится элемент "коммент(повтор  $A$ )". Одновременно в накопителе описания приема элемент "быстрпреобр( $T \dots Q$ )" заменяется на элемент "быстрпреобр( $T \dots Q$ (замечание(повтор $A$ )))".

### Прием вывода в посылках

1. Создание фильтров "усм(актив(...))".

Тип приема отличен от символа "учетвывода" (равенство заданного старого атома, встречающегося в невырожденных посылках, другому старому атому). Рассматривается выделенный указателем "усм" элементарный антецедент  $A$ . Если для заголовка  $s$  его подвыражения  $t$  справочник "смактив" определяет список фильтров вида "усм(актив(...))", то все они заносятся в накопитель фильтров. Например, при рассмотрении угла добавляются фильтры "усм(актив(...))" для прямых - сторон этого угла.

2. Ввод фильтров, блокирующих совпадение значений переменных.

Рассматривается выделенный указателем "усм" элементарный антецедент  $A$ . В нем выделяется вхождение  $v$  неоднобуквенного подтерма  $t$  с заголовком  $s$ . Справочник "различны" определяет по  $s$  и  $v$  список  $S$  информационных элементов, определяющих отсечение случаев совпадения значений переменных. Используются элементы  $E$  следующих типов:

- (a)  $E$  - переменная  $x$ . Тогда отсекается совпадение значения  $x$  со значением любой другой переменной  $y$ , для которой имеется антецедент, полученный из  $A$  заменой  $x$  на  $y$ .
- (b)  $E$  - тройка  $(x, y, 0)$ . Тогда отсекается совпадение переменной  $x$  с переменной  $y$ .
- (c)  $E$  - тройка  $(x, y, 1)$ . Тогда отсекается совпадение переменной  $x$  с переменной  $y$ , если  $y$  встречается в антецедентах внутри такого максимального не содержащего  $x$  нечислового выражения, которое имеет параметр, не входящий в  $A$ .
- (d)  $E$  - тройка  $(x, y, 2)$ . Если в антецедентах существует хотя бы одно вхождение переменной  $x$  либо  $y$  не внутри подвыражения, совпадающего с  $t$ , то отсекается совпадение  $x, y$ .

Просматриваются элементы  $E$  списка  $S$ , и для текущего такого элемента рассматриваются подслучаи:

- (a)  $E$  - переменная  $x$ . Если некоторый антецедент  $B$  получается из  $A$  заменой  $x$  на другую переменную  $y$ , причем отсутствует антецедент, в о.д.з. которого имеется отрицание равенства переменных  $x, y$ , то в накопитель фильтров заносится элемент " $\neg(x = y)$ ". Для устранения дублирования фильтров равенство ориентируется так, чтобы слева располагалась переменная с меньшим номером.
- (b)  $E$  имеет вид  $(x, y, 0)$ . В накопитель фильтров заносится элемент " $\neg(x = y)$ ", причем равенство ориентируется так, чтобы слева располагалась переменная с меньшим номером.

- (с)  $E$  имеет вид  $(x, y, 1)$ . Проверяется наличие отличного от  $A$  антецедента  $B$ , в котором переменная  $y$  встречается внутри нечислового подвыражения  $r$ , не содержащего  $x$  и имеющего параметр, не встречающийся в  $A$ . Тогда в накопитель фильтров заносится элемент " $\neg(x = y)$ ", причем равенство ориентируется так, чтобы слева располагалась переменная с меньшим номером.
- (d)  $E$  имеет вид  $(x, y, 2)$ . Проверяется наличие антецедента, внутри которого хотя бы одна из переменных  $x, y$  встречается не внутри подтерма, равного  $t$ . Тогда в накопитель фильтров заносится элемент " $\neg(x = y)$ ", причем равенство ориентируется так, чтобы слева располагалась переменная с меньшим номером.

### 3. Удаление избыточных фильтров "известно(...)".

Рассматривается антецедент вида  $x = t$ , где  $x$  - переменная, для которой в накопителе фильтров имеется элемент  $F$  вида "известно( $x$ )" либо "конец(известно( $x$ ))". Составляется список  $S$  числовых атомов, входящих в  $t$ . Проверяется, что для каждого такого атома  $A$  в накопителе фильтров имеется элемент "известно(терм( $A$ ))" либо "конец(известно(терм( $A$ )))". Проверяется, что каждый параметр терма  $t$  встречается в этом терме только внутри какого-либо числового атома списка  $S$ . Тогда элемент  $F$  удаляется из накопителя фильтров.

### 4. Ввод фильтров "усм(актив(...))" для невырожденных числовых атомов посылок, обрабатываемых пакетными синтезаторами либо выделенных указателем "идентификатор".

Проверяется, что тип приема - один из символов "оценка" (соотношение пропорциональности для двух числовых атомов), "нормвариант" (соотношение пропорциональности связывает заданный числовой атом со старым), "родобъекта" (общий случай соотношения для числовых атомов), "возведениевстепень" (усмотрение константного значения числового атома), "преобразователь" (соотношение пропорциональности для двух старых числовых атомов), "префикснаярекурсия" (связь текущего атома со старым невырожденным атомом через группу известных атомов), "схематпосылок" (соотношение пропорциональности "существопропорц" с известными коэффициентами), "терм" (соотношение пропорциональности с известными коэффициентами позволяет определить числовой атом), "внутрвывод" (связь между двумя заданными числовыми атомами, один из которых - "неизв", а другой - применимый, через посредство группы известных числовых атомов), "подцель" (соотношение пропорциональности с известными коэффициентами позволяет определить числовой атом), "кортеж" (соотношение пропорциональности с известными коэффициентами связывает два числовых атома), "оглавление" (вывод из соотношения пропорциональности для двух неизвестных числовых атомов, имеющего известные коэффициенты, другого соотношения пропорциональности с известными коэффициентами), "рациональное" (связь между двумя старыми атомами, хотя бы один из которых - "неизв", через посредство группы известных числовых атомов), "усмнечетное" (связь между двумя заданными числовыми атомами через посредство группы известных атомов), "днф" (определение числового атома), "поискприема" (определение заданного существенного числового атома с привязкой по

известному текущему атому), "просмотртермов" (определение заданного неизвестного числового атома), "следствие" (два из трех числовых атомов пропорциональны, причем хотя бы один атом - "неизв"), "натурстепень" (соотношение связывает числовой атом с атомом "неизв" через известные параметры), "десдробь" (вывод равенства, выражающего один старый атомарный объект через другие старые атомарные объекты), "попытка" (связь заданного старого атома с другими атомами), "усмрациональное" (уравнение для определения значения применимого числового атома), "свертка" (вывод двуместного отношения в задаче на исследование либо доказательство). Рассматриваются антецеденты, выделенные указателем "идентификатор" либо "значения". Для каждого невырожденного числового атома  $t$  таких антецедентов, такого, что теорема не имеет антецедента "актив( $t$ )", в накопитель фильтров заносится элемент "усм(актив( $t$ ))".

5. Ввод фильтров "не(контекст(усм(...)))" для блокировки избыточного вывода.

Проверяется, что тип приема - "свертка" (вывод двуместного отношения в задаче на исследование либо на доказательство), а заголовок консеквента  $K$  отличен от символа "и". Просматриваются вхождения в консеквент символов  $s$ , для которых справочник "См" усматривает заголовок идентифицирующего оператора  $P$  обрабатывающего такое условие, из которого  $K$  получается переобозначением переменных. В накопитель фильтров заносятся элементы "не(контекст(усм( $K$ )))". Дополнительно учитывается случай, когда консеквент имеет вид "не(принадлежит( $A$  интервал( $BC$ )))". Тогда в накопитель фильтров заносится элемент "не(контекст(усм(точкалуча( $A B C$ ))))".

6. Ввод фильтров, усматривающих отсутствие вводимой точки в приемах дополнительного построения.

Проверяется, что тип приема - "Минус" (ввод вспомогательных объектов). Находится непустой список  $S$  переменных, входящих в консеквент и не встречающихся в антецедентах. Решается задача на исследование, посылки которой суть антецеденты и конъюнктивные члены консеквента. Цели задачи - "одз", "известно", "идент". Последняя цель активировывает усмотрение исходных данных обращений к идентифицирующим операторам. После решения в посылках усматриваются два различных утверждения " $x \in \text{прямая}(AB)$ ", " $x \in \text{прямая}(CD)$ ", где переменная  $x$  принадлежит списку  $S$ . Выбирается новая переменная  $y$ , и в накопитель фильтров приема заносится элемент "не(контекст(усм( $y \in \text{прямая}(AB), y \in \text{прямая}(CD)$ ))))". В накопитель описания приема заносится элемент "точкапрямой( $x, A, B, C, D$ )", инициирующий прорисовку общей точки  $x$  прямых  $AB, CD$ .

7. Ввод фильтров, блокирующих вырожденный вывод.

Просматриваются антецеденты  $A$  и вхождения  $v$  в антецедент  $A$  логических символов  $s$ . Справочник "смпосылка" определяет по теореме, спецификации, блоку приема и данным  $A, v, s$  список фильтров  $F$ , отсекающих случаи вырождения текущего антецедента  $A$ . Ложность фильтра  $F$  означает, что применим частный случай теоремы, имеющий меньшее число переменных и антецедентов. Проверяется, что  $F$  не входит в число условий, сопровождающих по о.д.з. для какого-либо непосредственно идентифицируемого антецедента. Если тип



приема - "учетвывода" (равенство старого атома, встречающегося в невырожденных посылках, другому старому атому), то  $F$  не должно содержать символа "усм". Тогда  $F$  заносится в накопитель фильтров.

### **Вставка указателей "вывод(...)" для поддержки сопровождения по о.д.з. - для термов, полученных после применения специальных нормализаторов**

Спецификация приема содержит элемент "направл(...)", причем консеквент теоремы - равенство либо эквивалентность. Рассматривается выделенный указателем "идентификатор" антецедент вида  $x = t$ , где  $x$  - идентифицируемая переменная,  $t$  - выражение, создаваемое приемом. Рассматривается также выделенный указателем "блокпроверок" антецедент  $A$ , содержащий подтерм  $t$ . Формируется выражение  $B$ , полученное из  $A$  заменой подтерма  $t$  на переменную  $x$ . Проверяется, что среди не вошедших в список антецедентов утверждений, обеспечивающих сопровождение по о.д.з. для заменяющей части теоремы, имеется либо  $B$ , либо утверждение длины более 2. Если в накопителе описания приема нет элемента "вывод( $P \dots$ )", где среди конъюнктивных членов утверждения  $P$  содержатся все конъюнктивные члены утверждения  $B$ , то в этот накопитель заносится элемент "вывод( $B$  эквивалентно( $i$ ))". Здесь  $i$  - номер антецедента  $A$ .

### **Фильтр для несовпадения переменных, если проверяется строгое неравенство для разности этих переменных**

Если некоторый обрабатываемый проверочным оператором антецедент имеет вид  $a - b$ , где  $a, b$  - переменные, то в накопитель фильтров заносится элемент "не(равно( $a b$ ))", причем во избежание дублирования переменные в равенстве упорядочиваются лексикографически.

### **Определение ускоряющих фильтров, предвосхищающих применение проверочного оператора**

Если антецедент обрабатывается проверочным оператором  $P$ , то выполняется обращение к справочнику "быстрпроверка" на символе  $P$ . Справочнику передается вся остальная информация о приеме, и он определяет ускоряющие фильтры, отсекающие попытку проверки оператором  $P$ , если он заведомо выдаст ложный результат. Эти фильтры регистрируются в накопителе фильтров. Например, перед обращением к оператору, проверяющему различие прямых, проверяется, что обозначения прямых различны.

### **Проверка несовпадения обозначений объектов перед попыткой доказательства их различия**

Если антецедент выделен одним из указателей "усматривается", "следствие", "легковидеть" и имеет вид " $\neg(a = b)$ ", где  $a, b$  - переменные, то в накопитель фильтров заносится элемент "не(равно( $a b$ ))".

### **Устранение избыточного фильтра "входит"**

Если в накопителе фильтров имеется элемент  $F$  вида "не(входит( $x y$ ))", где  $x, y$  - переменные, причем имеется также фильтр "известно( $y$ )" и либо фильтр "неизвестная( $x$ )", либо фильтр "не(известно( $x$ ))", то фильтр  $F$  удаляется.

**Учет возможной связки переменных при наличии указателя "вхождение"**

Указатель "вхождение( $P$ )", где  $P$  - функциональная переменная, означает, что после того, как произошла идентификация теоремного термина  $P(x, t)$  с некоторым термом задачи  $T$ , внутри  $T$  рассматривается вхождение, идентифицируемое с  $t$ .  $x$  - ранее идентифицированная переменная либо список переменных. В заменяющих фрагментах теоремы запись  $P(A, B)$  далее используется для обозначения результата замены выделенного в  $T$  вхождения на  $B$ , с одновременной подстановкой вместо всех остальных (не подчиненных данному вхождению) вхождений переменной (либо переменных)  $x$  термина (либо термов)  $A$ . Допускается также использование записи  $P(A)$ , которая обозначает результат подстановки  $A$  вместо  $x$  в конъюнкцию всех утверждений из области вхождения, идентифицированного с  $t$ . Если в теореме не используется нетождественная подстановка  $A$  вместо  $x$ , то вместо  $P(x, t)$  может быть использована запись  $P(t)$ .

Если в накопителе описания приема имеется элемент (вхождение  $P$ ), причем консеквент теоремы - эквивалентность, а прием выполняет замену, то рассматривается вхождение  $v$  в заменяемую часть термина  $P(x, t)$  либо  $P(t)$ . Если в заменяющую часть входит кванторная импликация  $K$ , причем некоторый отличный от  $x$  параметр  $y$  термина  $t$ , имеющий в нем единственное вхождение, встречается в антецедентах импликации  $K$ , но не встречается в антецедентах теоремы, то выбирается новая переменная  $z$ , и в накопитель фильтров заносится элемент "не(контекст(подчинено(соответств(вхожд( $P$ ))  $z$ )) подчинено( $z$   $u$ )) символ( $z$  длялюбогосуществует класс отображение) пересекаются(связприставка( $z$   $y$ )))". Здесь  $u$  - указатель вхождения  $v$ .

**Ограничение на одновременное обращение переменных в единицы**

По указателям "единица", "знаменатель", имеющимся в накопителе описания приема, составляется список  $S$  троек  $(x, Z, e)$ , где  $e$  - единица для переменной  $x$ ,  $Z$  - набор знаков, которые могут передаваться переменной  $x$  от внешних операций. Проверяется, что тип приема отличен от символов "константа" (переход от параметрического задания класса к непосредственному), "переучет" (попытка использовать специальный оператор для упрощения константного выражения), "элементномер" (усмотрение связи между константами, позволяющей выполнить упрощение), "непрерывно" (стандартизация ответа с помощью приближенных вычислений), "выводсимвола" (группировка относительно заданного сложного выражения с неизвестными в корневом операнде условия задачи на описание либо посылки задачи на исследование), "меньшеилиравно" (приведение подобных членов с числовыми атомами при ограничениях на типы атомов коэффициентов), "разность" (усмотрение истинности либо ложности условия задачи на описание с помощью пакетного синтезатора), "пересечение" (усмотрение истинности либо ложности подутверждения условия с помощью непосредственных вычислений), "нормдуга" (усмотрение ложности посылки с помощью непосредственных вычислений), "транзитоперанд" (группировка под оператор "класс"). Затем выполняется обращение к процедуре "огрединиц". Ее входные данные - теорема приема, спецификация, блок приема и список  $S$ . Результатом работы процедуры служит набор  $M$  всех минимальных по включению подмножеств переменных из  $S$ , для которых недопустимо (ввиду потери смысла выполняемых приемом действий) одновременное обращение в свои единицы. Процедура "огрединиц" достаточно важна и будет приведена ниже.

Если в накопителе фильтров имеется элемент вида "или(не(известно( $x_1$ ))) ... не(из-

вестно( $x_n$ ))", причем в  $M$  встречается множество  $m$ , включающее все переменные  $x_1, \dots, x_k$ , то это множество исключается из списка  $M$ .

Если в  $M$  встречается одноэлементное подмножество  $\{x\}$ , то в накопителе описания приема находится элемент "единица(...)", содержащий  $x$ , и переменная  $x$  исключается из этого элемента. Если других переменных не осталось, элемент "единица" удаляется. Указанное одноэлементное подмножество из  $M$  исключается, причем из всех оставшихся элементов исключается переменная  $x$ .

Для каждого элемента " $\{x_1, \dots, x_k\}$ " набора  $M$  находятся соответствующие тройки " $(x_i, Z_i, e_i)$ " списка  $S$ , и в накопитель фильтров заносится элемент "или(не(заголовок( $x_1 e_1$ )) ... не(заголовок( $x_k e_k$ )))".

### Обращение к оператору "учетприема"

Если накопитель фильтров пуст, а в накопителе описания приема имеются лишь нормализаторы, то в накопитель описания приема добавляется элемент "пусто" - для корректной работы интерфейса.

Затем в блок приема заносится элемент (адресузла 0), и предпринимается обращение к оператору "учетприема".

### Оператор "огрединиц"

Обращение к оператору имеет вид "огрединиц( $x_1 x_2 x_3 x_4 x_5$ )", где  $x_1$  - теорема приема,  $x_2$  - спецификация приема,  $x_3$  - блок приема,  $x_4$  - список троек (переменная - список возможных передаваемых ей извне знаков - допускаемое для нее единичное значение). Выходной переменной  $x_5$  присваивается набор всех минимальных по включению подмножеств переменных из  $x_4$ , для которых недопустимо одновременное обращение в "свои" единицы.

Программу оператора "огрединиц" можно найти в разделе "Синтез приемов" - "Цикл создания приема по спецификации (Компилятор спецификаций)" - "Процедура ФИЛЬТРЫПРИЕМА" - "Оператор ОГРЕДИНИЦ" оглавления программ.

Рассматриваются следующие случаи:

1. В спецификации приема имеется элемент "направл(...)", причем список  $S$  переменных, встречающихся в заменяемой части и не встречающихся в заменяющей, непуст. Тогда составляется список  $P$  всех четверок списка  $x_4$ , у которых первый элемент принадлежит  $S$ . Если список  $P$  имеет ту же длину, что и список  $S$ , причем он короче списка  $x_4$ , то предпринимается рекурсивное обращение к процедуре "огрединиц", в котором вместо  $x_4$  берется список  $P$ . Результат рекурсивного обращения выдается как окончательный результат.
2. Тип приема - один из символов "стандравно" (выражение координатных наборов через численные параметры), "Синус" (выражение координатных наборов через известные параметры). Для некоторой тройки  $(x, Z, e)$  из набора  $x_4$  существует вхождение переменной  $x$  в консеквент теоремы, являющееся операндом логического символа - названия каких-либо координат. Тогда предпринимается рекурсивное обращение к оператору "огрединиц", в котором данная тройка из набора  $x_4$  исключена. К результату добавляется одноэлементное множество, образованное переменной  $x$ .

Перед выполнением дальнейших действий устанавливается ограничитель трудоемкости в 150000000 шагов работы интерпретатора. По исчерпанию данного лимита в качестве ответа выдается пустой список. Использование такого ограничителя связано с тем, что при большом числе переменных возможен (но лишь в редких случаях) трудоемкий перебор их подмножеств, воспринимаемый как зависание программы.

3. Составляется список  $X$  всех переменных, упоминаемых в наборе  $x4$ , а также список  $E$  единиц данных переменных. Определяется набор  $A$  результатов подстановки в antecedentes теоремы единиц  $E$  вместо переменных  $X$ , обработанных оператором "упрощединица". Последний оператор устраняет константные операнды, играющие роль единицы либо нуля, и выполняет ряд других простых упрощений. Он реализован на ЛОСе и применяет справочники "единица", "ноль".

Определяется результат  $B$  подстановки единиц  $E$  вместо переменных  $X$  в консеквент. Если в списке  $A$  имеется равенство  $x = t$ , где  $x$  - переменная, не входящая в терм  $t$  и в прочие antecedentes, то это равенство удаляется из списка  $A$ , в выражение  $B$  вместо переменной  $x$  подставляется  $t$ , а результат обрабатывается нормализаторами общей стандартизации относительно  $A$ . Иначе  $B$  лишь обрабатывается оператором "упрощединица".

Далее проверяется выполнение хотя бы одного из следующих условий:

- (a) В списке  $A$  имеется равенство  $x = t$ , где  $x$  - переменная, не входящая в  $t$ , но встречающаяся в некотором другом утверждении  $D$  списка  $A$ . Определяется результат  $D'$  подстановки  $t$  вместо  $x$  в терм  $D$ . Определяется результат  $B'$  такой же подстановки в  $B$ . Термы  $D'$  и  $B'$  совпадают.
- (b) Терм  $B$  встречается в списке  $A$ .
- (c) Терм  $B$  имеет заголовок "истина".
- (d) Терм  $B$  - эквивалентность двух равенств  $t_1 = s$  и  $t_2 = s$ . В списке  $A$  имеется равенство  $t_1 = t_2$ .
- (e) Терм  $B$  - равенство либо эквивалентность с совпадающими частями.
- (f) Прием относится к проверочному оператору, причем результата обработки оператором "станд" терма  $B$  содержится среди результатов обработки таким оператором термов списка  $A$ .
- (g) Рассматривается подтерм  $T$  консеквента, получаемый отбрасыванием внешних одноместных операций и отношений, а также двуместных операций и отношений, один из операндов которых константный. Составляется непустой список  $S$  всех максимальных подвыражений корневых операндов терма  $T$ . В этом списке находится подвыражение  $R$  наибольшей сложности, имеющее параметр из списка  $X$ . При подстановке единиц  $E$  вместо переменных  $X$  в терм  $R$  и обработки результата оператором "упрощединица" получается терм меньшей сложности.

Если ни одно из этих условий не выполнено, то процедура "сохртип" определяет по упрощенным после подстановки единиц набору antecedentes  $A$ , консеквенту  $B$ , спецификации приема, заголовку приема и блоку приема, что сохраняется

определяемый спецификацией смысл преобразования. Затем выдается результат  $x_5$  - пустой список. Процедура "сохртип" будет описана ниже.

Если результат обращения к процедуре "сохртип" негативный либо хотя бы одно из приведенных выше условий выполнено, то последовательно рассматриваются подмножества списка  $x_4$ , полученные из него удалением одной из переменных. Для каждого такого подмножества происходит рекурсивное обращение к оператору "огрединиц", и все результаты обращений объединяются в список  $M$ . Если список  $M$  оказался пуст, то в качестве результата переменной  $x_5$  присваивается одноэлементный набор, состоящий из списка  $X$ . Иначе результатом служит список  $M$ .

### Оператор "сохртип"

Обращение к оператору имеет вид "сохртип( $x_1$   $x_2$   $x_3$   $x_4$   $x_5$ )", где  $x_1$ ,  $x_2$  - набор antecedентов и консеквент, возникшие после подстановки единиц в теорему приема.  $x_3$  - спецификация приема,  $x_4$  - его заголовок,  $x_5$  - блок приема. Если сохраняется определяемый спецификацией смысл преобразования, то оператор истинен, иначе - ложен.

Если выполнено хотя бы одно из приводимых ниже условий, то оператор "сохртип" ложен:

1. Список  $x_1$  непуст. При решении вспомогательной задачи на исследование с посылками  $x_1$ , имеющей цель "противоречие", обнаруживается посылка "ложь".
2. Прием относится к нормализатору. Консеквент - равенство, заменяющая часть которого константная и имеет заголовок "разборслучаев".
3. В консеквенте встречается подвыражение вида "вычет( $a$ , 1)".
4. Консеквент - равенство либо эквивалентность. Тип приема - один из символов "блокфрагментов" (попытка группировки в условии задачи на преобразование для последующего сокращения), "элементномер" (усмотрение связи между константами, позволяющей выполнить упрощение). Рассматривается результат  $S$  обработки antecedентов теоремы, пополненных необходимыми для сопровождения консеквента по о.д.з. утверждениями, оператором "нормантецеденты" относительно параметров консеквента. Если в этом результате содержится константа "ложь", то условие данного пункта считается выполненным. Иначе рассматриваются имеющиеся в списке  $S$  равенства вида  $x = t$ , где  $x$  - переменная,  $t$  - константное выражение, и консеквент последовательно преобразуется путем подстановок  $t$  вместо  $x$ . Устраняются вложенные ассоциативно-коммутативные операции, если они есть. Результат  $K$  обрабатывается оператором "упрощеница". Заменяемая часть  $R$  терма  $K$  обрабатывается нормализаторами общей стандартизации относительно  $S$ , что приводит к терму  $R'$ . Результаты обработки оператором "станд" термов  $R, R'$  различаются. Смысл данной проверки состоит в том, что после подстановки в теорему единиц заменяемая часть оказалась нереализуемой - в задачах термы такого вида не возникают, так как изменяются при общей стандартизации.

5. Прием не имеет спецификации (список  $x3$  пуст). Рассматривается результат  $S$  пополнения списка антецедентов утверждениями, необходимыми для сопровождения консеквента по о.д.з. Создается импликация с антецедентами  $S$  и консеквентом  $x2$ . Она обрабатывается оператором "полныепосылки", после чего решается задача на описание, единственным условием которой служит данная импликация. Единственная посылка - константа "истина". Цели - "полный", "прямойответ", "редакция", "стандартизация", "единица", "редуцирование". Ответом задачи служит константа "истина".
6. Прием относится к проверочному оператору, причем консеквент входит в список антецедентов.

Перед рассмотрением остальных условий проверяется, что консеквент - равенство либо эквивалентность, и создается импликация с антецедентами  $x1$  и консеквентом  $x2$ . Посредством  $A$  ниже обозначается результат обработки данной импликации оператором "полныепосылки".

7. Заменяемый терм получается из заменяющего вычеркиванием части операндов некоторых операций, а также заменой неконстантных подтермов на логические символы. При этом тип приема отличен от символов "вещественнаячасть" (свертка, позволяющая сгруппировать новый терм со старым), "нормдуга" (усмотрение ложности посылки с помощью непосредственных вычислений), "разность" (усмотрение истинности либо ложности условия задачи на описание с помощью пакетного синтезатора), "пересечение" (усмотрение истинности либо ложности подутверждения условия с помощью непосредственных вычислений), "переучет" (попытка использовать специальный оператор для упрощения константного выражения), "непрерывно" (стандартизация ответа с помощью приближенных вычислений).
8. Тип приема - "тексттитра" (варьирование выражения для получения повторного вхождения) либо "префикс" (свертка константного выражения). Результат обработки консеквента теоремы нормализаторами общей стандартизации относительно утверждений, образующих сопровождение его по о.д.з., отличается от самого консеквента.
9. В заменяемом терме имеется вхождение ассоциативной и коммутативной операции, одним из операндов которой служит та же самая операция.
10. В блоке приема имеется элемент (текприем . . .), указывающий, что происходит тестирование создания уже имеющегося приема либо его доопределение. Находится число переменных  $n$  в теореме "старого" приема, и предпринимается обработка нормализаторами общей стандартизации заменяемой части импликации  $A$  относительно ее антецедентов. При этой обработке запрещается пользоваться приемами, число переменных в теореме которых не менее  $n$ . Результат обработки оказывается отличен от исходного терма. Тип приема отличен от символов "нормнеизв" (группировка относительно выражения с неизвестными), "дробныйкоэффициент" (упрощение с помощью проверки условия на константные подвыражения).

11. Аналогично предыдущему пункту, но вместо элемента (текприем ...) в блоке приема берется элемент (смтеор  $B$ ), указывающий на исходную (до подстановки единиц) теорему создаваемого прием. Число  $n$  определяется как количество переменных теоремы  $B$ .
12. Тип приема - один из символов "норм" (прием нормализатора общей стандартизации), "вычет" (перегруппировка с перенесением сложных операций на более "удобные" вхождения), "общнорм" (общая стандартизация), "уникопия" (общая стандартизация выражения, использующая явно идентифицированный антецедент для подмножества операндов ассоциативно-коммутативной операции), "указательтипа" (общая стандартизация в нормализаторе сокращенной перезаписи), "факториал" (выражение текущего координатного набора через известные параметры), "сопроводжтерм" (декомпозиция сложной операции), "контрольслучаев" (декомпозиция сложной операции для получения повторяющихся вхождений неконстантного терма), "числооперандов" (условная общая стандартизация одного утверждения), "перечни" (декомпозиция сложной операции, использующая посылку для идентификации подмножества операндов ассоциативно-коммутативной операции), "упрощение" (исключение сложной операции с помощью тождеств из контекста). Импликация  $A$  обрабатывается оператором "характеризатор". В полученном списке характеристик нет элементов с заголовками "нормализация", "общнорм", "декомпозиция", относящихся к направлению замены, определяемому заголовком приема.
13. Тип приема - один из символов "левпозиция" (сокращенная переформулировка выражений при завершающем редактировании), "блокфрагментов" (попытка группировки в условии задачи на преобразование для последующего сокращения), "внешоперанд" (корневая свертка условия задачи на преобразование), "Бинарнаяоперация" (группировка уникальных известных подвыражений посылки), "нормупростить" (прием нормализатора сокращенной перезаписи). Рассматриваются подслучаи:
  - (a) Теорема  $A$  - константное равенство, у которого заменяющая часть короче заменяемой. Тогда выход из процедуры "сохртип" по значению "истина".
  - (b) Теорема  $A$  - кванторное равенство. После обработки нормализаторами общей стандартизации заменяющей части получается выражение, отличное от исходного. При подстановке измененной заменяющей части в теорему  $A$  и обработке полученной импликации оператором "характеризатор" выдается характеристика с заголовком "нормализация" либо "свертка", причем направление ее - то же, что у заголовка синтезируемого приема. Тогда выход из процедуры "сохртип" по значению "истина".
  - (c) Если предыдущие пункты не выполнены, то предпринимается обращение к процедуре "характеризатор" для теоремы  $A$ . Если не выдается характеристика с заголовком "нормализация" либо "свертка", направление которой совпадает с определяемым заголовком приема, то выход из процедуры "сохртип" по значению "ложь".
14. Тип приема - "опредпеременная" (варьирование неизвестного подвыражения условия задачи на описание, отождествляющее его с версией, необходимой по о.д.з. другого вхождения в условие). Характеризатор не выдает для теоремы  $A$  характеристики с заголовком "варьир".

Если ни одно из перечисленных выше условий не выполнено, то выходит из процедуры "сохртип" по значению "истина".

## 2.6 Процедура "учетприема"

Процедура "учетприема" является последним звеном конвейера компилятора спецификаций. К ней обращается процедура "фильтрыприема". Обращение имеет вид "учетприема( $x_1$   $x_2$   $x_3$ )", где  $x_1$  - теорема приема,  $x_2$  - спецификация приема,  $x_3$  - блок приема. Процедура предпринимает упрощение фильтров приема и регистрирует его описание в элементе (приемы ...) блока приема.

Если в блоке приема отсутствует элемент (условие ...), то в него заносится элемент (условие пустоеслово).

Если прием относится к проверочному оператору, а в накопителе фильтров имеется элемент "уровень(1)", причем этот накопитель имеет хотя бы один другой элемент, то элемент "уровень(1)" отбрасывается.

Все элементы накопителя фильтров, представляющие собой логические символы, заменяются на однобуквенные термы.

### Обращение к процедуре "преобрфильтр" для редактирования фильтров приема

Если тип приема отличен от символа "одзооператора" (ввод ограничения на известные параметры при редактировании ответа задачи на описание), то предпринимается попытка редактирования фильтров приема при помощи оператора "преобрфильтр". Фактически, этот оператор сам является чем-то вроде решателя и распадается на множество приемов. Он будет описан ниже.

Для обращения к оператору "преобрфильтр" создаются некоторые вспомогательные структуры данных. Составляется список  $S$ , образованный термами "прием( $Z$ )", "текпеременные( $P$ )", "теорема( $T$ )". Здесь  $Z$  - заголовок приема,  $P$  - список всех использованных в нем переменных,  $T$  - теорема приема. Если заголовок приема - "первыйтерм" либо "второйтерм", причем консеквент - равенство либо эквивалентность, то в список  $S$  заносится также элемент "вид(теквхожд  $A$ )", где  $A$  - заменяемый терм теоремы.

Составляется список  $R$ , образованный логическим символом "учетприема" и парой (прием  $Q$ ), где  $Q$  - блок приема. Обозначим  $F$  содержимое накопителя фильтров приема.

Создается тройка  $(S, F, R)$  - задача на преобразование группы фильтров. Первый элемент данной тройки - описание контекста преобразования на языке фильтров ГЕНОЛОГа, пополненное специальными элементами. Второй элемент - набор фильтров, преобразуемых в данном контексте. Третий элемент - набор информационных элементов, уточняющих целевую установку преобразований.

Данная задача обрабатывается оператором "преобрфильтр", после чего содержимое накопителя фильтров приема изменяется на второй элемент задачи.



### Завершающее редактирование фильтров приема

Перечисленные ниже действия повторяются итеративно, до исчерпания возможностей.

Если в накопителе фильтров встречается конъюнкция  $A_1 \& \dots \& A_n$ , то она заменяется на группу фильтров  $A_1, \dots, A_n$ .

Если в некотором фильтре  $F$  встречается логическая константа "истина" либо "ложь", то рассматриваются следующие случаи:

1.  $F$  - логическая константа "истина". Тогда  $F$  исключается из списка фильтров.
2.  $F$  - логическая константа "ложь". Тогда происходит отказ от создания приема.
3. Логическая константа - операнд дизъюнкции. В случае константы "истина" эта дизъюнкция заменяется на "истина", иначе - операнд отбрасывается.
4. Логическая константа - операнд конъюнкции. В случае константы "ложь" эта конъюнкция заменяется на "ложь", иначе - операнд отбрасывается.
5. Логическая константа - операнд отрицания. Тогда отрицание заменяется на противоположную константу.

Если в некотором фильтре встречается символ "посылка" либо "условие", после которого не идет открывающая скобка, причем его вхождение  $v$  не корневое и не расположено непосредственно под одним из символов "входит", "вхождениетерма", "внешнийквантор", то проверяется наличие в накопителе фильтров элемента "посылка" либо "условие". В случае совпадения такого элемента с рассматриваемым символом по вхождению  $v$  размещается константа "истина", иначе - константа "ложь".

Если в некотором фильтре имеется некорневое вхождение  $v$  подтерма "тип( $t$ )", причем в накопителе фильтров существует фильтр вида "или(тип( $r_1$ ) ... тип( $r_n$ ))", где  $n \geq 1$ , то в случае  $n = 1, r_1 = t$  вхождение  $v$  заменяется на константу "истина", а в случае  $t \neq r_1, \dots, t \neq r_n$  - на константу "ложь".

Если некоторый фильтр  $F_1$  имеет заголовок, отличный от символов "или", "корень", то определяется результат  $F$  отбрасывания в нем внешнего отрицания, если таковое имелось. Находится другой фильтр  $F_2$ , подтермом которого оказывается  $F$ . Если вхождение  $v$  терма  $F$  в  $F_2$  не расположено непосредственно под одним из символов "коммент", "внешнийквантор", то при наличии у  $F_1$  заголовка "не" вхождение  $v$  заменяется на "ложь", иначе - на "истина".

### Регистрация приема в накопителе "приемы"

Если в накопителе описания приема имеется элемент "пусто", а также хоть один другой элемент, не имеющий заголовка "быстрпреобр", то элемент "пусто" удаляется. Заметим, что элемент "пусто" вводится в описание приема только из-за того, что пустое описание приема в сочетании с отсутствием фильтров приводит к отказу программы просмотра приема ГЕНОЛОГа.

Составляется список  $S$ , полученный добавлением к содержимому накопителя описания приема терма "условие(и( $F_1 \dots F_n$ ))", где  $F_1, \dots, F_n$  - содержимое накопителя

фильтров. Если накопитель фильтров пуст, то такой терм не добавляется. Если в  $S$  имеется терм "истина", то он удаляется. Если список  $S$  оказывается пустым, то он заменяется на одноэлементный набор из символа "пусто". По блоку приема определяются заголовок приема  $Z$  и его спецификация  $Q$ . В блоке приема находится элемент (приемы  $R$ ), и в набор  $R$  добавляется четверка  $(T, Z, Q, S)$ , где  $T$  - теорема приема. Это и завершает работу конвейера компилятора спецификаций.

## 2.7 Процедура "преобрфильтр"

Чтобы упрощать фильтры приемов, создана процедура "преобрфильтр".

Фильтры ГЕНОЛОГа формулируются на языке, представляющем собой смесь логического языка с техническими пометками, управляющими работой компилятора. Для преобразования их используется специальная структура данных - задача на преобразование группы фильтров ГЕНОЛОГа. Она представляет собой тройку  $(A_1, A_2, A_3)$ , где  $A_1$  - описание контекста преобразования,  $A_2$  - набор преобразуемых фильтров,  $A_3$  - набор информационных элементов, уточняющих целевую установку преобразования, а также комментариев, вводимых в процессе преобразований.

Обращение к процедуре "преобрфильтр" имеет вид "преобрфильтр( $x_1$ )", где  $x_1$  - задача на преобразование группы фильтров. Прежде, чем перейти к описанию ее работы, уточним формат элементов задачи  $x_1$ .

Описание контекста преобразования  $A_1$  состоит из группы фильтров ГЕНОЛОГа, сформулированных в тех же переменных, что и преобразуемые фильтры, а также из ряда дополнительных информационных элементов. Перечислим типы таких элементов:

1. вид(теквхожд  $A$ ) - указание на вид  $A$  терма, идентифицированного непосредственно и содержащего точку привязки приема (обычно - заменяемого терма).
2. прием( $A$ ) - указание на заголовок приема  $A$ , применяемого в рассматриваемом контексте (т.е. синтезируемого приема).
3. текпеременные( $x_1 \dots x_n$ ) - список всех переменных, использованных в описании приема.
4. теорема( $A$ ) -  $A$  есть теорема приема.
5. истинно( $A$ ) -  $A$  есть утверждение, истинное в контексте применения приема.

Заметим, что процедура "преобрфильтр" используется не только при завершающем редактировании фильтров приема, но и в ряде других случаев. Например, при создании характеристик "неизвоценка" и при подборе примеров для тестирования создаваемых приемов. Поэтому ряд приводимых ниже элементов набора  $A_3$  сейчас будет непонятен. Впрочем, это почти не скажется на понимании приемов, применяемых процедурой.

Информационные элементы набора  $A_3$ , определяющие целевую установку и вводимые при работе процедуры комментарии, бывают следующих типов:

1. свертка - блокируются преобразования, приводящие к новым дизъюнктивным конструкциям.
2. контексты - обращение при характеристизации из процедуры "контексты".
3. (неизвоценка  $A$ ) - обращение при формировании характеристик "неизвоценка" для заменяемого термина  $A$ .
4. противоречие - установка на усмотрение противоречивости условий.
5. учетприема - завершающее упрощение фильтров синтезируемого приема.
6. (минус  $A$ ) -  $A$  есть набор пар (набор фильтров  $B$  - оценка потери трудоемкости, если текущие фильтры оказываются истинными при выполнении фильтров  $B$ )
7. (прием  $A$ ) -  $A$  есть блок синтезируемого приема.
8. упрощнеизв - завершающее упрощение фильтров при создании характеристики "неизвоценка".
9. (пример  $x$ ) - требуется получить пример значения неизвестной  $x$  (терма, набора термов, задачи и т.п.)
10. (ответ  $A$ ) -  $A$  есть найденное значение неизвестной  $x$ .
11. (значение  $X A$ ) - в процессе подбора примера переменная  $X$  была отождествлена с термом  $A$ .

Перейдем к описанию программы "преобрфильтр". Выйти на нее можно через пункт "Синтез приемов" - "Цикл создания приема по спецификации (компилятор спецификаций)" - "Процедура ПРЕОБРФИЛЬТР". Пусть  $x_1 = (A_1, A_2, A_3)$  - текущая задача на преобразование группы фильтров.

Прежде всего, все элементы наборов  $A_1, A_2$ , представляющие собой логические символы, заменяются на однобуквенные термы, образованные этими символами.

Далее организуется цикл сканирования преобразуемых фильтров набора  $A_2$ . Переменная  $x_2$  - текущий уровень сканирования - иницируется нулем. Цикл сканирования заключается в последовательном просмотре вхождений  $x_3$  в список  $A_2$ . Переменной  $x_4$  присваивается фильтр по вхождению  $x_3$ . Далее предпринимаются следующие действия:

1. Если фильтр  $x_4$  - константа "истина", причем набор  $A_2$  неодноэлементный, то фильтр  $x_4$  отбрасывается.
2. Если фильтр  $x_4$  содержится в списке  $A_1$ , то он удаляется из набора  $A_2$  (в одноэлементном случае - заменяется на константу "истина").
3. Если отрицание фильтра  $x_4$  содержится в списке  $A_1$  либо в списке  $A_2$ , то  $A_2$  заменяется на одноэлементный набор, образованный константой "ложь", и завершение работы процедуры.
4. Если в списке  $A_2$  имеется другое вхождение, на котором расположен фильтр, равный  $x_4$ , то второй экземпляр фильтра удаляется.

Если хотя бы одно из перечисленных действий было выполнено (за исключением случая завершения процедуры), то текущий уровень сканирования полагается равным 0, и откат к повторному сканированию. Иначе - последовательно просматриваются вхождения  $x_5$  в фильтр  $x_4$ . Для символа  $x_6$ , расположенного по вхождению  $x_5$ , осуществляется обращение к справочнику "преобрфильтр". Ему также передаются значения  $x_1, x_3, x_5$  и  $x_2$ . Данный справочник представляет собой базу приемов, выполняющих решение задачи  $x_1$ . Эти приемы будут описаны ниже. Если какой-либо прием сработал, справочник выдает значение 1. В этом случае уровень сканирования полагается равным 0, и откат к повторному сканированию.

Если сканирование для текущего значения  $x_2$  закончилось безрезультатно, причем это значения меньше 9, то оно увеличивается на единицу, и цикл сканирования повторяется. Если  $x_2$  достигло значения 9, происходит завершение работы процедуры.

### 2.7.1 Приемы справочника "преобрфильтр"

При обращении к справочнику "преобрфильтр" ему передаются следующие входные данные:  $x_1$  - задача  $(A_1, A_2, A_3)$  на преобразование группы фильтров,  $x_2$  - вхождение текущего фильтра в список  $A_2$ ,  $x_3$  - вхождение текущего логического символа (том, на котором произошло обращение к справочнику) в текущий фильтр,  $x_4$  - текущий уровень сканирования. Если справочник изменил задачу  $x_1$ , то он выдает значение 1, иначе - значение 0. Перейдем к перечислению приемов справочника. Подтерм по вхождению  $x_3$  называем текущим термом.

#### Приемы, связанные с символом "альтернатива"

1. В контексте текущего терма "альтернатива( $a, b, c$ )" имеется фильтр "или(не( $a$ ), $b$ )". Тогда терм "альтернатива( $a, b, c$ )" заменяется на "или( $a, c$ )". Уровень срабатывания равен 1.

#### Приемы, связанные с символом "быстрпреобр"

1. Перенесение указателей нормализации в корневой список терма "контекст(...)".  
Если окрестность текущего вхождения символа "быстрпреобр" имеет вид "контекст(... или(... и(... быстрпреобр(...)) ...)) ...)", то терм "быстрпреобр(...)" извлекается из операндов конъюнкции и переносится в конец списка корневых операндов терма "контекст(...)". Уровень срабатывания равен 1.
2. Исключение неиспользуемого указателя нормализации.  
Если окрестность текущего вхождения символа "быстрпреобр" имеет вид "контекст(... быстрпреобр( $a, \dots$ ) ...)", причем терм  $a$  не имеет других вхождений в данном фильтре "контекст(...)", то терм "быстрпреобр( $a, \dots$ )" удаляется. Уровень срабатывания равен 2.

#### Приемы, связанные с символом "вид"

1. Если текущий терм имеет вид "вид( $x, f(\dots)$ )", где  $x$  - переменная, а  $f$  - символ ассоциативной и коммутативной операции, причем в в контексте текущего вхождения имеется фильтр вида "вид( $P, f(x, y)$ )", где  $y$  - переменная, выделенная указателем "единица", то текущий терм заменяется на константу "ложь".

Заметим, что указатель "единица" может оказаться в контексте текущего вхождения как элемент списка операндов термина "контекст(...)". Этот указатель означает, что компилятор будет идентифицировать  $x$  с операндом операции  $f$ , который в нормальной ситуации не должен иметь заголовка  $f$ . Уровень срабатывания равен 1.

2. Если текущий терм имеет вид "вид( $X, a$ )", где  $a$  - логический символ, то он заменяется на "символ( $X, a$ )". Уровень срабатывания равен 1.
3. Если текущий терм имеет вид "вид( $X, F(y)$ )", где  $y$  - переменная, не встречающаяся в элементах списка  $A_1$  и неповторная в надтерме "контекст(...)", то текущий терм заменяется на "символ( $X, F$ )". Уровень срабатывания равен 1.
4. Если текущий терм имеет вид "вид( $x, t$ )", причем для переменной  $x$  в контексте этого термина встречаются условия "известно( $x$ )", а также условие "не(известно( $y$ ))" для некоторой переменной  $y$  термина  $t$ , то текущий терм заменяется на константу "ложь". Уровень срабатывания равен 1.
5. Пусть текущий терм имеет вид "вид( $x, t^r$ )", причем его непосредственный надтерм - фильтр "контекст(...)". В списке  $A_1$  имеется терм "вид(теквхожд  $B$ )", причем внутри  $B$  расположен подтерм вида  $x^p$ . Если в надтерме "контекст" нет указателя "единица" для переменной  $r$ , то текущий терм заменяется на константу "ложь". Если такой указатель "единица", дающий единичное значение 1 переменной  $r$ , имеется, то текущий терм заменяется на равенство " $x = t$ ". Уровень срабатывания равен 2.
6. Если текущий терм имеет вид "вид(терм(минус( $X$ )) $A$ )", то он заменяется на "вид( $X$  минус( $A$ ))" (при необходимости двойной минус отбрасывается). Уровень срабатывания равен 2.
7. Если текущий терм имеет вид "вид(терм(плюс(...)) степень( $A B$ ))", то он заменяется на "и(равно(терм(плюс(...))  $A$ ) заголовок( $B 1$ ))". Уровень срабатывания равен 2.
8. Если в контексте текущего термина "вид( $x t$ )" имеется утверждение "сумножитель( $x, y$ )", причем переменная  $y$  входит в  $t$  и заведомо не совпадает с  $t$  (расположена внутри подтерма  $t$ , имеющего единственный корневой операнд), то текущий терм заменяется на константу "ложь". Уровень срабатывания равен 3.
9. Текущий терм имеет вид "вид( $A$  степень( $B, C$ ))". В списке  $A_1$  рассматривается элемент "вид(теквхожд  $P$ )". Внутри термина  $P$  (т.е. идентифицируемой части теоремы) обнаруживается произведение, одним из сомножителей которого является терм  $A$ , а другим - выражение вида "степень( $B Q$ )". Тогда текущий терм заменяется на константу "ложь". Уровень срабатывания равен 2.

### Приемы, связанные с символом "десчисло"

1. Если текущий терм имеет вид "десчисло(терм( $f(...)$ ))", где  $f(...)$  не имеет вида "величина(...)" или "минус(величина(...))", то этот терм заменяется на константу "ложь". Уровень срабатывания равен 1.

2. Если текущий терм имеет вид "десчисло( $x$ )", где  $x$  - переменная, встречающаяся в заменяемой части теоремы как операнд суммы либо произведения вместе с другой переменной  $y$ , для которой в контексте текущего терма имеется фильтр "десчисло( $y$ )", то текущий терм заменяется на константу "ложь". Уровень срабатывания равен 2.

### Приемы, связанные с символом "дробь"

1. Если некоторый фильтр  $F$  имеет вид "вид( $x$  дробь(...))", где  $x$  - переменная, причем в контексте данного фильтра встречается такой фильтр "вид( $P, Q$ )", что внутри  $Q$  имеется произведение с множителем  $x$ , не имеющее множителя, выделенного указателем "единица", то фильтр  $F$  заменяется на константу "ложь". Уровень срабатывания равен 1.
2. Аналогично предыдущему, но внутри  $Q$  имеется степень с основанием  $x$ , а прием преобразует уравнение. Уровень срабатывания равен 1.
3. Если некоторый фильтр  $F$  имеет вид "вид( $x$  дробь(...))", где  $x$  - переменная, то проверяется, что  $x$  идентифицируется с множителем слагаемого одной из частей уравнения. При необходимости используются переходы через другие фильтры "вид(...)". При усмотрении данного факта фильтр  $F$  заменяется на константу "ложь". Уровень срабатывания равен 1.

### Приемы, связанные с символом "заголовок"

1. Если текущий терм имеет вид "заголовок( $x, s$ )", где  $s$  - логический символ, отличный от "пустоеслово", причем в списке  $A_1$  имеется такой терм "вид( $P, Q$ )", что переменная  $x$  имеет связанное вхождение в  $Q$ , то текущий терм заменяется на константу "ложь". Уровень срабатывания равен 0.
2. Если текущий терм имеет вид "заголовок( $x, 0$ )", а в его контексте встречается фильтр "натуральное( $x$ )", то текущий терм заменяется на константу "ложь". Уровень срабатывания равен 0.
3. Если текущий терм имеет вид "заголовок( $s, r$ )", где  $s, r$  - два разных логических символа, причем  $s$  отличен от символов "корень" и "теквхожд", то текущий терм заменяется на константу "ложь". Уровень срабатывания равен 0.
4. Если текущий терм имеет вид "заголовок( $x, s$ )", причем переменная  $x$  является связанной переменной надтерма "контекст(...)", и в этом надтерме, помимо вхождения в текущий терм, встречается только в термах "единица(...)", то текущий терм и все содержащие  $x$  термы из фильтра "контекст(...)" исключаются. Уровень срабатывания равен 1.
5. Текущий терм вида "заголовок(терм( $x$ ),  $P$ )", где  $x$  - переменная, заменяется на "заголовок( $x, P$ )". Уровень срабатывания равен 1.
6. Текущий терм вида "заголовок(терм(минус( $x$ )),  $0$ )", где  $x$  - переменная, заменяется на "заголовок( $x, 0$ )". Уровень срабатывания равен 1.

7. Текущий терм имеет вид "заголовок( $T, s$ )", где  $s$  - логический символ. Обычно такой фильтр вводится вместо равенства, чтобы идентифицировать  $T$  с константой  $s$ . В контексте имеется фильтр "смнеизв( $x$ )", где  $x$  - переменная, входящая в  $T$ . Тогда текущий терм заменяется на константу "ложь". Уровень срабатывания равен 2.
8. Если текущий терм имеет вид "заголовок( $x \ 1$ )", причем переменная  $x$  встречается в заменяемой части теоремы как основание некоторой степени, то текущий фильтр заменяется на константу "ложь". Уровень срабатывания равен 0.
9. Если текущий фильтр имеет вид "заголовок( $x, a$ )", где  $a$  - константа (что распознается с помощью справочника "арность"), то происходит подстановка этой константы вместо  $x$  во всех остальных фильтрах списка  $A_2$ . Уровень срабатывания равен 1.

### Приемы, связанные с символом "и"

1. Если текущий фильтр имеет вид "и( $F_1 \dots F_n$ )", то он заменяется на группу фильтров  $F_1, \dots, F_n$ . Уровень срабатывания равен 1.
2. Если текущий терм имеет вид конъюнкции, одним из операндов которой служит другая конъюнкция, то внутренняя конъюнкция заменяется во внешней на группу своих операндов. Уровень срабатывания равен 1.
3. Текущий терм - дизъюнкция, имеющая члены "и( $P, Q$ )" и "и( $P, R$ )". Проверяется, что этот терм не расположен внутри терма "числатомы(...)" и что список  $A_3$  не имеет элемента "свертка". Тогда указанные дизъюнктивные члены заменяются на "и( $P$  или( $Q, R$ ))". Уровень срабатывания равен 3.
4. Если текущий терм - конъюнкция, имеющая два одинаковых операнда, то один из них удаляется. Уровень срабатывания равен 1.
5. Если текущий терм - конъюнкция, имеющая два противоположных операнда, то он заменяется на константу "ложь". Уровень срабатывания равен 1.
6. Если текущий терм - конъюнкция, имеющая члены "или( $P, Q$ )" и "или( $P, R$ )", то указанные члены заменяются на "или( $P$  и( $Q, R$ ))". Уровень срабатывания равен 5.
7. Если текущий терм - конъюнкция, членами которой служат две дизъюнкции  $D_1, D_2$ , причем  $D_2$  получается из дизъюнкции  $D_1$  отбрасыванием части ее членов, то дизъюнкция  $D_1$  удаляется. Уровень срабатывания равен 5.
8. Если текущий терм - конъюнкция, некоторый конъюнктивный член которой встречается в ее контексте, то он удаляется из конъюнкции. Уровень срабатывания равен 1.
9. Если текущий терм - конъюнкция, причем отрицание некоторого ее конъюнктивного члена встречается в контексте текущего терма, то этот терм заменяется на константу "ложь". Уровень срабатывания равен 1.

10. Если текущий терм - конъюнкция, имеющая члены вида " $P \vee Q$ " и " $Q \& R \vee \neg(R) \& S$ ", то эти члены заменяются на " $(Q \& R \vee \neg(R) \& S \& P)$ ". Уровень срабатывания равен 5.
11. Если текущий терм - конъюнкция, имеющая члены вида " $(P \& Q \vee \neg(P) \& R)$ " и " $P \& S \vee \neg(P) \& T$ ", то эти члены заменяются на " $(P \& Q \& S \vee \neg(P) \& R \& T)$ ". Уровень срабатывания равен 5.
12. Если текущий терм - конъюнкция, являющаяся корневым операндом фильтра "контекст(...)", то она заменяется в данном фильтре на совокупность своих конъюнктивных членов. Уровень срабатывания равен 1.
13. Если текущий терм - конъюнкция, причем в ее контексте встречается такая дизъюнкция, что совокупность отрицаний ее дизъюнктивных членов - подмножество конъюнктивных членов текущего терма, то этот терм заменяется на константу "ложь". Уровень срабатывания равен 1.
14. Если текущий терм - конъюнкция, причем некоторый ее конъюнктивный член  $t$  встречается в другом конъюнктивном члене  $r$ , то вхождение  $t$  в  $r$  заменяется на константу "истина". Уровень срабатывания равен 1.

### Приемы, связанные с символом "известно"

1. Если текущий терм имеет вид "известно( $u$ )", где  $u$  - указатель фикс(...) вхождения в теорему приема некоторого терма  $T$ , причем все переменные терма  $T$ , кроме единственной переменной  $x$ , уже охарактеризованы другими фильтрами как известные, то текущий терм заменяется на "известно( $x$ )". Для функциональных переменных  $x$  преобразование не выполняется. Уровень срабатывания равен 1.
2. Если текущий терм имеет вид "известно(терм( $P$ ))", причем в списке  $A_3$  нет элемента "учетприема", указывающего, что происходит завершающее редактирование фильтров синтезируемого приема, то данный терм заменяется на конъюнкцию фильтров "известно( $x$ )" для всех свободных переменных  $x$  терма  $P$ . Уровень срабатывания равен 1.
3. Если текущий терм имеет вид "известно( $P$ )", причем в его контексте встречается один из фильтров "десчисло( $P$ )", "натуральное( $P$ )", "целое( $P$ )", то текущий терм заменяется на константу "истина". Уровень срабатывания равен 1.
4. Если текущий терм "известно( $P$ )" является дизъюнктивным членом дизъюнкции, имеющей также дизъюнктивный член "десчисло( $P$ )", то последний отбрасывается. Уровень срабатывания равен 1.
5. Если встречается дизъюнкция вида "десчисло( $P$ ) &  $Q \vee$  известно( $P$ ) &  $R \vee \dots$ ", причем из истинности фильтра  $Q$  оператор "Усмфильтр" усматривает истинность фильтра  $R$ , то дизъюнктивный член "десчисло( $P$ ) &  $Q$ " отбрасывается. Заметим, что оператор "Усмфильтр" использует обращение к оператору "преобрфильтр" для задачи на преобразование группы фильтров, контекст которой пополнен в данном случае фильтром  $Q$ . Уровень срабатывания равен 5.



6. Текущий терм - "известно( $x$ )", где  $x$  - переменная. В списке  $A_3$  встречается элемент (неизвоценка  $P$ ), указывающий, что обращение к процедуре "преобр-фильтр" имеет место при формировании характеристики "неизвоценка", причем  $P$  - заменяемый терм. Переменная  $x$  встречается в  $P$ . Составляется список  $S$  всех переменных  $y$ , для которых в контексте текущего терма существует фильтр "известно( $y$ )". Если  $S$  включается в список параметров терма  $P$ , причем количество отличных от  $x$  и не вошедших в  $S$  переменных терма  $P$  меньше двух, то текущий терм заменяется на константу "ложь". Это делается ввиду того, что замена с единственной неизвестной снабжается другими характеристиками. Уровень срабатывания равен 5.
7. Если в контексте текущего терма "известно( $P$ )" встречается фильтр "смнеизв( $P$ )", то текущий терм заменяется на константу "ложь". Уровень срабатывания равен 5.
8. Пусть текущий терм имеет вид "известно( $P$ )" либо "известно(терм( $P$ ))", причем теорема имеет среди своих антецедентов выделенное указателем "идентификатор" равенство " $P = Q$ ". Если для каждого параметра  $x$  терма  $Q$  в контексте текущего терма имеется фильтр "известно( $x$ )", то текущий терм заменяется на константу "истина". Уровень срабатывания равен 1.

### Приемы, связанные с символом "или"

1. Если текущий терм представляет собой дизъюнкцию, причем в его контексте содержится другая дизъюнкция, множество членов которой - подмножество множества дизъюнктивных членов текущего терма, то текущий терм заменяется на константу "истина". Уровень срабатывания равен 1.
2. Если текущий терм - дизъюнкция, имеющая повторное вхождение некоторого своего члена, то оно удаляется. Уровень срабатывания равен 1.
3. Если текущий терм имеет вид дизъюнкции, одним из операндов которой служит другая дизъюнкция, то внутренняя дизъюнкция заменяется во внешней на группу своих операндов. Уровень срабатывания равен 1.
4. Если текущий терм - дизъюнкция, причем некоторый ее дизъюнктивный член встречается в контексте текущего терма, то этот терм заменяется на константу "истина". Уровень срабатывания равен 1.
5. Если текущий терм - дизъюнкция, причем отрицание некоторого дизъюнктивного члена встречается в ее контексте, то этот член удаляется из дизъюнкции. Уровень срабатывания равен 1.
6. Если текущий терм - дизъюнкция, имеющая дизъюнктивные члены  $\neg(P) \& Q$  и  $P$ , то первый из них заменяется на  $Q$ . Уровень срабатывания равен 3.
7. Если текущий терм - дизъюнкция, имеющая своим дизъюнктивным членом  $P$  конъюнкцию, некоторый конъюнктивный член которой совпадает с другим дизъюнктивным членом дизъюнкции, то  $P$  удаляется. Уровень срабатывания равен 2.

8. Если текущий терм - дизъюнкция, имеющая своими дизъюнктивными членами две конъюнкции, одна из которых получается из другой отбрасыванием части операндов, то более длинная конъюнкция удаляется. Уровень срабатывания равен 5.
9. Если текущий терм - дизъюнкция, имеющая дизъюнктивные члены  $P \& Q$  и  $P \& \neg(Q)$ , то они заменяются на  $P$ . Уровень срабатывания равен 2.
10. Если текущий терм - дизъюнкция, имеющая дизъюнктивный член вида  $P \& Q$ , а также другой дизъюнктивный член, в котором выделяется собственный подтерм - конъюнкция вида  $P \& \neg(Q)$ , то последняя конъюнкция заменяется на  $P$ . Здесь  $P$  может состоять из нескольких конъюнктивных членов; утверждение  $Q$  - иметь своим заголовком отрицание. Уровень срабатывания равен 2.
11. Если текущий терм - дизъюнкция, имеющая дизъюнктивные члены  $P \& Q$ ,  $P \& R$ , то они заменяются на  $P \& (Q \vee R)$ . Уровень срабатывания равен 5.
12. Если текущий терм - дизъюнкция, имеющая дизъюнктивные члены "известно( $A$ ) &  $\neg$ (десчисло( $A$ )) &  $B$ ", "десчисло( $A$ ) &  $B$ ", то они заменяются на "известно( $A$ ) &  $B$ ". Уровень срабатывания равен 2.
13. Если текущий терм - дизъюнкция, имеющая дизъюнктивные члены "числатомы( $A, B_1$ )" и "числатомы( $A, B_2$ )", то они заменяются на "числатомы( $A, B_1 \vee B_2$ )". Уровень срабатывания равен 2.
14. Если текущий терм - дизъюнкция, расположенная внутри другой дизъюнкции, причем текущий фильтр не содержит символа "тип", то операнды текущего терма упорядочиваются лексикографически. Уровень срабатывания равен 7.
15. Текущий терм - дизъюнкция, имеющая своим дизъюнктивным членом конъюнкцию  $K$ . Среди операндов конъюнкции  $K$  нет дизъюнкции. Оператор "Усм-фильтр" усматривает, что некоторый другой дизъюнктивный член текущего терма является следствием контекста этого терма и конъюнктивных членов конъюнкции  $K$ . Тогда дизъюнктивный член  $K$  отбрасывается. Уровень срабатывания равен 6.
16. Текущий терм - дизъюнкция, имеющая дизъюнктивные члены  $\neg(A) \& (B \vee C)$  и  $A \& B$ . Они заменяются на  $\neg(A) \& C$  и  $B$ . Уровень срабатывания равен 3.
17. Текущий фильтр - дизъюнкция вида  $A \& B \vee \neg(A) \& C$ . Имеется другой фильтр вида  $A \& D \vee \neg(A) \& E$ . Эти фильтры заменяются на  $A \& B \& D \vee \neg(A) \& C \& E$ . Уровень срабатывания равен 5.
18. Текущий фильтр - дизъюнкция  $A \vee B$ . Имеется другой фильтр вида  $A \vee C$ . Эти фильтры заменяются на  $A \vee (B \& C)$ . Уровень срабатывания равен 5.

### Приемы, связанные с символом "истина"

1. Если текущий фильтр - "истина", то он удаляется.
2. Если текущий терм "истина" - операнд конъюнкции, то он отбрасывается.
3. Если текущий терм "истина" - операнд отрицания, то это отрицание заменяется на "ложь".

4. Если текущий терм "истина" - операнд дизъюнкции, то дизъюнкция заменяется на "истина".
5. Если текущий терм "истина" - операнд символа "контекст", то он исключается из операндов.

### Приемы, связанные с символом "контекст"

1. Если текущий терм имеет вид "контекст(...)", причем в списке  $A_1$  встречается фильтр "контекст(...)", из которого текущий терм получается переобозначением его связанных переменных (т.е. не указанных в элементе "текпеременные(...)" списка  $A_1$ ), то текущий терм заменяется на константу "истина". Уровень срабатывания равен 1.
2. Если текущий терм имеет вид "контекст(...)", причем в списке  $A_1$  встречается фильтр "не(контекст(...))", из первого операнда которого текущий терм получается переобозначением его связанных переменных (т.е. не указанных в элементе "текпеременные(...)" списка  $A_1$ ), то текущий терм заменяется на константу "ложь". Уровень срабатывания равен 1.
3. Список  $A_3$  не содержит элемента "учетприема". Текущий терм имеет вид "контекст( $Q_1 \dots Q_n$ )", причем он не имеет связанных (отсутствующих в элементе "текпеременные(...)" списка  $A_1$ ) переменных. Ни один из термов  $Q_1, \dots, Q_n$  не имеет заголовка "подтерм" либо "вид". Тогда текущий терм заменяется на " $Q_1 \& \dots \& Q_n$ ". Уровень срабатывания равен 2.
4. Список  $A_3$  не содержит элемента "учетприема". Текущий терм имеет вид "контекст(или( $Q_1 \dots Q_n$ ))". Список  $Q_1, \dots, Q_n$  разбивается на список  $P_1, \dots, P_m$  всех термов, переменные которых содержатся в терме "текпеременные(...)" из списка  $A_1$ , и список  $R_1, \dots, R_k$  остальных термов. Если  $m > 0$ , то текущий терм заменяется на "или( $P_1 \dots P_m$ контекст(или( $R_1 \dots R_k$ )))". Уровень срабатывания равен 2.
5. Список  $A_3$  не содержит элемента "учетприема". Текущий терм имеет вид "контекст( $Q_1 \dots Q_n$ )". Те  $Q_i$ , которые представляют собой указатель "единица(...)" либо "заменазнака(...)", причем их переменные не встречаются в других  $Q_j$ , удаляются. Уровень срабатывания равен 2.
6. Текущий терм имеет вид "контекст( $Q_1 \dots Q_n$ )". Он расположен в конъюнктивном члене внешней конъюнкции, имеющей другим своим конъюнктивным членом отрицание некоторого  $Q_i$ . Тогда текущий терм заменяется на константу "ложь". Уровень срабатывания равен 1.
7. Текущий терм имеет вид "контекст(...)". Он расположен под отрицанием, а это отрицание является конъюнктивным членом  $K$  некоторой конъюнкции, не расположенной внутри терма с заголовком "контекст". Данная конъюнкция имеет другой конъюнктивный член  $K'$  вида "не(контекст(...))". Терм  $K'$  получен из  $K$  переобозначением переменных, не входящих в теорему приема. Тогда  $K'$  заменяется на константу "истина". Уровень срабатывания равен 3.

**Приемы, связанные с символом "легковидеть"**

1. Если в текущем фильтре выделяется подтерм вида " $(\text{легковидеть}(P) \ \& \ Q) \ \vee \ \text{легковидеть}(\neg(P))$ ", то он заменяется на " $Q \ \vee \ \text{легковидеть}(\neg(P))$ ". Уровень срабатывания равен 1.
2. Текущий терм имеет вид " $\text{легковидеть}(P)$ ". Составляется список  $S$  всех таких утверждений  $Q$ , что в списке  $A_1$  встречается терм " $\text{истинно}(Q)$ " либо " $\text{легковидеть}(Q)$ ". Если при помощи задачи на доказательство удастся усмотреть, что  $P$  - следствие посылок  $S$ , то текущий терм заменяется на константу "истина". При решении задачи вводится ограничитель трудоемкости. Уровень срабатывания равен 2.

**Приемы, связанные с символом "ложь"**

1. Если текущий фильтр - "ложь", то весь список  $A_2$  заменяется на одноэлементный набор, состоящий из термина "ложь".
2. Если в текущем фильтре встречается терм с заголовком "контекст" либо "и", либо "истинно", некоторый корневой операнд которого - символ "ложь", то этот терм заменяется на константу "ложь".
3. Если в текущем фильтре встречается терм " $\text{не}(\text{ложь})$ ", то он заменяется на "истина".
4. Если в текущем фильтре встречается дизъюнкция с операндом "ложь", то этот операнд исключается.

**Приемы, связанные с символом "натуральное"**

1. Если текущий терм имеет вид " $\text{натуральное}(\text{терм}(P))$ ", где  $P$  - неоднобуквенный терм, не имеющий вида " $\text{величина}(\dots)$ ", то он заменяется на константу "ложь". Уровень срабатывания равен 1.
2. Если текущий терм имеет вид " $\text{натуральное}(\text{терм}(P))$ ", где  $P$  - десятичная запись натурального числа, то он заменяется на константу "истина". Уровень срабатывания равен 1.

**Приемы, связанные с символом "не"**

1. Если текущий терм - отрицание дизъюнкции, то он преобразуется в конъюнкцию отрицаний. Уровень срабатывания равен 1.
2. Текущий терм имеет вид " $\text{не}(\text{контекст}(B_1 \dots B_n))$ ". Среди термов  $B_1, \dots, B_n$  выделяются термы вида " $\text{вид}(x_1 \ t_1)$ ", ..., " $\text{вид}(x_k \ t_k)$ ", причем  $x_1, \dots, x_k$  - попарно различные переменные. В контексте текущего термина имеется терм вида " $\text{не}(\text{контекст}(C_1 \dots C_m))$ ". Среди термов  $C_1, \dots, C_m$  выделяются термы вида " $\text{вид}(y_1 \ r_1)$ ", ..., " $\text{вид}(y_s \ r_s)$ ", причем  $y_1, \dots, y_s$  - попарно различные переменные, содержащиеся в списке  $x_1, \dots, x_k$ . Пусть  $y_i = x_{j_i}; i = 1, \dots, s$ . Рассматривается список  $Z$  переменных термов  $r_1, \dots, r_s$ , не входящих в теорему приема. Проверяется, что он непуст. При помощи процедуры "идентификация" определяется подстановка  $S$  вместо переменных  $Z$ , переводящая термы  $r_i$  в

$t_{j_i}; i = 1, \dots, s$ . Этой процедуре передаются все указатели "единица" и "заменазнака" из списка  $C_1, \dots, C_m$ . Вводится вспомогательная задача  $(D_1, D_2$ , пустое слово) на преобразование группы фильтров. У нее  $D_1$  - все отличные от фильтра "не(контекст( $C_1 \dots C_m$ ))" элементы списка  $A_1$ , а также все элементы списка  $B_1, \dots, B_n$ , не имеющие заголовков "вид", "единица", "заменазнака".  $D_2$  - результаты применения подстановки  $S$  ко всем элементам списка  $C_1, \dots, C_m$ , не имеющим заголовков "вид", "единица", "заменазнака". Проверяется, что процедура "преобрфильтр" преобразует группу фильтров  $D_2$  в константу "истина". После этого текущий терм заменяется на константу "истина". Уровень срабатывания равен 3.

3. Если текущий терм имеет вид "не(истинно( $P$ ))", то он преобразуется в "истинно(не( $P$ ))". Уровень срабатывания равен 1.
4. Если текущий терм имеет вид отрицания конъюнкции, то он преобразуется в дизъюнкцию отрицаний. Уровень срабатывания равен 1.
5. Если текущий терм имеет вид "не( $P$ )", причем он является операндом дизъюнкции, некоторый другой операнд которой равен  $P$ , то данная дизъюнкция заменяется на константу "истина". Уровень срабатывания равен 1.

### Приемы, связанные с символом "Неизв"

Напомним, что фильтры с заголовками "Неизв", "неизв", "внешнеизв" встречаются в приемах для вывода следствий в посылках задачи на исслюдование, имеющей цель "известно" (обычно - в задачах на вычисление по планиметрии). Они характеризуют связь переменных задачи с численными неизвестными внешней задачи на описание. Фильтр "Неизв" соответствует наиболее слабой из указанных трех версий такой связи. Поэтому, если в текущем фильтре обнаруживается дизъюнкция, одним из членов которой служит терм "Неизв( $t$ )", а другим - "неизв( $t$ )" либо "внешнеизв( $t$ )", то другой член отбрасывается.

### Приемы, связанные с символом "операнд"

1. Если в текущем фильтре встречается дизъюнкция, имеющая среди своих дизъюнктивных членов термы "контекст(операнд( $x$  теквхожд) символ( $x s_1 \dots s_n$ ))" и "контекст(операнд( $y$  теквхожд) символ( $y r_1 \dots r_m$ ))", то эти дизъюнктивные члены заменяются на "контекст(операнд( $x$  теквхожд) символ( $x s_1 \dots s_n r_1 \dots r_m$ ))".
2. Если в текущем фильтре встречается дизъюнкция, имеющая среди своих дизъюнктивных членов термы "контекст(операнд( $x$  теквхожд) операнд( $x y$ ) $P_1 \dots P_n$ )", "контекст(операнд( $z$  теквхожд) операнд( $z v$ ) $Q_1 \dots Q_m$ )", то эти дизъюнктивные члены заменяются на "контекст(операнд( $x$  теквхожд) операнд( $x y$ ) ( $P_1 \& \dots \& P_n \vee Q'_1 \& \dots \& Q'_m$ ))", где  $Q'_j$  - результат замены в  $Q_j$  переменных  $z, v$  на  $x, y$ .
3. Если текущий фильтр имеет вид "не(контекст(операнд( $x$  теквхожд) символ( $x s_1 \dots s_n$ )))", а некоторый другой фильтр списка  $A_2$  - вид "не(контекст(операнд(

$y$  теквхожд) символ( $y r_1 \dots r_m$ ))", то текущий фильтр заменяется на "не(контекст(операнд( $x$  теквхожд) символ( $x s_1 \dots s_n r_1 \dots r_m$ )))", а другой фильтр удаляется.

4. Если текущий фильтр имеет вид "операнд( $x, y$ )", а в его контексте встречается фильтр "вид( $x f(\dots y \dots)$ )", где  $f$  - логический символ, то текущий фильтр удаляется.

### Приемы, связанные с символом "подтерм"

1. Если в текущем фильтре встречается дизъюнкция, имеющая среди своих дизъюнктивных членов термы "контекст(подтерм( $P$ (теквхожд)))", "контекст(подтерм( $Q$ (теквхожд)))", то эти дизъюнктивные члены заменяются на фильтр "контекст(операнд( $x$  теквхожд) символ( $x P Q$ ))". Здесь  $P, Q$  - логические символы,  $x$  - новая переменная. Уровень срабатывания равен 1.
2. Если в текущем фильтре встречается дизъюнкция, имеющая среди своих дизъюнктивных членов термы "контекст(подтерм( $P$ (теквхожд)))", "контекст(операнд( $x$  теквхожд) символ( $x Q_1 \dots Q_n$ ))", то эти дизъюнктивные члены заменяются на фильтр "контекст(операнд( $x$  теквхожд) символ( $x Q_1 \dots Q_n P$ ))". Уровень срабатывания равен 1.
3. Текущий фильтр имеет подтерм "контекст(подтерм( $P(x_1 \dots x_n$  теквхожд)))". Проверяется, что  $P$  - коммутативная операция, а переменные  $x_1, \dots, x_n$  нигде более не встречаются. Тогда данный подтерм заменяется на "контекст(операнд( $x$  теквхожд) символ( $x P$ ))". Уровень срабатывания равен 1.
4. Если в текущем фильтре встречается дизъюнкция, имеющая среди своих дизъюнктивных членов термы "контекст(подтерм( $P$ (теквхожд  $x$ )))", "контекст(подтерм( $P(y$  теквхожд)))", где переменные  $x, y$  не встречаются в термах списка  $A_1$ , то эти дизъюнктивные члены заменяются на фильтр "контекст(операнд( $x$  теквхожд) символ( $x P$ ))". Уровень срабатывания равен 1.
5. Если в текущем фильтре встречается дизъюнкция, имеющая среди своих дизъюнктивных членов термы "контекст(подтерм( $P(\dots$  теквхожд  $\dots)$ )", "контекст(операнд( $x$  теквхожд) символ( $x \dots P \dots$ ))", то первый из этих термов отбрасывается. Уровень срабатывания равен 1.
6. В текущем фильтре встречается дизъюнкция, имеющая среди своих дизъюнктивных членов термы "контекст(подтерм( $F$ )  $B_1 \dots B_n$ )", "контекст(подтерм( $G$ )  $C_1 \dots C_m$ )", где  $F$  получается из  $G$  переобозначением без отождествлений переменных, не встречающихся в термах списка  $A_1$ . Находятся результаты  $C'_1, \dots, C'_m$  такого же переобозначения в термах  $C_1, \dots, C_m$ , и при помощи процедуры "преобрфильтр" проверяется, что все фильтры  $C'_i$  суть следствия фильтров  $B_1, \dots, B_n$ . Тогда первый из указанных дизъюнктивных членов удаляется. Уровень срабатывания равен 2.
7. В текущем фильтре встречается дизъюнкция, имеющая среди своих дизъюнктивных членов термы "контекст(подтерм( $F$ )  $B$ )", "контекст(подтерм( $G$ )  $C$ )", где  $G$  получается из  $F$  переобозначением без отождествлений переменных, не встречающихся в термах списка  $A_1$ ;  $B, C$  - списки термов. Находится список

$B'$  результатов указанного переобозначения переменных в термах  $B$ . Определяется общая часть  $D$  списков  $C, B'$ , а также конъюнкции  $D, E$  непустых остатков этих списков. Затем указанные дизъюнктивные члены заменяются на "контекст(подтерм( $G$ )  $D D \vee E$ )". Уровень срабатывания равен 3.

8. В текущем фильтре встречается дизъюнкция, имеющая среди своих дизъюнктивных членов термы "контекст(подтерм( $P$ (теквхожд  $F$ )) $M$ )", "контекст(подтерм( $P$ ( $G$  теквхожд)) $N$ )", где  $G$  получается из  $F$  переобозначением без отождествлений переменных, не встречающихся в термах списка  $A_1$ ; термы списка  $N$  получаются из термов списка  $M$  таким же переобозначением;  $P$  - логический символ. Тогда указанные дизъюнктивные члены заменяются на "контекст(операнд( $x$  теквхожд) символ( $x P$ ) операнд( $x y$ ) не(равно(вхождение( $y$ ) вхождение(теквхожд)))вид( $y F$ ) $M$ )". Уровень срабатывания равен 2.
9. Текущий фильтр имеет подтерм "контекст(подтерм( $P$ ( $F$ )) $M$ )", где  $P$  - коммутативный логический символ,  $M$  - список термов. Этот подтерм заменяется на "контекст(операнд( $x$  теквхожд) символ( $x P$ ) операнд( $x y$ ) не(равно(вхождение( $y$ ) вхождение(теквхожд))) вид( $y F$ ) $M$ )". Уровень срабатывания равен 2.
10. Если текущий фильтр имеет подтерм вида "не(контекст(подтерм( $P$ (теквхожд)))", то этот подтерм заменяется на "не(контекст(операнд( $x$  теквхожд)символ( $x P$ )))". Уровень срабатывания равен 1.

### Приемы, связанные с символом "равно"

1. Если текущий терм имеет вид "равно( $a \dots a \dots$ )", то он заменяется на константу "истина". Напомним, что равенство в фильтрах может иметь более двух операндов. В этом случае оно означает, что первый его операнд равен хотя бы одному из последующих. Уровень срабатывания равен 0.
2. Если текущий фильтр имеет подтерм вида "и(или(и(равно( $x t$ ) $A(x)$ )) $B$ ) $C(x)D$ )", то он заменяется на "или(и(равно( $x t$ ) $C(t)A(t)D$ ) и(или( $BC(x)D$ )))". Уровень срабатывания равен 1.
3. Если в текущем фильтре выделяется подтерм "и(равно( $x t$ ) $A(x)$ )" либо "контекст(равно( $x t$ ) $A(x)$ )", где  $x$  - переменная, связанная в ближайшем надтерме "контекст(. . .)" терма "равно( $x t$ )", то этот подтерм заменяется, соответственно, на " $A(t)$ " либо "контекст( $A(t)$ )". Уровень срабатывания равен 2.
4. Если текущий терм имеет вид "равно( $x -1$ )", причем из antecedентов теоремы приема усматривается неотрицательность  $x$ , то этот терм заменяется на константу "ложь". Уровень срабатывания равен 1.

### Приемы, связанные с символом "символ"

1. Если в текущем фильтре встречается дизъюнкция, имеющая среди своих дизъюнктивных членов термы "символ( $x s_1 \dots s_n$ )" и "символ( $x r_1 \dots r_m$ )", то они заменяются на "символ( $x s_1 \dots s_n r_1 \dots r_m$ )". Уровень срабатывания равен 1.
2. Если в текущем фильтре встречается дизъюнкция, имеющая среди своих дизъюнктивных членов термы "и( $P$  символ( $x s_1 \dots s_n$ ))", "и( $Q$  символ( $x s_1 \dots s_n r$ ))",

то они заменяются на два новых термина: "и(или( $P Q$ )символ( $x s_1 \dots s_n$ ))" и "и( $Q$  символ( $x r$ ))". Уровень срабатывания равен 3.

3. Если в текущем терме "символ( $x s_1 \dots s_n$ )" символы  $s_1, \dots, s_n$  не упорядочены лексикографически, то они переупорядочиваются лексикографически. Уровень срабатывания равен 3.
4. Если текущий терм имеет вид "символ( $x s_1 \dots s_n$ )", а в контексте этого термина встречается терм "символ( $x r_1 \dots r_m$ )", где  $\{r_1, \dots, r_m\} \subseteq \{s_1, \dots, s_n\}$ , то текущий терм заменяется на константу "истина". Уровень срабатывания равен 2.
5. Если текущий фильтр содержит подтерм "контекст(символ( $x s$ ))", то этот подтерм заменяется на "заголовок( $x s$ )". Уровень срабатывания равен 1.

### Приемы, связанные с символом "смнеизв"

Если текущий терм имеет вид "смнеизв(терм( $P$ ))", причем в терм  $P$  входит такая переменная  $x$ , для которой в контексте текущего термина встречается фильтр "не(известно( $x$ ))", то текущий терм заменяется на константу "истина". Уровень срабатывания равен 0.

### Приемы, связанные с символом "сомножитель"

1. Если текущий терм имеет вид "сомножитель( $P$  терм( $F(Q)$ ))", где  $F$  - "минус" либо "модуль", то он заменяется на "сомножитель( $P Q$ )". Уровень срабатывания равен 1.
2. Если текущий терм имеет вид "сомножитель( $P$  терм(степень( $Q R$ )))", на "сомножитель( $P Q$ )". Уровень срабатывания равен 1.
3. Если текущий терм имеет вид "сомножитель( $P$  терм(плюс( $Q R$ )))", то он заменяется на "или(и(равно( $P$  терм(плюс( $Q R$ ))) не(заголовок(терм( $Q$ )0)) не(заголовок(терм( $R$ )0))) и(заголовок(терм( $Q$ ) 0) сомножитель( $P$  терм( $R$ ))) и(заголовок(терм( $R$ ) 0) сомножитель( $P$  терм( $Q$ )))". Уровень срабатывания равен 1.
4. Если текущий терм имеет вид "сомножитель( $P$  терм(0))", то он заменяется на "ложь". Уровень срабатывания равен 1.
5. Если в текущем фильтре встречается дизъюнкция, имеющая среди своих дизъюнктивных членов термы "известно( $P$ )" и "не(контекст(сомножитель( $Q P$ ) не(известно( $Q$ ))  $R$ ))", то первый из них отбрасывается. Уровень срабатывания равен 2.
6. Если текущий терм имеет вид "контекст(сомножитель( $P Q$ ) не(известно( $P$ ))  $R$ )" а в его контексте встречается терм "известно( $Q$ )", то текущий терм заменяется на константу "ложь". Уровень срабатывания равен 2.
7. Если в текущем фильтре встречается подтерм вида "контекст(сомножитель( $x y$ ) ...)", где переменная  $y$  встречается в заменяемой части как основание степени, а  $x$  "внутренняя" переменная фильтра "контекст(...)", то терм "сомножитель( $x y$ )" из данного фильтра отбрасывается, а в оставшиеся его термы вместо  $x$  подставляется  $y$ . Уровень срабатывания равен 2.



8. Если в текущем фильтре встречается подтерм вида "контекст(сомножитель( $x$   $P$ ) не(заголовок( $x$  1))  $Q$ )", где  $x$  - "внутренняя" переменная данного фильтра "контекст", не входящая в  $Q$ , то указанный подтерм заменяется на "контекст(не(заголовок( $P$  1)) не(равно( $P$  терм(минус(1))))  $Q$ ". Уровень срабатывания равен 2.

### Приемы, связанные с символом "список"

Если текущий терм - идентифицирующий терм "список( $x$   $y$ )", то он исключается из числа операндов фильтра "контекст(...)", а прочие вхождения переменной  $x$  в этот фильтр заменяются на  $y$ . Напомним, что идентифицирующий терм "список( $x$   $y_1 \dots y_n$ )" используется для поочередной идентификации  $x$  с каждым из  $y_i$ ;  $i = 1, \dots, n$ . При  $n = 1$  надобность в таком терме отпадает.

### Приемы, связанные с символом "степень"

Если текущий фильтр имеет вид "вид( $x$  степень(...))", причем в контексте этого фильтра встречается фильтр "вид( $y$   $P$ )", где  $P$  имеет подтерм "степень( $x$   $t$ )", а  $t$  - либо не переменная, либо отсутствует указатель на возможность обращения  $t$  в единицу, то текущий фильтр заменяется на константу "ложь". Это преобразование объясняется тем, что принятая стандартизация выражений исключает наличие степени как основания другой степени.

### Приемы, связанные с символом "тип"

Если текущий терм имеет вид "тип( $P$ )", а в его контексте встречается терм "тип( $Q$ )";  $P, Q$  - различные логические символы, то текущий терм заменяется на константу "ложь".

### Приемы, связанные с символом "усм"

1. Если текущий терм имеет вид "усм(актив( $P$ ))", причем терм  $P$  входит в непосредственно идентифицируемый либо обрабатываемый идентифицирующим оператором антецедент теоремы, то текущий терм заменяется на константу "истина".
2. Если текущий терм имеет вид "усм(принадлежит( $P$  прямая( $MN$ )))", в контексте которого встречается фильтр "не(усм(принадлежит( $M$  прямая( $PN$ ))))", то текущий терм заменяется на константу "ложь".

### Приемы, связанные с символом "целое"

1. Если текущий терм имеет вид "целое( $t$ )", то рассматривается список  $S$  всех утверждений  $P$ , для которых в списке  $A_1$  встречается терм "истинно( $P$ )" либо "легковидеть( $P$ )". Если из  $S$  усматривается, что значение  $t$  положительно, либо усматривается, что оно неотрицательно, а в  $A_1$  имеется фильтр "не(заголовок( $t$  0))", то текущий терм заменяется на "натуральное( $t$ )".
2. Если текущий терм имеет вид "целое(терм( $t$ ))", то рассматривается список  $S$  всех утверждений списка  $A_1$ , имеющих вид "целое( $x$ )" либо "натуральное( $x$ )", где  $x$  - переменная. Если проверочный оператор "усмцелое" усматривает из

$S$ , что значение  $t$  целочисленное, то текущий терм заменяется на константу "истина".

## Глава 3

# Тестирование приемов

После того, как возникли теорема приема и его спецификация, компилятор спецификаций предлагает одну либо несколько версий описания этого приема на ГЕНОЛО-Ге. Каждую из них компилятор ГЕНОЛОГа может преобразовать в ЛОС-программу приема. Таким образом, цикл создания приема, начинающийся в действительности значительно раньше, чем появились теорема приема и его спецификация, как бы завершается.

Предшествующие этапы этого цикла, такие, как создание спецификаций по теореме; характеристика теорем, на основе которой создаются спецификации, а также вывод самих теорем, будут рассмотрены в следующих двух томах монографии. Особо большой материал связан с выводом теорем, ориентированным на получение теорем приемов - так называемым программирующим выводом. Собственно, его развитие и определяет реальные возможности самообучения решателей.

Однако, хотя после работы компилятора ГЕНОЛОГа программа приема и получена, не следует спешить помещать ее в "основную" базу приемов решателя. Во-первых, прием может оказаться избыточным - решатель и без него будет справляться со всеми задачами, для решения которых он, предположительно, был создан. Более того, "холостой ход" ненужных попыток применения новых приемов может существенно замедлять работу. Во-вторых, даже если есть задачи, для решения которых новый прием действительно необходим, нужно убедиться, что его применение не нарушит решения других задач - сильно замедлит либо вовсе приведет к выдаче отказа. В таких случаях необходима некоторая "доводка" приема - изменение уровня срабатывания, варьирование его типа и т.п.

Таким образом, после получения первой, пока "сырой", версии программы приема, необходимы еще два этапа: создание тестовых задач, доказывающих, что без нового приема решатель с ними не справится, и доводка приема путем "прогонки" решателя по всему задачку, поиска критических точек - отказов либо сильных замедлений - и устранение их путем уточнения приема.

Хотя цикл автоматического синтеза приемов будет рассмотрен лишь в девятом томе монографии, дадим его краткое описание сейчас.

Входным данным для цикла служит некоторая теорема, выбранная в базе теорем решателя. Прежде всего, запускается цикл программирующего вывода. Выводятся различные следствия из данной теоремы. Это обеспечивается своего рода решателем, состоящим из множества (сейчас их уже более тысячи, хотя обучение данного

решателя лишь начато) приемов вывода теорем. Такие приемы часто ставят вспомогательные задачи и привлекают для их решения весь потенциал решателя. Для получения новых теорем из исходной теоремы могут использоваться дополнительные теоремы, извлекаемые приемами программирующего вывода из произвольных разделов базы теорем. Чтобы ускорить их поиск, применяются многочисленные справочники поиска теорем.

Цикл вывода ориентирован на получение теорем, представляющих интерес для создания приемов. Фактически, он реализует переход от фундаментальных теорем предметной области к "техническим" теоремам, каковыми являются теоремы приемов.

Впрочем, граница между программирующим и исследовательским выводами весьма условна, и в процессе обучения "теоремного" решателя прорабатываются и цепочки "открытия" фундаментальных теорем, например, теоремы Пифагора, формулы Кардано, и т.п. Иногда, по аналогии, система находит новые любопытные утверждения, доказывая свою способность отдавать больше, чем в нее было заложено. "Технических" следствий теоремы она обычно выводит десятки, а иногда даже сотни. Хотя они и не все равноценные, часть таких следствий порождает вполне осмысленные и необходимые для усиления решателя приемы.

В процессе вывода теорем они снабжаются определенными характеристиками, предвосхищающими цели их использования при решении задач. Часть таких характеристик возникает путем непосредственного рассмотрения теоремы, часть - создаются приемами вывода теорем и объясняют, с какой целью теорема была получена.

По завершении цикла вывода теорем запускается процедура, создающая спецификации теорем на основе сопровождающих их характеристик. Она будет рассмотрена в восьмом томе монографии. Обычно по одной теореме создаются несколько (иногда - один-два десятка) приемов. Все это часто приводит к огромному количеству гипотетически полезных приемов, созданных по единственной исходной теореме. Из них необходимо выбрать те, которые в действительности нужны.

Прежде, чем перейти к обработке спецификации компилятором спецификаций и далее - компилятором ГЕНОЛОГа, предпринимается проверка избыточности приема. Для этого генерируется очень простой тестовый пример, ориентированный на применение создаваемого приема. Если оказывается, что решатель успешно справляется с ним и без нового приема, то прием не создается. Иначе - он создается и регистрируется в буфере базы приемов. Одновременно в буфере задачника регистрируется задача, доказывающая целесообразность создания приема. Эти действия выполняются справочником "задачи".

Каждый прием справочника "задачи" сначала создает для синтезируемого приема тестовую задачу и убеждается в том, что старых средств для ее решения недостаточно, после чего обращается к процедуре "регприем". Эта процедура завершает создание нового приема, вплоть до получения его ЛОС-программы; проверяет, что тестовая задача с помощью нового приема уже решается, и регистрирует в буферах оглавлений новый прием и новую задачу. Перед тем, как рассматривать программы справочника "задачи", дадим краткое описание процедуры "регприем".

### 3.1 Процедура "регприем"

Обращение к процедуре имеет вид "регприем( $x_1$   $x_2$   $x_3$   $x_4$ )". Здесь  $x_1$  - теорема приема,  $x_2$  - спецификация приема,  $x_3$  - тестовая задача,  $x_4$  - набор сопровождающих информационных элементов (опций обращения).

Предпринимается создание приемов по  $x_1$  и  $x_2$ , регистрация их (несколько приемов могут появиться вследствие различных схем обработки антецедентов) в буфере базы приемов, а также регистрация задачи  $x_3$  в буфере задачника. Если источник приемов (т.е. теорема, по которой создавались теорема приема и спецификация) пока не зарегистрирован в базе теорем, то он регистрируется в ее буфере. Создаются перекрестные ссылки между источником и приемами. Предпринимается тестирование созданных приемов на задаче  $x_3$ . Иногда приемы могут быть слегка модифицированы. Если результаты тестирования негативные и модификация приемов не помогла, то эти приемы удаляются.

#### Опции обращения к процедуре

Эти опции (элементы набора  $x_4$ ) бывают следующих типов:

1. (ответ  $A$ ).  $A$  есть указатель на способ контроля эффективности созданного приема при решении задачи  $x_3$ . Такие способы перечисляются ниже.
2. (теорема  $A$ ).  $A$  есть пара (теорема, представляющая собой источник приема, возможно, пока не зарегистрированная в базе теорем - набор ее характеристик). О характеристиках теорем рассказывается в следующем, восьмом томе монографии.
3. "стоп". Прием вводится, но не компилируется.
4. "уровень( $A$ )". При получении отказа предпринимается попытка понизить уровень срабатывания приема до величины  $A$ .
5. "усм". При наличии указателя приема "усм(...)" вместо задачи на преобразование решается задача на исследование, в которой упрощаемый терм  $A$  представлен фиктивной посылкой "фикс( $A$ )".
6. "урвн( $A$ )". Уровень обращения к тестовой задаче повышается до  $A$ .

#### Указатели способа контроля эффективности созданных приемов на тестовой задаче

1. "отказ( $A$ )" - получение ответа, отличного от "отказ", при максимальном уровне обращения к задаче, равном  $A$ .
2. "короче( $A$ )" - получение ответа, не более длинного, чем терм  $A$ .
3. "максложн( $A$ )" - каждое подвыражение ответа, имеющее максимальную сложность, не длиннее всех максимально сложных подвыражений терма  $A$ .
4. "элементарно" - получение ответа, представляющего собой элементарный терм.

5. "легковидеть" - тестирование проверочного оператора, нормализатора либо синтезатора. Детали обращения уточняются фиктивной посылкой "процедура(...)", добавляемой в список посылок тестовой задачи. Фактически вместо решения задачи происходит обращение к соответствующему пакетному оператору.
6. "логсимвол( $A_1 \dots A_n$ )" - ответ не должен содержать логических символов  $A_1, \dots, A_n$ .
7. "отображение( $A$ )" - последние термы описателей "отображение" в ответе задачи должны быть короче термина  $A$ .
8. "свобоперанд" - получение ответа, не содержащего связанных переменных.
9. "числовойатом" - получение ответа, не содержащего невырожденных числовых атомов.
10. "числатом" - получение ответа, содержащего только невырожденные числовые атомы.
11. "перемОценка( $A X$ )" - сложность подвыражений ответа, содержащих переменные термина  $X$ , не более  $A$ .
12. "общнорм" - проверяется выполнение требований, накладываемых на преобразование общей стандартизации для тождеств.
13. "константа" - получение константного термина.
14. "существует" - ответ не должен содержать квантора "существует".
15. "класс" - ответ не должен содержать описателя "класс".
16. "содержится( $A_1 \dots A_n$ )" - ответ должен содержать хотя бы один из символов  $A_1, \dots, A_n$ .
17. "единствхожд" - ответ не содержит описателя "отображение", имеющего более одного вхождения варьируемой переменной в последнем терме.
18. "заголовок( $A$ )" - ответ должен иметь заголовок  $A$ .
19. "первыйсимвол( $A$ )" - ответ должен представлять собой терм, первый операнд которого имеет заголовок  $A$ .
20. "внутрипреобр( $A$ )" - отсутствуют вложенные вхождения символа операции  $A$ .
21. "связприставка( $A$ )" - отсутствуют описатели со связывающей приставкой длины, не меньшей  $A$ .
22. "Оценка( $A$ )" - сложность ответа не превосходит сложности термина  $A$ .
23. "станд( $A$ )" - получение ответа  $B$ , такого, что результаты применения оператора "станд" к терминам  $A, B$  различны.
24. "длинаменее( $A$ )" - набор конъюнктивных членов ответа задачи на описание, после отбрасывания сопровождающих по о.д.з. утверждений, должен иметь длину, меньшую чем  $A$  ( $A$  - символьный номер).

25. "глуб" - ответ задачи имеет единственный конъюнктивный член длины более 2, содержащий неизвестную. Глубина вхождения в него этой неизвестной равна 1. Допускается случай, когда анализируется только конъюнктивный член вида "неопр( $t$ )", причем оказывается, что глубина вхождения неизвестной в  $t$  равна 1.
26. "варьир( $A$ )" - ответ не содержит описателей "отображение", у которых глубина вхождения варьируемой переменной в предпоследний терм не менее  $A$ .
27. "связка( $A$ )" - ответ не должен содержать описателей "класс", у которых число вхождений варьируемой переменной не менее  $A$ .
28. "независит( $x_1 \dots x_n$ )" - ответ не должен содержать переменных  $x_1, \dots, x_n$ .
29. "вароценка( $A$ )" - вычисленная без учета символа "вариант" сложность ответа не превосходит такой же сложности терма  $A$ .
30. "сокращ( $A$ )" - наиболее сложное подвыражение ответа не должно иметь сложность, большую сложности терма  $A$ , а в случае равенства сложностей - должно быть короче  $A$ .
31. "декомпозиция( $A$ )" - либо сложность ответа меньше сложности терма  $A$ , либо эти сложности равны, а наиболее сложные подтермы ответа образуют по своим переменным декомпозицию множества переменных терма  $A$ .
32. "разделены( $A_1, A_2$ )" - переменные списка  $A_1$  в ответе не встречаются в одном операнде отношения с переменными списка  $A_2$ .
33. "единствсущ" - ответ имеет единственный подтерм максимальной сложности.
34. "числатомы" - в ответе не должно содержаться более одного вхождения невырожденного числового атома.
35. "числзнач" - в ответе не должно содержаться повторных вхождений невырожденных числовых атомов.
36. "крд" - в ответе нет невырожденных числовых атомов, отличных от координатных.
37. "нормкрд" - в ответе нет координатных числовых атомов.
38. "квантглубина( $A$ )" - кванторная глубина ответа должна быть меньше, чем кванторная глубина терма  $A$ .
39. "разбиение( $A$ )" - список элементарных утверждений ответа представляет собой декомпозицию терма  $A$  по его параметрам.
40. "упрощописатель" - результирующий терм упрощает описатели исходного терма.
41. "уменьшсложн" - сложности исходного и результирующего термов равны, но результирующий терм имеет единственный самый сложный подтерм, а исходный - несколько, и они образуют декомпозицию первого по своим переменным.

42. "глубина( $x$ )" - глубина переменной  $x$  в ответе должна равняться 1. Берутся конъюнктивные члены ответа. Предварительно, если он есть, отбрасывается квантор существования.
43. "переменные( $A$ )" - ответ должен содержать только такие переменные, которые входят в терм  $A$ .
44. "нормкоорд( $A$ )" - переход к координатам более простых объектов, чем объекты в координатном выражении  $A$ .
45. "меньше( $A$ )" - сложность результирующего терма меньше сложности терма  $A$ .
46. "числнеизв( $A$ )" - число содержащих неизвестную конъюнктивных членов ответа не меньше  $A$  ( $A$  - символьный номер).
47. "известны" - сложность максимальных известных подвыражений ответа меньше сложности таких выражений исходного условия.
48. "принадлежит( $A$ )" - для каждой переменной  $x$  терма  $A$  ответ должен содержать подтерм вида "принадлежит( $r$  фикс( $x$ ))".
49. "коорд" - ответ должен содержать координаты либо разряды координат.

### Программа процедуры "регприем"

Выйти на начало процедуры "регприем" можно через пункт "Синтез приемов" - "Синтез приемов с генерацией задач для тестирования их избыточности" - "Процедура РЕГПРИЕМ" оглавления программ. Напомним что входные данные суть:  $x_1$  - теорема приема,  $x_2$  - спецификация приема,  $x_3$  - тестовая задача,  $x_4$  - набор сопровождающих информационных элементов (опции обращения).

Прежде всего, переменной  $x_6$  присваивается тип приема. Переменной  $x_7$  присваивается пара (приемы пустоеслово) - накопитель ссылок на создаваемые приемы. Предпринимается обращение к справочнику "заголовокприема" на символе  $x_6$ , в результате которого накопитель "пустоеслово" в паре  $x_7$  заполняется четверками (теорема приема - заголовок приема - спецификация приема - описание приема), определяющими описания приемов на ГЕНОЛОГе. Ввиду возможных вариаций способа обработки antecedентов, приемов может оказаться несколько. Для каждого такого приема к его описанию добавляется логический символ "авт". Затем предпринимается обращение к оператору "Вводприема". Этот оператор создает узел приема ГЕНОЛОГа, регистрирует прием в разделе "Генератор приемов" буфера оглавления базы приемов, и компилирует прием в ЛОС-программу. Встречных ссылок между теоремой и приемом не создается, так как узел теоремы может пока отсутствовать. Если имелась опция "стоп", то компиляции не происходит. Ссылки "прием( $A_1 A_2 A_3$ )" на созданные приемы регистрируются в накопителе  $x_{11}$ . Переменной  $x_{10}$  присваивается символ "фикс". Эта переменная играет роль накопителя ответа тестовой задачи, который будет использован при регистрации ее в задачнике.

Если среди опций  $x_4$  имеется элемент "уровень( $u$ )", то предпринимается попытка решить задачу  $x_3$ . Уровень обращения равен 10, вводится слабый ограничитель трудоемкости. Если получен "отказ", то просматриваются все приемы списка  $x_{11}$ , и уровень их срабатывания уменьшается до  $u$ . При этом изменяется зарегистрированное в базе приемов описание приема, а прием перекомпилируется.



Если имеется опция "усм", причем хотя бы один из приемов списка  $x_7$  имеет указатель "усм(...)", то создается копия  $x_{13}$  задачи на преобразование  $x_3$ , которой добавляется цель "усм". Такая цель сразу запускает решение вспомогательной задачи на исследование, имеющей дополнительную посылку "фикс( $A$ )", где  $A$  - условие задачи на преобразование. Таким образом активируются возможности преобразования термов, используемые задачами на исследование. По завершении решения задачи на исследование находится посылка "фикс( $B$ )" и выдается ответ  $B$ . Решение задачи  $x_{13}$  происходит при заблокированных новых приемах. Если ответ на нее оказывается короче исходного условия, то делается вывод о ненужности новых приемов, и они все удаляются. В этом случае - выход из программы "регприем" по значению "ложь".

Далее из опций  $x_4$  извлекается элемент (ответ  $E$ ), и указатель  $E$  на способ контроля эффективности созданных приемов присваивается переменной  $x_{13}$ . Рассматриваются следующие случаи:

1.  $x_{13}$  имеет вид "отказ( $A$ )". Тестовая задача решается при уровне обращения к ней, равным  $A$ . Используется слабый ограничитель трудоемкости. Если получен "отказ" либо трудоемкость превышена, происходит удаление всех приемов списка  $x_{11}$  и выход по значению "ложь". Иначе - переменной  $x_{10}$  присваивается ответ задачи.
2. Заголовок терма  $x_{13}$  - один из символов "Оценка", "короче", "вароценка", "сокращ", "декомпозиция", "меньше", "разбиение", "квантглубина". Переменной  $x_{14}$  присваивается первый операнд терма  $x_{13}$ . Переменной  $x_{15}$  присваивается ответ тестовой задачи, решаемой до уровня 8 в случае символа "декомпозиция", иначе - до уровня 6. Используется средний ограничитель трудоемкости. Проверяется что ответ  $x_{15}$  отличен от символа "отказ", причем выполнено одно из условий:
  - (a) Заголовок  $x_{13}$  - "Оценка", причем оценка сложности терма  $x_{15}$  не превосходит оценки сложности терма  $x_{14}$ .
  - (b) Заголовок  $x_{13}$  - "меньше", причем оценка сложности терма  $x_{15}$  меньше оценки сложности терма  $x_{14}$ .
  - (c) Заголовок  $x_{13}$  - "вароценка", причем оценка сложности терма  $x_{15}$ , вычисленная с игнорированием символов "вариант", не превосходит такой же оценки сложности терма  $x_{14}$ .
  - (d) Заголовок  $x_{13}$  - "квантглубина", причем наибольшая глубина вложенных кванторов в терме  $x_{15}$  меньше такой глубины для терма  $x_{14}$ .
  - (e) Заголовок  $x_{13}$  - "разбиение", причем набор атомарных утверждений, из которых  $x_{15}$  построено при помощи логических связок, образует декомпозицию "по переменным" терма  $x_{14}$ .
  - (f) Заголовок  $x_{13}$  - "короче", причем терм  $x_{15}$  не длиннее терма  $x_{14}$ .
  - (g) Заголовок  $x_{13}$  - "сокращ" либо "декомпозиция". Рассматривается список  $x_{16}$  имеющих максимальную сложность подтермов терма  $x_{15}$ . Либо оценка сложности терма  $x_{15}$  меньше оценки сложности терма  $x_{14}$ , либо эти оценки равны, причем в случае символа "сокращ" список  $x_{16}$  состоит из единственного терма, отличного от  $x_{15}$ , а в случае символа "декомпозиция" - термы  $x_{16}$  образуют декомпозицию "по переменным" терма  $x_{14}$ .

Если  $x_{15}$  - "отказ", либо не выполнено ни одно из перечисленных условий, то все приемы списка  $x_{11}$  удаляются, и выход из программы по значению "ложь".  
Иначе - переменной  $x_{10}$  присваивается ответ  $x_{15}$ .

3.  $x_{13}$  имеет вид "максложн( $A$ )". Находится список  $S$  имеющих максимальную сложность подтермов терма  $A$ . Находится ответ  $x_{15}$  тестовой задачи, решаемой с уровнем обращения 8. Используется средний ограничитель трудоемкости. Если  $x_{15}$  отлично от символа "отказ", имеет ту же оценку сложности, что и терм  $A$ , а для каждого имеющего максимальную сложность подтерма терма  $x_{15}$  в списке  $S$  имеется не менее длинный терм, то переменной  $x_{10}$  присваивается ответ  $x_{15}$ . Иначе - все приемы списка  $x_{11}$  удаляются, и выход из программы по значению "ложь".
4. Заголовок терма  $x_{13}$  - один из символов "элементарно", "свобоперанд", "числовойатом", "числатом", "числатомы", "крд", "числзнач", "константа", "существует", "класс", "коорд", "известны". Переменной  $x_{14}$  присваивается ответ тестовой задачи, решаемой при уровне обращения 8. Используется средний ограничитель трудоемкости. Проверяется что ответ  $x_{14}$  отличен от символа "отказ", причем выполнено одно из условий:
  - (a) Заголовок  $x_{13}$  - "элементарно". Утверждение  $x_{14}$  элементарно.
  - (b) Заголовок  $x_{13}$  - "существует". Терм  $x_{14}$  не содержит символа "существует".
  - (c) Заголовок  $x_{13}$  - "класс". Терм  $x_{14}$  не содержит символа "класс".
  - (d) Заголовок  $x_{13}$  - "константа". Терм  $x_{14}$  не содержит переменных.
  - (e) Заголовок  $x_{13}$  - "свобоперанд". Терм  $x_{14}$  не имеет связанных переменных.
  - (f) Заголовок  $x_{13}$  - "крд". Терм  $x_{14}$  имеет только такие невырожденные числовые атомы, которые суть отдельные разряды координат объектов.
  - (g) Заголовок  $x_{13}$  - "числовойатом". Терм  $x_{14}$  не имеет невырожденных числовых атомов.
  - (h) Заголовок  $x_{13}$  - "числатомы". Терм  $x_{14}$  имеет не более одного вхождения невырожденных числовых атомов.
  - (i) Заголовок  $x_{13}$  - "числзнач". Никакой невырожденный числовой атом не имеет в терме  $x_{14}$  более одного вхождения.
  - (j) Заголовок  $x_{13}$  - "числатом". Каждый числовой атом терма  $x_{14}$  - невырожденный.
  - (k) Заголовок  $x_{13}$  - "коорд". Терм  $x_{14}$  содержит обозначение каких-либо координат или отдельных разрядов координат.
  - (l) Заголовок  $x_{13}$  - "известны". Оценка сложности максимальных по включению не содержащих неизвестных подвыражений ответа меньше такой же оценки для условий тестовой задачи.

Если  $x_{14}$  - "отказ", либо не выполнено ни одно из перечисленных условий, то все приемы списка  $x_{11}$  удаляются, и выход из программы по значению "ложь".  
Иначе - переменной  $x_{10}$  присваивается ответ  $x_{14}$ .

5.  $x_{13}$  - символ "легковидеть". Рассматриваются следующие случаи:

- (a) Тип тестовой задачи - "доказать". В ее списке посылок рассматривается терм "процедура( $P$  набор( $A_1 \dots A_m$ ))". Предпринимается обращение к проверочному оператору  $P$ . Входные данные обращения -  $A_1, \dots, A_m$ ; список посылок тестовой задачи без терма "процедура(...)" и пустой список комментариев. Проверяется, что оператор дает ответ "истина".
- (b) Тип тестовой задачи - "преобразовать". В ее списке посылок рассматривается терм "процедура( $P$   $t$   $A$ )". Предпринимается обращение к пакетному нормализатору  $P$ . Входные данные - терм  $t$ , список посылок тестовой задачи без терма "процедура(...)" и одноэлементный набор комментариев, состоящий из элемента (выводимо пустое слово). Проверяется, что результат обращения не длиннее терма  $A$ .
- (c) Тип тестовой задачи - "описать". В ее списке посылок рассматривается терм "процедура( $P$  набор( $A_1 \dots A_m$ ))". Предпринимается обращение к пакетному синтезатору  $P$ . Входные данные обращения -  $A_1, \dots, A_m$ ; список посылок тестовой задачи без терма "процедура(...)" и пустой список комментариев. Число неизвестных тестовой задачи должно равняться числу выходных переменных синтезатора. Проверяется, что синтезатор выдает какие-то значения своих выходных переменных.

При нарушении приведенных выше требований все приемы списка x11 удаляются, и выход из программы по значению "ложь".

- 6. Заголовок терма x13 - один из символов "заголовок", "первыйсимвол", "внутрпреобр", "длинаменее", "числнеизв". Переменной x14 присваивается первый операнд терма x13. Переменной x16 присваивается ответ тестовой задачи. Уровень обращения берется согласно опции "урвн(...)". При отсутствии такой опции он полагается равным 8.

Проверяется что ответ x16 отличен от символа "отказ", причем выполнено одно из условий:

- (a) Заголовок x13 - "внутрпреобр". Отсутствуют вложенные вхождения символа x14.
- (b) Заголовок x13 - "заголовок". Терм x16 имеет заголовок x14.
- (c) Заголовок x13 - "первыйсимвол". Тогда x16 - неоднобуквенный терм, первый корневой операнд которого имеет заголовок x14.
- (d) Заголовок x13 - "числнеизв". Отбрасываются конъюнктивные члены ответа x16, необходимые для сопровождения этого ответа по о.д.з. Проверяется, что среди оставшихся членов имеется не менее x14 утверждений, содержащих неизвестные задачи.
- (e) Заголовок x13 - "длинаменее". Отбрасываются конъюнктивные члены ответа x16, необходимые для сопровождения этого ответа по о.д.з. Проверяется, что число оставшихся членов меньше x14.

Если x16 - "отказ", либо не выполнено ни одно из перечисленных условий, то все приемы списка x11 удаляются, и выход из программы по значению "ложь".  
Иначе - переменной x10 присваивается ответ x16.

7. Заголовок термина  $x_{13}$  - один из символов "перемОценка", "отображение", "станд", "варьир", "связка", "нормкоорд". Переменной  $x_{14}$  присваивается первый операнд термина  $x_{13}$ , переменной  $x_{15}$  - ответ тестовой задачи, решаемой до максимального уровня 8 с умеренным ограничителем трудоемкости. Проверяется что ответ  $x_{15}$  отличен от символа "отказ", причем выполнено одно из условий:

- (a) Заголовок  $x_{13}$  - "отображение". У каждого описателя "отображение( $x_1 \dots x_k t$ )", встречающегося в терме  $x_{15}$ , длина выражения  $t$  меньше длины термина  $x_{14}$ .
- (b)  $x_{13}$  имеет вид "перемОценка( $A X$ )". Наибольшая из оценок сложности подвыражений термина  $x_{15}$ , содержащих переменные термина  $X$ , не превосходит  $A$ .
- (c) Заголовок  $x_{13}$  - "станд". Результаты обработки оператором "станд" термов  $x_{14}$  и  $x_{15}$  различны.
- (d) Заголовок  $x_{13}$  - "варьир". У каждого встречающегося в терме  $x_{15}$  описателя "отображение( $x_1 \dots x_k A t$ )" глубина вхождения каждой переменной  $x_i$  в терм  $A$  меньше  $x_{14}$ .
- (e) Заголовок  $x_{13}$  - "связка". У каждого встречающегося в терме  $x_{15}$  описателя "класс( $x_1 \dots x_k A$ )" число вхождений в этот описатель любой из переменных  $x_i$  меньше  $x_{14}$ .
- (f) Заголовок  $x_{13}$  - "нормкоорд". Каждый подтерм термина  $x_{15}$ , имеющий тот же заголовок, что  $x_{14}$ , получается из  $x_{14}$  вычеркиванием части операндов некоторых операций и отношений, а также заменой части неконстантных подтермов на логические символы.

Если  $x_{15}$  - "отказ", либо не выполнено ни одно из перечисленных условий, то все приемы списка  $x_{11}$  удаляются, и выход из программы по значению "ложь". Иначе - переменной  $x_{10}$  присваивается ответ  $x_{15}$ .

8.  $x_{13}$  - символ "общнорм". Переменной  $x_{14}$  присваивается ответ тестовой задачи, решаемой до максимального уровня 8 с умеренным ограничителем трудоемкости. Пусть  $A$  - исходное условие тестовой задачи на преобразование. Проверяется выполнение следующих требований:

- (a) Ответ  $x_{14}$  отличен от "отказ".
- (b) Терм  $x_{14}$  отличен от исходного условия  $A$ .
- (c) Либо  $x_{14}$  короче термина  $A$ , либо его оценка сложности меньше оценки сложности термина  $A$ , либо эти оценки равны, причем для любого имеющего максимальную оценку сложности подтерма термина  $x_{14}$  имеется более длинный терм с максимальной оценкой сложности в терме  $A$ .
- (d) Если терм  $A$  неповторный, а терм  $x_{14}$  - нет, то существует параметр термина  $A$ , не входящий в  $x_{14}$ .

Если хотя бы одно из них нарушено, то все приемы списка  $x_{11}$  удаляются, и выход из программы по значению "ложь". Иначе - переменной  $x_{10}$  присваивается ответ  $x_{14}$ .

9.  $x_{13}$  - символ "единствхожд". Переменной  $x_{14}$  присваивается ответ тестовой задачи, решаемой до максимального уровня 8 с умеренным ограничителем трудоемкости. Если получен "отказ" либо терм  $x_{14}$  содержит описатель "отображение", у которого варьируемая переменная имеет более одного вхождения в последнем операнде, то все приемы списка  $x_{11}$  удаляются, и выход из программы по значению "ложь". Иначе - переменной  $x_{10}$  присваивается ответ  $x_{14}$ .
10.  $x_{13}$  имеет вид "связприставка( $A$ )". Переменной  $x_{14}$  присваивается ответ тестовой задачи, решаемой до максимального уровня 8 с умеренным ограничителем трудоемкости. Если получен "отказ" либо терм  $x_{14}$  содержит описатель "отображение", у которого длина связывающей приставки не меньше  $A$ , то все приемы списка  $x_{11}$  удаляются, и выход из программы по значению "ложь". Иначе - переменной  $x_{10}$  присваивается ответ  $x_{14}$ .
11.  $x_{13}$  имеет вид "логсимвол( $A_1 \dots A_n$ )" либо "содержится( $A_1 \dots A_n$ )". Переменной  $x_{14}$  присваивается ответ тестовой задачи, решаемой до максимального уровня 8 с умеренным ограничителем трудоемкости. Если получен "отказ" либо  $x_{13}$  имеет заголовок "логсимвол", а хотя бы один из символово  $A_1, \dots, A_n$  встречается в терме  $x_{14}$ , либо  $x_{13}$  имеет заголовок "содержится", но ни один из символов  $A_1, \dots, A_n$  не встречается в терме  $x_{14}$ , то все приемы списка  $x_{11}$  удаляются, и выход из программы по значению "ложь". Иначе - переменной  $x_{10}$  присваивается ответ  $x_{14}$ .
12.  $x_{13}$  - символ "глуб". Переменной  $x_{14}$  присваивается ответ тестовой задачи, решаемой до максимального уровня 8 с умеренным ограничителем трудоемкости. Проверяется, что этот ответ отличен от "отказ", причем для некоторой неизвестной  $x$  тестовой задачи либо существует конъюнктивный член утверждения  $x_{14}$ , в котором глубина переменной  $x$  равна 1, в то время как прочие содержащие  $x$  конъюнктивные члены имеют длину 2, либо существует конъюнктивный член "неопр( $A$ )", для которого глубина  $x$  в  $A$  равна 1. Если это неверно, то все приемы списка  $x_{11}$  удаляются, и выход из программы по значению "ложь". Иначе - переменной  $x_{10}$  присваивается ответ  $x_{14}$ .
13. Заголовок терма  $x_{13}$  - один из символов "независит", "опеременные", "принадлежит". Переменной  $x_{14}$  присваивается список переменных терма  $x_{13}$ , переменной  $x_{15}$  - ответ тестовой задачи, решаемой до максимального уровня 8 с умеренным ограничителем трудоемкости. Проверяется что ответ  $x_{15}$  отличен от символа "отказ", причем выполнено одно из условий:
  - (a) Заголовок  $x_{13}$  - "независит". Ответ  $x_{15}$  не содержит переменных  $x_{14}$ .
  - (b) Заголовок  $x_{13}$  - "переменные". Параметры терма  $x_{15}$  включаются в список  $x_{14}$ .
  - (c) Заголовок  $x_{13}$  - "принадлежит". Для любой переменной  $x$  списка  $x_{14}$  в терме  $x_{15}$  имеется вхождение подтерма вида " $A \in \text{фикс}(x)$ ".

Если  $x_{15}$  - "отказ", либо не выполнено ни одно из перечисленных условий, то все приемы списка  $x_{11}$  удаляются, и выход из программы по значению "ложь". Иначе - переменной  $x_{10}$  присваивается ответ  $x_{15}$ .

14.  $x_{13}$  имеет вид "разделены( $A_1, A_2$ )". Переменной  $x_{14}$  присваивается список параметров терма  $A_1$ , переменной  $x_{15}$  - список параметров терма  $A_2$ . Переменной  $x_{16}$  присваивается ответ тестовой задачи, решаемой до максимального уровня 8 с умеренным ограничителем трудоемкости. Проверяется, что этот ответ отличен от "отказ", причем внутри  $x_{16}$  никакая переменная списка  $x_{14}$  не встречается в одном операнде отношения с переменной списка  $x_{15}$ . Если это неверно, то все приемы списка  $x_{11}$  удаляются, и выход из программы по значению "ложь". Иначе - переменной  $x_{10}$  присваивается ответ  $x_{16}$ .
15.  $x_{13}$  - символ "единствсущ". Переменной  $x_{15}$  присваивается ответ тестовой задачи, решаемой до максимального уровня 8 с умеренным ограничителем трудоемкости. Если этот ответ имеет единственный подтерм с максимальной оценкой сложности, то переменной  $x_{10}$  присваивается терм  $x_{15}$ . Иначе - все приемы списка  $x_{11}$  удаляются, и выход из программы по значению "ложь".
16.  $x_{13}$  - один из символов "уменьшсложн", "упрощописатель". Переменной  $x_{17}$  присваивается ответ тестовой задачи, решаемой до максимального уровня 8 с умеренным ограничителем трудоемкости. Если  $x_{13}$  - символ "уменьшсложн", то проверяется, что оценки сложности ответа  $x_{17}$  и исходного условия  $x_{15}$  тестовой задачи равны, причем  $x_{17}$  имеет единственное вхождение самого сложного подтерма  $t$ , а  $x_{15}$  - несколько самых сложных подтермов, причем эти подтермы по своим переменным декомпозируют подтерм  $t$ . Если  $x_{13}$  - символ "упрощописатель", то проверяется, что переход от  $x_{15}$  к  $x_{17}$  упрощает описатели. В случае успеха переменной  $x_{10}$  присваивается терм  $x_{17}$ . Иначе - все приемы списка  $x_{11}$  удаляются, и выход из программы по значению "ложь".
17.  $x_{13}$  имеет вид "глубина( $x$ )". Переменной  $x_{15}$  присваивается ответ тестовой задачи, решаемой до максимального уровня 8 с умеренным ограничителем трудоемкости. Если заголовок  $x_{15}$  - квантор существования, то он отбрасывается. Затем проверяется, что глубина вхождений переменной  $x$  во все содержащие  $x$  конъюнктивные члены терма  $x_{15}$  равна 1. В случае успеха переменной  $x_{10}$  присваивается терм  $x_{15}$ . Иначе - все приемы списка  $x_{11}$  удаляются, и выход из программы по значению "ложь".

Если проверка эффективности нового приема прошла успешно, выполняется регистрация в буфере базы теорем той теоремы, по которой прием был создан, а в буфере задачника - тестовой задачи.

Между узлом теоремы в базе теорем и узлом приема в базе приемов создаются стандартные перекрестные ссылки. Если теорема, отличающаяся от исходной теоремы приема лишь переобозначением связанных переменных и перестановкой операндов коммутативных операций либо симметричных отношений, уже имелась в базе теорем, то новый ее узел не создается, иначе - вводится.

Напомним, что сам прием к этому моменту уже откомпилирован и зарегистрирован в разделе "Генератор приемов" буфера оглавления базы приемов. Тестовая задача регистрируется в разделе "Генератор приемов" буфера оглавления задачника, исходная теорема приема - в разделе "Вывод теорем" буфера оглавления базы теорем.

## 3.2 Справочник "задачи"

Справочник "задачи" получает следующие входные данные:  $x_1$  - теорема приема,  $x_2$  - спецификация приема,  $x_3$  - пара (теорема, являющаяся источником приема, возможно, пока не зарегистрированная в базе теорем - набор ее характеристик). Текущий логический символ - тип приема. Предпринимается создание одной либо нескольких задач для тестирования полезности приема, попытка решения этих задач старыми средствами и сравнение с результатом применения нового приема. Если создание приема целесообразно, то он сохраняется в буфере базы приемов. Одновременно в буфере задачника регистрируется задача, доказавшая целесообразность ввода приема. Если прием был создан, то результатом обращения к справочнику служит символ 1, иначе - 0.

Заметим, что на момент обращения к справочнику описания приема на ГЕНОЛОГе и тем более его ЛОС-программы пока нет. Прием создается лишь после того, как была сгенерирована тестовая задача и выяснилось, что старых средств для ее решения недостаточно.

Переходя к описанию программ справочника "задачи", заметим, что они зарегистрированы в ветви оглавления программ "Синтез приемов" - "Синтез приемов с генерацией задач для тестирования их избыточности" - "Приемы справочника ЗАДАЧИ (создание тестовой задачи, проверка полезности приема и завершающая регистрация приема, задачи и теоремы)". Эта ветвь воспроизводит ветвь оглавления программ, в которой перечисляются типы приемов. Обе ветви имеют одинаковые названия соответствующих пунктов. Однако, на текущий момент далеко не все типы приемов охватываются справочником "задачи", и его оглавление существенно беднее. В процессе обучения данный справочник будет пополняться новыми программами.

Тестовые примеры обычно имеют одношаговый характер - они должны решаться непосредственно применением нового приема. Пока они чрезвычайно просты. Во многих ситуациях это приводит к отбрасыванию полезных приемов, так как их полезность может быть выявлена лишь на более изощренных задачах, а простые примеры легко решаются старыми средствами. Работа в этом направлении лишь начата. Во всяком случае, тестирование приемов уже сейчас оказывается мощным фильтром, способным сводить поток из сотен потенциально возможных приемов к нескольким десяткам предположительно полезных.

Переходим к описанию программ справочника "задачи".

### 3.2.1 Тожественная замена

#### Общая стандартизация

1. Общая стандартизация. Тип приема - "общнорм".

Создается задача на преобразование  $Z$ , посылками которой служат antecedentes теоремы приема, а условием - терм "фикс( $t$ )", где  $t$  - заменяемая часть теоремы приема. Цели задачи - "упростить", "задачи". Находится ответ  $t_1$  копии этой задачи, решаемой при максимальном уровне 8. Рассматривается вспомогательная задача на преобразование  $Z'$ , посылками которой служат antecedentes теоремы, а условием - терм "фикс( $r$ )", где  $r$  - заменяющая часть теоремы. Цели

ее - "упростить", "задачи". Находится ответ  $r_1$  задачи  $Z'$ , решаемой при максимальном уровне 8. Проверяется, что выражения  $t_1, r_1$  различны. Проверяется также, что либо  $r_1$  короче  $t_1$ , либо оценка сложности  $r_1$  меньше оценки сложности  $t_1$ , либо эти оценки равны, причем для каждого имеющего максимальную сложность подтерма терма  $t_1$  имеется более короткий подтерм такой же сложности в терме  $r_1$ . Проверяется, что если  $t_1$  бесповторно, а  $r_1$  небесповторно, то терм  $t_1$  имеет параметр, не входящий в  $r_1$ . Тогда предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опций "усм", "(ответ общенорм)".

2. Общая стандартизация выражения, использующая явно идентифицированный антецедент для подмножества операндов ассоциативно - коммутативной операции. Тип приема - "уникопия".

В спецификации приема находится элемент "переменная( $x$ )". Рассматривается заменяемая часть  $t$  теоремы приема. В ней выделяется операция  $f$ , одним из операндов которой служит переменная  $x$ . Выбираются переменные  $y, z$ , не входящие в теоремы приема, и создается терм  $r$  вида  $f(y, z)$ . Определяется результат  $t_1$  обработки нормализатором "норм" результата подстановки  $r$  вместо  $x$  в  $t$ . Определяется также список  $S$  результатов этой подстановки в антецеденты теоремы приема. Создается задача на преобразование  $Z$  с посылками  $S$  и условием  $t_1$ . Цели ее - "одз", "упростить". Находится ответ  $t_2$  копии данной задачи, решаемой до максимального уровня 6. Определяется результат  $p_1$  обработки нормализатором "норм" результата подстановки  $r$  вместо  $x$  в заменяющую часть теоремы приема. Проверяется, что  $p_1$  короче, чем  $t_2$ . Тогда предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ короче( $p_1$ ))".

3. Лексикографическая стандартизация. Тип приема - "цветпункта". Прием выполняет замену, проверяя, что заменяющий терм лексикографически предшествует заменяемому.

Находятся заменяемый терм  $t_1$  и заменяющий терм  $t_2$ . Определяется тип  $s$  значения терма  $t_1$ . Находится раздел, к которому относится данный тип, и просматриваются все символы  $p$  двуместных операций данного раздела и его подразделов. Справочник поиска теорем "констнорм" определяет по  $p$  теорему  $T$ , консеквентом которой служит равенство  $p(A_1, A_2) = c$ , где  $A_1, A_2$  - выражения, имеющие единственную переменную  $x$ ;  $c$  - константный терм. Переменная  $x$  имеет в данном равенстве два вхождения. Определяется выражение  $p(B_1, B_2)$ , получаемое из  $p(A_1, A_2)$  заменой первого вхождения переменной  $x$  на  $t_1$ , а второго - на  $t_2$ . Рассматривается список  $S$ , получаемый объединением списка антецедентов теоремы приема с результатами подстановки выражения  $t_1$  вместо  $x$  в антецеденты теоремы  $T$ . Если в этом списке встречаются утверждения "разныепрямые(...)", "разныеточки(...)", то они заменяются на соответствующие отрицания равенств. Затем создается задача на преобразование  $Z$ , посылки которой - утверждения  $S$ , а условие -  $p(B_1, B_2)$ . Цели задачи - "упростить", "одз". Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 7. Проверяется, что ответ неконстантный. Тогда предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ константа)".



## Преобразование описателей

### 1. Исключение описателя "класс".

#### (a) Исключение описателя "класс". Тип приема - "цепьвоглавлении".

Создается задача на преобразование  $Z$ , посылки которой суть антецеденты теоремы приема, а условие - заменяемый терм теоремы. Цели задачи - "упростить", "одз". Копия этой задачи решается до максимального уровня 7. Проверяется, что ответ имеет связанные переменные, а заменяющий терм теоремы приема - не имеет. Тогда предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ свобоперанд)".

### 2. Стандартизация описателя "класс".

#### (a) Переход от параметрического задания класса к непосредственному. Тип приема - "константа".

Проверяется, что в заменяемый терм теоремы приема входит квантор существования. Создается задача на преобразование  $Z$ , посылками которой служат антецеденты теоремы, а условием - заменяемый терм. Цели задачи - "упростить", "одз". Копия этой задачи решается до максимального уровня 5. Проверяется, что ответ содержит квантор существования, а заменяющий терм теоремы - не содержит. Тогда предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ существует)".

### 3. Переход от параметрического задания класса к операции над семейством. Тип приема - "нормуравнение".

Проверяется, что в заменяемый терм теоремы приема входит описатель "класс". Создается задача на преобразование  $Z$ , посылками которой служат антецеденты теоремы, а условием - заменяемый терм. Цели задачи - "упростить", "одз". Копия этой задачи решается до максимального уровня 5. Проверяется, что ответ содержит описатель "класс", а заменяющий терм теоремы - не содержит. Тогда предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ класс)".

### 4. Переход к условному выражению под описателем "отображение" для выделения константного подслучая. Тип приема - "замечузел".

Проверяется, что в заменяемый терм теоремы приема не входит символ "вариант", а в заменяющий - входит. Создается задача на преобразование  $Z$ , посылками которой служат антецеденты теоремы, а условием - заменяемый терм. Цели задачи - "упростить", "одз". Копия этой задачи решается до максимального уровня 5. Проверяется, что ответ не содержит символа "вариант". Тогда предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ содержится(вариант))".

### 5. Упрощение выражения под описателем относительно варьируемой переменной. Тип приема - "измзнака".

В спецификации приема находится элемент "переменная( $x$ )". Антецеденты теоремы разбиваются на список  $S_1$  утверждений, содержащих  $x$ , и список  $S_2$  остальных утверждений. Выбирается не входящая в теорему переменная  $y$ . Проверяется, что переменная  $x$  имеет больше одного вхождения в заменяемый терм  $t$  и единственное вхождение в заменяющий. Формируется выражение  $r$  вида "отображение( $x A(x) t$ )", где  $A(x)$  - конъюнкция утверждений списка  $S_1$  и термина "значение( $y x$ )". Создается задача на преобразование  $Z$ , посылками которой служат антецеденты теоремы, а условием - выражение  $r$ . Цели задачи - "упростить", "одз". Копия этой задачи решается до максимального уровня 5. Проверяется, что ответ имеет вид "отображение( $x B(x) p(x)$ )", причем переменная  $x$  входит в  $p(x)$  неоднократно. Тогда предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ единствхожд)".

#### 6. Определение характеристики отображения.

- (a) Непосредственное определение характеристики отображения. Тип приема - "усмппростое".

Создается задача на преобразование  $Z$ , посылки которой суть антецеденты теоремы приема, а условие - заменяемый терм теоремы. Цели задачи - "упростить", "одз". Копия этой задачи решается до максимального уровня 7. Проверяется, что ответ содержит символ "отображение", а заменяющий терм теоремы - не содержит. Тогда предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ логсимвол(отображение))".

- (b) Операции над семействами.

##### i. Непосредственное вычисление операции над семейством.

- A. Непосредственное вычисление операции над семейством. Тип приема - "эллипсоид".

Аналогично предыдущему. Создается задача на преобразование  $Z$ , посылки которой суть антецеденты теоремы приема, а условие - заменяемый терм теоремы. Цели задачи - "упростить", "одз". Копия этой задачи решается до максимального уровня 7. Проверяется, что ответ содержит символ "отображение", а заменяющий терм теоремы - не содержит. Тогда предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ логсимвол(отображение))".

- B. Шаг развертки операции над конечным семейством в обычную операцию. Тип приема - "раскрытьскобки".

Рассматривается заменяемый терм  $T$  теоремы. Проверяется, что он имеет вид " $f(\lambda_x(t(x), A(x)))$ ", где  $x$  - единственная переменная. Если  $A(x)$  содержит символ "префикс", то определяется результат  $T'$  замены в  $T$  подтерма  $A(x)$  на " $x \in \{1, 2, 3, 4\}$ ". В противном случае  $A(x)$  заменяется на " $x = 1 \vee x = 2 \vee x = 3 \vee x = 4$ ". Создается задача на преобразование  $Z$ , посылки которой суть антецеденты теоремы приема, а условие - терм  $T'$ . Цели задачи - "упростить", "одз". Копия этой задачи решается до максимального уровня 5. Проверяется, что ответ содержит символ "отображение".

Тогда предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ логсимвол(отображение))".

- C. Шаг развертки операции над коротким набором в обычную операцию. Тип приема - "усмубываетвточке".

Рассматривается заменяемый терм  $T$  теоремы. Проверяется, что он имеет вид " $f(\lambda_x(t(x), A(x)))$ ", где  $x$  - единственная переменная. Определяется результат  $T'$  замены в  $T$  подтерма  $A(x)$  на " $x$  - целое &  $2 \leq x$  &  $x \leq 5$ ". Создается задача на преобразование  $Z$ , посылки которой суть антецеденты теоремы приема, а условие - терм  $T'$ . Цели задачи - "упростить", "одз". Копия этой задачи решается до максимального уровня 5. Проверяется, что ответ содержит символ "отображение". Тогда предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ логсимвол(отображение))".

- D. Развертка операции над конечным семейством общего вида, элемент которого упоминается в посылках задачи на исследование. Тип приема - "текстответа".

Проверяется, что заменяемый терм имеет вид  $f(\lambda_i(t(i), A(i)), \dots)$ , где  $i$  - единственная переменная. Создается терм  $T$  вида  $f(\lambda_i(t(i), i - \text{целое} \ \& \ 2 \leq i \ \& \ i \leq 30), \dots)$ . Выбираются новые переменные  $y, z$ , и формируется задача на преобразование  $Z$  с единственной посылкой  $y = t(6)$  и условием  $z = T$ . Цели задачи - "упростить", "усм". Последняя цель сразу переключает решение на вспомогательную задачу на исследование, посылки которой получены добавлением к посылке задачи  $Z$  терма "фикс( $z = T$ )". Это позволяет протестировать приемы общей стандартизации, срабатывающие в задачах на исследование и использующие идентифицирующие операторы. Результат  $R$  преобразований терма  $z = T$  извлекается из итоговой посылки "фикс( $R$ )" и выдается как ответ задачи на преобразование.

Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 5. Если ответ содержит символ "отображение", то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ логсимвол(отображение))".

- ii. Попытка сведения вычисления операции над семейством к вычислению операций над другими семействами. Тип приема - "переменазнака".

Последовательно выполняются две попытки тестирования, до получения первого положительного результата:

- A. Проверяется, что заменяемый терм  $T$  имеет вид  $f(\lambda_i(t(i), A(i)), \dots)$ , где  $i$  - единственная переменная. Внутри  $t(i)$  усматривается подтерм "вариант( $Q \ r_1 \ r_2$ )". Рассматриваются заголовки  $s_1, s_2$  термов  $r_1, r_2$ . Определяется результат  $T'$  замены в терме  $T$  выражения  $t(i)$  на терм "вариант( $Q \ s_1 \ s_2$ )". Создается задача на преобразование  $Z$ , имеющая единственную посылку  $\exists_i(A(i))$  и условие  $T'$ . Копия этой задачи решается до уровня 5. Проверяется, что ответ

содержит символ "отображение", после чего предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ логсимвол(отображение))".

- В. Проверяется, что заменяемый терм  $T$  имеет вид  $f(\lambda_x(t(x), A(x)), \dots)$ . Создается задача на преобразование  $Z$ , посылки которой суть антецеденты теоремы, а условие - заменяемый терм. Копия этой задачи решается до уровня 5. Проверяется, что ответ содержит символ "отображение", после чего предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ логсимвол(отображение))".

iii. Занесение внешнего члена под знак операции над семейством.

- А. Занесение внешнего члена под знак операции над семейством. Тип приема - "сдвигзапятой".

Проверяется, что заменяющий терм имеет вид  $f(\lambda_x(t(x), A(x)))$ , где  $x$  - единственная переменная. Выбирается новая переменная  $y$  и рассматривается заголовок  $g$  заменяемой части (согласно типу приема, он является двуместной ассоциативно-коммутативной операцией, обобщением которой на произвольные конечные списки служит символ  $f$ ). Затем создается задача на преобразование  $Z$ , условием которой является выражение  $g(t(2), f(\lambda_x(t(x), y(x))))$ . Единственная посылка - константа "истина"; цели - "упростить", "одз". Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 5. Если ответ не имеет вида операции над описателем "отображение", то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ первыйсимвол(отображение))".

- В. Занесение внешнего члена под знак операции над семейством - случай продолжения ряда значений. Тип приема - "простойцикл".

Проверяется, что заменяющий терм имеет вид  $f(\lambda_i(t(i), A(i)))$ , где  $i$  - единственная переменная. Формируется терм  $T$  вида  $f(\lambda_i(t(i), i - \text{целое} \ \& \ 2 \leq i \ \& \ i \leq 20))$ . Находится заголовок  $g$  заменяемого термина. Согласно типу приема, он является двуместной ассоциативно-коммутативной операцией, обобщением которой на произвольные конечные списки служит символ  $f$ . В качестве выражения  $Q$  поочередно рассматриваются выражение  $t(1)$  и  $t(21)$ . Для каждого из них создается задача на преобразование  $Z$ , условием которой служит выражение  $g(Q, T)$  а единственной посылкой - константа "истина". Цели задачи - "упростить", "одз". Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 5. Если ответ содержит символ "или" либо не является операцией над описателем "отображение", то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опций "(ответ первыйсимвол(отображение))", "(ответ логсимвол(или))". Если первая попытка удачная, вторая не выполняется.

iv. Двухпараметрическое семейство.

- А. Перестановка индексов в операции над двухпараметрическим семейством для применения кванторного тождества, исключаящего описатель. Тип приема - "минусодин".

Создается задача на преобразование  $Z$ , условием которой служит заменяемая часть теоремы, а посылками - антецеденты теоремы. Цели задачи - "упростить", "одз". Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 5. Если ответ содержит вложенные описатели "отображение", то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ внутрпреобр(отображение))".

В. Свертка операции над двухпараметрическим семейством по одному параметру. Тип приема - "Величина".

Рассматривается список  $S$ , полученный из набора антецедентов теоремы заменой равенств вида " $f(x) = t$ " на " $\forall_x(f(x) = t)$ ". Создается задача на преобразование  $Z$  со списком посылок  $S$ , условием которой служит заменяемый терм теоремы. Цели задачи - "упростить", "одз". Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 5. Если ответ содержит описатель "отображение", связывающая приставка которого имеет длину 2, то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ связприставка(2))".

v. Переход к операциям над семействами, имеющими более простой вид общего члена.

А. Сведение операции над семейством к операциям над семействами, имеющими более простой вид общего члена. Тип приема - "Фильтр-радикалов".

Рассматривается список  $S$  антецедентов теоремы. Если спецификация приема имеет элемент "указатель(занесениепосылки( $i A$ ))", то рассматривается  $i$ -й антецедент  $B$ . Определяется список  $X$  общих переменных термов  $A, B$ , и антецедент  $B$  заменяется в списке  $S$  на кванторную импликацию " $\forall_X(A \rightarrow B)$ ". После коррекции списка  $S$  проверяется, что заменяемый терм имеет вид " $f(\lambda_x(t(x), Q(x)), \dots)$ ". Создается задача на преобразование  $Z$ , посылками которой служат утверждения списка  $S$ , а условием - заменяемый терм теоремы. Цели задачи - "упростить", "одз". Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 5. Если ответ содержит описатель " $\lambda_y(r(y), P(y))$ ", у которого выражение  $r(y)$  не короче выражения  $t(x)$ , то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ отображение( $t(x)$ ))".

vi. Сведение операции над семейством к операциям над семействами, имеющими более простую область определения.

А. Разбиение конечной операции с дизъюнктивным описанием области определения. Тип приема - "углы".

Проверяется, что заменяемая часть теоремы имеет вид " $f(\lambda_x(t(x), A(x)), \dots)$ ", где  $x$  - единственная переменная. Выбираются новые переменные  $B, C$ , и формируется терм  $T$  вида " $f(\lambda_x(t(x), B(x) \vee C(x)), \dots)$ ". Создается задача на преобразование  $Z$ , единственной посылкой которой служит кванторная импликация " $\forall_x(A(x) \rightarrow \neg(B(x)))$ ", а условием - терм  $T$ . Цели задачи - "упростить", "одз". Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 5. Если ответ

содержит символ "или", то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ логсимвол(или))".

#### 7. Определение характеристики класса.

- (а) Непосредственное определение характеристики класса. Тип приема - "орграф".

Создается задача на преобразование  $Z$ , посылки которой суть antecedentes теоремы, а условие - заменяемый терм. Цели задачи - "упростить", "одз". Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 5. Если ответ содержит символ "класс", а заменяющий терм теоремы - не содержит, то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ логсимвол(класс))".

### Сближение подвыражений задачи

#### 1. Задачи на преобразование.

- (а) Переход в задаче на преобразование к уже имевшимся подтермам. Тип приема - "поглощается".

Рассматриваются заменяемое выражение  $t_1$  и заменяющее  $t_2$ . Определяется тип  $s$  значения выражений с заголовком выражения  $t_1$ . Находится раздел, к которому относится  $s$ , и просматриваются символы  $f$  двуместных операций этого раздела. Справочник поиска теорем "констнорм" определяет по  $f$  теорему  $T$ , представляющую собой равенство выражения вида  $f(A_1, A_2)$  некоторому константному выражению. Левая часть этого равенства содержит единственную переменную  $x$ , причем эта переменная входит в нее ровно дважды. Определяется результат  $R$  замены в выражении  $f(A_1, A_2)$  первого вхождения переменной  $x$  на  $t_1$ , а второго - на  $t_2$ . Определяется список  $S$ , полученный добавлением к antecedентам теоремы приема результатов подстановки в antecedенты теоремы  $T$  выражения  $t_1$  вместо переменной  $x$ . Создается задача на преобразование  $Z$ , посылками которой служат утверждения  $S$ , а условием - выражение  $R$ . Цели задачи - "упростить", "одз". Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 7. Если ответ не является константным термом, то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ константа)". Если же ответ на копию задачи  $Z$  был константным, то сразу выход из справочника по значению 0.

### Сокращенная переформулировка

1. Сокращенная переформулировка выражений при завершающем редактировании. Тип приема - "левпозиция".

Создается задача на преобразование  $Z$ , посылки которой суть antecedенты теоремы, а условие - заменяемый терм. Цель задачи - "упростить", комментарий к задаче - "длина". Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 6. Если заменяющий терм  $T$  теоремы приема короче ответа, то предпринимается

обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ короче( $T$ ))".

2. Группировка уникальных известных подвыражений посылки. Тип приема - "Бинарная операция".

Проверяется равенство оценок сложности заменяемого и заменяющего термов. Проверяется также, что заменяемый терм имеет больше одного самого сложного подтерма, а заменяющий - единственный самый сложный подтерм. Создается задача на преобразование  $Z$ , посылки которой суть антецеденты теоремы, а условие - заменяемый терм. Цели задачи - "неопр", "одз".

Цель "неопр" означает, что решение задачи на преобразование сразу сводится к решению задачи на исследование, посылки которой получаются добавлением к посылкам задачи на преобразование терма "неопр( $A$ )", где  $A$  - условие задачи на преобразование. После решения задачи на исследование в ее посылках находится терм "неопр( $B$ )", и  $B$  выдается как ответ.

Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 6. Если ответ имеет более одного самого сложного подтерма, то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ единствсущ)".

3. Корневая свертка условия задачи на преобразование. Тип приема - "внешоперанд".

Создается задача на преобразование  $Z$ , посылки которой суть антецеденты теоремы, а условие - заменяемый терм. Цели задачи - "упростить", "нормтеорема". Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 6. Если заменяющий терм  $T$  теоремы приема короче ответа, то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ короче( $T$ ))".

4. Свертка константного выражения. Тип приема - "префикс".

Рассматриваются заменяемый терм  $A$  и заменяющий терм  $B$ . Проверяется, что параметры терма  $B$  включаются в параметры терма  $A$ . Рассматривается подстановка  $S$  вместо параметров терма  $A$  термов "неопр(1)", ..., "неопр( $n$ )". Определяются результаты  $A'$ ,  $B'$  применения подстановки  $S$  к термам  $A$ ,  $B$ . Создается задача на преобразование  $Z$ , посылки которой суть антецеденты теоремы, а условие -  $A'$ . Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 6. Если терм  $B'$  короче ответа, то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ короче( $B'$ ))".

### Выражения с неизвестными

1. Группировка относительно выражения с неизвестными. Тип приема - "нормнеизв".

В спецификации находится элемент "неизвестные( $x$ )". Создается список  $S$  - объединение списка антецедентов с утверждениями, сопровождающими по о.д.з. для этих же антецедентов и заменяемого выражения теоремы приема. Список  $S$  разбивается на подсписок  $S_1$  утверждений, содержащих  $x$ , и подсписок  $S_2$

утверждений, не содержащих  $x$ . Выбирается переменная  $a$ , не встречающаяся в теореме, и к списку  $S_1$  добавляется равенство заменяемого выражения этой переменной. Затем создается задача на описание  $Z$ , посылками которой служат утверждения  $S_2$ , а условиями - утверждения  $S_1$ . Цели задачи - "пример", "прямойответ", "одз", "неизвестные  $x$ ". Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 7, причем используется средний ограничитель трудоемкости. При получении отказа предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ отказ(7))".

2. Группировка в одном подвыражении всех неизвестных условия задачи на описание либо посылки задачи на исследование. Тип приема - "путьвоглавлени".

В спецификации находится элемент "терм( $t$ )". Проверяется, что терм  $t$  имеет единственную переменную  $x$ . Список антецедентов разбивается на подсписок  $S_1$  всех содержащих переменную  $x$  утверждений и подсписок  $S_2$  утверждений, не содержащих  $x$ . Выбирается переменная  $a$ , не встречающаяся в теореме, и к списку  $S_1$  добавляется равенство заменяемого выражения этой переменной. Затем создается задача на описание  $Z$ , посылками которой служат утверждения  $S_2$ , а условиями - утверждения  $S_1$ . Цели задачи - "полный", "явное", "прямойответ", "одз", "неизвестные  $x$ ". Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 7. При получении отказа предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ отказ(7))".

3. Уменьшение глубины неизвестной. Тип приема - "точкаокружности".

В спецификации находится элемент "неизвестные( $x$ )". Создается список  $S$  - объединение списка антецедентов с утверждениями, сопровождающими по о.д.з. для этих же антецедентов и заменяемого выражения теоремы приема. Список  $S$  разбивается на подсписок  $S_1$  утверждений, содержащих  $x$ , и подсписок  $S_2$  утверждений, не содержащих  $x$ . К списку  $S_1$  добавляется терм "неопр( $t$ )", где  $t$  - заменяемое выражение. Затем создается задача на описание  $Z$ , посылками которой служат утверждения  $S_2$ , а условиями - утверждения  $S_1$ . Цели задачи - "попыткаспуска", "прямойответ", "одз", "неизвестные  $x$ ". Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 7. Среди конъюнктивных членов ответа выбирается терм "неопр( $r$ )". Если глубина вхождений переменной  $x$  в  $r$  больше единицы, то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ глуб)".

4. Сведение неизвестного подвыражения условия задачи на описание либо посылки задачи на исследование к более простым неизвестным выражениям.

- (а) Сведение неизвестного подвыражения условия задачи на описание либо посылки задачи на исследование к более простым неизвестным выражениям. Тип приема - "записьприема".

Проверяется, что оценки сложности заменяемого и заменяющего выражений равны, причем самый сложный подтерм заменяемого термина  $T$  - он сам, а заменяющий терм имеет единственный самый сложный подтерм, более короткий, чем терм  $T$ . Создается задача на описание  $Z$ , имеющая



своей единственной посылкой константу "истина", а списком условий - набор антецедентов теоремы, пополненный термом "неопр( $T$ )". Цели задачи - "попыткаспуска", "прямойответ", "одз", "неизвестные  $X$ ", где  $X$  - список параметров терма  $T$ . Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 7. Если оценка сложности ответа больше, чем оценка сложности терма  $T$ , либо эти оценки равны, причем либо ответ имеет более одного подтерма максимальной сложности, либо его единственный подтерм максимальной сложности не короче терма  $T$ , то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ сокращ( $T$ ))".

- (b) Сведение неизвестного подвыражения условия задачи на описание к условному выражению с более простыми альтернативными выражениями и условием. Тип приема - "трапеция".

Проверяется, что оценка сложности заменяемого терма  $T$  больше оценки сложности заменяющего терма  $Q$ , вычисленной с игнорированием оценки символа "вариант". Создается задача на описание  $Z$ , имеющая своей единственной посылкой константу "истина", а списком условий - набор антецедентов теоремы, пополненный термом "неопр( $T$ )". Цели задачи - "попыткаспуска", "прямойответ", "одз", "неизвестные  $X$ ", где  $X$  - список параметров терма  $T$ . Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 7. Если вычисленная с игнорированием символа "вариант" оценка сложности ответа больше, чем аналогичная оценка сложности терма  $Q$ , то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ вароценка( $Q$ ))".

- (c) Сведение неизвестного подвыражения условия задачи на описание, имеющей несколько неизвестных, к более простым неизвестным выражениям, хотя бы одно из которых уже встречалось в этой задаче. Тип приема - "радиус".

Проверяется, что оценка сложности заменяемого терма  $T$  больше оценки сложности заменяющего. Составляется список  $t_1, \dots, t_k$  всех термов  $t$ , для которых спецификация приема имеет элемент "терм( $t$ )". Выбирается новая переменная  $x$  и создается задача на описание  $Z$ , имеющая своей единственной посылкой константу "истина", а списком условий - набор антецедентов теоремы, пополненный термами "неопр( $T$ )", "неопр(набор( $t_1 \dots t_k x$ ))". Цели задачи - "попыткаспуска", "прямойответ", "одз", "неизвестные  $X$ ", где  $X$  - список параметров условий задачи. Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 7. Используется средний ограничитель трудоемкости. Если получен "отказ" либо оценка сложности ответа больше оценки сложности заменяющего терма  $Q$ , то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ Оценка( $Q$ ))".

- (d) Декомпозиция неизвестного подвыражения в условии задачи на описание. Тип приема - "схемавариантов".

Проверяется, что оценки сложности заменяемого терма  $P$  и заменяющего терма  $Q$  равны. Составляется список  $x_1, \dots, x_k$  всех параметров заменяемого терма. Проверяется, что терм  $P$  имеет единственный самый сложный подтерм, причем этот подтерм совпадает с самим термом  $P$ . Проверяется,

что терм  $Q$  имеет более одного подтерма максимальной сложности, причем ни один из этих подтермов не содержит всех переменных  $x_1, \dots, x_k$ . Создается задача на описание  $Z$ , имеющая своей единственной посылкой константу "истина". Условиями служат все antecedentes теоремы и терм "неопр(набор( $P, x_1, \dots, x_k$ ))". Цели задачи - "попыткаспуска", "прямойответ", "одз", "неизвестные  $x_1 \dots x_k$ ". Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 7. Если оценка сложности ответа больше оценки сложности терма  $P$ , либо эти оценки равны, но набор имеющих наибольшую сложность подтермов ответа не образует декомпозицию по переменным терма  $P$ , то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ декомпозиция( $P$ ))".

5. Использование равенств из посылок для определения неизвестного выражения. Тип приема - "вставка".

Находится список  $a_1, \dots, a_k$  всех параметров заменяющего терма. Выбирается новая переменная  $x$ . Создается задача на описание  $Z$ , посылками которой служат antecedentes теоремы, а единственным условием - равенство заменяемого терма переменной  $x$ . Цели задачи - "полный", "явное", "прямойответ", "неизвестные  $x$ ", "известно  $a_1 \dots a_k$ ". Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 7. Если получается "отказ", то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ отказ(7))".

6. Использование равенств из посылок для исключения неизвестных. Тип приема - "кратность".

Описание действий дословно воспроизводит предыдущий пункт.

7. Группировка относительно известного подвыражения условия задачи на описание либо посылки задачи на исследование для перенесения этого подвыражения в не содержащую неизвестных часть утверждения. Тип приема - "вспомпреобразование".

Находится элемент "известно(...)" спецификации приема, и рассматриваются все входящие в него переменные  $a_1, \dots, a_k$ . Составляется список  $x_1, \dots, x_m$  всех параметров заменяемого терма, отличных от этих переменных. Проверяется, что он непуст. Определяется результат  $t$  подстановки в заменяемый терм вместо переменных  $x_1, \dots, x_m$  термов "неопр(набор( $x_1, x_1, \dots, x_m$ ))", ..., "неопр(набор( $x_m, x_1, \dots, x_m$ ))". Выбирается новая переменная  $y$ . Составляется список  $Q$ , полученный добавлением к содержащим хотя бы одну из переменных  $x_1, \dots, x_m$  antecedентам теоремы равенства выражения  $t$  переменной  $y$ . Остаток antecedентов образует список  $P$ . Создается задача на описание  $Z$ , посылками которой служат утверждения  $P$ , а условиями - утверждения  $Q$ . Цели задачи - "попыткаспуска", "прямойответ", "одз", "неизвестные  $x_1 \dots x_m$ ". Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 6. Среди конъюнктивных членов ответа выбирается терм "неопр( $r$ )". Если в терме  $r$  имеется вхождение отличного от "и", "или", "не", "существует" предикатного символа, некоторый операнд которого содержит как переменную списка  $a_1, \dots, a_k$ , так и переменную списка  $x_1, \dots, x_m$ , то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ разделены(набор( $a_1 \dots a_k$ ) набор( $x_1 \dots x_m$ )))".

## Константные подвыражения

1. Стандартизация с помощью вычислений. Тип приема - "исключприем".

Составляется список  $x_1, \dots, x_k$  заголовков левых частей равенств в антецедентах теоремы. Проверяется, что эти заголовки суть различные переменные. Составляет также список  $t_1, \dots, t_k$  правых частей этих равенств. Путь  $P$  - остаток антецедентов. Выбираются переменные  $y, z$ , не входящие в заменяемый терм  $T$ , и составляется список  $S_1$  термов "терм( $y$ )", "позиция( $z$   $y$ )", "вид( $z$   $T$ )". Если спецификация приема содержит терм "см( $A_1 \dots A_n$ )", то термы  $A_1, \dots, A_n$  добавляются к списку  $S$ . Создается вспомогательная задача  $S$  на преобразование группы фильтров ГЕНОЛОГА - тройка  $(S_0, S_1, S_2)$ , где  $S_0$  - набор термов вида "истинно( $F$ )" для всевозможных элементов  $F$  списка  $P$ ,  $S_2$  - одноэлементный набор (пример  $y$ ).

Целевой элемент (пример  $y$ ) означает, что в задаче требуется найти пример значения неизвестной  $y$  (терма, набора термов, задачи и т.п.). Этот ответ будет зарегистрирован в целевом элементе (ответ ...), создаваемом оператором "преобрфильтр". Заметим, что пока эти целевые элементы введены лишь ради данного пункта генератора тестовых задач. Обслуживающие их приемы в приведенном выше описании программы оператора "преобрфильтр" были опущены.

Далее начинается цикл из одного либо двух обращений к оператору "преобрфильтр". Каждый раз обрабатывается копия  $S'$  задачи  $S$ . Рассматривается элемент (ответ  $R$ ), возникающий в задаче  $S'$ . Внутри терма  $R$  находится подтерм  $Q$  с тем же заголовком, что у заменяемого терма  $T$  теоремы приема. Определяется подстановка  $U$  вместо параметров терма  $T$ , переводящая его в терм  $Q$ . Находятся результаты  $t'_1, \dots, t'_k$  применения  $U$  к термам  $t_1, \dots, t_k$ , упрощенные вспомогательными задачами на преобразование. Определяются результат  $B$  подстановки термов  $t'_1, \dots, t'_k$  вместо переменных  $x_1, \dots, x_k$  в заменяющий терм теоремы, а также результат  $R'$  замены подтерма  $Q$  терма  $R$  на терм  $B$ . Находится результат  $R''$  упрощения терма  $R'$  вспомогательной задачей на преобразование относительно утверждений списка  $P$ , к которым применена подстановка  $U$ .

Создается задача на преобразование  $Z$ , посылками которой служат антецеденты теоремы приема, а условием - терм  $R$ . Цели задачи - "одз", "упростить". Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 4. Если терм  $R''$  короче полученного ответа, то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ короче( $R''$ ))".

В противном случае предпринимается вторая (и последняя) попытка обращения к оператору "преобрфильтр". Перед этим отслеживается прием  $D$  тождественной либо эквивалентной замены, сработавший во время решения копии задачи  $Z$ . Рассматриваются варианты идентификации заменяемой части его теоремы с заменяемой частью  $T$  теоремы синтезируемого приема. Для каждого из них рассматривается фильтр приема  $D$ , содержащий переменные заменяемой части его теоремы, и во второй элемент тройки  $S'$  заносится отрицание такого фильтра, приведенное к переменным теоремы синтезируемого приема.

Таким образом создается указание на поиск примера  $R$ , для которого прием  $D$  не срабатывал бы.

### Преобразования, подготавливающие возможность упрощения

1. Преобразование, подготавливающее возможность декомпозиции посылки задачи на исследование либо на доказательство. Тип приема - "числоконстант".

В спецификации приема находится терм "см(контекст(... подтерм( $A$ )...))". Определяется результат  $B$  замены в терме  $A$  символа "теквхожд" на заменяемый терм теоремы. Создается задача на преобразование  $Z$ , посылками которой служат антецеденты теоремы, пополненные утверждениями, необходимыми для сопровождения по о.д.з. этих антецедентов и заменяемого терма. Условием служит терм  $B$ . Единственная цель задачи - "смпосылка". Задача сопровождается комментарием "(цель декомпозиция)".

Цель "смпосылка" означает, что решение задачи на преобразование сразу же сводится к решению задачи на исследование  $Z'$ , посылками которой служат все посылки задачи на преобразование и конъюнктивные члены условия  $B$  задачи на преобразование. Целями задачи на исследование служат все цели задачи на преобразование, отличные от цели "смпосылка". Комментарий (цель ...) уточняет условие на изменение терма  $B$ . В нашем случае, после решения задачи  $Z'$ , проверяется, что если некоторая посылка содержит все параметры терма  $B$ , то ее атомарные подутверждения, из которых она построена с помощью логических связок, образуют декомпозицию терма  $B$  по его параметрам. Если такое условие выполнено, то ответом задачи  $Z$  служит 1, иначе - 0.

Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 5. Если получен ответ 0, то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ заголовк(1))".

2. Преобразование, приводящее к возможности упрощения надтерма. Тип приема - "плоскоститочки".

В спецификации приема находится терм "см( $F$ )", а среди дизъюнктивных членов терма  $F$  - фильтр "контекст(... подтерм( $A$ )...)". Определяется результат  $B$  замены в терме  $A$  символа "теквхожд" на заменяемый терм теоремы. Создается задача на преобразование  $Z$ , посылками которой служат антецеденты теоремы, пополненные утверждениями, необходимыми для сопровождения по о.д.з. этих антецедентов и заменяемого терма. Условием служит терм  $B$ . Единственная цель задачи - "упростить". Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 5. Если оценка сложности ответа не меньше оценки сложности терма  $B$ , то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ меньше( $B$ ))".

### Числовые атомы

1. Выражение числового атома через численные параметры.
  - (а) Выражение числового атома через численные параметры с помощью равенств в посылках.

- i. Использование равенства из контекста, явно выражающего числовой атом через численные параметры. Тип приема - "величинаугла".

Создается задача на преобразование  $Z$ , посылками которой служат antecedentes теоремы и утверждение "число( $t$ )", где  $t$  - заменяющий терм теоремы. Условием задачи служит заменяемый терм. Цели задачи - "упростить". Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 6. Если ответом служит терм, отличный от переменной, то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ короче( $t$ ))".

## 2. Приведение подобных членов с числовыми атомами.

- (a) Приведение подобных членов с невырожденными числовыми атомами. Тип приема - "кривая".

Создается задача на преобразование  $Z$ , посылками которой служат antecedentes теоремы, пополненные условиями на о.д.з. для заменяемого терма. Условием задачи служит заменяемый терм. Цель задачи - "фикс". Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 6. Если ответ имеет не менее двух вхождений невырожденных числовых атомов, то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ числатомы)".

- (b) Приведение подобных членов с числовыми атомами при ограничениях на типы атомов коэффициентов. Тип приема - "меньшеилиравно".

Действия такие же, как в предыдущем пункте.

- (c) Догруппировка относительно числового атома. Тип приема - "нормкосинус".

Рассматривается заменяемый терм  $t$  теоремы приема. В нем имеется единственный невырожденный числовой атом  $A$ . Каждая не входящая в  $A$  переменная терма  $t$  заменяется в нем на копию выражения  $A$ , в которой все переменные переобозначены на новые переменные. Затем создается задача на преобразование  $Z$ , посылками которой служат antecedentes теоремы и условия на о.д.з. для терма  $t$ . Условием задачи является терм  $t$  (преобразованный, как указано выше). Цели задачи - "нормтеорема", "фикс". Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 7. Если ответ имеет более одного вхождения одного и того же невырожденного числового атома, то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ числзнач)".

## 3. Раскрытие скобок в выражениях с числовыми атомами.

- (a) Раскрытие скобок в выражении с числовым атомом, позволяющее выполнить приведение подобных членов с этим атомом. Тип приема - "другоевхождение".

Создается задача на преобразование  $Z$ , посылки которой суть antecedentes теоремы, пополненные утверждениями, необходимыми для сопровождения

по о.д.з. заменяемого терма. Условием служит заменяемый терм. Единственная цель задачи - "фикс". Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 6. Если ответ имеет более одного вхождения невырожденного числового атома, то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ числатомы)".

(b) Раскрывание скобок в произведении численного выражения на линейную комбинацию с невырожденным числовым атомом.

i. Раскрывание скобок в произведении численного выражения на линейную комбинацию с невырожденным числовым атомом. Тип приема - "учетоперанда".

Проверяется наличие невырожденного числового атома в заменяемом терме  $t$ . Создается задача на преобразование  $Z$ , посылками которой служат antecedentes теоремы, пополненные утверждениями, необходимыми для сопровождения по о.д.з. заменяемого терма. Условием служит равенство термов "неопр( $t$ )" и "неопр(0)". Задача имеет цели "известно", "смпосылка" и комментарий (цель раскрытьскобки).

Цель "смпосылка" означает, что решение задачи на преобразование сразу же сводится к решению задачи на исследование  $Z'$ , посылками которой служат все посылки задачи на преобразование и конъюнктивные члены условия  $B$  задачи на преобразование. Целями задачи на исследование служат все цели задачи на преобразование, отличные от цели "смпосылка". Комментарий (цель ...) уточняет условие на изменение терма  $B$ . В нашем случае, после решения задачи  $Z'$ , проверяется, что в посылке, содержащей символ "неопр", никакой невырожденный числовой атом не встречается в сумме, расположенной внутри произведения либо степенного выражений. Если такое условие выполнено, то ответом задачи  $Z$  служит 1, иначе - 0.

Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 9. Если ответ равен 0, то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ заголовков(1))".

ii. Раскрывание скобок в произведении численного выражения на линейную комбинацию с невырожденным числовым атомом, имеющим вхождения вне рассматриваемого произведения. Тип приема - "разделы".

Внутри заменяемого терма  $t$  выбирается невырожденный числовой атом  $A$ . Создается задача на преобразование  $Z$ , посылками которой служат antecedentes теоремы, пополненные утверждениями, необходимыми для сопровождения по о.д.з. заменяемого терма. Условием служит равенство термов "неопр( $t$ )" и "неопр( $A$ )". Задача имеет цели "известно", "смпосылка" и комментарий (цель раскрытьскобки). Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 8. Если ответ равен 0, то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ заголовков(1))".

iii. Раскрывание скобок в произведении численного выражения на линейную комбинацию невырожденных числовых атомов. Тип приема - "регистрациятеоремы".

Создается задача на преобразование  $Z$ , посылками которой служат антецеденты теоремы, пополненные утверждениями, необходимыми для сопровождения по о.д.з. заменяемого термина  $t$ . Условием служит равенство термов "неопр( $t$ )" и "неопр(0)". Задача имеет цели "известно", "смпосылка" и комментарий (цель раскрытьскобки). Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 8. Если ответ равен 0, то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ заголовок(1))".

- (с) Раскрывание скобок в произведении численного выражения на линейную комбинацию со степенью невырожденного числового атома, имеющего вхождения вне рассматриваемого произведения. Тип приема - "блокредактора".

Внутри заменяемого термина  $t$  выбирается невырожденный числовой атом  $A$ . Создается задача на преобразование  $Z$ , посылками которой служат антецеденты теоремы, пополненные утверждениями, необходимыми для сопровождения по о.д.з. заменяемого термина. Условием служит равенство термов "неопр( $t$ )" и "неопр( $A$ )". Задача имеет цели "известно", "смпосылка" и комментарий (цель раскрытьскобки). Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 8. Если ответ равен 0, то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ заголовок(1))".

- (d) Раскрывание скобок для квадрата линейной комбинации числовых атомов, если уравнение содержит также их произведение. Тип приема - "чтение-задачи".

Проверяется, что заменяемый терм имеет ровно два невырожденных числовых атома  $A_1, A_2$ . Создается задача на преобразование  $Z$ , посылками которой служат антецеденты теоремы, пополненные утверждениями, необходимыми для сопровождения по о.д.з. заменяемого термина  $t$ . Условием служит равенство термов "неопр( $t$ )" и "неопр( $A_1 \cdot A_2$ )". Задача имеет цели "известно", "смпосылка" и комментарий (цель раскрытьскобки). Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 13. Если ответ равен 0, то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ заголовок(1))".

4. Использование пропорциональной линейной комбинации числовых атомов, усматриваемой в посылках.

- (a) Выражение линейной комбинации числовых атомов через численные параметры при помощи посылки, представляющей собой равенство для пропорциональной линейной комбинации тех же атомов. Тип приема - "контрольнормализации".

Составляется список  $S$  антецедентов теоремы, пополненный условиями на о.д.з. этих антецедентов и консеквента. Если в списке  $S$  встречается равенство  $x = t$ , где  $x$  - переменная, не входящая в  $t$ , а терм  $t$  не содержит символа "плюс", то оно исключается, а в остальных утверждениях списка  $S$  вместо  $x$  подставляется  $t$ . Создается задача на преобразование

$Z$ , посылками которой служат утверждения  $S$ , а условием - заменяемый терм теоремы. Единственная цель - "неопр". Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 6. Если ответ содержит невырожденный числовой атом, то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ числовой атом)".

- (b) Выражение дроби с линейной комбинацией числовых атомов через численные параметры при помощи посылки, представляющей собой равенство для пропорциональной линейной комбинации тех же атомов. Тип приема - "возрастание".

Составляется список  $S$  antecedентов теоремы, пополненный условиями на о.д.з. этих antecedентов и консеквента. Если в списке  $S$  встречается равенство  $x = t$ , где  $x$  - переменная, не входящая в  $t$ , а терм  $t$  не содержит символа "плюс", то оно исключается, а в остальных утверждениях списка  $S$  вместо  $x$  подставляется  $t$ . В списке  $S$  находится равенство с нулем в правой части. На самом деле оно имеет для данного типа приемов вид " $pb - aq = 0$ ". Во всех равенствах списка  $S$  переменные  $p, b, a, q$  заменяются на выражения  $2p, 3a, 2a, 3p$  соответственно. Такая же замена выполняется в заменяемом терме  $T$ . Все преобразованные термы обрабатываются нормализаторами общей стандартизации.

Создается задача на преобразование  $Z$ , посылками которой служат утверждения  $S$ , а условием - преобразованный указанным образом терм  $T$ . Цели задачи - "известно", "неопр". Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 7. Если ответ содержит невырожденный числовой атом, то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ числовой атом)".

- (c) Упрощение линейной комбинации числовых атомов при помощи посылки, выражающей через численные параметры пропорциональную линейную комбинацию тех же атомов. Тип приема - "схемаоперандов".

Составляется список  $S$  antecedентов теоремы, пополненный условиями на о.д.з. этих antecedентов и консеквента. Если в списке  $S$  встречается равенство  $x = t$ , где  $x$  - переменная, не входящая в  $t$ , а терм  $t$  не содержит символа "плюс", то оно исключается из списка, а в заменяемый терм  $T$  вместо  $x$  подставляется  $t$ . Затем этот терм обрабатывается нормализаторами общей стандартизации. Создается задача на преобразование  $Z$ , посылками которой служат утверждения  $S$ , а условием - преобразованный указанным образом терм  $T$ . Единственная цель - "неопр". Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 6. Если ответ содержит невырожденный числовой атом, то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ числовой атом)".

### Условные выражения

1. Стандартизирующая группировка внутри условного выражения. Тип приема - "команды".

Создается задача на преобразование  $Z$ , посылками которой служат antecedенты теоремы, а условием - ее заменяемый терм. Цели задачи - "одз", "упро-



стить", "нормвариант". Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 7. Если ответ не имеет заголовка "вариант", то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ заголовок(вариант))".

## 2. Свертка условного выражения.

### (a) Свертка условного выражения. Тип приема - "новооператор".

Создается задача на преобразование  $Z$ , посылками которой служат антецеденты теоремы, а условием - ее заменяемый терм. Цели задачи - "одз", "упростить". Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 7. Если ответ содержит символ "вариант", а заменяющий терм теоремы не содержит, то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ логсимвол(вариант))".

## Исключение сложных операций и вычисления

### 1. Исключение сложной операции.

#### (a) Непосредственное исключение сложной операции. Тип приема - "стандупорядочение".

Создается задача на преобразование  $Z$ , посылками которой служат антецеденты теоремы, а условием - ее заменяемый терм. Цели задачи - "одз", "упростить". Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 7. Если оценка сложности ответа больше оценки сложности заменяемого термина  $t$ , то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ Оценка( $t$ ))".

#### (b) Исключение сложной операции с помощью кванторного тождества из контекста.

##### i. Непосредственное исключение сложной операции с помощью кванторного тождества, имеющегося в контексте. Тип приема - "дискретная математика".

Составляется список  $S$  антецедентов теоремы. Если в этом списке встречается равенство  $x = t$ , где  $x$  - переменная, не входящая в  $t$ , а терм  $t$  не содержит символа "плюс", то оно исключается из списка, а в заменяемый терм  $T$  вместо  $x$  подставляется  $t$ . Создается задача на преобразование  $Z$ , посылками которой служат утверждения  $S$ , а условием - преобразованный указанным образом терм  $T$ . Цели задачи - "одз", "прием", "упростить". Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 7. Если ответ содержит заголовок  $s$  самого сложного подтерма термина  $T$ , то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ логсимвол( $s$ ))".

### 2. Переход к сложной операции, имеющей более простые операнды.

#### (a) Переход к сложной операции, имеющей более простые операнды. Тип приема - "описатель".

Создается задача на преобразование  $Z$ , посылками которой служат антецеденты теоремы, а условием - ее заменяемый терм. Цели задачи - "одз",

"упростить". Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 8. Если оценки сложности ответа и заменяющего термина  $t$  равны, причем ответ содержит подтерм максимальной сложности, более длинный, чем любой подтерм такой же сложности в  $t$ , то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ максложн( $t$ ))".

- (b) Декомпозиция сложной операции. Тип приема - "сопровождтерм".

Создается задача на преобразование  $Z$ , посылками которой служат antecedentes теоремы, а условием - ее заменяемый терм. Цели задачи - "одз", "задачи", "упростить". Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 8. Если оценки сложности ответа и заменяющего термина  $t$  равны, причем ответ содержит подтерм максимальной сложности, более длинный, чем любой подтерм такой же сложности в  $t$ , то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ максложн( $t$ ))".

- (c) Декомпозиция сложной операции для получения повторяющихся входящих неконстантного термина. Тип приема - "контрольслучаев".

Проверяется, что оценка сложности заменяемого термина  $t$  равна оценке сложности заменяющего термина  $r$ . Выбирается подтерм  $s$  термина  $r$ , имеющий максимальную сложность и не входящий в терм  $t$ . Создается задача на преобразование  $Z$ , посылками которой служат antecedentes теоремы, а условием - терм "набор( $t, s$ )". Цели задачи - "одз", "упростить". Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 8. Если оценки сложности ответа и заменяющего термина  $r$  равны, причем ответ содержит подтерм максимальной сложности, более длинный, чем любой подтерм такой же сложности в  $r$ , то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ максложн( $r$ ))".

- (d) Декомпозиция сложной операции, использующая посылку для идентификации подмножества операндов ассоциативно-коммутативной операции. Тип приема - "перечни".

В спецификации приема находится элемент "антецедент( $i$ )", указывающий номер  $i$  антецедента, позволяющего идентифицировать подмножество операндов ассоциативно-коммутативной операции, рассматриваемой в заменяемом терме  $t$ . Находится данный антецедент и определяется его единственная переменная  $x$ . Выбираются новые переменные  $y, z$ . В терме  $t$  рассматривается ассоциативно - коммутативная операция  $f(x, v)$ , где  $v$  - переменная. Определяется результат  $t'$  замены в  $t$  этой операции на  $f(x, v, y, z)$ . Находится список  $S$  результатов подстановки в antecedentes теоремы термов  $f(x, y)$  и  $f(v, z)$  вместо переменных  $x, v$ . Этот список пополняется утверждениями, необходимыми для сопровождения по о.д.з. его элементов. Находится результат  $r$  подстановки в заменяющий терм теоремы термов  $f(x, y)$  и  $f(v, z)$  вместо переменных  $x, v$ .

Создается задача на преобразование  $Z$ , посылками которой служат утверждения списка  $S$ , а условием - терм  $t'$ . Цели задачи - "дистрибразвертка", "упростить". Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 8. Если оценки сложности ответа и термина  $r$  равны, причем ответ содержит подтерм максимальной сложности, более длинный, чем любой подтерм такой

же сложности в  $r$ , то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ максложн( $r$ ))".

### 3. Упрощение выражений с функциональными переменными.

- (a) Непосредственное исключение функциональных переменных. Тип приема - "движвправо".

Создается задача на преобразование  $Z$ , посылками которой служат антецеденты теоремы, а условием - ее заменяемый терм. Цели задачи - "одз", "упростить". Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 7. Если ответ содержит символ "значение", то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ логсимвол(значение))".

- (b) Использование кванторного тождества, явно определяющего значения функции, для вычисления операции над этой функцией.

В базе теорем находится теорема  $T$ , отличающаяся от теоремы - источника синтезируемого приема только переобозначением переменных. Просматриваются приемы, ранее созданные по теореме  $T$ . Если среди спецификаций этих приемов имеется такая, которая является подмножеством спецификации создаваемого приема, то этот прием не создается. Иначе - вводится фиктивная задача на преобразование  $Z$ , имеющая единственную посылку "истина" и условие "0", после чего предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  без опции "(ответ ...)".

## Координаты

1. Выражение координат объекта через невырожденные числовые атомы. Тип приема - "добавлениеветви".

Создается задача на преобразование  $Z$ , посылками которой служат антецеденты теоремы, а условием - ее заменяемый терм. Цели задачи - "одз", "упростить". Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 7. Если ответ не имеет заголовка "набор", то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ заголовков(набор))".

2. Выражение координат объекта через координаты других объектов и вычисление последних с помощью нормализаторов. Тип приема - "восстановлениеменю".

Создается задача на преобразование  $Z$ , посылками которой служат антецеденты теоремы, а условием - ее заменяемый терм. Цели задачи - "одз", "неопр", "упростить". Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 7. Если ответ не имеет заголовка "набор", то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ заголовков(набор))".

3. Выражение координат объекта через указанные в посылках координаты другого объекта. Тип приема - "Набор".

Создается задача на преобразование  $Z$ , посылками которой служат антецеденты теоремы, а условием - ее заменяемый терм. Цели задачи - "одз", "упростить". Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 7. Если ответ содержит невырожденный числовой атом, то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ числовойатом)".

#### 4. Выражение числового атома через координаты.

- (a) Выражение числового атома посылки через координаты. Тип приема - "типы".

Создается задача на преобразование  $Z$ , посылками которой служат антецеденты теоремы, пополненные утверждениями, необходимыми для сопровождения по о.д.з. этих антецедентов и заменяемого терма. Условием служит заменяемый терм. Цели задачи - "одз", "неопр", "упростить". Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 7. Если ответ содержит невырожденный числовой атом, не являющийся названием отдельной координаты (например, "крд"), то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ крд)".

- (b) Выражение числового атома посылки через параметры уравнения для координат множества объектов. Тип приема - "знач".

Создается задача на преобразование  $Z$ , посылками которой служат антецеденты теоремы, пополненные утверждениями, необходимыми для сопровождения по о.д.з. этих антецедентов и заменяемого терма. Условием служит заменяемый терм. Цели задачи - "неопр", "упростить". Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 7. Если ответ содержит невырожденный числовой атом, то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ числовойатом)".

#### 5. Задачи на преобразование, имеющие цель "класс".

- (a) Исключение вспомогательных параметров в условии задачи на преобразование, имеющей цель "класс". Тип приема - "нормравно".

В списке антецедентов  $S$  каждый терм "разныеточки( $A, B$ )" и "разныепрямые( $A, B$ )" заменяется на " $\neg(A = B)$ ". Составляется список  $P$  всех параметров правых частей равенств списка  $S$ , в левой части которых расположено обозначение каких-либо координат. Создается задача на преобразование  $Z$ , имеющая своими посылками утверждения  $S$ , а условием - заменяемый терм теоремы. Цели задачи - "класс", "упростить". Для каждой переменной  $x$  списка  $P$  создается комментарий задачи (вспомпараметр  $x$ ). Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 7. Если получен "отказ", то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ отказ(7))".

### 3.2.2 Эквивалентная замена

#### Общая стандартизация одного утверждения

1. Безусловная общая стандартизация одного утверждения. Тип приема - "норм-экв".

Создается задача на преобразование  $Z$ , посылками которой служат antecedentes теоремы, а условием - ее заменяемый терм  $A$ . Цели задачи - "одз", "упростить". Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 5. Если результаты обработки оператором "станд" ответа и терма  $A$  совпадают, то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ станд( $A$ ))".

2. Условная общая стандартизация одного утверждения. Тип приема - "числооперандов".

Создается задача на описание  $Z$ , посылками которой служат antecedentes теоремы, а условием - ее заменяемое утверждение  $A$ . Цели задачи - "полный", "явное", "прямойответ", "одз", "редакция". Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 7, причем вводится средний ограничитель трудоемкости. Если результаты обработки оператором "станд" ответа и терма  $A$  совпадают, то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ станд( $A$ ))".

3. Элементарная переформулировка с исключением сложного понятия. Тип приема - "обрыв".

Создается задача на преобразование  $Z$ , посылками которой служат antecedentes теоремы, а условием - ее заменяемый терм  $A$ . Цели задачи - "одз", "упростить". Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 5. Если оценка сложности ответа не меньше оценки сложности терма  $A$ , то рассматривается заменяющий терм  $B$  и предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ Оценка( $B$ ))".

4. Дизъюнктивно-конъюнктивная декомпозиция элементарного утверждения.

(a) Конъюнктивная декомпозиция элементарного утверждения.

- i. Конъюнктивная декомпозиция элементарного утверждения. Тип приема - "огрсверху".

Создается задача на преобразование  $Z$ , посылками которой служат antecedentes теоремы, а условием - ее заменяемый терм  $A$ . Цели задачи - "упростить". Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 7. Если результаты обработки оператором "станд" ответа и терма  $A$  совпадают, то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ станд( $A$ ))".

- ii. Конъюнктивная декомпозиция элементарной посылки. Тип приема - "транслзамена".

Создается задача на преобразование  $Z$ , посылками которой служат antecedentes теоремы, а условием - ее заменяемый терм  $A$ . Цели задачи -

"смпочсылка", "одз", "противоречие". Задаче передается комментарий "(цель равно)".

Цель "смпочсылка" означает, что решение задачи на преобразование сразу же сводится к решению задачи на исследование  $Z'$ , почсылками которой служат все почсылки задачи на преобразование и конъюнктивные члены условия задачи на преобразование. Целями задачи на исследование служат все цели задачи на преобразование, отличные от цели "смпочсылка". Комментарий (цель равно) означает, что после решение задачи  $Z'$  проверяется наличие ее почсылки, совпадающей, с точностью до обработки оператором "станд", с исходным условием задачи на преобразование. Если таковая имеется, то выдается ответ 0, иначе - ответ 1.

Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 7. Если получен ответ 0, то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ заголовк(1))".

(b) Дизъюнктивная декомпозиция элементарного утверждения.

i. Дизъюнктивная декомпозиция элементарного утверждения. Тип приема - "сверткаварианта".

Создается задача на преобразование  $Z$ , почсылками которой служат антецеденты теоремы, а условием - ее заменяемый терм  $A$ . Цели задачи - "упростить", "одз". Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 7. Если результаты обработки оператором "станд" ответа и терма  $A$  совпадают, то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ станд( $A$ ))".

(c) Дизъюнктивно - конъюнктивная декомпозиция элементарного утверждения.

i. Дизъюнктивно - конъюнктивная декомпозиция элементарного утверждения. Тип приема - "множество".

Создается задача на преобразование  $Z$ , почсылками которой служат антецеденты теоремы, а условием - ее заменяемый терм  $A$ . Цели задачи - "упростить", "одз". Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 7. Если набор атомарных утверждений, из которых ответ образован с помощью логических связей, не является декомпозицией терма  $A$  по его переменным, то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ разбиение( $A$ ))".

5. Усиление утверждения.

(a) Усиление почсылки. Тип приема - "явное".

Заменяющий терм упрощается при помощи вспомогательной задачи на преобразование, почсылками которой служат антецеденты теоремы. Пусть  $A$  - результат упрощения. Создается задача на преобразование  $Z$ , почсылки которой - антецеденты теоремы и ее заменяемый терм. Условием задачи служит терм  $A$ . Цели задачи - "Почсылка", "упростить".

Цель "Почсылка" означает, что решение задачи на преобразование сразу сводится к вспомогательной задаче на исследование, цели которой суть все

остальные цели задачи на преобразование, а посылки - те же, что у задачи на преобразование. Если задача на исследование изменяет посылки таким образом, что возникает утверждение, для которого результат применения оператора "станд" такой же, как для условия задачи на преобразование, то ответом задачи на преобразование служит 1, иначе - 0. Если условие задачи на преобразование - конъюнкция, то проверяется включение (с учетом оператора "станд") ее конъюнктивных членов в итоговый список посылок задачи на исследование.

Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 6. Если получен ответ 0, то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ заголовок(1))".

#### 6. Константные выражения.

- (a) Упрощение утверждения относительно неконстантных выражений. Тип приема - "удалениезамечания".

В спецификации находится элемент "переменные( $x_1, \dots, x_k$ )". Пусть  $S$  - список антецедентов теоремы,  $A$  - заменяемый терм. Рассматривается список  $y_1, \dots, y_m$  всех параметров терма  $A$ , отличных от переменных  $x_1, \dots, x_k$ . Эти параметры заменяются в утверждениях  $S$  и в терме  $A$  на константные термы "фикс(1)", ..., "фикс( $m$ )". Затем создается задача на преобразование  $Z$ , посылками которой служат измененные утверждения  $S$ , а условием - измененный терм  $A$ . Цели задачи - "одз", "упростить". Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 5. Если наибольшая из оценок сложности содержащих переменные  $x_1, \dots, x_k$  подвыражений ответа не меньше аналогичной величины для измененного терма  $A$ , то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ перемОценка( $M$  переменные( $x_1, \dots, x_k$ )))". Здесь  $M$  - наибольшая из оценок сложности содержащих переменные  $x_1, \dots, x_k$  подвыражений заменяющей части теоремы.

#### 7. Общая стандартизация с исключением квантора.

- (a) Общая стандартизация с исключением квантора. Тип приема - "пример".

Создается задача на преобразование  $Z$ , посылками которой служат антецеденты теоремы, а условием - ее заменяемый терм. Цели задачи - "упростить", "одз". Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 7. Если ответ имеет связанные переменные, то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ свобоперанд)".

- (b) Общая стандартизация с частичным исключением квантора. Тип приема - "хэшзадачи".

Создается задача на преобразование  $Z$ , посылками которой служат антецеденты теоремы, а условием - ее заменяемый терм  $A$ . Цели задачи - "упростить", "одз". Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 5. Если наибольшая глубина вложенности кванторов в ответе не меньше, чем в терме  $A$ , то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ квантглубина( $A$ ))".

8. Общая стандартизация с исключением описателя. Тип приема - "списокзадач".

Создается задача на преобразование  $Z$ , посылками которой служат антецеденты теоремы, а условием - ее заменяемый терм. Цели задачи - "упростить", "одз". Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 5. Если ответ имеет связанные переменные, то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ свобоперанд)".

9. Свертка дизъюнкции. Тип приема - "полный".

Создается задача на преобразование  $Z$ , посылками которой служат антецеденты теоремы, а условием - ее заменяемый терм. Цели задачи - "упростить", "одз". Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 7. Если в ответ входит символ "или", то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ логсимвол(или))".

10. Свертка конъюнкции. Тип приема - "блоктеорем".

Создается задача на преобразование  $Z$ , посылками которой служат антецеденты теоремы, а условием - терм "фикс( $A$ )", где  $A$  - заменяемый терм. Цели задачи - "упростить", "одз". Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 7. Если в ответ входит символ "и", то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ логсимвол(и))".

### Общая стандартизация группы утверждений

1. Общая стандартизация группы посылок. Тип приема - "заменатермов".

Заменяющий терм упрощается при помощи вспомогательной задачи на преобразование, посылками которой служат антецеденты теоремы. Пусть  $A$  - результат упрощения. Создается задача на преобразование  $Z$ , посылки которой - антецеденты теоремы и конъюнктивные члены заменяемого терма. Условием задачи служит терм  $A$ . Цели задачи - "Посылка", "упростить". Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 6. Если получен ответ 0, то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ заголовок(1))".

2. Общая стандартизация группы кванторных посылок с одинаковыми антецедентами. Тип приема - "окрестность".

Создается задача на преобразование  $Z$ , посылками которой служат антецеденты теоремы, а условием - ее заменяемый терм. Цели задачи - "смпосылка", "редакция". Задача сопровождается комментарием (цель длялюбого).

Цель "смпосылка" означает, что решение задачи на преобразование сразу же сводится к решению задачи на исследование  $Z'$ , посылками которой служат все посылки задачи на преобразование и конъюнктивные члены условия задачи на преобразование. Целями задачи на исследование служат все цели задачи на преобразование, отличные от цели "смпосылка". Комментарий (цель длялюбого) означает, что после решение задачи  $Z'$  находится число ее кванторных посылок. Если это число меньше 2, выдается ответ 1, иначе - 0.



Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 5. Если получен ответ 0, то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ заголовок(1))".

3. Общая стандартизация группы условий задачи на описание. Тип приема - "замена условия".

Создается задача на описание, посылками которой служат antecedentes теоремы, а условиями - конъюнктивные члены замененного утверждения теоремы. Цели задачи - "неизвестные  $X$ ", "редакция", где  $X$  - все параметры условий задачи. Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 5. Из списка конъюнктивных членов ответа исключаются все утверждения, необходимые для сопровождения этого ответа по о.д.з. Если полученный при этом список не короче, чем исходный список условий задачи  $Z$ , то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ длиннее( $N$ ))", где  $N$  - длина исходного списка условий задачи  $Z$ .

4. Исключение описателя в группе посылок с помощью вспомогательной задачи на описание. Тип приема - "Ключ".

Среди antecedents выбирается равенство  $A$  с описателем "класс" в одной из своих частей. Находится список  $S$  подтермов равенства  $A$ , имеющих заголовок "значение". Проверяется, что он двухэлементный: состоит из термов  $P(x)$  и  $Q(x)$ , где  $P, Q$  - переменные. Формируются вспомогательные выражения  $set_{PQ}(P - \text{число} \& Q - \text{число} \& P + Q = 1)$  и  $set_{PQ}(P - \text{число} \& Q - \text{число} \& P - Q = 1)$ . Находится результат  $R$  замены в заменяемом терме теоремы подвыражений " $set_x P(x)$ ", " $set_x Q(x)$ " на указанные вспомогательные выражения. Затем создается задача на преобразование  $Z$ , посылками которой служат все отличные от  $A$  antecedents теоремы, а условием - терм  $R$ . Цели задачи - "смпосылка", "редакция". Задача сопровождается комментарием "(цель класс)".

Цель "смпосылка" означает, что решение задачи на преобразование сразу же сводится к решению задачи на исследование  $Z'$ , посылками которой служат все посылки задачи на преобразование и конъюнктивные члены условия задачи на преобразование. Целями задачи на исследование служат все цели задачи на преобразование, отличные от цели "смпосылка". Комментарий (цель класс) означает, что после решения задачи  $Z'$  проверяется наличие посылки, содержащей символ "класс". Если такой нет, то выдается ответ 1, иначе - 0.

Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 5. Если получен ответ 0, то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ заголовок(1))".

### Сокращенная переформулировка

1. Дизъюнктивно-конъюнктивная свертка в условии задачи на свертку. Тип приема - "сборка".

Создается задача на описание  $Z$ , посылками которой служат antecedents теоремы, а единственным условием - терм "фикс( $A$ )", где  $A$  - заменяемый терм

теоремы. Цели задачи - "полный", "явное", "прямойответ", "редакция", "соединение". Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 5. Ее ответ будет иметь вид "фикс( $R$ )". Если заменяющий терм  $B$  теоремы приема оказался короче термина  $R$ , то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ короче(фикс( $B$ )))".

2. Сокращенная переформулировка группы условий задачи на свертку. Тип приема - "соединение".

Проверяется, что заменяемый терм имеет заголовок "и". Затем создается задача на описание  $Z$ , посылками которой служат antecedentes теоремы, а условиями - конъюнктивные члены заменяемого термина. Цели задачи - "полный", "явное", "прямойответ", "редакция", "соединение". Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 5. Если заменяющий терм  $A$  теоремы приема оказался короче ответа, то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ короче( $A$ ))".

3. Свертка группы известных условий задачи на описание при редактировании ответа. Тип приема - "комментарииусловия".

Проверяется, что заменяющее утверждение элементарно. Создается задача на описание  $Z$ , посылки которой суть antecedentes теоремы, а условия - конъюнктивные члены заменяемого утверждения. Цели задачи - "полный", "явное", "прямойответ", "редакция". Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 5. Если ответ задачи не является элементарным утверждением, то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ элементарно)".

4. Упрощение известного условия для параметров при редактировании ответа задачи на описание. Тип приема - "равнойдлины".

Создается задача на описание  $Z$ , посылки которой суть antecedentes теоремы, а условия - конъюнктивные члены заменяемого утверждения. Цели задачи - "редуцирование", "полный", "и", "прямойответ", "редакция". Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 5. Вводится средний ограничитель трудоемкости. Если заменяющий терм  $A$  короче ответа, то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ короче( $A$ ))". Если последнее условие не выполнено, причем заменяющий терм элементарен, а ответ - не элементарен, то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ элементарно)".

### Кванторные свертки и расшифровки

1. Кванторная свертка. Тип приема - "кванторнаясвертка".

Создается задача на преобразование  $Z$ , посылками которой служат antecedentes теоремы, а условием - ее заменяемый терм  $A$ . Единственная цель - "упростить". Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 7. Если ответ имеет связанные переменные, а заменяющий терм теоремы - не имеет, то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ свободеранд)".

## 2. Кванторная расшифровка. Тип приема - "теквхожд".

Составляется список  $X$  параметров заменяемого утверждения  $A$ . Список антецедентов разбивается на подсписок  $B_1$  утверждений, содержащих переменную списка  $X$ , и подсписок  $B_2$  остальных утверждений. Создается задача на описание  $Z$ , посылками которой служат утверждения  $B_2$ , а условиями - утверждения  $B_1$  и заменяемый терм  $A$ . Цели задачи - "полный", "прямойответ", "попытка-спуска", "редуцирование", "одз", "неизвестные  $X$ ". Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 5. Если ответ не содержит кванторов, то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ содержится(длялюбого существует))".

## 3. Кванторная расшифровка в условии задачи на доказательство. Тип приема - "развертка".

Создается задача на доказательство  $Z$ , посылками которой служат антецеденты теоремы и заменяющий терм, а условием - заменяемый терм. Ей передаются комментарии "кванторнаясвертка", "противоречие", "теортест". Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 7. Если получен "отказ", то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ отказ(7))".

## 4. Кванторная расшифровка посылки, приводящая к квантору общности. Тип приема - "задача".

Если заменяющий терм - квантор существования, то рассматриваются квантор общности  $K$ , являющийся отрицанием этого квантора существования, а также отрицание  $A$  заменяемого термина. Иначе  $K$  - заменяющий терм,  $A$  - заменяемый. Если консеквент кванторной импликации  $K$  - отрицание, причем некоторый антецедент тоже является отрицанием, то выполняется их контрапозиция. Затем создается задача на доказательство  $Z$ , посылки которой суть антецеденты теоремы, утверждение  $A$  и антецеденты кванторной импликации  $K$ . Условие задачи - консеквент импликации  $K$ . Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 6. Если получен "отказ", то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ отказ(6))".

## 5. Кванторная расшифровка посылки, приводящая к квантору существования. Тип приема - "облнорм".

Если заменяющий терм - квантор общности, то рассматриваются квантор существования  $K$ , являющийся отрицанием этого квантора общности, а также отрицание  $A$  заменяемого термина. Иначе  $K$  - заменяющий терм,  $A$  - заменяемый. Проверяется, что заголовок  $K$  - символ "существует" и что ни один из конъюнктивных членов утверждения под квантором существования не имеет заголовка "значение". Затем создается задача на доказательство  $Z$ , посылки которой суть антецеденты теоремы и утверждение  $A$ . Условие задачи - утверждение  $K$ . Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 7, причем используется средний ограничитель трудоемкости. Если получен "отказ", то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ отказ(7))".

## 6. Кванторная расшифровка утверждения с описателями.

- (а) Кванторная расшифровка утверждения с описателями. Тип приема - "точкапрямой".

Проверяется, что заменяемый терм  $A$  содержит символ "класс" либо "описатель", а заменяющий - не содержит этих символов. Создается задача на описание  $Z$ , посылками которой служат антецеденты теоремы, а единственным условием - терм  $A$ . Цель задачи - "редакция". Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 5. Если ответ содержит описатель "класс" либо "отображение", то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опций "(ответ логсимвол(класс))", "(ответ логсимвол(отображение))".

## 7. Кванторная расшифровка в режиме развертки. Тип приема - "контрольбуфера".

Создается задача на описание  $Z$ , посылками которой служат антецеденты теоремы, а единственным условием - заменяемый терм  $A$ . Цели задачи - "редакция", "развертка". Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 5. Если ответ не содержит кванторов, то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ содержится(длялюбогосуществует))".

## 8. Ввод новых описателей в режиме свертки. Тип приема - "текзадача".

Создается задача на описание  $Z$ , посылками которой служат антецеденты теоремы, а единственным условием - заменяемый терм  $A$ . Цели задачи - "полный", "явное", "прямойответ", "редакция", "свертка". Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 5. Если ответ содержит символ "длялюбого",  $A$  заменяющий терм - не содержит, то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ логсимвол(длялюбого))".

**Применение параметрического описания**

1. Попытка использования явного параметрического описания при получении частичного ответа. Тип приема - "параметризация".

Консеквент теоремы - эквивалентность некоторого утверждения  $A$  квантору существования  $K$ . Пусть  $X$  - связывающая приставка этого квантора,  $S$  - список конъюнктивных членов подкванторного утверждения. В списке  $S$  находится равенство  $y = t$ , где  $y$  - переменная, не имеющая других вхождений в  $K$ . Решается задача на описание, посылками которой служат антецеденты теоремы, а условиями - отличные от указанного равенства элементы списка  $S$ . Цели задачи - "полный", "пример", "неизвестные  $X$ ". Уровень обращения к задаче равен 6. Проверяется, что ответ отличен от символа "отказ", т.е. пример значений параметров параметрического описания решатель способен найти. Тогда составляется список  $P$ , состоящий из всех содержащих  $y$  антецедентов теоремы и из утверждения  $A$ . Создается задача на описание  $Z$ , посылками которой служат все не вошедшие в  $P$  антецеденты теоремы, а условиями - утверждения  $P$ . Цели задачи - "полный", "пример", "неизвестные  $y$ ". Копия задачи  $Z$

решается до максимального уровня 8. Если ответом служит символ "отказ", то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ отказ(8))".

2. Попытка использования неявного параметрического описания при получении частичного ответа. Тип приема - "попыткапараметризации".

Консеквент теоремы - эквивалентность некоторого утверждения  $A$  квантору существования  $K$ . Пусть  $S$  - список конъюнктивных членов подкванторного утверждения. Решается задача на описание, имеющая своей единственной посылкой константу "истина", а условиями - антецеденты теоремы и утверждения  $S$ . Цели задачи - "полный", "пример", "неизвестные  $X$ ", где  $X$  - все параметры условий задачи. Уровень обращения к задаче равен 6. Используется сравнительно сильный ограничитель трудоемкости. Проверяется, что ответ отличен от символа "отказ". Тогда создается задача на описание  $Z$ , имеющая своей единственной посылкой константу "истина", а условиями - антецеденты теоремы и утверждение  $A$ . Цели задачи - "полный", "пример", "неизвестные  $Y$ ", где  $Y$  - все параметры условий задачи. Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 8, причем используется средний ограничитель трудоемкости. Если ответом служит символ "отказ", то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ отказ(8))".

3. Использование неявного параметрического описания при получении ответа задачи на описание, не имеющей в текущем условии существенных неизвестных. Тип приема - "учетвбуфере".

Консеквент теоремы - эквивалентность некоторого утверждения  $A$  квантору существования  $K$ . Создается задача на описание  $Z$ , имеющая единственную посылку "истина", условиями которой служат антецеденты теоремы и утверждение  $A$ . Цели задачи - "полный", "редакция", "одз", "прямойответ", "попыткаспуска", "неизвестные  $X$ ", "параметры  $X$ ". Здесь  $X$  - все параметры условий. Задаче передается комментарий "кванторнаясвертка". Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 6, причем используется сравнительно сильный ограничитель трудоемкости. Если ответ не содержит кванторов, то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ содержится(существует длялюбого))".

4. Переход к параметрическому описанию под квантором либо описателем. Тип приема - "Однасторона".

Консеквент теоремы - эквивалентность некоторого утверждения  $A$  квантору существования  $K$ . Среди конъюнктивных членов утверждения под квантором существования находится равенство  $x = t$  не входящей в связывающую приставку квантора  $K$  переменной  $x$  не содержащему ее выражению  $t$ . Создается задача на преобразование  $Z$ , посылками которой служат антецеденты теоремы, а условием - выражение "card(set <sub>$x$</sub> A)". Цели задачи - "упростить", "редуцирование", "(логсимвол существует)". Последняя цель иницирует выдачу ответа "фикс" при появлении в условии задачи символа "существует". Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 6. Если ответ отличен от "отказ", "фикс",

то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ содержится(фикс))".

## Преобразование утверждений с неизвестными

### 1. Разрешение относительно неизвестных.

#### (a) Разрешение условия либо посылки относительно заданных неизвестных.

- i. Разрешение условия задачи на описание либо посылки задачи на исследование относительно заданных неизвестных. Тип приема - "глуб".

В спецификации находится элемент "неизвестные( $x_1 \dots x_k$ )". Составляется список  $S$  всех антецедентов, содержащих хотя бы одну переменную списка  $x_1, \dots, x_k$ , и список  $P$  остальных антецедентов. Создается задача на описание  $Z$ , посылками которой служат утверждения  $P$ , а условиями - утверждения  $S$  и заменяемый терм теоремы. Цели задачи - "полный", "явное", "прямойответ", "упростить", "одз", "неизвестные  $x_1 \dots x_k$ ". Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 8. Если получен ответ "отказ", то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ отказ(8))".

- ii. Разрешение условия задачи на описание относительно заданных неизвестных.

- A. Условие задачи на описание преобразуется в явное параметрическое описание неизвестных. Тип приема - "серия".

В спецификации находится элемент "неизвестная( $x_1 \dots x_k$ )". Составляется список  $S$  всех антецедентов, содержащих хотя бы одну переменную списка  $x_1, \dots, x_k$ , и список  $P$  остальных антецедентов. Создается задача на описание  $Z$ , посылками которой служат утверждения  $P$ , а условиями - утверждения  $S$  и заменяемый терм теоремы. Цели задачи - "полный", "явное", "прямойответ", "упростить", "одз", "неизвестные  $x_1 \dots x_k$ ". Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 8. Если получен ответ "отказ", то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ отказ(8))".

- B. Усмотрение независимости истинности условия от неизвестной. Тип приема - "невозрастает".

В спецификации находится элемент "неизвестные( $x_1 \dots x_k$ )". Составляется список  $S$  всех антецедентов, содержащих хотя бы одну переменную списка  $x_1, \dots, x_k$ , и список  $P$  остальных антецедентов. Создается задача на описание  $Z$ , посылками которой служат утверждения  $P$ , а условиями - утверждения  $S$  и заменяемый терм теоремы. Цели задачи - "полный", "явное", "прямойответ", "упростить", "одз", "неизвестные  $x_1 \dots x_k$ ". Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 1. Если получен ответ "отказ", то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ отказ(1))".

С. Разрешение условия задачи на описание относительно заданных неизвестных с помощью дополнительного условия. Тип приема - "путь".

Отличие от предыдущего пункта - только в том, что копия задачи  $Z$  ешается до максимального уровня 3 и используется опция "(ответ отказ(3))".

(b) Разрешение группы утверждений относительно заданных неизвестных.

i. Разрешение группы условий задачи на описание относительно заданных неизвестных. Тип приема - "область".

В спецификации находится элемент "неизвестные( $x_1 \dots x_k$ )". Составляется список  $S$  всех антецедентов, содержащих хотя бы одну переменную списка  $x_1, \dots, x_k$ , и список  $P$  остальных антецедентов. Создается задача на описание  $Z$ , посылками которой служат утверждения  $P$ , а условиями - утверждения  $S$  и заменяемый терм теоремы. Цели задачи - "полный", "явное", "прямойответ", "упростить", "одз", "неизвестные  $x_1 \dots x_k$ ". Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 5. Если получен ответ "отказ", то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ отказ(5))".

ii. Группа условий задачи на описание преобразуется в явное параметрическое описание неизвестных. Тип приема - "о".

Действия те же, что в предыдущем пункте. При решении копии задачи  $Z$  используется средний ограничитель трудоемкости.

(c) Преобразование условия задачи на описание, разрешенного относительно неизвестной.

i. Преобразование разрешенного относительно неизвестной условия задачи на описание в дизъюнкцию, подслучай которой дает явное выражение для этой неизвестной. Тип задачи - "копия".

В спецификации находится элемент "неизвестная( $x$ )". Составляется список  $S$  всех антецедентов, содержащих  $x$ , и список  $P$  остальных антецедентов. Создается задача на описание  $Z$ , посылками которой служат утверждения  $P$ , а условиями - утверждения  $S$ , заменяемый терм теоремы и терм "фикс( $x$ )". Цели задачи - "явное", "прямойответ", "попыткапуска", "одз", "неизвестные  $x$ ". Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 8. Если ответ не содержит символа "или", то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ содержится(или))".

ii. Разгруппировка условия принадлежности неизвестного элемента известному множеству для последующей расшифровки. Тип приема - "заменанеизвестной".

Заменяемый терм имеет вид " $x \in t$ ", где  $x$  - переменная. Выбирается отличная от  $x$  переменная  $a$ , входящая в терм  $t$ , и определяется результат  $A$  подстановки в заменяемый терм терм "фикс( $a$ )" вместо переменной  $a$ . Создается задача на описание  $Z$ , посылки которой суть все не содержащие переменной  $x$  антецеденты теоремы, а условия -

остальные antecedentes и термы  $A$ , "фикс( $x$ )". Цели задачи - "явное", "прямойответ", "попыткаспуска", "одз", "неизвестные  $x$ ". Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 4. Составляется список  $S$  атомарных подутверждений ответа, из которых он составлен с помощью логических связей. Если список  $S$  не декомпозирует терм  $A$  относительно его переменных, то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ разбиение( $A$ ))".

- iii. Разрешенное относительно неизвестной условие задачи на описание преобразуется в явное параметрическое описание для исключения данной неизвестной из других условий. Тип приема - "лексикопредшествует".

В спецификации находится элемент "неизвестная( $x$ )". Создается задача на описание  $Z$ , посылки которой суть все не содержащие  $x$  antecedentes, а условия - остальные antecedentes, заменяемый терм теоремы и терм "фикс( $x$ )". Цели задачи - "явное", "прямойответ", "попыткаспуска", "одз", "неизвестные  $x$ ". Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 4. Если ответ не содержит символа "существует", то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ содержится(существует))".

- iv. Конъюнктивная декомпозиция явно разрешенного относительно неизвестной условия для учета прочих ограничений на эту неизвестную. Тип приема - "конечное".

Точно так же, как в предыдущем пункте, создается задача  $Z$ . Копия ее решается до максимального уровня 4. Если среди конъюнктивных членов ответа имеется менее трех утверждений, содержащих переменную  $x$ , то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ числнеизв(3))".

- v. Конъюнктивная декомпозиция явно разрешенного относительно неизвестной условия, приводящая к более простым известным выражениям. Тип приема - "смугол".

В спецификации находится элемент "неизвестная( $x$ )". Создается задача на описание  $Z$ , посылки которой суть все не содержащие  $x$  antecedentes, а условия - остальные antecedentes, заменяемый терм теоремы и терм "фикс( $x$ )". Цели задачи - "явное", "прямойответ", "попыткаспуска", "одз", "неизвестные  $x$ ". Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 4. Составляются список  $S_1$  всех не содержащих  $x$  максимальных по включению подвыражений ответа и список  $S_2$  всех не содержащих  $x$  максимальных по включению подвыражений заменяемой части теоремы. Если оценка сложности термов списка  $S_1$  не меньше оценки сложности термов списка  $S_2$ , то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ известны)".

## 2. Дизъюнктивно-конъюнктивные декомпозиции.

- (а) Дизъюнктивно-конъюнктивная декомпозиция условия задачи на описание, для последующей расшифровки условия принадлежности неизвестному множеству. Тип приема - "внешзначение".



В спецификации находится элемент "неизвестные( $x_1 \dots x_k$ )". Определяется результат  $A$  подстановки в заменяемую часть теоремы термов "фикс( $x_1$ )", ..., "фикс( $x_k$ )" вместо переменных  $x_1, \dots, x_k$ . Создается задача на описание  $Z$ , посылки которой суть все не содержащие переменных  $x_1, \dots, x_k$  антецеденты теоремы, а условия - остальные антецеденты и терм  $A$ . Цели задачи - "явное", "прямойответ", "попыткаспуска", "одз", "неизвестные  $x_1 \dots x_k$ ". Если существует такая переменная  $x_i$ , что в ответе отсутствует подтерм вида  $P \in \text{фикс}(x_i)$ , то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ принадлежит( $x_1 \dots x_k$ ))".

(b) Дизъюнктивно-конъюнктивная декомпозиция условия задачи на описание либо посылки задачи на исследование относительно неизвестных.

i. Дизъюнктивно-конъюнктивная декомпозиция условия задачи на описание относительно неизвестных. Тип приема - "нормнок".

Создается задача на описание  $Z$ , имеющая своей единственной посылкой константу "истина", а условиями - антецеденты и заменяемую часть теоремы. Цели задачи - "попыткаспуска", "полный", "прямойответ", "редуцирование", "упростить", "одз", "неизвестные  $X$ ", где  $X$  - все параметры заменяемой части. Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 8. Если набор конъюнктивных членов ответа не представляет собой декомпозицию заменяемой части относительно ее параметров, то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ разбиение( $X$ ))".

ii. Дизъюнктивно-конъюнктивная декомпозиция условия задачи на описание относительно заданных неизвестных, использующая конечное перечисление относительно константных параметров. Тип приема - "ключ".

В спецификации находится элемент "см( $A_1 \dots A_n$ )". Составляется список  $S$  тех  $A_i$ , которые имеют заголовок "целое" либо "натуральное". Пусть  $X$  - список всех переменных термов списка  $S$ . Процедура "вхконст" перечисляет некоторые наборы  $K$  константных термов для значений переменных списка  $X$ , в соответствии с условиями на эти значения, содержащимися в антецедентах теоремы и в утверждениях  $S$ . Определяется результат  $P$  подстановки термов  $K$  вместо переменных  $X$  в заменяемую часть теоремы. В спецификации находится терм "неизвестные( $y_1 \dots y_m$ )". Определяется список  $B$  результатов подстановки термов  $K$  вместо переменных  $X$  во все антецеденты теоремы, содержащие параметры терма  $P$ . Список  $B$  разбивается на подсписок  $B_1$  всех утверждений, содержащих переменные  $y_1, \dots, y_m$ , и подсписок  $B_2$  остальных утверждений. Создается задача на описание  $Z$ , посылки которой суть утверждения  $B_2$ , а условия - утверждения  $B_1$  и утверждение  $P$ . Цели задачи - "полный", "попыткаспуска", "прямойответ", "редуцирование", "упростить", "или", "одз", "неизвестные  $y_1 \dots y_m$ ". Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 7. Если ответ не содержит символа "или", то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ содержится(или))".

- iii. Дизъюнктивно-конъюнктивная декомпозиция посылки задачи на исследование относительно заданных неизвестных, использующая конечное перечисление относительно константных параметров. Тип приема - "изменение".

В спецификации находится элемент "см( $A_1 \dots A_n$ )". Составляется список  $S$  тех  $A_i$ , которые имеют заголовок "целое" либо "натуральное". Пусть  $X$  - список всех переменных термов списка  $S$ . Процедура "вх-конст" перечисляет некоторые наборы  $K$  константных термов для значений переменных списка  $X$ , в соответствии с условиями на эти значения, содержащимися в антецедентах теоремы и в утверждениях  $S$ . Определяется результат  $P$  подстановки термов  $K$  вместо переменных  $X$  в заменяемую часть теоремы. В спецификации находится терм "неизвестные( $y_1 \dots y_m$ )". Определяется список  $B$  результатов подстановки термов  $K$  вместо переменных  $X$  во все антецеденты теоремы, содержащие параметры терма  $P$ . Создается задача на преобразование  $Z$ , посылками которой служат утверждения списка  $B$ , а условием - терм  $P$ . Цели задачи - "смпосылка", "неизвестные  $y_1 \dots y_m$ ". Задача сопровождается комментарием "(цель или)".

Цель "смпосылка" означает, что решение задачи на преобразование сразу же сводится к решению задачи на исследование  $Z'$ , посылками которой служат все посылки задачи на преобразование и конъюнктивные члены условия задачи на преобразование. Целями задачи на исследование служат все цели задачи на преобразование, отличные от цели "смпосылка". Комментарий (цель или) означает, что после решение задачи  $Z'$  проверяется наличие посылки с заголовком "или". Если такой нет, то выдается ответ 0, иначе - 1.

Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 5. Если ответ равен 0, то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ заголовок(1))".

### 3. Свертка нескольких условий задачи на описание в одно условие.

- (a) Свертка группы явно разрешенных относительно неизвестных условий в одно, тоже явно разрешенное относительно неизвестных. Тип приема - "кн".

В спецификации находится элемент "неизвестные( $x$ )". Список антецедентов теоремы разбивается на подсписок  $S_1$  утверждений, содержащих  $x$ , и подсписок  $S_2$  остальных утверждений. Создается задача на описание  $Z$ , посылки которой суть утверждения  $S_2$ , а условия - утверждения  $S_1$  и конъюнктивные члены заменяемой части теоремы. Цели задачи - "полный", "явное", "прямойответ", "неизвестные  $x$ ". Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 5. Проверяется, что среди конъюнктивных членов ответа имеется утверждение, глубина вхождения в которое переменной  $x$  равна 1, а длина остальных конъюнктивных членов с  $x$  равна 2. Если это неверно, причем глубина вхождения  $x$  в заменяющий терм равна 1, то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ глуб)".

## 4. Упрощение утверждений относительно неизвестных.

- (а) Расшифровка неизвестного подутверждения условия задачи на описание. Тип приема - "содержится".

Проверяется, что заменяемый терм имеет единственное подвыражение  $t$  максимальной сложности. Создается задача на описание  $Z$ , единственная посылка которой - константа "истина", а условия - конъюнктивные члены заменяемого утверждения. Цели задачи - "полный", "явное", "попытка-пуска", "одз", "неизвестные  $X$ ", где  $X$  - параметры заменяемого утверждения. Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 12. Если ответ содержит заголовок  $s$  терма  $t$ , то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ логсимвол( $s$ ))".

- (б) Группировка дизъюнктивных членов относительно неизвестной. Тип приема - "имп".

В спецификации находится элемент "неизвестные( $x$ )". Список антецедентов теоремы разбивается на подсписок  $S_1$  всех утверждений, содержащих  $x$ , и подсписок  $S_2$  остальных утверждений. Создается задача на описание  $Z$ , посылки которой суть утверждения  $S_2$ , а условия - утверждения  $S_1$  и конъюнктивные члены заменяемого утверждения. Цели задачи - "полный", "явное", "прямойответ", "неизвестные  $x$ ". Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 5. Если среди заголовков конъюнктивных членов ответа встречается символ "или", то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ логсимвол(или))".

- (в) Преобразование условия задачи на описание либо посылки задачи на исследование, исключающее сложное выражение с неизвестными. Тип приема - "прообраз".

В спецификации находится элемент "см( $A$ )". Утверждение  $A$  преобразуется к виду д.н.ф. и среди дизъюнктивных членов результата выбирается некоторое утверждение  $B$ . Составляется список  $B'$  его конъюнктивных членов. Определяется список  $P$  всех переменных, выделенных в  $B'$  термами "известно(...)". Определяется также список  $K$  всех переменных, выделенных в  $B'$  термами "натуральное(...)", "целое(...)", "десчисло(...)". Рассматривается теорема  $T$ , являющаяся источником текущей теоремы приема. Вместо переменных списка  $K$  в нее подставляются последовательные константы 2, 3, ... Результат подвергается общей стандартизации. Если заменяемая часть теоремы  $T$  (после указанных преобразований) имеет два корневыз операнда, один из которых является переменной, то эта переменная добавляется к списку  $P$ . Составляется список  $X$  всех переменных заменяемой части теоремы  $T$ , не вошедших в список  $P$ . Проверяется, что наибольшая из оценок сложности содержащих переменные  $X$  подтермов заменяющей части теоремы  $T$  меньше наибольшей оценки сложности содержащих переменные  $X$  подтермов заменяемой части. Список антецедентов теоремы  $T$  разбивается на подсписок  $S_1$  утверждений, содержащих переменные  $X$ , и подсписок  $S_2$  остальных утверждений. Создается задача на описание  $Z$ , посылки которой суть утверждения  $S_2$ , а условия - утверждения  $S_1$  и заменяемое утверждение теоремы  $T$ . Цели задачи - "полный",

"явное", "попыткаспуска", "перемОценка", "неизвестные  $X$ ". Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 7. Если максимум  $M$  оценок сложности содержащих переменные  $X$  подтермов заменяющей части теоремы  $T$  меньше максимума оценок сложности содержащих переменные  $X$  подтермов ответа, то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ перемОценка( $M$  набор( $X$ )))".

### Преобразование посылки к виду дизъюнкции

1. Переход к дизъюнкции в посылке задачи на доказательство или задачи на исследование, имеющей цель "противоречие". Тип приема - "минимакс".

Создается задача на преобразование  $Z$ , посылки которой суть антецеденты теоремы, а условие - ее заменяемый терм. Цели задачи - "смпосылка", "противоречие", "одз". Задача снабжается комментарием (цель или).

Цель "смпосылка" означает, что решение задачи на преобразование сразу же сводится к решению задачи на исследование  $Z'$ , посылками которой служат все посылки задачи на преобразование и конъюнктивные члены условия задачи на преобразование. Целями задачи на исследование служат все цели задачи на преобразование, отличные от цели "смпосылка". Комментарий (цель или) означает, что после решения задачи  $Z'$  проверяется наличие посылки с заголовком "или". Если такой нет, то выдается ответ 0, иначе - 1.

Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 7. Если получен ответ 0, то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ заголовок(1))".

2. Конъюнктивная декомпозиция под корневым отрицанием в посылке задачи на доказательство или задачи на исследование, имеющей цель "противоречие". Тип приема - "блокпроверок".

Создается задача на преобразование  $Z$ , посылки которой суть антецеденты теоремы, а условие - отрицание ее заменяемого терма. Цели задачи - "смпосылка", "противоречие", "одз". Задача снабжается комментарием (цель или). Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 7. Если получен ответ 0, то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ заголовок(1))".

3. Переход к дизъюнктивной посылке, определяющей значение переменной, входящей в условие. Тип приема - "нормперечень".

В спецификации находится элемент "переменная( $x$ )". Создается задача на преобразование  $Z$ , посылки которой суть антецеденты теоремы приема и ее заменяемый терм. Условием служит терм "фикс( $x$ )". Цели задачи - "(Посылки или)", "упростить", "одз". Цель "(Посылки или)" означает, что если при решении задачи появляется посылка с заголовком "или", то выдается ответ 1, иначе - ответ 0. Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 7. Если получен ответ 0, то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ заголовок(1))".

### Упрощение утверждений с описателями

1. Исключение содержащего неизвестные описателя с помощью кванторов. Тип приема - "Угол".

Рассматривается список  $X$  всех параметров заменяемого термина, имеющих вхождения в этом терме, расположенные внутри описателя. Список антецедентов теоремы разбивается на подсписок  $S_1$  всех утверждений, содержащих переменную из  $X$ , и подсписок  $S_2$  остальных утверждений. Создается задача на описание  $Z$ , посылками которой служат утверждения списка  $S_2$ , а условиями - утверждения  $S_1$  и заменяемый терм теоремы. Цели задачи - "полный", "явное", "прямойответ", "попыткаспуска", "редуцирование", "смантецеденты", "упростить", "одз", "неизвестные  $X$ ". Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 5. Если ответ не содержит кванторов, то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ содержится(длялюбого существует))".

2. Использование эквивалентности для упрощения описателя. Тип приема - "посылка".

Создается задача на преобразование, посылками которой служат антецеденты теоремы, а условием - заменяемый терм. Цели задачи - "одз", "упростить". Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 5. Если процедура "упрощописатель" не усматривает, что при переходе от заменяемого термина к ответу задачи описатели стали более простыми (например, отличающимися от исходных отбрасыванием части своих фрагментов), то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ упрощописатель)".

3. Упрощение описателя путем перехода к параметрическому описанию. Тип приема - "разряд".

Действия те же, что в предыдущем пункте.

4. Разрешение относительно переменной, связанной внешним описателем.

- (a) Параметрическое описание переменной, связанной внешним описателем "класс". Тип приема - "тригповтор".

Проверяется, что заголовок заменяющей части - квантор существования. Среди конъюнктивных членов его подкванторного утверждения находится равенство  $x = t$ , где  $x$  - параметр заменяемой части теоремы. Список антецедентов теоремы разбивается на подсписок  $S_1$  утверждений, содержащих  $x$ , и подсписок  $S_2$  остальных утверждений. Формируется выражение  $P$  вида " $\text{set}_x(A(x))$ ", где  $A(x)$  - конъюнкция утверждений списка  $S_1$  и заменяемой части теоремы. Затем создается задача на преобразование  $Z$ , посылками которой служат утверждения  $S_2$ , а условием - выражение  $P$ . Цели задачи - "одз", "упростить". Проверяется, что заменяемый терм

задачи имеет единственный подтерм максимальной сложности, и находится заголовок  $s$  этого подтерма. Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 6. Если символ  $s$  входит в ответ, то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ логсимвол( $s$ ))".

- (b) Явное разрешение утверждения относительно переменной, связанной внешним описателем. Тип приема - "параллели".

В спецификации находится элемент "переменная( $x$ )". Список antecedентов теоремы разбивается на подсписок  $S_1$  утверждений, содержащих переменную  $x$ , и подсписок  $S_2$  остальных утверждений. Выбирается переменная  $f$ , не входящая в теорему, и формируется выражение  $P$  вида " $\lambda_x(f(x), A(x))$ ", где  $A(x)$  - конъюнкция утверждений списка  $S_1$  и конъюнктивных членов заменяемой части теоремы. Создается задача на преобразование  $Z$ , посылками которой служат утверждения  $S_2$ , а условием - выражение  $P$ . Цели задачи - "одз", "упростить". Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 6. В ответе находится подвыражение вида " $\lambda_y(B(y), C(y))$ ". Если глубина вхождения переменной  $y$  в терм  $C(y)$  не меньше глубины  $r$  вхождения переменной  $x$  в терм  $A(x)$ , то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ варьир( $r$ ))".

- (c) Группировка элементов описания класса, явно разрешенных относительно переменной связывающей приставки. Тип приема - "десделение".

В спецификации находится элемент "переменная( $x$ )". Список antecedентов теоремы разбивается на подсписок  $S_1$  утверждений, содержащих переменную  $x$ , и подсписок  $S_2$  остальных утверждений. Выбирается переменная  $f$ , не входящая в теорему, и формируется терм  $P$  вида " $\text{set}_x(A(x))$ ", где  $A(x)$  - конъюнкция утверждений списка  $S_1$ , конъюнктивных членов заменяемой части теоремы и терма  $f(x)$ . Создается задача на преобразование  $Z$ , посылками которой служат утверждения  $S_2$ , а условием - выражение  $P$ . Цели задачи - "одз", "известны", "упростить". Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 6. Проверяется, что ответ имеет вид " $\text{set}_y(B(y))$ ". Если число вхождений в ответ переменной  $y$  не меньше числа  $n$  вхождений переменной  $x$  в терм  $P$ , то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ связка( $n$ ))".

### Упрощение кванторов

1. Декомпозиция кванторной импликации в конъюнкцию нескольких кванторных импликаций и элементарных утверждений. Тип приема - "Примечпосылки".

Создается задача на преобразование  $Z$ , посылками которой служат antecedенты, а условием - заменяемый терм. Цели задачи - "упростить", "одз". Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 5. Если заголовок ответа отличен от символа "и", то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ заголовок(и))".

2. Упрощение квантора за счет перехода к новым переменным. Тип приема - "нормодз".

Создается задача на преобразование  $Z$ , посылками которой служат антецеденты, а условием - заменяемый терм  $t$ . Цели задачи - "упростить", "одз". Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 5. Если процедура "упрощквант" не усматривает, что квантор ответа упростился по сравнению с квантором терма  $t$ , то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ упрощквант( $t$ ))".

3. Отбрасывание избыточных обобщенных антецедентов кванторной импликации. Тип приема - "двойнойаргумент".

Создается задача на преобразование  $Z$ , посылками которой служат антецеденты, а условием - заменяемый терм  $t$ . Цели задачи - "упростить", "одз". Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 5. Проверяется, что ответ имеет заголовок "длялюбого". Если число антецедентов ответа не меньше числа антецедентов терма  $t$ , то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ сокращант( $t$ ))".

### Упрощение проверяемого условия

1. Расшифровка по определению проверяемого условия. Тип приема - "вставка-фрагментов".

Создается задача на доказательство  $Z$ , посылками которой служат антецеденты теоремы, конъюнктивные члены заменяющего утверждения и терм "авт". Условием служит заменяемое утверждение. Задача сопровождается комментарием "одз". Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 6. Если не получается ответ "истина", то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ отказ(6))".

2. Преобразование условия задачи на доказательство, исключающее сложное выражение. Тип приема - "исключение".

Создается задача на доказательство  $Z$ , посылками которой служат антецеденты теоремы и конъюнктивные члены заменяющего утверждения. Условием служит заменяемое утверждение. Задача сопровождается комментарием "одз". Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 6. Если не получается ответ "истина", то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ отказ(6))".

### Исключение сложных понятий

1. Уменьшение числа сложных понятий. Тип приема - "целые".

Рассматривается заменяемое утверждение  $A$ . Если оно имеет параметры  $x_1, \dots, x_k$ , не встречающиеся в антецедентах, то далее в качестве  $A$  берется выражение "set $_{x_1 \dots x_k} A$ ". Создается задача на преобразование  $Z$ , посылками которой служат антецеденты теоремы, а условием - терм  $A$ . Цели задачи - "одз", "упростить". Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 5. Оператор "уменьшсложн" проверяет, что оценки сложности ответа и терма  $A$  равны, причем ответ имеет единственное вхождение самой сложной операции, а терм  $A$

- несколько самых сложных операций, декомпозирующих первую по своим переменным. Если это условие не выполняется, то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ уменьшсложн)".

### Явное разрешение безотносительно к неизвестным

#### 1. Разрешение относительно неконстантного выражения.

- (a) Разрешение относительно неконстантного выражения. Тип приема - "точкаотрезка".

В спецификации находится элемент "терм( $x$ )", где  $x$  - переменная. Рассматриваются все отличные от  $x$  переменные  $a_1, \dots, a_n$  заменяемой части теоремы;  $n \geq 1$ . Определяется список  $S$  результатов подстановки в antecedенты теоремы термов "фикс(1)", ..., "фикс( $n$ )" вместо переменных  $y_1, \dots, y_n$ . Определяется результат  $A$  такой же подстановки в заменяемую часть теоремы. Создается задача на преобразование  $Z$ , послышки которой суть утверждения  $S$ , а условие - терм  $A$ . Цели задачи - "упростить", "одз". Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 6. Используется средний ограничитель трудоемкости. Если глубина вхождения переменной  $x$  в ответ больше единицы, то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ глубина( $x$ ))".

- (b) Разрешение сопровождающего утверждения ответа задачи на описание относительно неконстантного выражения. Тип задачи - "удалениепримечания".

В спецификации находится элемент "переменные( $x$ )". Рассматриваются все отличные от  $x$  переменные  $a_1, \dots, a_n$  заменяемой части теоремы;  $n \geq 1$ . Определяется список  $S$  результатов подстановки в antecedенты теоремы термов "фикс(1)", ..., "фикс( $n$ )" вместо переменных  $y_1, \dots, y_n$ . Определяется результат  $A$  такой же подстановки в заменяемую часть теоремы. Создается задача на описание  $Z$ , послышки которой суть утверждения  $S$ , а единственное условие - терм  $A$ . Цели задачи - "редакция", "одз". Задаче передается комментарий "стандменьше". Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 6. Если среди конъюнктивных членов ответа имеется содержащее  $x$  утверждение, глубина вхождения  $x$  в которое больше единицы, то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ глубина( $x$ ))".

### Координаты

#### 1. Переформулировка утверждений через координаты.

- (a) Переформулировка утверждений через координаты. Тип приема - "вписана".

Создается задача на преобразование  $Z$ , послышки которой суть antecedенты теоремы, условие - ее заменяемый терм. Единственная цель задачи - "упростить". Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 7. Если



параметры ответа не включаются в список параметров заменяющего термина  $t$ , то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ переменные( $t$ ))".

- (b) Переформулировка подутверждения посылки задачи на исследование через координаты. Тип приема - "базаприемов".

Создается задача на преобразование  $Z$ , посылки которой суть антецеденты теоремы, условие - ее заменяемый терм  $t$ . Цели задачи - "усм", "одз".

Цель "усм" сразу переключает решение на вспомогательную задачу на исследование, посылки которой получены добавлением к посылке задачи  $Z$  термина "фикс( $t$ )". Это позволяет протестировать приемы общей стандартизации, срабатывающие в задачах на исследование и использующие идентифицирующие операторы. Результат  $R$  преобразований термина  $t$  извлекается из итоговой посылки "фикс( $R$ )" и выдается как ответ задачи на преобразование.

Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 6. Если ответ не содержит обозначения каких-либо координат (координатного набора либо отдельной координаты), то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ коорд)".

2. Задача на преобразование, имеющая цель "класс".

- (a) Исключение вспомогательных параметров в условии задачи на преобразование, имеющей цель "класс". Тип приема - "параллелпрямые".

Определяется список  $S$  антецедентов теоремы, в котором утверждения "разныеточки", "разныепрямые" заменены на отрицания равенств соответствующих точек и прямых. Составляется список  $A$  всех параметров  $a$ , входящих в правые части равенств списка  $S$ , определяющих координатные наборы. Создается задача на преобразование  $Z$ , посылками которой служат утверждения  $S$ , а условием - заменяемый терм. Цели задачи - "класс", "упростить". Для каждой переменной  $a$  списка  $A$  задача сопровождается комментарием (вспомпараметр  $a$ ). Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 7. Если получен "отказ", то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ отказ(7))".

### 3.2.3 Усмотрение истинности либо ложности

#### Непосредственное усмотрение истинности либо ложности

Тип приема - "элементызадачи". Создается задача на доказательство  $Z$ , посылки которой суть антецеденты теоремы, а условие - ее консеквент. Задача имеет комментарий "одз". Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 5. Если не получен ответ "истина", то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ отказ(5))".

### Фиксация однозначно определимого операнда

Тип приема - "линейное уравнение". Создается задача на преобразование  $Z$ , посылками которой служат антецеденты, а условием - консеквент. Цели задачи - "упростить", "одз". Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 5. Если ответ не является логической константой "истина", то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ заголовок(истина))".

### Усмотрение истинности либо ложности с помощью проверочного оператора

1. Усмотрение истинности либо ложности с помощью проверочного оператора. Тип приема - "блокпрограммы".

Создается задача на доказательство  $Z$ , посылки которой суть антецеденты теоремы, а условие - ее консеквент. Задача имеет комментарий "одз". Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 5. Если не получен ответ "истина", то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ отказ(5))".

### Усмотрение истинности либо ложности из утверждений, содержащихся в контексте

1. Усмотрение истинности либо ложности из утверждений, содержащихся в контексте. Тип приема - "обл".

Аналогично предыдущему пункту, но максимальный уровень равен 6, а при решении задачи используется средний ограничитель трудоемкости.

## 3.2.4 Вывод в посылках

### Вывод одного отношения

1. Вывод одноместного отношения.

- (a) Вывод одноместного предиката. Тип приема - "антецедент".

Создается задача на доказательство  $Z$ , посылки которой суть антецеденты теоремы, а условие - ее консеквент. Задача имеет комментарий "одз". Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 5. Если получен ответ "отказ", то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ отказ(5))".

2. Вывод равенства.

- (a) Вывод равенства для числовых атомов.

- i. Равенство двух невырожденных числовых атомов.

- A. Равенство двух невырожденных числовых атомов. Тип приема - "редакторответа".

Определяется список  $S$  антецедентов теоремы, в котором утверждения "разныеточки", "разныепрямые" заменены на отрицания

равенств соответствующих точек и прямых. Создается задача на доказательство  $Z$ , посылки которой суть утверждения  $S$ , а условие - консеквент теоремы. Задача имеет комментарий "одз". Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 6. Если получен ответ "отказ", то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ отказ(5))".

ii. Соотношение пропорциональности для двух невырожденных числовых атомов.

А. Соотношение пропорциональности для двух числовых атомов. Тип приема - "оценка".

Действия те же, что в предыдущем пункте. При решении задачи вводится слабый ограничитель трудоемкости.

iii. Вывод явного выражения для значения невырожденного числового атома.

А. Вывод явного выражения для значения числового атома. Тип приема - "частичный ответ".

Определяется список  $S$  антецедентов теоремы, пополненный утверждениями, необходимыми для сопровождения этого же списка по о.д.з. Утверждения "разные точки", "разные прямые" заменяются в списке  $S$  на отрицания равенств соответствующих точек и прямых. Проверяется, что левая часть консеквента теоремы - невырожденный числовой атом  $A$ . Находится список  $B_1, \dots, B_n$  всех числовых атомов правой части консеквента. Выбираются переменные  $a_1, \dots, a_n$ , не входящие в теорему, и к списку  $S$  добавляются равенства  $B_1 = a_1, \dots, B_n = a_n$ . Выбирается переменная  $x$ , не встречающаяся в теореме и отличная от переменных  $a_1, \dots, a_n$ . Создается задача на описание  $Z$ , посылками которой служат утверждения  $S$ , а условием - утверждения " $x = A$ " и " $x$  - число". Цели задачи - "полный", "явное", "прямой ответ", "неизвестные  $x$ ", "известно  $a_1 \dots a_n$ ". Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 10. Если получен ответ "отказ", то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ отказ(10))".

В. Выражение текущего числового атома через более простые числовые атомы. Тип приема - "усмцелое".

Определяется список  $S$  антецедентов теоремы, пополненный утверждениями, необходимыми для сопровождения этого же списка по о.д.з. Утверждения "разные точки", "разные прямые" заменяются в списке  $S$  на отрицания равенств соответствующих точек и прямых. Находится список  $A$  всех числовых атомов консеквента. Проверяется, что среди них встречается имеющий максимальную сложность подтерм  $t$  консеквента теоремы. Проверяется также, что длина любого другого имеющего максимальную сложность подвыражения консеквента (если такой имеется) меньше длины  $t$ . Рассматриваются все отличные от  $t$  элементы  $A_1, \dots, A_m$  списка  $A$ . Выбираются не входящие в теорему переменные  $a_1, \dots, a_m$ , и к списку  $S$  добавляются равенства  $A_1 = a_1, \dots, A_m = a_m$ . Выбирается не вхо-

дующая в теорему и отличная от  $a_1, \dots, a_m$  переменная  $x$ . Создается задача на описание  $Z$ , посылками которой служат утверждения  $S$ , а условиями - утверждения "число( $x$ )" и " $x = t$ ". Цели задачи - "полный", "явное", "прямойответ", "неизвестные  $x$ ", "известно  $a_1 \dots a_m$ ". Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 10. Используется средний ограничитель трудоемкости. Если получен ответ "отказ", то предпринимается обращение к процедуре "регрессия" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ отказ(10))".

iv. Общий случай соотношения для невырожденных числовых атомов.

Напомним, что многие типы приемов возникают лишь при доводке. Изначально доводчику передается версия приема со слабыми ограничениями на срабатывание. В процессе прокрутки по задачку выявляются точки, где его срабатывание нежелательно, и тогда предпринимаются попытки усилить ограничения за счет изменения типа приема. По этой причине, в данном разделе имеются лишь один тип приема, обладающий сравнительно слабыми ограничениями.

A. Соотношение для старых числовых атомов. Тип приема - "род".

Определяется список  $S$  антецедентов теоремы. Утверждения "разные точки", "разные прямые" заменяются в списке  $S$  на отрицания равенств соответствующих точек и прямых. Находится список  $A$  всех числовых атомов консеквента. Проверяется, что все они невырожденные, а их количество не менее двух. Выбирается элемент  $t$  списка  $A$ . Рассматриваются все отличные от  $t$  элементы  $A_1, \dots, A_m$  списка  $A$ . Выбираются не входящие в теорему переменные  $a_1, \dots, a_m$ , и к списку  $S$  добавляются равенства  $A_1 = a_1, \dots, A_m = a_m$ . Для каждого  $A_i$ , имеющего своим заголовком один из символов "расстояние", "угол", "площадь", "объем", "масса", к списку  $S$  добавляется неравенство " $0 < A_i$ ". Выбирается не входящая в теорему и отличная от  $a_1, \dots, a_m$  переменная  $x$ .

Предпринимается попытка пополнить список  $S$ . Для этого определяется результат  $K$  замены в консеквенте теоремы подтермов  $A_1, \dots, A_m, t$  на переменные  $a_1, \dots, a_m, x$ . Создается вспомогательная задача на описание  $Z'$ , имеющая своей единственной посылкой константу "истина", а условием - равенство  $K$ . Ее цели - "полный", "явное", "прямойответ", "или", "упростить", "одз", "неизвестные  $x$ ". Задача  $Z'$  решается до максимального уровня 6 со средним ограничителем трудоемкости. Если ответ отличен от "отказ", то он приводится к виду д.н.ф. и рассматривается список  $Q$  конъюнктивных членов какого-либо дизъюнктивного члена этой д.н.ф. Составляется список  $Q'$  всех не содержащих  $x$  элементов списка  $Q$ . Проверяется, что среди них нет равенства. Составляется список  $P$ , полученный добавлением к списку  $Q'$  равенств  $A_1 = a_1, \dots, A_m = a_m$ . Решается задача на исследование с посылками  $P$  и целями "противоречие", "одз". Максимальный уровень равен 6. Если в итоговый список посылок этой задачи не входит константа "ложь", то элементы списка  $Q'$  добавляются к списку  $S$ , и рассмотрение дизъ-

юнктивных членов ответа задачи  $Z'$  на этом завершается. Иначе - переход к очередному такому дизъюнктивному члену.

После попытки пополнения списка  $S$  создается задача на описание  $Z$ , посылками которой служат утверждения  $S$ , а условием - равенство  $x = t$ . Цели задачи - "полный", "явное", "примерка", "прямой-ответ", "упростить", "одз", "неизвестные  $x$ ", "известно  $a_1 \dots a_m$ ". Для усмотрения планиметрических задач используется анализатор "планиметрия", добавляющий при необходимости посылку "планиметрия" к списку посылок задачи  $Z$ .

Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 13. Используется средний ограничитель трудоемкости. Если получен ответ "отказ", то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ отказ(13))". Если превышен лимит трудоемкости, то тоже предпринимается обращение к процедуре "регприем".

- (b) Вывод равенства старых объектов. Тип приема - "склейкаоперандов".

Определяется список  $S$  антецедентов теоремы, в котором утверждения "разныеточки", "разныепрямые" заменены на отрицания равенств соответствующих точек и прямых. Создается задача на преобразование  $Z$ , посылки которой суть утверждения  $S$ , а условие - консеквент теоремы. Цели задачи - "одз", "Посылка".

Цель "Посылка" означает, что решение задачи на преобразование сразу сводится к вспомогательной задаче на исследование, цели которой суть все остальные цели задачи на преобразование, а посылки - те же, что у задачи на преобразование. Если задача на исследование изменяет посылки таким образом, что возникает утверждение, для которого результат применения оператора "станд" такой же, как для условия задачи на преобразование, то ответом задачи на преобразование служит 1, иначе - 0.

Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 5. Если получен ответ 0, то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ заголовок(1))".

- (c) Вывод нечислового равенства.

- i. Вывод нечислового равенства. Тип приема - "тела".

Определяется список  $S$  антецедентов теоремы, в котором утверждения "разныеточки", "разныепрямые" заменены на отрицания равенств соответствующих точек и прямых. Создается задача на доказательство  $Z$ , посылки которой суть утверждения  $S$ , а условие - консеквент теоремы. Задача имеет комментарий "одз". Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 5. Используется средний ограничитель трудоемкости. Если получен ответ "отказ", то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ отказ(5))".

- (d) Вывод равенства старого объекта константному выражению. Тип приема - "последнийоперанд".

Создается задача на преобразование, посылки которой суть антецеденты теоремы, а условие - консеквент. Цели задачи - "одз", "Посылка". Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 5. Если получен ответ 0, то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ заголовок(1))".

### 3. Вывод двуместного отношения, не являющегося равенством.

- (а) Вывод двуместного отношения в задаче на исследование либо на доказательство. Тип приема - "свертка".

Определяется список  $S$  антецедентов теоремы, пополненный утверждениями, необходимыми для сопровождения этого же списка по о.д.з. Утверждения "разныеточки", "разныепрямые" заменяются в списке  $S$  на отрицания равенств соответствующих точек и прямых. Создается задача на доказательство  $Z$ , посылки которой суть утверждения  $S$ , а условие - консеквент теоремы. Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 5. Используется средний ограничитель трудоемкости. Если получен ответ "отказ", то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ отказ(5))".

- (б) Вывод двуместного отношения в задаче на описание, имеющей цель "пример". Тип приема - "сдвигоператора".

Определяется список  $S$  антецедентов теоремы, в котором утверждения "разныеточки", "разныепрямые" заменены на отрицания равенств соответствующих точек и прямых. Выбираются параметр  $a$  консеквента теоремы, а также переменная  $x$ , не входящая в теорему. Определяется результат  $A$  замены в консеквенте теоремы переменной  $a$  на переменную  $x$ . Создается задача на описание  $Z$ , имеющая список посылок  $S$  и единственное условие  $A$ . Цели задачи - "пример", "полный", "прямойответ", "неизвестные  $x$ ". Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 5. Если получен "отказ" либо ответ содержит хотя бы один из символов "элемент", "внешнийэлемент", то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ логсимвол(элемент внешнийэлемент))".

### 4. Вывод многоместного отношения.

- (а) Вывод многоместного отношения. Тип приема - "унификация".

Определяется список  $S$  антецедентов теоремы, пополненный утверждениями, необходимыми для сопровождения этого же списка по о.д.з. Утверждения "разныеточки", "разныепрямые" заменяются в списке  $S$  на отрицания равенств соответствующих точек и прямых. Создается задача на преобразование  $Z$ , посылки которой суть утверждения  $S$ , а условие - консеквент теоремы. Цели задачи - "одз", "Посылка". Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 5. Если получен ответ 0, то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ заголовок(1))". Предварительно проверяется, имеется ли проверочный оператор для обработки консеквента теоремы. Если имеется, причем решаемая до малого уровня задача на доказательство усматривает истинность

консеквента из посылок  $S$ , то обращение к процедуре "регприем" отменяется.

5. Вывод отрицания равенства. Тип приема - "первыйсимвол".

Определяется список  $S$  антецедентов теоремы, в котором утверждения "разные точки", "разные прямые" заменены на отрицания равенств соответствующих точек и прямых. Создается задача на доказательство  $Z$ , посылки которой суть утверждения  $S$ , а условие - консеквент теоремы. Задача имеет комментарий "одз". Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 5. Если получен ответ "отказ", то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ отказ(5))".

### Контроль противоречивости при разборе случаев

1. Усмотрение противоречия в посылках задачи на исследование, возникшей при разборе случаев. Тип приема - "известны".

Создается задача на преобразование  $Z$ , посылками которой служат антецеденты теоремы, а условием - консеквент (в данном случае - логическая константа "ложь"). Цели задачи - "Посылка", "известно", "контроль". Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 3. Если получен ответ 0, то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опций "(ответ заголовок(1))", "урвн(3)".

### Вывод утверждения существования

1. Вывод утверждения существования. Тип приема - "продолжение".

Создается задача на доказательство  $Z$ , посылками которой служат антецеденты теоремы, а условием - ее консеквент. Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 5. Если получен ответ "отказ", то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ отказ(5))".

### Вывод кванторной импликации

1. Вывод кванторной импликации, определяющей значения серии невырожденных числовых атомов. Тип приема - "решить".

Рассматривается список  $S$  антецедентов теоремы. Если в спецификации приема имеются элементы "указатель(занесениепосылки( $i$   $A$ ))" и "указатель(новаяпеременная( $x$ ))", то находится  $i$ -й элемент  $B$  списка  $S$ , и он заменяется в списке  $S$  на " $\forall_x(A \rightarrow B)$ ". Затем создается задача на преобразование  $Z$ , посылками которой служат утверждения  $S$ , а условием - консеквент теоремы. Задача имеет единственную цель "Посылка".

Цель "Посылка" означает, что решение задачи на преобразование сразу сводится к вспомогательной задаче на исследование, цели которой суть все остальные цели задачи на преобразование, а посылки - те же, что у задачи на преобразование. Если задача на исследование изменяет посылки таким образом, что

возникает утверждение, для которого результат применения оператора "станд" такой же, как для условия задачи на преобразование, то ответом задачи на преобразование служит 1, иначе - 0.

Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 4. Если получен ответ 0, то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опций "(ответ заголовок(1))", "урвн(4)".

### Вывод определения

Тип приема - "нормуглы". Создается задача на доказательство  $Z$ , посылки которой суть antecedentes теоремы, а условие - ее консеквент. Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 7. Используется средний ограничитель трудоемкости. Если получен ответ "отказ", то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ отказ(7))".

### Координаты

#### 1. Связь числовых атомов с координатами.

##### (а) Связь числовых атомов с координатами. Тип приема - "формоперанды".

Определяется список  $S$  antecedentes теоремы, в котором утверждения "разныеточки", "разныепрямые" заменены на отрицания равенств соответствующих точек и прямых. Проверяется, что консеквент теоремы - равенство, содержащее единственный невырожденный числовой атом  $t$ . Находятся все численные параметры  $a_1, \dots, a_n$  консеквента. Выбирается переменная  $x$ , не входящая в теорему, и создается задача на описание  $Z$ , посылками которой служат утверждения  $S$ , а единственным условием - равенство " $t = x$ ". Цели задачи - "полный", "явное", "прямойответ", "неизвестные  $x$ ", "известно  $a_1 \dots a_n$ ". Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 7. Если получен ответ "отказ", то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ отказ(7))".

#### 2. Связь текущего числового атома с координатами.

##### (а) Связь текущего числового атома с координатами. Тип приема - "Операнды".

Действия те же, что в предыдущем пункте.

#### 3. Вывод соотношений для координат объектов.

##### (а) Вывод соотношений для координат объектов. Тип приема - "больше".

Определяется список  $S$  antecedentes теоремы, в котором утверждения "разныеточки", "разныепрямые" заменены на отрицания равенств соответствующих точек и прямых. Создается задача на доказательство  $Z$ , посылки которой суть утверждения  $S$ , а условие - консеквент теоремы. Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 7. Если получен ответ "отказ", то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ отказ(7))".



## 4. Выражение координатных наборов через числовые атомы.

- (a) Выражение координатных наборов через числовые атомы. Тип приема - "удаление".

Определяется список  $S$  антецедентов теоремы, в котором утверждения "разные точки", "разные прямые" заменены на отрицания равенств соответствующих точек и прямых. Создается задача на преобразование  $Z$ , посылки которой суть утверждения  $S$ , а условие - консеквент теоремы. Цели задачи - "одз", "Посылка". Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 5. Если получен ответ 0, то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ заголовок(1))".

- (b) Выражение координатных наборов через численные параметры. Тип приема - "стандрано".

Определяется список  $S$  антецедентов теоремы, в котором утверждения "разные точки", "разные прямые" заменены на отрицания равенств соответствующих точек и прямых. Проверяется, что консеквент теоремы - равенство  $t_1 = t_2$ , где  $t_1$  - обозначение каких-либо координат (в данном случае - координатного набора). Рассматриваются все параметры  $a_1, \dots, a_n$  терма  $t_2$ . Выбирается переменная  $x$ , не входящая в теорему, и создается задача на описание  $Z$ , посылками которой служат утверждения  $S$ , а единственным условием - равенство " $t_1 = x$ ". Цели задачи - "полный", "явное", "прямой-ответ", "неизвестные  $x$ ", "известно  $a_1 \dots a_n$ ". Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 7. Если получен ответ "отказ", то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ отказ(7))".

## 5. Выражение текущего координатного набора через числовые атомы.

- (a) Выражение текущего координатного набора через числовые атомы. Тип приема - "регистрациячертежа".

Определяется список  $S$  антецедентов теоремы, в котором утверждения "разные точки", "разные прямые" заменены на отрицания равенств соответствующих точек и прямых. В спецификации приема находится элемент "терм( $t$ )", и к списку  $S$  добавляется терм "актив( $t$ )". Создается задача на преобразование  $Z$ , посылки которой суть утверждения  $S$ , а условие - консеквент теоремы. Цели задачи - "одз", "Посылка". Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 6. Если получен ответ 0, то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ заголовок(1))".

- (b) Выражение текущего координатного набора через численные параметры. Тип приема - "степени".

Действия те же, что для приведенного чуть выше приема типа "стандрано".

6. Вывод соотношений для отдельных координат и числовых атомов. Тип приема - "текпосылка".

Создается задача на доказательство  $Z$ , посылки которой суть антецеденты теоремы, а условие - ее консеквент. Задача имеет комментарий "одз". Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 5. Используется средний ограничитель трудоемкости. Если получен ответ "отказ", то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ отказ(5))".

7. Вывод соотношения, связывающего текущую координату с другими координатами и числовыми атомами. Тип приема - "коррекциязнака".

Действия те же, что в предыдущем пункте.

8. Вывод ограничений на координаты объектов. Тип приема - "наборслов".

Действия те же, что в предыдущем пункте.

9. Координаты множества объектов.

(а) Вывод уравнения для координат множества объектов

i. Вывод уравнения для координат множества объектов

- A. Вывод уравнения для координат множества объектов. Тип приема - "значениепеременной".

Определяется список  $S$  антецедентов теоремы, в котором утверждения "разныеточки", "разныепрямые" заменены на отрицания равенств соответствующих точек и прямых. Создается задача на доказательство  $Z$ , посылки которой суть утверждения списка  $S$ , а условие - консеквент теоремы. Задача имеет комментарий "одз". Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 5. Используется средний ограничитель трудоемкости. Если получен ответ "отказ", то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ отказ(5))".

ii. Вывод уравнения для текущих координат множества объектов.

- A. Вывод уравнения для текущих координат множества объектов. Тип приема - "семействомножеств".

Действия те же, что в предыдущем пункте.

- B. Вывод общего вида уравнения для текущих координат множества объектов. Тип приема - "фильтротрезков".

Определяется список  $S$  антецедентов теоремы, в котором утверждения "разныеточки", "разныепрямые" заменены на отрицания равенств соответствующих точек и прямых. Рассматриваются все конъюнктивные члены консеквента, представляющие собой равенства, у которых в левой части находится обозначение координат, и составляется список  $A_1, \dots, A_n$  левых частей этих равенств. Создается задача на преобразование  $Z$ , посылки которой суть утверждения  $S$ , а условие - терм  $A$  вида "набор( $A_1 \dots A_n$ )". Цель задачи - "неопр".

Цель "неопр" сразу переключает решение задачи на вспомогательную задачу на исследование, посылки которой получаются добавлением к посылкам задачи  $Z$  термина "неопр( $A$ )". После решения задачи на исследование в ее посылках находится терм "неопр( $B$ )", и  $B$  выдается как ответ.

Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 5. Если ответ содержит хотя бы один из заголовков  $s_1, \dots, s_k$  термов  $A_1, \dots, A_n$ , то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ логсимвол( $s_1 \dots s_k$ ))".

- iii. Вывод параметрического описания для текущих координат множеств объектов. Тип приема - "Преобр".

Определяется список  $S$  антецедентов теоремы, в котором утверждения "разныеточки", "разныепрямые" заменены на отрицания равенств соответствующих точек и прямых. Создается задача на преобразование, посылки которой суть утверждения  $S$ , а условие - левая часть консеквента теоремы. Цели задачи - "вспомпараметр", "неопр".

Цель "вспомпараметр" передается вспомогательной задаче на исследование, создаваемой согласно цели "неопр". Она указывает на предпочтительное получение параметрического описания.

Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 5. Если ответ не содержит символа "существует", то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ содержится(существует))".

- iv. Вывод уравнений для координат множеств объектов.

A. Вывод уравнений для координат множеств объектов. Тип приема - "арифмпрогрессия".

Определяется список  $S$  антецедентов теоремы, в котором утверждения "разныеточки", "разныепрямые" заменены на отрицания равенств соответствующих точек и прямых. Составляется список  $a_1 \dots a_n$  всех обозначений координат, встречающихся в консекvente теоремы. Создается задача на преобразование  $Z$ , посылки которой суть утверждения  $S$ , а условие - консеквент теоремы. Цель задачи - "Посылка". Задача снабжается комментарием (цель (равно  $a_1 \dots a_n$ )). Этот комментарий означает, что после решения вспомогательной задачи на исследование будет проверяться наличие в ее посылках для каждого термина  $a_i$  равенства вида  $a_i = t$ . Если это выполнено, выдается ответ 1, иначе - 0.

Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 5. Если получен ответ 0, то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ заголовок(1))".

- v. Дополнительное построение и вывод уравнений для координат множества объектов. Тип приема - "комментарий".

Определяется список  $S$  антецедентов теоремы, в котором утверждения "разныеточки", "разныепрямые" заменены на отрицания равенств соответствующих точек и прямых. Составляется список  $A$  всех обозначений координат, встречающихся в консекvente теоремы. Находится

список  $X$  всех параметров консеквента, не являющихся параметрами антецедентов. Составляется список  $P$  всех конъюнктивных членов консеквента, не имеющих связанных переменных. Создается задача на преобразование  $Z$ , посылки которой суть утверждения  $S$ , а условие - консеквент теоремы. Цель задачи - "Посылка". Задача снабжается комментарием (цель (Равно  $X P A$ )). Этот комментарий означает, что после решения вспомогательной задачи на исследование предпринимается попытка найти подстановку  $Q$  вместо переменных  $X$  в утверждении  $P$ , переводящую их в некоторые посылки задачи. Затем будет проверяться, что для каждого выражения  $a$  из  $A$  результат применения к нему подстановки  $Q$  является одной из частей какого-либо равенства в посылках. Если это выполнено, на задачу  $Z$  выдается ответ 1, иначе - 0.

Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 5. Если получен ответ 0, то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ заголовков(1))".

(b) Вывод соотношений для параметров уравнений координат множеств объектов.

i. Вывод соотношений для параметров уравнений координат множеств объектов. Тип приема - "терминал".

Определяется список  $S$  антецедентов теоремы, в котором утверждения "разныеточки", "разныепрямые" заменены на отрицания равенств соответствующих точек и прямых. Создается задача на доказательство  $Z$ , посылки которой суть утверждения списка  $S$ , а условие - консеквент теоремы. Задача имеет комментарий "одз". Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 5. Если получен ответ "отказ", то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ отказ(5))".

ii. Вывод соотношений для параметров текущего уравнения координат множества объектов. Тип приема - "фокпараметр".

Действия те же, что в предыдущем пункте.

iii. Связь числовых атомов с параметрами уравнения для координат множества объектов. Тип приема - "функциональныйсимвол".

Действия те же, что в предыдущем пункте.

iv. Связь текущего числового атома с параметрами уравнения для координат множества объектов. тип приема - "монотоннозависит".

Действия те же, что в предыдущем пункте.

v. Вывод ограничения на параметры уравнения для координат множества объектов. Тип приема - "нормнабор".

Действия те же, что в предыдущем пункте.

(c) Выражение координат объекта через параметры уравнений для координат множеств объектов. Тип приема - "равныедлины".

Действия те же, что в предыдущем пункте.

(d) Характеризация множеств объектов, использующая уравнения для их координат.

i. Усмотрение вида множества объектов по уравнению для его координат. Тип приема - "подобны".

Действия те же, что в предыдущем пункте.

ii. Характеризация множеств объектов с помощью уравнений для координат. Тип приема - "ссылканаприем".

Действия те же, что в предыдущем пункте.

iii. Усмотрение специальной связи системы координат с исследуемым множеством объектов, заданным уравнением. Тип приема - "прямыеуглы".

Определяется список  $S$  антецедентов теоремы, в котором утверждения "разныеточки", "разныепрямые" заменены на отрицания равенств соответствующих точек и прямых. В спецификации находится элемент "цель( $C$ )". Создается задача на преобразование  $Z$ , посылки которой суть утверждения списка  $S$ , а условие - консеквент теоремы. Задача имеет цели "Посылка", "одз", " $C$ ". Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 6. Если получен ответ 0, то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ заголовков(1))".

10. Две системы координат.

(a) Выражение координат объекта в одной системе координат через его координаты в другой системе. Тип приема - "актив".

Определяется список  $S$  антецедентов теоремы, в котором утверждения "разныеточки", "разныепрямые" заменены на отрицания равенств соответствующих точек и прямых. Создается задача на доказательство  $Z$ , посылки которой суть утверждения списка  $S$ , а условие - консеквент теоремы. Задача имеет комментарий "одз". Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 5. Если получен ответ "отказ", то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ отказ(5))".

### 3.2.5 Исключение несущественных неизвестных

#### Исключение несущественных неизвестных в задаче на описание при невырожденном ограничении

Тип приема - "удалениеусловия".

Проверяется, что левая часть эквивалентности в консеквенте теоремы - квантор существования. Рассматривается его связывающая приставка  $X$  и создается задача на описание  $Z$ , имеющая единственную посылку "истина". Ее условиями служат антецеденты теоремы и конъюнктивные члены утверждения под квантором существования.

Цели задачи - "полный", "явное", "прямойответ", "одз", "упростить", "неизвестные  $X$ ", "параметры  $X$ ". Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 3. Если получен ответ "отказ" либо среди параметров ответа содержатся переменные списка  $X$ , то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ независит( $X$ ))".

### **Исключение несущественных неизвестных в задаче на описание при вырожденном ограничении**

Тип приема - "обрывзадачи".

Определяется список  $S$  антецедентов теоремы, в котором утверждения "разныеточки", "разныепрямые" заменены на отрицания равенств соответствующих точек и прямых. Проверяется, что в консеквенте теоремы расположен квантор существования. Рассматривается его связывающая приставка  $X$  и создается задача на описание  $Z$ , имеющая единственную посылку "истина". Ее условиями служат утверждения списка  $S$  и конъюнктивные члены утверждения под квантором существования. Цели задачи - "полный", "явное", "прямойответ", "одз", "упростить", "неизвестные  $X$ ", "параметры  $X$ ". Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 3. Если получен ответ "отказ" либо среди параметров ответа содержатся переменные списка  $X$ , то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опций "(ответ независит( $X$ ))", "уровень 1".

### **3.2.6 Обратный вывод**

#### **Непосредственный подбор примера значений неизвестных, не входящих в невырожденные условия**

Тип приема - "подборзначений".

В спецификации приема находится элемент "неизвестная( $x$ )". Определяется список  $S$ , получаемый добавлением к антецедентам теоремы утверждений, необходимых для сопровождения консеквента по о.д.з. Создается задача на описание  $Z$ , посылками которой служат утверждения списка  $S$ , не содержащие переменной  $x$ , а единственным условием - консеквент. Цели задачи - "полный", "пример", "одз", "прямойответ", "неизвестные  $x$ ". Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 6. Если получен ответ "отказ", то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ отказ(6))".

#### **Подбор параметризованного примера значения неизвестной**

Тип приема - "повтор".

В спецификации приема находится элемент "неизвестная( $x$ )". Определяется список  $S$ , получаемый добавлением к антецедентам теоремы утверждений, необходимых для сопровождения консеквента по о.д.з.

Рассматривается вспомогательная задача на описание  $Z'$ , посылками которой служат утверждения списка  $S$ , не содержащие переменной  $x$ , а условиями - утверждения списка  $S$ , содержащие  $x$ . Цели задачи - "одз", "пример", "прямойответ", "неизвестные  $x$ ". Эта задача решается до уровня 6. Если получен ответ, отличный от "отказ",

то создается задача на описание  $Z$ , посылками которой служат утверждения списка  $S$ , не содержащие переменной  $x$ , а единственным условием - консеквент. Цели задачи - "пример", "одз", "прямойответ", "неизвестные  $x$ ". Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 6. Если получен ответ "отказ", то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ отказ(6))".

### Попытка подбора примера значения неизвестной задачи на описание

Тип приема - "смешаннаядробь".

В спецификации приема находится элемент "неизвестная( $x$ )". Среди антецедентов теоремы имеется равенство " $x = t$ ". Определяется список  $S$ , получаемый добавлением к отличным от этого равенства антецедентам теоремы утверждений, необходимых для сопровождения консеквента по о.д.з. Создается задача на описание  $Z$ , посылками которой служат утверждения списка  $S$ , не содержащие переменной  $x$ , а единственным условием - консеквент. Цели задачи - "пример", "одз", "прямойответ", "неизвестные  $x$ ". Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 6. Если получен ответ "отказ", то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ отказ(6))".

### Обратный вывод для исключения кванторной импликации

Тип приема - "заменаоперанда".

В спецификации находится элемент "подборзначений( $i_1 \dots i_n$ )". Определяется список  $S$ , образованный всеми антецедентами теоремы, не имеющими номеров  $i_1, \dots, i_n$ , а также консеквентом теоремы. Создается задача на описание  $Z$ , имеющая единственную посылку "истина" и список условий  $S$ . Цели задачи - "полный", "пример", "попыткаспуска", "нормнеизв", "прямойответ", "неизвестные  $X$ ", где  $X$  - параметры утверждений  $S$ . Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 6. Если ответ содержит символ "длялюбого", то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ логсимвол(длялюбого))".

## 3.2.7 Пакетные операторы

### Проверочный оператор

Тип приема - "спуск".

В спецификации находится элемент "оператор( $P$ )". Составляется список  $S$  антецедентов теоремы. Если в спецификации имеется элемент "указатель(... занесениепосылки ( $i, A$ )...)", причем список  $Q$  всех параметров утверждения  $A$ , являющихся связанными переменными консеквента теоремы, непуст, то  $i$ -й антецедент  $B$  заменяется в списке  $S$  на кванторную импликацию вида " $\forall_Q(A \rightarrow B)$ ". При помощи справочника "легковидеть" определяется набор  $t_1 \dots t_m$  входных термов проверочного оператора  $P$  для проверки консеквента  $K$  теоремы приема. Проверяется, что этот оператор пока не усматривает истинность  $K$  из посылок  $S$ . Тогда создается задача на доказательство  $Z$ , посылками которой служат утверждения  $S$  и вспомогательный терм "процедура( $P$  набор( $t_1 \dots t_m$ ))". Условие задачи - консеквент теоремы. Предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции

"(ответ легковидеть)". Такая опция означает, что вместо решения задачи  $Z$  оператор "регприем" будет тестировать работу проверочного оператора  $P$  на указанных входных данных.

## Нормализатор

### 1. Нормализатор общей стандартизации выражений.

- (a) Прием нормализатора общей стандартизации. Тип приема - "норм".

В спецификации приема находятся элементы "оператор( $P$ )" и "направл( $N$ )". Рассматриваются заменяемая и заменяющая части  $t_1, t_2$  консеквента теоремы приема. Находится результат  $R$  обработки нормализатором  $P$  терма  $t_1$  относительно антецедентов теоремы. Проверяется, что терм  $t_2$  короче терма  $R$ . Тогда создается задача на преобразование  $Z$ , посылки которой суть антецеденты теоремы и вспомогательный терм "процедура( $P t_1 t_2$ )". Условие задачи - терм  $t_1$ , единственная цель - "упростить".

Вспомогательная посылка "процедура(...)" сразу переключает решение задачи  $Z$  на обработку терма  $t_1$  нормализатором  $P$ ; результат обработки выдается в качестве ответа задачи.

Предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ короче( $t_2$ ))".

### 2. Нормализатор сокращенной перезаписи.

- (a) Прием нормализатора сокращенной перезаписи. Тип приема - "нормупростить".

Создается задача на преобразование  $Z$ , посылки которой суть антецеденты теоремы, а условие - заменяемый терм. Цели задачи - "одз", "упростить". Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 5. Используется средний ограничитель трудоемкости. Если заменяющий терм  $t$  теоремы приема короче ответа, то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ короче( $t$ ))".

### 3. Нормализатор приведения к заданным заголовкам.

- (a) Непосредственное преобразование терма к нужному заголовку. Тип приема - "нормзаголовок".

В спецификации приема находится элемент "оператор( $P$ )". Предпринимается обращение к оператору  $P$  для обработки заменяемого терма теоремы относительно списка ее антецедентов. Проверяется, что результат не имеет заголовка, требуемого для оператора  $P$ . Создается задача на преобразование  $Z$ , условием которой служит заменяемый терм  $t$ , а посылками - антецеденты теоремы, пополненные термом "допустзаголовок( $t P$ )". Единственная цель задачи - "упростить".

Посылка "допустзаголовок(...)" сразу переключает решение задачи на применение оператора  $P$  к терму  $t$  и проверку того, что получен нужный заголовок. Если это так, выдается ответ 1, иначе - 0.



Предпринимается обращение к процедуре "регрием" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ заголовков(1))".

#### 4. Нормализатор вычисления.

(а) Непосредственное вычисление. Тип приема - "буква".

В спецификации приема находится элемент "оператор( $P$ )". Создается задача на преобразование  $Z$ , условием которой служит заменяемый терм  $t$ , а посылками - antecedentes теоремы, пополненные термом "Преобр( $t P$ )". Единственная цель задачи - "упростить".

Посылка "Преобр(...)" сразу сводит решение задачи  $Z$  к решению задачи на исследование  $Z'$ , посылки которой получаются из посылок задачи  $Z$  отбрасыванием терма "Преобр(...)". Этой задаче передается комментарий посылки (Преобр  $t P$ ). Цели задачи - "известно", "Преобр", "неизвестные  $X$ ", где  $X$  - все нечисловые параметры посылок. Вплоть до уровня 3, решение задачи  $Z'$  приводит к пополнению списка ее посылок простейшими их следствиями, а на уровне 3 предпринимается обращение к оператору  $P$  для обработки терма  $t$  относительно текущего списка посылок. Результат  $t'$  регистрируется в комментарии посылки (Преобр  $t' P$ ) вместо исходного терма  $t$ . На этом решение задачи  $Z'$  завершается. Далее терм  $t'$  извлекается из комментария и выдается как ответ задачи  $Z$ .

Копия задачи  $Z$  решается до максимального уровня 4. Если ответ содержит логический символ  $s$  - заголовок терма  $t$ , то предпринимается обращение к процедуре "регприем" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ логсимвол( $s$ ))".

#### 5. Прием пакетного синтезатора. Тип приема - "синтезатор".

В спецификации находится элемент "оператор( $P$ )". Справочник "синтезатор" определяет по названию оператора  $P$  набор ( $T$  вход( $x_1 \dots x_n$ ) выход( $y_1 \dots y_k$ )  $A_1 \dots A_m$ ), задающий формат приемов синтезатора. Здесь  $T$  - шаблон реализуемых синтезатором утверждений;  $x_1, \dots, x_n$  - входные переменные шаблона;  $y_1, \dots, y_m$  - выходные переменные. Определяются термы  $t_1, \dots, t_n, r_1, \dots, r_m$ , подстановка которых в шаблон  $T$  вместо переменных  $x_1, \dots, x_n, y_1, \dots, y_m$  дает консеквент  $Q$  теоремы приема. Находятся параметры  $z_1, \dots, z_k$  термов  $r_1, \dots, r_m$ , и определяется список  $S$  результатов подстановки в antecedentes теоремы приема константных термов "фикс(1)", ..., "фикс( $k$ )" вместо переменных  $z_1, \dots, z_k$ . Определяются результаты  $R_1, \dots, R_n$  такой же подстановки в термы  $t_1, \dots, t_n$ .

Проверяется, что оператор  $P$ , будучи применен к входным данным  $R_1, \dots, R_n$  относительно посылок  $S$ , не дает результата. Затем создается задача на описание  $Z$ , посылками которой служат утверждения  $S$  и вспомогательный терм "процедура( $P$  набор( $R_1 \dots R_n$ ))". Единственное условие задачи - консеквент теоремы приема, цели - "полный", "пример", "прямойответ", "неизвестные  $y_1 \dots y_m$ ".

Посылка "процедура(...)" сразу переключает решение задачи  $Z$  на обращение к синтезатору  $P$  для входных данных  $R_1, \dots, R_n$ . Посылки - те же, что у задачи  $Z$ . Список неизвестных задачи  $Z$ , по существу, нужен только для определения

числа выходных переменных синтезатора. Эти неизвестные, как видно из построения задачи, никак не связаны с ее прочими переменными. Впрочем, если работа синтезатора успешно завершается и выдается результат  $u_1, \dots, u_m$ , то ответом задачи  $Z$  служит конъюнкция равенств  $y_1 = u_1, \dots, y_m = u_m$ .

Предпринимается обращение к процедуре "регрием" для тестовой задачи  $Z$  и опции "(ответ легковидеть)".

## Глава 4

### Доводка приемов

Перед описанием процедур, выполняющих завершающую доводку автоматически синтезированных приемов, еще раз кратко перечислим основные этапы цикла работы генератора приемов.

Генератор приемов запускается из просмотра некоторой теоремы в базе теорем (нажатием клавиши "Ctrl - ц"). Прежде всего, реализуется цикл вывода следствий из данной теоремы, в процессе которого могут использоваться произвольные другие теоремы, расположенные в базе теорем. Поиск таких дополнительных теорем выполняется либо специальными справочниками поиска теорем, либо путем непосредственного просмотра нужных разделов оглавления базы теорем.

В процессе вывода новые теоремы получают некоторые характеристики, используемые для определения того, какие гипотетически полезные приемы могли бы быть созданы по теореме. По завершении цикла вывода процедура спецификатора, рассматривая характеристики новых теорем, выдает списки спецификаций таких приемов.

По спецификации приема запускается компилятор спецификаций, дающий описание приема на ГЕНОЛОГе. Здесь подключается описанная выше процедура тестирования новых приемов. Если прием успешно прошел тестирование, то он компилируется и регистрируется в буфере базы приемов. Одновременно та тестовая задача, которая для него была создана и для решения которой прием оказался необходим, регистрируется в буфере задачника, а та теорема, которая была получена в цикле логического вывода и послужила источником приема, регистрируется в буфере базы теорем. Если теорема уже имелась в базе теорем, она в буфере не регистрируется.

Заметим, что иногда цикл вывода теорем дает сотни новых теорем, а спецификатор по каждой из них предлагает несколько (иногда - десятков) спецификаций приемов. В большинстве случаев эти приемы (и даже породившие их теоремы) совершенно бесполезны. Тестирование оказалось очень сильным фильтром, после которого обычно остается не более двух-трех десятков новых приемов. Впрочем, в отдельных случаях наблюдалось появление свыше сотни вполне разумных приемов, прошедших не только тестирование, но и последующую доводку.

Работа доводчика начинается после того, как цикл тестирования завершен и результаты его зарегистрированы в буферах оглавлений. Целью доводчика является проверка того, не портят ли новые приемы умения системы решать "старые" задачи задачника, и коррекция приемов в тех случаях, когда они это делают. Результаты доводки регистрируются в разделе "Архив" оглавления базы приемов. Они распределе-

ны по нескольким подразделам, в зависимости от того, удалось ли убрать конфликты нового приема со старыми или нет. Окончательная регистраци "удачных" приемов в основных разделах решателя пока выполняется вручную, обычными средствами интерфейса оглавления базы приемов.

#### 4.0.8 Исходные данные доводчика

Как уже говорилось, перед началом доводки в буферах оглавлений оказываются зарегистрированы откомпилированные приемы, теоремы и задачи. Именно, в разделе "Генератор приемов" буфера оглавления базы приемов ГЕНОЛОГа созданы подразделы, в каждом из которых хранится серия приемов. Число приемов в одной серии не более 50. Аналогичным образом в буферах своих оглавлений хранятся теоремы и задачи.

Из узла каждого нового приема имеются переходы "команда" (к терминалу, хранящему описание приема), "примечание" (к терминалу, хранящему спецификацию приема), "прием" (к терминалу, хранящему логический символ ЛОС- программы приема и несколько первых ее операторов), "теорема" (к терминалу, хранящему ссылку "теорема(A1 A2)" на теорему, являющуюся источником приема (новую либо старую), "оглавление" (к терминалу, хранящему путь в оглавлении базы приемов к пункту буфера, хранящему ссылку на прием).

Из узла каждой новой теоремы имеются переходы "терм" (к терминлу, хранящему теорему), "комментарии" (к терминалу, хранящему характеристики теоремы), "приемы" (к терминалу, хранящему ссылки "прием(...)" на приемы, источником которых служит теорема, "смыввод" (к терминалу, хранящему путь в оглавлении базы теорем к той ячейке логического вывода, в которой был запущен цикл вывода теорем), "оглавление" (к терминалу, хранящему путь в оглавлении базы теорем к пункту буфера, хранящему ссылку на прием).

Каждая новая задача оформлена в задачнике обычным образом - указаны ее послыки, условия, цели и ответ.

#### 4.0.9 Действия, предшествующие доводке

Перед началом доводки в файлах сохранена некоторая вспомогательная информация. Чтобы описать ее, проследим действия системы с момента нажатия клавиши "Ctrl-ц" при просмотре теоремы.

Организация базы теорем будет рассмотрена лишь в следующем томе. Заметим лишь, что в оглавлении теорем выделены подразделы, называемые ячейками логического вывода. Первый пункт такой ячейки содержит одну либо несколько "стартовых" теорем, из которых все остальные теоремы ячейки должны выводиться системой при помощи ее процедуры логического вывода. Поэтому клавиша "Ctrl-ц" должна нажиматься только на одной из стартовых теорем ячейки. Сама процедура вывода теорем представляет собой решатель, насчитывающий очень большое число приемов. Он постоянно развивается и будет описан в девятом томе монографии.

Размещение описания доводчика в данном томе объясняется тем, что он завершает цикл действий генератора приемов, выполняемых уже после перехода из базы теоремы в базу приемов: компиляция спецификации приема и получение приема ГЕНОЛОГа, компиляция приема ГЕНОЛОГа в ЛОС-программу, тестирование приема

и его доводка. Следующие два тома будут посвящены действиям, предшествующим указанному переходу. Работа доводчика почти не требует понимания этих действий, а в тех редких случаях, когда оно понадобится, будут даваться необходимые пояснения.

Выйти на ту точку программы, в которой начинается обработка нажатия "Str-ц", можно через пункт "Синтез приемов" - "Программирующий вывод и синтез приемов" - "Исходная точка" оглавления программ.

Прежде всего, счетчик шагов интерпретатора ЛОСа устанавливается на единицу и удаляется ряд ненужных комментариев к посылкам исходной задачи. Кроме того, создается структура данных диалогового блока для отображения числа выведенных теорем и прорисовывается бланк этого блока. Она сохраняется в комментарии к посылкам исходной задачи, так что при получении каждой новой теоремы число в ней увеличивается на единицу и перерисовывается на экране.

Предпринимается обращение к процедуре "прогрвывод", которой сообщается ссылка на тот концевой логический терминал  $T$  оглавления базы теорем, который ссылается на стартовые теоремы. Эта процедура выполняет логический вывод и присваивает переменной х6 список троек (новая теорема - список ее характеристик - блок вывода) для полученных результатов. Блок вывода - набор информационных элементов, указывающих способ получения теоремы и ранее предпринимавшиеся шаги вывода следствий из нее. Эти элементы описываются в девятом томе монографии. По завершении вывода теорем происходит удаление комментария к посылкам исходной задачи, содержавшего структуру данных диалогового блока для отображения числа выведенных теорем.

В 6-м информационном блоке (база теорем) от корневого указателя-каталога по меткам "метка", "смвывод" создается переход к логическому терминалу, в который заносится путь в оглавлении базы теорем к текущей ячейке вывода - тому подразделу, первым пунктом которого является указанный выше логический терминал  $T$ .

Создается расширенный список х7 троек (теорема - список ее характеристик - блок вывода), получаемый из списка х6 добавлением в начале списка данных о стартовых теоремах. В списке х6 эти теоремы не регистрировались. Для каждой стартовой теоремы в качестве ее блока вывода берется пара (характеристика  $K$ ), (начало  $A$ ). Здесь  $K$  - список характеристик теоремы,  $A$  - терм "теорема( $A_1, A_2$ )", являющийся ссылкой на теорему в базе теорем. Именно,  $A_1$  - логический символ, к которому относится узел теоремы,  $A_2$  - номер узла. Путь к этому узлу от корневого каталога 6-го информационного блока проходит по метке  $A_1$ , и далее - по цифрам номера  $A_2$ .

Данные списка х7 будут сохранены в 6-м информационном блоке в логических терминалах, достижимых из его корня по меткам " $i$ ", "новый", где  $i$  - последовательные логические символы, начиная с 1. Перед сохранением предпринимается удаление старых таких терминалов (просматриваются все номера  $i$ , начиная с 1, до того момента, как отсутствует переход по метке "новый"). Затем элементы списка х7 просматриваются в обратном порядке, и начиная с  $i = 1$  для них создаются терминалы. Каждый терминал хранит теорему и идущие после нее характеристики. Отбрасываются характеристики, для которых в блоке вывода указано, что по ним теорема была обобщена. Сам блок вывода не регистрируется.

Создание приемов по теоремам, зарегистрированным в терминалах "новый", будет происходить с автоматическими перезапусками системы после обработки каждой

теоремы. Режим работы с автоматическими перезапусками был введен, чтобы различные сбои, иногда возникающие в работе системы и пока не поддающиеся отладке из-за своего нерегулярного характера, не нарушали целостности вычислений. При автоматическом перезапуске тот цикл, на котором произошел сбой, полностью повторяется, но уже без сбоя (повторяемость сбоя делает возможной отладку, что обычно и происходило).

Так как весь цикл синтеза приемов достаточно масштабный и использует несколько различных распараллеленных режимов работы, в том числе для прокрутки по задачку, то иногда, несмотря на множество уже выявленных и исправленных ошибок интерпретатора, сбои все же возникают. Обычно это происходит в режиме распараллеленной между многими ядрами процессора работы программы, где отладка затруднена. Поэтому, в отсутствие средств автоматического возобновления отдельных потоков работа генератора приемов вообще была бы невозможной. Чтобы справиться с этим, пока применяется скрипт `fenix`, автоматически перезапускающий поток, как только операционная система его снимает. Тогда весь процесс от начала до конца проходит успешно, и работа генератора приемов выглядит вполне устойчивой.

Чтобы при автоматическом перезапуске работа генератора приемов возобновлялась, иницируются некоторые вспомогательные "регистры", роль которых играют различные логические терминалы в 6-м информационном блоке.

В логический терминал, достижимый из корня 6-го информационного блока по меткам "прием", "теорема", заносится 1. Этот терминал будет хранить символьный номер текущей теоремы из отрезка ссылок "новый", для которой будут создаваться приемы.

В логический терминал, достижимый по меткам "прием", "теоремы", заносится 0. Он будет служить индикатором успешной обработки теоремы. Если в процессе обработки произойдет сбой и система автоматически перезапустится, то наличие нуля будет сигналом о необходимости повторной обработки теоремы. Автоматический перезапуск будет выполняться и при успешном завершении обработки теоремы, но тогда в указанном терминале окажется 1.

В логический терминал, достижимый по меткам "прием", "новыйприем", заносится 0. Здесь будет сохраняться десятичная запись числа созданных приемов.

Затем выполняется оператор "трассировка(0)", выполняющий внутренний перезапуск системы. При этом система продолжит работу "с нуля", за исключением того, что в зоне программ сохранятся считанные туда фрагменты программ ЛОСа.

Дальнейшие действия - шаг обработки очередной теоремы - выполняются программой "вход" после контрольной точки "прием(115)". Выйти на эту точку можно через пункт "Синтез приемов", "Программирующий вывод и синтез приемов", "Начало шага обработки очередной теоремы" оглавления программ.

До этого программа "вход", иницируемая при перезапуске, усмотрела наличие перехода из корня 6-го информационного блока по метке "прием" к некоторому указателю  $U$  и отсутствие дальнейшего перехода по метке "число", наличие которого указывало бы на работу доводчика. Этот переход появится позднее, а пока переменной  $x8$  присваивается содержимое логического терминала, достижимого из  $U$  по метке "теорема". Он хранит номер  $x14$  текущей обрабатываемой теоремы.

Создается комментарий "доводка" к посылкам исходной задачи. Рассматриваются логические терминалы, достижимые из указателя  $U$  по меткам "теоремы" и "новый-

прием". Переменной  $x_{10}$  присваивается содержимое первого из них, переменной  $x_{13}$  - число ранее созданных приемов, хранящееся во втором. Если  $x_{10}$  - единица (т.е. на предыдущем цикле не было сбоя), то  $x_{14}$  увеличивается на единицу и сразу перезаписывается в терминал "теорема". При этом в терминал "теоремы" заносится ноль - для контроля следующего цикла. Если  $x_{10}$  - ноль (был сбой), то  $x_{14}$  не изменяется, и действия повторяются.

Из логического терминал " $x_{14}$ " - "новый" считывается набор, образованный теоремой и ее характеристиками. Он присваивается переменной  $x_{17}$ . На экране прорисовывается в соответствующем блоке диалога  $D$  число  $x_{13}$ . Создается комментарий (новприем  $x_{13} D$ ) к посылкам исходной задачи, который будет играть роль счетчика числа новых приемов. Набор  $x_{17}$  разбивается на теорему  $x_{18}$  и список ее характеристик  $x_{19}$ . Процедура "приемы" генерирует по входным данным  $x_{18}$ ,  $x_{19}$  список  $x_{20}$  пар (теорема приема - спецификация приема). Эта процедура (она называется спецификатором) описывается в восьмом томе монографии. Отменяются все блокировки приемов, и начинается просмотр элементов  $x_{21}$  списка  $x_{20}$ . Переменной  $x_{22}$  присваивается теорема приема, переменной  $x_{23}$  - его спецификация, переменной  $x_{25}$  - тип приема. Затем реализуется обращение к справочнику "задачи" на логическом символе  $x_{25}$ . Прочими входными данными обращения служат теорема приема  $x_{22}$ , спецификация  $x_{23}$  и пара ( $x_{18}$ ,  $x_{19}$ ). Справочник "задачи" был описан в предыдущей главе, посвященной тестированию приемов. Если прием прошел тестирование, то процедура "регприем" обеспечивает его компиляцию в программу ЛОСа, а также регистрацию описания приема на ГЕНОЛОГе в буфере базы приемов. Одновременно в буфере базы теорем регистрируется (если она новая) теорема  $x_{18}$ , а в буфере задачника - тестовая задача.

По окончании просмотра списка  $x_{20}$  из комментария (новприем ...) к посылкам исходной задачи извлекается новое значение количества созданных приемов, которое перезаписывается в логический терминал "новыйприем". Кроме того, в терминал "теоремы" записывается единица, свидетельствующая об успешном завершении обработки теоремы. Сразу после этого выполняется внутренний перезапуск системы - переход к обработке очередной теоремы.

По исчерпанию списка теорем, о чем свидетельствует отсутствие логического терминала " $x_{12}$ " - "новый", начинается работа доводчика. Прежде всего, предпринимается анализ избыточности созданных приемов для решения тестовых задач. Некоторые из них, прошедшие тестирование как неизбежные, могут оказаться избыточными после добавления других приемов. Такой анализ осуществляется процедурой "Расчистка".

#### 4.0.10 Процедура "Расчистка"

Обращение к процедуре имеет вид "Расчистка( $x_1$ )", где  $x_1$  - фиктивная входная переменная (фактически - 0). Процедура предпринимает удаление ЛОС-программ тех приемов буфера базы приемов, которые оказываются избыточными для решения задач буфера задачника. Описания приемов на ГЕНОЛОГе сохраняются.

Выйти на начало программы "Расчистка" можно через пункт "Синтез приемов" - "Синтез приемов с генерацией задач для тестирования их неизбежности" - "Процедура "Расчистка" " оглавления программ.

Переменной  $x_3$  присваивается ссылка на корневой указатель - список буфера оглавления базы приемов. Затем переменной  $x_4$  присваивается набор ссылок "прием( $A_1 A_2 A_3$ )" на все приемы, зарегистрированные в данном буфере. Переменной  $x_5$  присваивается ссылка на корневой указатель - список той ветви буфера задачника, в котором были зарегистрированы тестовые задачи. Эта ветвь распознается по логическому символу "Усиление", хранящемуся в ее терминале "замечание". Переменной  $x_7$  присваивается список ссылок на задачи данной ветви. Каждая ссылка - пара (логический символ - номер узла задачи).

Переменной  $x_8$  присваивается набор пустых списков, длина которого равна длине набора  $x_4$ . Он представляет собой накопитель наборов ссылок на задачи, в которых срабатывают приемы списка  $x_4$ . Формат ссылок на задачи - такой же, как в наборе  $x_7$ . Вводится набор  $x_9$ , длина которого равна длине набора  $x_7$ . В нем будут сохраняться трудоемкости решения задач списка  $x_7$ .

Начинается цикл решения задач списка  $x_7$  для сбора предварительной информации. Переменной  $x_{10}$  присваивается текущая позиция списка  $x_7$ , переменной  $x_{11}$  - соответствующая текущая позиция списка  $x_9$ . Переменной  $x_{14}$  присваивается та задача, ссылка на которую расположена по вхождению  $x_{10}$ . Значением переменной  $x_{12}$  при этом оказывается пара (логический символ - номер узла задачи), переменной  $x_{13}$  - ссылка на узел задачи.

Организуется слежение за срабатываниями приемов в задаче. Если исходная задача еще не имела комментария "Расчистка" к своим посылкам, то такой комментарий вводится. Если имелся комментарий (задача ...) к посылкам исходной задачи, то он удаляется, после чего сразу вводится комментарий (задача пустоеслово пустоеслово пустоеслово).

Комментарий (задача  $A_1 A_2 A_3$ ) к посылкам исходной задачи представляет собой накопитель информации о приемах, сработавших в задаче.  $A_1$  - накопитель логических символов, возникавших в процессе решения в посылках и условиях задачи,  $A_2$  - накопитель ссылок на сработавшие приемы ЛОСа, представляющий собой набор пар  $(B_1, B_2)$ , где  $B_1$  - логический символ, к программе которого относится прием,  $B_2$  - набор номеров приемов (равных номеру контрольной точки "прием(...)", с которой начинается программа приема);  $A_3$  - накопитель ссылок на сработавшие приемы ГЕНОЛОГа, представляющие собой набор пар  $(B_1, B_2)$ , где  $B_1$  - заголовок приема,  $B_2$  - набор пар (логический символ - набор номеров узлов приемов для этого символа). Обычно в комментарии (задача ...) срабатывания приемов нормализаторов общей стандартизации игнорируются, однако комментарий "Расчистка" к посылкам исходной задачи включает регистрацию таких срабатываний.

Перед решением задачи  $x_{14}$  устанавливается максимальный уровень, равный 16. Предпринимается удаление комментариев к посылкам исходной задачи, сохраняющих результаты обращений к пакетным операторам. Число на счетчике шагов интерпретатора ЛОСа устанавливается на 0. Вводится ограничитель трудоемкость в 100000000 шагов работы интерпретатора, после чего запускается процесс решения задачи  $x_{14}$ . Ответ присваивается переменной  $x_{17}$ . Предпринимается коррекция терминала "ответ" узла задачи  $x_{13}$ , куда помещается терм  $x_{17}$  (если такого терминала не было, то он вводится). Аналогично, корректируется либо создается терминал "время" узла задачи, куда заносятся термы "время( $N$ )", "вычитание(0)" для фактического числа шагов  $N$ , потраченного на последнее обращение к решению задачи. Число  $N$  заносится на позицию  $x_{11}$  набора  $x_9$ .



Если ответ  $x_{17}$  отличен от символа "отказ", то из комментария (задача ...) извлекаются ссылки "прием( $C_1 C_2 C_3$ )" на все сработавшие при решении задачи  $x_{14}$  приемы ГЕНОЛОГа. Отбираются только ссылки, принадлежащие списку  $x_4$ , и в разрядах накопителя  $x_8$ , соответствующих таким ссылкам, регистрируется (добавляется к ранее зарегистрированным) пара  $x_{12}$ .

По завершении цикла сбора предварительной информации начинается цикл проверки избыточности приемов (контрольная точка "прием(6)").

Предпринимается синхронный просмотр списков  $x_4$  и  $x_8$ . Переменной  $x_{12}$  присваивается ссылка на текущий прием из  $x_4$ , переменной  $x_{16}$  - список ссылок на задачи буфера задачника, в которых он срабатывает. Предпринимается удаление ЛОС-программы приема  $x_{12}$ . Вводится пустой накопитель  $x_{17}$  пар (ссылка на прием - ссылка на задачу), указывающих те приемы буфера базы приемов, которые будут срабатывать вместо отключенного приема  $x_{12}$  в задачах набора  $x_{16}$ .

Начинается просмотр элементов  $x_{18}$  списка  $x_{16}$ . Таким образом,  $x_{18}$  - ссылка (логический символ - номер узла) на задачу в задачнике. Переменной  $x_{19}$  присваивается трудоемкость решения этой задачи, сохраненная в списке  $x_9$ . Переменной  $x_{21}$  присваивается задача по ссылке  $x_{18}$ . Отбрасывается комментарий (задача ...) к посылкам исходной задачи, если он имелся. Затем вводится комментарий (задача пустое слово пустое слово) к этим посылкам. Устанавливается максимальный уровень 16, удаляются комментарии к исходной задаче, сохранявшие результаты обращений к пакетным операторам, и устанавливается ограничитель трудоемкости, равный увеличенной в 1,3 раза величине  $x_{19}$ . Затем переменной  $x_{22}$  присваивается ответ задачи  $x_{21}$ , и сразу сбрасывается ограничитель трудоемкости. Возможны два случая:

1. Лимит трудоемкости оказался превышен, так что система прервала решение задачи и откатилась к переходу через "ветвь 3". то означает что прием  $x_{12}$  нужен, так что его программа компилируется заново, и откат к рассмотрению очередного приема  $x_{12}$ .
2. Ответ  $x_{22}$  на задачу получен и ограничитель трудоемкости сброшен. Проверяется, что  $x_{22}$  отлично от символа "отказ", причем результаты обработки оператором "станд" термина  $x_{22}$  и ответа на задачу  $x_{21}$ , извлеченного из логического терминала "ответ" ее узла, совпадают. Если это не так - программа приема  $x_{12}$  компилируется заново, и откат в рассмотрению очередного приема  $x_{12}$ . Иначе из комментария (задача ...) к посылкам исходной задачи извлекаются ссылки "прием( $A_1 A_2 A_3$ )" на приемы списка  $x_4$ , сработавшие при решении задачи  $x_{21}$ , и в накопитель  $x_{17}$  заносятся пары ("прием( $A_1 A_2 A_3$ )",  $x_{18}$ ). Далее - переход к рассмотрению очередной задачи  $x_{18}$  списка  $x_{16}$ .

Если список  $x_{16}$  был исчерпан, причем отката к рассмотрению очередного приема  $x_{12}$  не произошло, то на позицию списка  $x_8$ , соответствующую приему  $x_{12}$ , заносится пустой набор. Для каждой пары ( $P_1, P_2$ ) из списка  $x_{17}$  в списке  $x_4$  находится позиция термина  $P_1$ , и к списку задач, в которых прием  $P_1$  срабатывает, хранящемуся на соответствующей позиции списка  $x_8$ , добавляется элемент  $P_2$ . Далее - переход к рассмотрению очередного приема  $x_{12}$ .

По завершении цикла просмотра приемов  $x_{12}$  для каждого приема списка  $x_4$  из набора  $x_8$  извлекается список термов "задача( $A_1 A_2$ )" на задачи буфера задачника, в

которых прием србатывает, и создается логический терминал "задачи" узла данного приема, в который помещается этот список.

В заключение удаляется комментарий "Расчистка" к посылкам исходной задачи, активируется тот информационный блок, который был активным на момент входа в процедуру "Расчистка", и работа этой процедуры завершается.

#### 4.0.11 Продолжение предобработки после обращения к процедуре "Расчистка"

После того, как предпринята расчистка, ЛОС-программы избыточных приемов оказываются удалены, а из оставшихся - созданы ссылки через терминалы "задачи" на те тестовые задачи, в которых данный прием србатывает.

Далее удаляются логические терминалы, достижимые из корневого каталога базы теорем по меткам "прием", "теорема"; "прием", "теоремы" и "прием", "новыйприем". Предпринимается также удаление терминалов, достижимых из корневого каталога по меткам "i", "новый". В них хранились данные о теоремах, по которым создавались приемы. Эти данные уже использованы при регистрации теорем в буфере базы теорем, причем из узлов новых приемов созданы ссылки на теоремы - источники приемов.

Если имелся терминал, достижимый из корневого каталога базы теорем по меткам "прием", "результат", то он удаляется. Такой терминал создается доводчиком (см. ниже), и перед началом доводки должен быть удален. В логический терминал, достижимый из корневого каталога по меткам "метка", "выполнить", заносится логический символ "3". Он указывает номер того действия, которое система должна будет выполнить после внутреннего перезапуска. Наконец, оператор "трассировка(0)" выполняет внутренний перезапуск.

После перезапуска система сразу проверяет наличие терминала "метка", "выполнить" и считывает хранящийся в нем логический символ  $n$ . Этот терминал удаляется, и создается комментарий (выполнить  $n$ ) к посылкам исходной задачи. Далее система выполняет стартовую прорисовку главного меню, обращается к оператору "главноменю", обеспечивающему стартовый диалог, а внутри этого оператора - к оператору "автоклаватура". Последний реагирует на комментарий (выполнить  $n$ ), удаляя его и обращаясь к справочнику "выполнить" на символе  $n$ . После этого в комментарии (автоклаватура ...) к посылкам исходной задачи оказывается создана последовательность нажатий клавиш, обрабатываемых оператором "автоклаватура" для продолжения действий. Справочник "выполнить" создает также ряд структур данных, уточняющих эти действия.

В нашем случае  $n = 3$ . Это означает необходимость запуска предварительной прокрутки по задачку для анализа приемов, созданных в буфере базы приемов. Выйти на начало программы справочника можно через пункт "Общий интерфейс" - "Справочник ВЫПОЛНИТЬ" - "Запуск предварительной прокрутки для анализа приемов, созданных в буфере базы приемов. Предполагается, что в буферах базы теорем и задачника имеются сопровождающие теоремы и задачи".

Прежде всего, из логического терминала "метка" - "смывывод" базы теорем извлекается путь в оглавлении базы теорем, ведущий к той ячейке вывода, в которой предпринимался вывод. По этому пути определяется тот максимальный раздел  $R$ , к

которому относится ячейка. В оглавлении задачника находится та корневая ветвь, которая соответствует разделу  $R$ . Для номера  $n$  пункта корневого меню оглавления задачника, с которого начинается данная ветвь, создается комментарий (отрезокзадач ( $n$ ) ( $n$ )) к посылкам исходной задачи. Такой комментарий указывает пути к начальной и конечной точкам прокрутки по задачнику. Далее вводится комментарий (автоклавиатура (подборнеизвестных арктангенс)) к посылкам исходной задачи, и работа справочника завершается. Логический символ "подборнеизвестных" соответствует клавише "з" и обеспечивает переход из главного меню в оглавление задачника. Логический символ "арктангенс" соответствует клавише "Ctrl-д". Он инициирует работу доводчика. Точнее, лишь первый этап этой работы - прокрутку по выбранному разделу задачника.

#### 4.0.12 Процедура "Примерка"

После того, как оператор "автоклавиатура" перевел систему в оглавление задачника и симитировал нажатие клавиши "Ctrl-д", происходит обращение к процедуре "Примерка". Точка программы, где расположено это обращение, достижима через пункт оглавления программ "Синтез приемов" - "Доводка новых приемов, хранящихся в буфере базы приемов" - "Примерка созданных приемов на выбранных разделах задачника" - "Запуск прокрутки по заданному разделу задачника для оценки поведения доводимых приемов". Так как процедура "Прокрутка" завершает свою работу внутренним перезапуском системы, дальнейшие операторы фрагмента программы, собирающего обращение к ней, несущественны.

Обращение к процедуре имеет вид "Примерка( $x_1$ )", причем входная переменная  $x_1$  - фиктивная (в нашем случае равна 0). Процедура "Примерка" инициирует распараллеленную прокрутку отрезка задачника, выделенного комментарием (отрезокзадач ...) к посылкам исходной задачи. Эта прокрутка выполняется копиями системы, хранящимися в поддиректориях  $EX_1, EX_2, \dots, EX_n$ , а также главным экземпляром системы. Число потоков  $n + 1$  определяется возможностями процессора. Оно устанавливается вручную через интерфейс главного меню. Итоги прокрутки не регистрируются обычным образом в терминалах, связанных с узлами задач, а сохраняются только в разделе "Примерка" буфера оглавления задачника. Сюда заносятся ссылки на задачи, где имело место либо существенное замедление, либо существенное ускорение, либо изменение ответа, либо отказ. Каждый концевой пункт раздела обычным образом ссылается на задачу задачника. Если в процессе примерки возникло более 70 пунктов, то остальные в раздел не заносятся. Кроме ссылки на задачу, концевой пункт оглавления хранит следующие термины:

1. "число( $A$ )" -  $A$  есть число шагов работы интерпретатора, затраченных на решение задачи.
2. "ответ( $A$ )" - если имело место изменение ответа, то  $A$  - новый ответ. Особо выделяется случай, когда работа программы была оборвана внешним образом (остановлена системой). Тогда  $A$  - символ "обрыв".
3. "отказ" - если на задачу был получен отказ.
4. "прием( $A_1 A_2 A_3$ )" - ссылки на те новые приемы, которые сработали в задаче при ее решении.

В процессе примерки на решение задачи отводится число шагов работы интерпретатора, не более чем вдвое превышающее соответствующее число до создания новых приемов. Если за это время ответ не получен, регистрируется отказ.

Каждая из копий решателя сохраняет данные об особых случаях в логических терминалах, достижимых из корневого указателя-каталога задачника по путям вида "s" - "смзадача". Здесь s - последовательные логические символы, начиная с символа "сброс". Сам логический терминал хранит ссылку "задача( $A_1 A_2$ )" на задачу, а также те термы "число(...)", "ответ(...)", "отказ", "прием(...)", которые характеризуют решение задачи, как указано выше. По пути "прием" - "смзадача" из корневого каталога достижим терминал, хранящий первый логический символ s для регистрации очередного особого случая.

Выйти на начальную точку программы "Примерка" можно через пункт оглавления программ "Синтез приемов" - "Доводка новых приемов, хранящихся в буфере базы приемов" - "Примерка созданных приемов на выбранных разделах задачника" - "Процедура "Примерка" " - "Исходная точка. Создание списка ссылок на доводимые приемы в терминале задачника "задача" - "Примерка" ".

Прежде всего, переменной x2 присваивается ссылка на тот указатель - список буфера оглавления базы приемов, в котором были размещены новые приемы. Ветвь этого указателя просматривается, после чего переменной x3 оказывается присвоен список ссылок "прием(...)" на новые приемы. Если он оказался пуст, работа программы "Примерка" завершается. Это же происходит, если оказывается, что ни один из новых приемов не откомпилирован.

Если существует логический терминал, достижимый из корня 2-го информационного блока (т.е. задачника) по меткам "задача", "Примерка", то он удаляется. Затем такой терминал создается, причем в него помещается список x3.

Корректируются логические терминалы, достижимые из корня 2-го информационного блока по меткам "прием", "смзадача" и по меткам "прием", "суммавсех". В первый из них заносится символ "сброс" (начальный символ для регистрации результатов - см. выше), во второй - пара нулей. Заметим, что терминал "прием", "суммавсех" будет сохранять два числа: суммарное замедление при прокрутке процедурой "Примерка", в которое не включаются случаи особо больших замедлений и ускорений ("фоновое" замедление), а также суммарное замедление для всех случаев.

Далее - откат к переходу через "ветвь 2" в корневом фрагменте программы. При этом значения всех переменных снова становятся не определены. Прежде всего, находится комментарий (отрезокзадач  $A_1 A_2$ ) к посылкам исходной задачи, определяющий пути  $A_1$  и  $A_2$  к выбранным для прокрутки исходному и последнему пункту оглавления задачника. Переменной x4 присваивается путь  $A_1$ , переменной x5 - путь  $A_2$ .

Происходит удаление ветви, достижимой из корня 2-го информационного блока (задачника) по меткам "прием", "выписка" (если такая ветвь сохранилась с предыдущих прокруток по задачнику). Эта ветвь представляет собой накопитель информации о результатах прокрутки. Метки ее корневого указателя - списка таковы:

1. метка "число" - переход к логическому терминалу, регистрирующему статистику холостого хода приемов. Этот терминал хранит термы "набор(прием( $A_1 A_2 A_3$ ) $B_1 B_2$ )", где  $A_1, A_2, A_3$  - ссылка на прием ( $A_1$  - логический символ,  $A_2$  - заголовков приема,  $A_3$  - номер узла приема в ветви символа  $A_1$ );  $B_1$  - суммарный

холостой ход приема (затраты на выполнение его программ, не приводившие к срабатыванию),  $B_2$  - число срабатываний приема.

- метка "изменение" - переход к указателю - списку, перечисляющему задачи, ответ которых был изменен при прокрутке либо которые не были решены, хотя до этого решались. По меткам - символьным числам "1", "2", ... из данного указателя списка осуществляются переходы к логическим терминалам, ссылающимся на задачи. Каждый такой логический терминал хранит пару (терм "набор( $P_1 \dots P_n$ )", задающий путь к задаче в оглавлении задачника - старый ответ на задачу, если найден новый ответ, и логический символ "отказ", если ранее решавшаяся задача не была решена).

Далее определяется кратность  $x_6$  параллельной прокрутки (число потоков процессора, выполняющих прокрутку). Сначала переменной  $x_6$  присваивается единица. Затем во 2-м информационном блоке находится терминал "прием" - "кратность", и  $x_6$  заменяется на указанное в нем значение. Величина кратности может быть изменена из главного меню через окно "Ресурсы и установки", и далее - через левый прямоугольник пункта "Распараллеливание". Два других прямоугольника этого пункта относятся к распараллеливанию на двух либо трех системных блоках. Эти варианты мы рассматривать не будем.

После контрольной точки "прием(3)" предпринимается расчистка данных о предыдущих прокрутках:

- Удаляется терминал, достижимый из корня 2-го информационного блока по меткам "трассировка", "отказ". Этот терминал сохраняет ссылки "задача( $A_1 A_2$ )" на задачи, решение которых было принудительно прервано в цикле параллельной прокрутки (например, при сбое программы).
- Удаляется терминал, достижимый из корня 2-го информационного блока по меткам "трассировка", "стоп". Этот терминал хранит ссылку "задача( $A_1 A_2$ )" на текущую решаемую задачу. Если задача оказывается решенной (включая получение отказа), то в этот терминал заносится 0. Иначе - при запуске очередной задачи после принудительного обрыва решения ссылка на задачу извлекается и переносится в терминал "трассировка", "отказ".
- Начиная с символьного номера  $i$  = "сброс", удаляются терминалы, достижимые из корня 2-го информационного блока по меткам  $i$ , "смзадача" (см. выше).

После контрольной точки "прием(4)" происходит обращение к процедуре "отрезки-задач". Ей сообщаются начальный и конечный пути  $x_4$ ,  $x_5$  в задачнике, а также кратность прокрутки  $x_6$ . Процедура просматривает хранящиеся в задачнике данные о трудоемкости решения задач и разбивает область прокрутки на  $x_6$  отрезков примерно равной трудоемкости. Выходной переменной  $x_7$  присваивается набор из  $x_6$  пар путей в задачнике, задающих начала и концы этих отрезков.

Если отсутствовал логический терминал задачника "задача" - "параллельно", то он вводится и в него заносится 2. Это послужит указанием на то, что прокрутка запущена процедурой "Примерка".

В терминале задачника "задача", "процессы" регистрируется символьное число  $x_6$  - 1, т.е. число параллельных потоков прокрутки, помимо главного потока.

Перед контрольной точкой "прием(6)" начинается цикл настройки параллельных потоков. Просматривается список  $x_7$ . Для текущей его позиции  $x_9$  переменной  $x_{11}$  присваивается начальный путь очередного отрезка прокрутки, переменной  $x_{12}$  - конечный путь (каждый путь - последовательность символьных номеров переходов в оглавлении задачника от его корня).

Текущий путь в задачнике переустанавливается согласно  $x_{11}$  - начальной точке отрезка прокрутки. В терминал задачника "задача", "стоп" заносится путь  $x_{12}$  - точка обрыва прокрутки.

Если позиция  $x_9$  - последняя в списке  $x_7$  (она соответствует отрезку, который будет обрабатываться главным потоком), то в логический терминал "задача", "параллельны" заносится набор термов "отрезок(набор( $A_1 \dots A_n$ ) набор( $B_1 \dots B_m$ ))" для всех отрезков прокрутки набора  $x_7$ . Эти термы будут использоваться после завершения прокрутки, для перенесения данных из побочных потоков в главный.

В логический терминал задачника "метка" заносится указатель "задачи(9)" на параллельный тип прокрутки.

В корневой терминал "рамка" 1-го информационного блока заносится указатель на прорисовку рамки потока. Он имеет вид "рамка(2  $n$ )", где  $n$  - номер потока. Главный поток имеет номер 0.

Если позиция  $x_9$  - не последняя в списке  $x_7$  (т.е. поток - побочный), то предпринимается копирование всех файлов LOSa (т.е. поддиректорий "LOS", "INF", "TCH", "TXT", "TER", GEN) в поддиректорию "EXi". Здесь  $i$  - номер параллельного потока, т.е. номер позиции  $x_9$  (нумерация начинается с 1). Файл logsyst.exe не копируется, так как он в данный момент работает.

По завершении просмотра списка  $x_7$  последовательно запускаются побочные потоки, которые будут далее работать автономно. В случае сбоя, если система остановит какой-либо из них, он будет автоматически перезапущен скриптом fenix.exe. Данные о имевшем место сбое сохраняются. После того, как побочные потоки запущены, главный поток реализует внутренний перезапуск и тоже начинает прокрутку своего отрезка.

#### 4.0.13 Запуск задачи в процессе прокрутки

Каждая задача в цикле прокрутки решается после внутреннего перезапуска системы. Этому предшествуют следующие действия.

Сразу после возобновления работы программа анализирует содержимое логического терминала задачника, достижимого из корневого каталога по символу "метка" (см. пункт "Общий интерфейс" - "Восстановление режима цикла решения задач при перезапуске" оглавления программ). В нашем случае терминал "метка" содержит терм "задачи(9)". Тогда вводится комментарий "задачи" к посылкам исходной задачи, указывающий на наличие цикла решения задач из выбранного раздела задачника. Проверяется наличие терминала "задача", "параллельно" и вводится комментарий "параллельно" к посылкам исходной задачи. Он указывает на режим распараллеленной прокрутки. В нашем случае указанный терминал содержит символ "2", и тогда вводится комментарий "пРокрутка" к посылкам исходной задачи, указывающий, что прокрутка запущена процедурой "Примерка". Из терминала "задача", "стоп" извлекается путь  $A$  к последнему пункту отрезка прокрутки в оглавлении

задачника; создается комментарий (конец *A*) к посылкам исходной задачи. На первом шаге прокрутки создается комментарий "цикл" к посылкам исходной задачи, блокирующий сдвиг номера задачи на первом шаге прокрутки (иначе первая задача останется не решенной). Сразу же после этого в терминал "метка" вместо термина "задачи(9)" заносится терм "задачи(1)", чтобы впоследствии сдвиг номера выполнялся обычным образом.

Далее предпринимается обращение к главному меню, причем комментарий "задачи" сразу передает ему символ "подборнеизвестных", соответствующий нажатию клавиши "з" - входу в оглавление задачника.

Обработкой нажатия "з" занимается фрагмент программы, на который можно выйти через пункт "Общий интерфейс" - "Обращение к оглавлению задачника" оглавления программ. Прежде всего, здесь происходит обращение к процедуре "оглавление".

В программе "оглавление" комментарий "задачи" к посылкам исходной задачи запускает переустановку текущего пути в оглавлении задачника на следующую задачу. При наличии комментария "цикл" сдвиг компенсируется предварительным откатом на единицу. Выйти на данный участок программы можно через пункт "Интерфейс оглавлений" - "Выбор очередной задачи в цикле решения задач".

Анализируется указанный в комментарии (конец *A*) путь к последней точке прокрутки. Если она уже достигнута, то предпринимаются действия по завершению прокрутки. Если поток побочный, то в его директории создается пустой файл "fin.los", который будет сигнализировать главному потоку о завершении данного побочного потока. Затем выполнение побочного потока обрывается. Если же поток главный и прокрутка распараллеленная, то происходит ожидание завершения всех побочных потоков - по наличию файлов "fin.los". Затем все эти файлы удаляются, создается комментарий (автоклавиатура (исключзадачи)) к посылкам исходной задачи, и откат к обработке команд программы "оглавление". Фиктивное нажатие клавиши "Str-ы", соответствующей символу "исключзадачи" инициирует обработку результатов прокрутки.

Если конец прокрутки не достигнут, то программа "оглавление" выдает ссылку на содержащий очередную задачу концевой пункт оглавления задачника. Затем - возвращение в программу общего интерфейса, обратившуюся к программе "оглавление". Здесь проверяется, что задача не исключена из цикла прокрутки (например, если она до этого не решалась системой или на нее хранится "отказ"). Если она исключена - откат и повторное обращение к программе "оглавление". Иначе - создается комментарий (автоклавиатура (частичныйответ)) к посылкам исходной задачи и предпринимается обращение к процедуре "списокзадач". Выйти на эту точку программы можно через пункт "Интерфейс просмотра и редактирования задач" - "Обращение к процедуре СПИСОКЗАДАЧ" оглавления программ.

Символ "частичныйответ" соответствует нажатию клавиши "о", что означает обычный режим решения задачи без трассировки. Однако, наличие комментария "прокрутка" перехватывает стандартные действия после того, как сама задача x11 была считана из задачника. Выйти на эту точку программы "списокзадач" можно через пункт оглавления программ "Синтез приемов" - "Доводка новых приемов, хранящихся в буфере базы приемов" - "Примерка созданных приемов на выбранных разделах задачника" - "Запуск задачи при прокрутке доводчика" - "Исходная точка". Собственно, здесь и начинается анализ решения текущей задачи x11.

После контрольной точки "прием(8 8)" расположен переход через "ветвь 2", к которому программа будет откатываться, если задачу не следует включать в прокрутку. После этого перехода выполняется внутренний перезапуск, и далее - поиск очередной задачи в отрезке прокрутки.

Непосредственно справа от оператора "ветвь 2" расположены проверки, отбрасывающие задачу на описание, если она имеет цель "сокращ" (условия заданы в сокращенном виде - используется пока лишь для нескольких задач по механике) либо цель "бинарная операция" (перечисление таблиц бинарных операций, удовлетворяющих заданным условиям).

В задаче x11 находится комментарий (просмотр задачи  $A$ ) к ее посылкам. Здесь  $A$  - пара  $(A_1, A_2)$ , указывающая координаты задачи в задачнике:  $A_1$  - логический символ,  $A_2$  - номер узла этого символа. Пара  $A$  присваивается переменной x16. Переменной x17 присваивается терм "задача( $A_1 A_2$ )".

Проверяется наличие в терминале задачника "трассировка", "стоп" терма вида "задача( $B_1 B_2$ )". Наличие такого терма означает, что решение предыдущей задачи цикла, имеющей адрес  $(B_1, B_2)$ , не было доведено до конца. Тогда терм "задача( $B_1 B_2$ )" регистрируется в терминале задачника "трассировка", "отказ" (добавляется к списку элементов этого терминала). Безотносительно к текущему содержимому терминала "трассировка", "стоп", в него заносится терм x17, чтобы отслеживать процесс решения новой задачи.

Далее - откат к переходу через "ветвь 3". Здесь переменной x17 присваивается ссылка на узел задачи x11 в задачнике (определяется по  $A_1, A_2$ ). Проверяется отсутствие терминала "блок" узла задачи x17 - списка заблокированных при решении задачи приемов. Задачи с заблокированными приемами создавали бы конфликты при доводке, и из прокрутки исключаются.

Переменной x19 присваивается содержимое терминала "время" узла x17. Проверяется, что он не содержит символа "усиление", т.е. получение ответа задачи не требовало включения усиленного режима. Переменной x20 присваивается содержащийся в терминале терм "время( $N$ )", определяющий число  $N$  шагов работы интерпретатора при последнем запуске решения задачи x11.

Переменной x21 присваивается номер текущего потока (для главного потока он равен 0). В рамке потока прорисовывается терм  $N$ . Размеры рамок потоков параллельной прокрутки выбраны так, чтобы в них помещались лишь трудоемкости задач. Постоянная смена чисел в рамках потоков позволяет контролировать ход прокрутки. В случае зависания потока (что бывает крайне редко и связано с каким-либо заикливанием внутри отдельного оператора ЛОСа, останавливающим счетчик шагов) его можно остановить, а затем вручную снова запустить. Информация о задаче, в которой произошло заикливание, будет сохранена, и по окончании прокрутки можно будет выяснить причину.

Далее - откат к переходу через "ветвь 1", где переменной x21 присваивается десятичное число  $N$ , а затем определяется величина x22 ограничения на трудоемкость тестового запуска задачи. Если x21 было меньше 6000000, то x22 полагается равным 10000000. Иначе x22 равно целой части от произведения 1,5 на x21. Из терминала "ответ" узла x17 извлекается ранее полученный ответ x25 на задачу x11. Проверяется, что он отличен от символа "отказ".



Переменной  $x_{26}$  присваивается символ "отказ". Эта переменная служит накопителем типа результата: "плюс" (замедление), "минус" (ускорение), "отказ", "изменение" (изменение ответа), при нормальной работе - "0". Переменным  $x_{27}$  и  $x_{28}$  - накопителю трудоемкости решения и накопителю измененного ответа - присваиваются нули. Далее расположен оператор "ветвь 1", переход к которому произойдет после решения задачи.

Вводится комментарий (задача пустоеслово пустоеслово пустоеслово). Он будет накапливать список приемов, сработавших при решении задачи, а также список логических символов, возникавших в условиях и посылках задач. Устанавливается максимальный уровень решения задачи  $x_{11}$ , равный 16, и вводится ограничение на число шагов, равное  $x_{22}$ . Затем запускается процесс решения задачи, и переменной  $x_{30}$  присваивается ответ. Проверяется, что он отличен от символа "отказ". Переменной  $x_{32}$  присваивается число шагов работы интерпретатора, затраченных на решение задачи, и эта величина переприсваивается переменной  $x_{27}$ . Переменной  $x_{33}$  присваивается разность величины  $x_{32}$  и "старой" трудоемкости  $x_{21}$ . Если новый ответ  $x_{30}$  отличен от старого ответа  $x_{25}$ , то переменной  $x_{26}$  присваивается символ "изменение", а переменной  $x_{28}$  - новый ответ  $x_{30}$ . Иначе - если  $x_{33}$  больше 20000, то  $x_{26}$  заменяется на "плюс"; если  $x_{33}$  меньше -30000, то - на "минус". В остальных случаях  $x_{26}$  изменяется на 0.

Далее, если ответ не изменялся, корректируются значения  $A_1, A_2$  в терминале задачника "прием", "суммавсех". Если  $x_{26}$  равно 0, то  $A_1$  увеличивается на  $x_{33}$ ;  $A_2$  в любом случае увеличивается на  $x_{33}$ .

После решения задачи, вне зависимости от результата, происходит откат к указанному выше оператору "ветвь 1". Здесь происходит регистрация нуля в терминале задачника "трассировка", "стоп" - как указание на то, что решение задачи состоялось.

Если  $x_{26}$  не равно 0, начинается заполнение накопителя  $x_{29}$  об особом случае при решении задачи. Прежде всего, из комментария (задача ...) к посылкам исходной задачи и терминала задачника "задача", "Примерка" извлекаются и заносятся в набор  $x_{29}$  ссылки "прием( $A_1 A_2 A_3$ )" на все новые приемы, сработавшие при решении задачи. Перед этими ссылками помещается ссылка "задача( $A_1 A_2$ )" на задачу  $x_{11}$ . Если  $x_{26}$  не равно "отказ", то в конец набора  $x_{29}$  добавляется терм "число( $x_{27}$ )". Если  $x_{26}$  равно "изменение", то к концу набора  $x_{29}$  добавляется также терм "ответ( $x_{28}$ )". Наконец, из терминала "прием", "смзадача" извлекается первый не используемый для хранения информации об особых случаях номер  $n$ , содержимое этого терминала увеличивается на единицу, и набор  $x_{29}$  регистрируется в терминале задачника " $n$ ", "смзадача". Затем - внутренний перезапуск для перехода к другой задаче. Если  $x_{26}$  равнялось 0, то откат и такой же перезапуск.

#### 4.0.14 Объединение результатов параллельной прокрутки

Как уже говорилось выше, побочные потоки, по мере завершения обработки отрезков задач, создают в своих директориях файлы "fin.los" и завершаются. Основной поток, завершив обработку отрезка задач, дожидается, пока в директориях всех побочных процессов не появятся файлы "fin.los". Затем он удаляет эти файлы и переходит в программу "оглавление" для фиктивного нажатия клавиши (Ctrl - ы), что соответствует символу "исключзадачи".

Перейти в точку программы "оглавление", обрабатывающую команду "исключзадачи", можно через пункт оглавления программ "Интерфейс оглавлений" - "Обработчик команд" - "Выход из распараллеливания цикла решения задач" "Исходная точка. Возвращение к полному размеру окна".

Прежде всего, устраняются указатели на режим параллельной прокрутки: удаляется комментарий "параллельно" к посылкам исходной задачи, индикатор параллельной прокрутке в интерпретаторе ЛОСа устанавливается на 0, а в терминал "рамка" 1-го информационного блока вместо старого содержимого помещается терм "рамка(0 1 0)", означающий, что при следующей перерисовке окна оно вернет себе первоначальный "полный" размер, т.е. 4:3 в полную высоту экрана. Напомним, что во время прокрутки окно уменьшалось до размера, достаточного лишь для прорисовки трудоемкости текущей задачи, и размещалось в правом верхнем углу экрана.

Впрочем, пока перерисовка не выполняется, и дальнейшие действия выполняются при "старом" размещении окна, что вызывает определенную паузу перед прорисовками.

Действия, выполняемые при распараллеливании на нескольких компьютерах, пропускаем, так как для доводчика этот режим пока не создан.

Переменной x13 присваивается число потоков, использованных в параллельной прокрутке (включая главный поток). В терминале задачника "задача", "параллельно" содержится 2, указывающая, что прокрутка была запущена процедурой "Примерка". Этот терминал удаляется. Дальнейшие действия, начинающиеся с контрольной точки "прием(123)", представлены в оглавлении программ пунктом "Синтез приемов" - "Доводка новых приемов, хранящихся в буфере базы приемов" - "Примерка созданных приемов на выбранных разделах задачника" - "Объединение результатов параллельной прокрутки" - "Исходная точка".

Прежде всего, удаляется терминал задачника "задача", "параллельны", хранивший информацию об отрезках прокрутки. Переменной x19 присваивается символьный номер 70 (логический символ "конецприставки") - ограничитель числа отбираемых для доводки "особых" задач. В действительности доводчик будет устраивать прокрутку дважды - в первый раз лишь по одному разделу задачника, чтобы на нем хотя бы немного отрегулировать новые приемы, а затем уже по всему задачнику. В первый раз ограничение на количество задач равно 70, во второй - 200. Указателем на то, что прокрутка была второй, служит наличие терминала базы теорем "прием" - "результат". Если такой терминал есть, то переменной x19 переприсваивается символьный номер 200 (логический символ "редакцияфильтра").

Переменным x20, x21 присваиваются нули. Первая из них - накопитель суммарного замедления без учета "особых" задач, вторая - накопитель полного суммарного замедления. Учитываются все потоки.

Начинается цикл просмотра потоков и извлечения из них результатов прокрутки. Переменная x22 - номер текущего потока. Сначала просматриваются побочные потоки (номера начинаются с 1), затем - главный поток (его номер 0). Оператор "файл(Альтернатива x22)" переключает чтение интерпретатором ЛОСа содержимого информационных блоков на поток x22. В этом потоке находится терминал задачника "прием", "суммавсех". Как уже говорилось, он хранит два числа - суммарное замедление без учета особых задач и полное суммарное замедление. Первое из этих чисел прибавляется к x20, второе - к x21.

Далее в потоке  $x_{22}$  находится терминал задачника "прием", "смзадача", хранящий первый не использованный для регистрации "особых" задач символ  $s$ . Это символ присваивается переменной  $x_{26}$ . Проверяется, что он отличен "сброс", т.е. имеется хотя бы одна "особая" задача. Далее перечисляются символьные номера  $i$  начиная с символа "сброс" и кончая  $s - 1$ . Переменной  $x_{30}$  присваивается содержимое терминала " $i$ ", "смзадача".

Начиная с контрольной точки "прием(125)" происходит регистрация в буфере задачника главного потока очередной "особой" задачи. Оператор "файл(Альтернатива 0)" переключает интерпретатор ЛОСа на работу с информационными блоками главного потока. В буфере оглавления задачника находится ветвь, предназначенная для регистрации результатов процедуры "Примерка" (она имеет заголовок "Примерка"), и определяется номер  $x_{33}$  первого неиспользуемого ее пункта. Если это не приводит к появлению более чем  $x_{19}$  пунктов в данном буфере, создается новый его пункт, имеющий номер  $x_{33}$ . Логический терминал данного пункта состоит из набора  $x_{30}$ , который был считан из побочного потока, причем в конце к этому набору добавляется терм "замечание(копия)". Текстовый терминал пункта имеет вид "— — —". По окончании указанных действий оператор "файл(Альтернатива  $x_{22}$ )" возвращает интерпретатор к работе с побочным потоком  $x_{22}$ .

Далее поочередно рассматриваются терминалы задачника "трассировка", "стоп" и "трассировка", "отказ". Из них извлекаются термы  $x_{27}$  вида "задача( $A_1 A_2$ )". Переменной  $x_{28}$  присваивается пара, состоящая из такого терма и терма "ответ(обрыв)". Оператор "файл(Альтернатива 0)" переключает работу с информационными блоками на главный поток. Находится узел задачи по ссылке  $x_{27}$ . Проверяется, что этот узел не имеет терминала "блок", а в его терминал "время" не входит символ "усиление". Далее предпринимается регистрация набора  $x_{28}$  в конечном пункте раздела "Примерка" буфера задачника - как и выше. Затем - опять возвращение к работе с информационными блоками потока  $x_{22}$  для рассмотрения очередного терма  $x_{27}$ . По завершении обработки всех этих термов - переход к очередному  $x_{22}$ .

По окончании обработки всех потоков  $x_{22}$  (напомним, что в конце обрабатывается поток с номером 0, т.е. главный поток) рассматривается текстовый терминал ветви "Примерка" буфера задачника, и после слова "Примерка" в него заносятся десятичные записи суммарных замедлений  $x_{20}$  (без учета особых точек) и  $x_{21}$  (полное замедление). В терминал задачника "прием", "суммавсех" вместо старых значений заносится пара десятичных записей замедлений ( $x_{20}$ ,  $x_{21}$ ).

Предпринимается расчистка списка "особых" задач для главного потока. В терминале "прием", "смзадача" находится первый символьный номер  $n$ , не использованный для регистрации данных об "особых" задачах, и удаляются все терминалы " $i$ ", "смзадача", у которых  $i < n$ . Напомним, что первый такой терминал соответствует символьному номеру "сброс". Затем удаляется и сам терминал "прием", "смзадача".

Удаляются терминалы "трассировка", "стоп" и "трассировка", "отказ". Еще раз восстанавливается указатель на полную прорисовку рамки основного потока. В логический терминал базы теорем "метка", "выполнить" заносится символ 4 - указатель на способ продолжения действий после внутреннего перезапуска. Далее предпринимается внутренний перезапуск. Только сейчас и произойдет перерисовка окна системы.

После перезапуска система обращается к программе "главноемю", та - к программе "автоклаватура", которая анализирует содержимое терминала "метка", "выполнить". Справочник "выполнить", к которому она обращается, по символу 4 предпри-

нимает следующие действия. Проверяется наличие терминала задачника "задача", "Примерка". Напомним, что такой терминал создавался процедурой "Примерка" для хранения ссылок на новые приемы. Если он есть, то вводится комментарий (автоклаватура (подборнеизвестных нормпроизведениевсех внешнийэлемент)) к посылкам исходной задачи. Комментарий (автоклаватура ...) инициирует виртуальные нажатия клавиш "з" (переход к оглавлению задачника), "ф" (переход к корню буфера оглавления), "д" (запуск доводчика по итогам примерки).

#### 4.0.15 Запуск доводчика по итогам примерки

В процессе доводки будет происходить коррекция приемов, направленная на восстановление процессов решения "старых" задач, выявленных при прокрутке, с сохранением решения новых задач. Так как коррекция связана с многочисленными примерками (повторными решениями задач), то она является достаточно трудоемкой. Поэтому, по умолчанию, доводка распараллелена: приемы делятся на группы, и в каждой группе доводка происходит отдельно, причем задачи везде одни и те же. По окончании результаты доводки объединяются, а чтобы устранить возможные искажения из-за отдельного рассмотрения приемов, предпринимается доработка их в последовательном режиме. Как уже говорилось, доводка является двухэтапной: сначала происходит на одном разделе задачника, затем - по всему задачнику. Оба этапа обслуживаются одними и теми же программами.

По окончании доводки новые приемы будут размещены в разделе "Архив" корневого меню оглавления программ. В этом разделе заранее созданы следующие подменю:

1. Нейтральные приемы.

Здесь помещаются те приемы, которые не привели ни к изменению ответов старых задач, ни к существенному их замедлению либо ускорению.

2. Ускорения.

Здесь помещаются те приемы, которые не привели к изменению ответов старых задач или их существенному замедлению, но при этом заметно ускорили некоторые из них.

3. Равноценные либо лучшие ответы.

Здесь помещаются те приемы, которые не привели к существенному замедлению старых задач, но ответы некоторых из них изменили, не усложнив их вид.

4. Ухудшившиеся ответы.

Здесь помещаются приемы, которые усложнили вид ответа некоторых старых задач.

5. Отказы.

Здесь помещаются приемы, которые привели к получению отказов на некоторые старые задачи.

6. Большие замедления.

Здесь помещаются приемы, существенно замедлившие решения некоторых старых задач.

## 7. Конфликты с отказами.

Здесь помещаются приемы, попытки коррекции которых для преодоления отказов на старые задачи привели к отказам для новых задач.

## 8. Конфликты с замедлениями.

Здесь помещаются приемы, попытки коррекции которых для преодоления больших замедлений в решении старых задач привели к отказам для новых задач.

## 9. Заикливания.

Здесь помещаются приемы, из-за которых решение некоторых старых задач было прервано до получения ответа либо отказа.

После второго этапа доводки происходит перерасположение приемов, к этому моменту уже размещенных на первом этапе.

В корневом меню оглавлений задачника и базы теорем тоже имеется подменю "Архив", куда будут заноситься тестовые задачи и новые теоремы.

Все указанные подменю следует расчищать перед началом очередного цикла работы генератора приемов. Для этого служит клавиша "Str-я", нажимаемая из оглавления базы приемов.

Регистрация приемов, задач и теорем в перечисленных архивах оглавлений выполняется оператором "регархив". Обращение к нему имеет вид "регархив(x1 x2)", где x1 - ссылка "прием(A<sub>1</sub> A<sub>2</sub> A<sub>3</sub>)" или "текприем(A<sub>1</sub> A<sub>2</sub> A<sub>3</sub>)" на прием буфера базы приемов, либо ссылка "задача(A<sub>1</sub> A<sub>2</sub>)" на задачу буфера задачника, либо ссылка "теорема(A<sub>1</sub> A<sub>2</sub>)" либо "нормуравн(A<sub>1</sub> A<sub>2</sub>)" на теорему буфера базы теорем.

В случае приема x2 - указатель на одно из перечисленных выше подменю ветви "Архив": "результат" (Нейтральные приемы), "ускорение" (Ускорения), "замена" (Равноценные либо лучшие ответы), "изменение" (Ухудшившиеся ответы), "отказ" (Отказы), "время" (Большие замедления), "стоп" (Конфликты с отказами), "длительность" (Конфликты с замедлениями), "вопрос" (Заикливания).

В случае задачи либо теоремы значение x2 несущественно. Если прием уже размещался в каком-либо ином разделе архива, то он переносится в новый раздел согласно x2. Это может произойти после повторной прокрутки по всему задачнику и повторной доводки. Коорректируется обратная ссылка из узла приема на место размещения его в оглавлении.

Выйти на начальную точку программы, запускающей доводчик, можно через пункт оглавления программ "Синтез приемов" - "Доводка новых приемов, хранящихся в буфере базы приемов" - "Процедура доводки приемов по итогам примерки" - "Запуск доводчика по итогам примерки".

После контрольной точки "прием(162)" программы "оглавление" проверяется, что работа происходит с оглавлением задачника. Переход "ветвь 2" ведет к рассмотрению случая, когда список "особых" задач, выявленных при прокрутке, непуст. Это - основной случай. Прежде, чем откатиться к этому переходу, переменной x13 присваивается ссылка на корневой указатель ветви "Примерка" оглавления задачника. Если оказывается, что в ней зарегистрирована хотя бы одна задача, то откат к переходу через "ветвь 2".

Рассмотрим сначала действия программы при отсутствии "особых" задач.

### Доводка при отсутствии "особых" задач

Если "особых" задач нет, то предпринимается регистрация в разделе "Нейтральные приемы" архива оглавления базы приемов всех приемов буфера оглавления базы приемов, для которых не отключена их ЛОС-программа.

Проверяется наличие терминала базы теорем "прием" - "результат". Наличие его означает, что только что была завершена вторая прокрутка, уже не по отдельному разделу задачника, а по всему задачнику. Далее рассматриваются два случая:

1. Была завершена первая прокрутка (по разделу задачника). Тогда создается корневой логический терминал "результат" базы теорем, в который заносится символ 1. Составляется список x19 ссылок "прием(...)" либо "текприем(...)" на все приемы, зарегистрированные в первых трех пунктах раздела "Архив" оглавления базы приемов (т.е. "Нейтральные приемы", "Ускорения", "Равноценные либо лучшие ответы"). Впрочем, в рассматриваемом подслучае второй и третий пункты приемов не содержат.

Все пункты, содержащиеся в подразделе "Генератор приемов" буфера оглавления базы приемов, удаляются. Вместо них создаются новые пункты, ссылающиеся на приемы списка x19. Удаляются все задачи, зарегистрированные в разделе "Примерка" буфера задачника. Затем создается корневой терминал "метка" - "выполнить" буфера задачника, куда заносится символ 6. Далее - внутренний перезапуск. После перезапуска справочник "выполнить" по символу "6" инициирует повторную распараллеленную прокрутку по всему задачнику (от первого до семнадцатого пунктов корневого меню задачника). Ход ее выполнения - такой же, как и для первой прокрутки.

2. Была завершена вторая прокрутка (по всему задачнику). Просматриваются все теоремы буфера базы теорем, являющиеся источником какого-либо приема, занесенного в архив оглавления базы приемов. Они регистрируются в разделе "Архив" корневого меню оглавления базы теорем. Затем расчищаются буферы оглавлений базы приемов, базы теорем и задачника, созданные при выводе теорем синтезе приемов, и создается корневой терминал "метка" - "выполнить" буфера задачника, куда заносится символ 5. Далее - внутренний перезапуск. После перезапуска справочник "выполнить" по символу "5" инициирует переход в просмотр результатов синтеза приемов - меню подраздела "Архив" оглавления базы приемов.

### Доводка при наличии "особых" задач

Иницируется нулем счетчик x14 числа новых приемов, чьи ЛОС-программы не были удалены к текущему моменту. Иницируется также пустой накопитель x15, в который будут заноситься пары (ссылка "задача(...)" на тестовую задачу - набор ссылок "прием(...)" на новые приемы, необходимые для решения данной тестовой задачи). Просматриваются все зарегистрированные в буфере оглавления задачника новые приемы. Для каждого такого приема в терминале "задачи" его узла расположен список ссылок "задача(...)" на тестовые задачи, для которых прием необходим. По этим ссылкам и ссылке на текущий просматриваемый прием выполняется заполнение накопителя x15. Если для текущего просматриваемого приема имелась его

ЛОС-программа, то  $x_{14}$  увеличивается на 1, а ЛОС-программа удаляется. Если же ЛОС-программы текущего приема не было, т.е. он ранее был отброшен как избыточный, то происходит удаление этого приема и всех его перекрестных ссылок. В буфере оглавления базы приемов вместо ссылки "прием(...)" помещается терм "фикс(0)". Сам концевой пункт оглавления, в котором хранилась ссылка на прием, не удаляется - он просто становится "пустым". По окончании доводки новые приемы все равно будут перенесены в архив, а буфер расчищен.

По завершении составления списка  $x_{15}$  просматриваются все пары  $(A_1, A_2)$  этого списка. Находится узел задачи, на которую ссылается терм  $A_1$ , и в терминал "доводка" этого узла заносится список  $A_2$  ссылок на новые приемы, необходимые для решения данной задачи.

Переменной  $x_{16}$  присваивается ссылка на корневой указатель-список раздела "Примерка" буфера оглавления задачника. В этом разделе содержатся ссылки на "особые" задачи, выявленные при прокрутке. Переменной  $x_{19}$  присваивается набор ссылок "задача( $A_1 A_2$ )" на задачи, хранящиеся в этом разделе. На экране прорисовываются сведения о числе новых приемов и числе "особых" задач. Переменной  $x_{21}$  присваивается список задач по ссылкам  $x_{19}$ . Переменной  $x_{22}$  присваивается набор трудоемкостей (десятичных чисел) решения задач списка  $x_{19}$  до создания новых приемов. Если в терминале "время" узла задачи имелся символ "усиление", указывающий, что задача решалась с откатом к усиленному режиму решателя, то для соответствующей задачи списка  $x_{21}$  вводится комментарий "Усиление" к ее посылкам. Переменной  $x_{23}$  присваивается список ответов на задачи  $x_{19}$ , имевшихся до ввода новых приемов.

Начинается цикл просмотра задач. На экране прорисовывается номер текущей задачи и ее трудоемкость. Предпринимается обращение к процедуре "примерка", которой сообщаются задача, ожидаемый ответ на нее и ожидаемая трудоемкость.

Обращение к процедуре имеет вид "примерка( $x_1 x_2 x_3 x_4 x_5$ )". Здесь  $x_1$  - задача,  $x_2$  - ожидаемый ответ,  $x_3$  - ожидаемая трудоемкость. Предпринимается попытка решения задачи, причем ограничитель трудоемкости устанавливается в зависимости от  $x_3$ : если  $x_3$  меньше 6000000, то он равен 10000000, иначе - увеличенному в 1,5 раза  $x_3$ . Если получен "отказ", то переменной  $x_4$  присваивается символ "отказ". В остальных случаях  $x_4$  присваивается трудоемкость решения. Если ответ изменился в худшую сторону, то  $x_5$  присваивается новая версия ответа. Если он изменился в лучшую сторону или равноценный исходному, то  $x_5$  присваивается символ "Фикс". В остальных (т.е. "нормальных") случаях переменной  $x_5$  присваивается символ "фикс".

В нашем случае роль переменной  $x_4$  играет  $x_{27}$ , роль переменной  $x_5$  -  $x_{28}$ . Если  $x_{27}$  равно "отказ", система выходит в отладчик - ситуация явно аварийная, так как "отказ" получен на "старой" задаче при отключенных новых приемах. Обычно это означает, что какие-то старые ответы изменились из-за прочих изменений системы, и для работы с генератором приемов нужна полная "обычная" прокрутка по задачнику, запускаемая вручную. Она перерегистрирует ответы задач на их фактическое текущее состояние. Если  $x_{28}$  не равно символу "фикс", то тоже выход в отладчик - по той же причине. Наконец, если  $x_{27}$  - не "отказ", а  $x_{28}$  - "фикс", то на позицию набора  $x_{22}$ , соответствующую текущей задаче, заносится уточненная трудоемкость ее решения  $x_{27}$ , которая и будет использоваться при доводке.

По завершении цикла обработки задач выполняется расчистка "служебных" терминалов базы теорем. Именно, удаляются терминалы, достижимые из корня базы тео-

рем (т.е. корня 6-го информационного блока) по меткам ("прием", "число"); ("прием", "прием"); ("прием", "стоп"); ("прием", "перечисление"); ("прием", "набор").

Сразу вслед за этим создается терминал базы теорем ("прием", "число"), в который заносится пара (1, 0). Этот терминал хранит пару символьных номеров ( $i, j$ ) для перехода в подразделе "Генератор приемов" оглавления базы приемов к очередному доводимому приему. Так как после обработки доводчиком каждого приема будет выполняться внутренний перезапуск, этот терминал позволит продолжить процесс.

Создается терминал базы теорем ("прием", "стоп"), в который заносится 1. Наличие нуля в нем будет сигнализировать о завершении доводки текущего приема. Иначе терминал хранит число попыток доводки данного приема, возобновляемых при автоматических перезагрузках системы в случае сбоя.

Создается терминал базы теорем ("прием", "набор"), в который заносится набор десятичных записей трудоемкостей решения задач, хранящихся в наборе x22.

Вводится пустой накопитель x28. В него будут заноситься наборы ссылок "прием(...)" на приемы, доводка которых обеспечивается одним и тем же потоком.

Рассматривается корневой терминал ("прием", "кратность") задачника (2-й информационный блок). Переменной x33 присваивается число в этом терминале (количество используемых для распараллеливания потоков). Если через интерфейс ранее был введен последовательный либо отладочный режим доводки, то переменной x33 переприсваивается 1. Переменной x34 присваивается неполное частное от деления количества x14 доводимых приемов на x33. Если оно равно 0, переменной x34 переприсваивается 1. Это частное - количество приемов, доводка которых будет осуществляться в одном потоке. Число x34 переводится в символьный формат.

Просматривается раздел "Генератор приемов" буфера оглавления базы приемов, из которого считываются ссылки "прием(...)" на новые приемы. Ссылки распределяются между примерно равными группами; эти группы регистрируются в накопителе x28. Число групп равно x33; если группы одноэлементные, их число может оказаться меньшим. Сначала в каждую группу заносится по x34 элемента; в последнюю группу - все оставшиеся элементы, которых будет не менее чем x34. "Лишние" элементы последней группы распределяются между всеми группами - по одному дополнительному элементу на группу.

Переменной x29 присваивается уменьшенная на единицу длина набора x28 - фактическое число побочных потоков, которые будут использованы. Это число регистрируется в корневом терминале базы теорем "прием" "кратность". В директориях  $EXi$ , где  $i = 1, \dots, x29$ , создаются копии файлов логической системы, хранящихся в директориях LOS, INF, TCH, TXT, TER, GEN. Файл logsyst.exe не копируется, так как он в настоящее время работает.

Последовательно просматриваются значения  $i$  от 1 до x29. Оператор "файл(Альтернатива  $i$ )" переключает интерпретатор ЛОСа на работу с информационными блоками копии  $EXi$ . Находится  $i$ -й разряд x32 набора x28 (нумерация разрядов здесь начинается с нуля). Этот разряд - список ссылок "прием(...)" на приемы, отобранные для доводки в  $i$ -м побочном потоке. В корневой терминал "прием" - "прием" базы теорем  $i$ -го потока заносится пара (1,  $l$ ), где  $l$  - длина набора x32. Этот терминал будет хранить пару ( $i, j$ ), где  $i$  - номер текущего обрабатываемого приема,  $j$  - общее число обрабатываемых данным потоком приемов. В корневой терминал



"прием" - "перечисление" записывается список x32 ссылок на обрабатываемые приемы. В терминал "рамка" 1-го информационного блока заносится терм "рамка(2 i)", указывающий координаты прорисовки рамки потока при доводке.

По окончании настройки побочных потоков оператор "файл(Альтернатива 0)" возвращает интерпретатор ЛОСа к работе с информационными блоками главного потока. Здесь снова в корневой терминал базы теорем "прием" - "прием" заносится пара  $(1, l)$ , где  $l$  - длина начального набора списка x28. В терминал "прием" - "перечисление" - заносится сам этот набор. В терминал "рамка" первого информационного блока заносится терм "рамка(2 0)". В корневом терминале задачника "задача", "процессы" регистрируется число x29 побочных потоков. Далее все эти потоки запускаются, а главный поток выполняет внутренний перезапуск.

#### 4.0.16 Шаг работы доводчика

При перезапуске главного потока либо запуске побочного происходит проверка наличия корневого терминала "прием" - "число" базы теорем. Наличие терминала свидетельствует о режиме доводки. В терминале хранится пара чисел  $(i, j)$  - путь в подразделе "Генератор приемов" буфера базы приемов к очередному доводимому приему. Происходит загрузка шрифтов системы в ее оперативную память, создается комментарий "доводка" к посылкам исходной задачи, и выполняется обращение к процедуре "доводка", осуществляющей доводку приема. После этого - внутренний перезапуск.

#### 4.0.17 Процедура "доводка"

Обращение к процедуре имеет вид "доводка(x1)", где x1 - фиктивная входная переменная. Реализуется доводка очередного приема, созданного в разделе "Генератор приемов" оглавления базы приемов, и регистрация результата доводки в архиве оглавления базы приемов. Выйти на начальную точку программы "доводка" можно через пункт "Синтез приемов" - "Доводка новых приемов, хранящихся в буфере базы приемов" - "Процедура доводки приемов по итогам примерки" - "Процедура ДОВОДКА" оглавления программ.

#### Переход к очередному приему

Переменной x7 присваивается содержимое корневого терминала "прием" - "число" базы теорем, переменной x8 - содержимое терминала "прием" - "стоп", переменной x9 - содержимое терминала "прием" - "набор", переменной x10 - содержимое терминала "прием" - "прием". Таким образом, x7 - пара символьных чисел, указывающих путь для перехода в подразделе "Генератор приемов" буфера оглавления базы приемов к текущему приему, x8 - указатель на завершение доводки этого приема (0 - завершена, 1 - нет), x9 - набор десятичных записей трудоемкостей решения задач раздела "Примерка" до подключения текущего доводимого приема, x10 - пара (номер текущего приема - число приемов, доводимых в потоке).

Переменной x11 присваивается первое число пары x10, переведенное из формата термина в формат десятичного числа, переменной x12 - второе число пары x10, переведенное в такой же формат. Переменной x13 присваивается первый элемент пары

$x_7$ , переменной  $x_{14}$  - второй элемент. Переменной  $x_{15}$  присваивается элемент одноэлементного набора  $x_8$  (0 либо 1).

Переменной  $x_{16}$  присваивается ссылка на корневой указатель-список раздела "Генератор приемов" буфера оглавления базы приемов.

Если  $x_{14}$  и  $x_{15}$  не равны 0 (перед началом цикла рассмотрения приемов  $x_{14}$  равно 0), то предыдущая попытка доводки приема была прервана. В этом случае  $x_{15}$  увеличивается на 1 и регистрируется в терминале базы теорем "прием" - "стоп". Попытка доводки того же самого приема будет повторена либо, при большом  $x_{15}$ , прием будет зарегистрирован как особый (см. ниже).

Если же  $x_{14}$  либо  $x_{15}$  равно 0, то предпринимается поиск следующего приема для его доводки. Ссылка на предыдущий прием хранилась в терминале, достижимом из указателя  $x_{16}$  по меткам  $x_{13}$ ,  $x_{14}$ . Предпринимается последовательное увеличение  $x_{14}$ , пока не будет найден первый терминал, хранящий ссылку на прием. Напомним, что при расчистке могли появляться "пустые" терминалы. Они пропускаются. Если подраздел, соответствующий заданному значению  $x_{13}$ , исчерпан, происходит увеличение  $x_{13}$ . При этом  $x_{14}$  устанавливается на 0, и цикл повторяется. При успешном завершении поиска определяются новые значения  $x_{13}$ ,  $x_{14}$ . При этом переменной  $x_{15}$  присваивается 1, и далее - переход к подразделу "Начало доводки приема" (см. ниже). Если приемы оказались исчерпаны, то предпринимается завершение потока, если он побочный, и переход в ожидание завершения побочных потоков, если поток главный. Эти действия описаны ниже в подразделе "Склейка результатов параллельной доводки".

### Начало доводки приема

В действительности каждый поток хранит в разделе "Генератор приемов" буфера оглавления программ одни и те же приемы. Поэтому, после выбора очередного приема, предпринимается проверка принадлежности его тому списку доводки, который был передан потоку. Ссылка на прием, достижимый по меткам  $x_{13}$ ,  $x_{14}$  из корня указанного раздела, присваивается переменной  $x_{20}$ . Затем проверяется принадлежность этой ссылки списку, хранящемуся в корневом терминале базы теорем "прием" - "перечисление". Если она отсутствует в списке, в терминал "прием" - "стоп" базы теорем заносится 0, а в терминал "прием" - "число" - пара ( $x_{13}, x_{14}$ ). Затем - выход из программы "доводка", т.е. переход к рассмотрению следующего приема. Таким образом, по завершении обработки "своих" приемов поток прокрутит прочие приемы раздела "Генератор приемов" на холостом ходу.

Если ссылка  $x_{20}$  соответствует приему, обрабатываемому потоком, то проверяется, не оказалось ли  $x_{15}$  больше 2. Если это так, то ЛОС-программа приема  $x_{20}$  удаляется, а сам прием регистрируется в разделе "Зацикливания" архива оглавления базы приемов. В терминал "прием" - "стоп" заносится 0, в терминал "прием" - "число" - пара ( $x_{13}$ ,  $x_{14}$ ), и выход из программы "доводка" для перехода к очередному приему.

Если  $x_{15}$  не превосходит 2, то оно заносится в терминал "прием" - "стоп", а в терминал "прием" - "число" - пара ( $x_{13}$ ,  $x_{14}$ ).

По ссылке  $x_{20}$  на текущий прием (т.е. терму "прием( $A_1 A_2 A_3$ )" либо "текприем( $A_1 A_2 A_3$ )" определяются ссылка  $x_{21}$  на узел теоремы приема и ссылка  $x_{22}$  на узел приема. Переменной  $x_{24}$  присваивается описание приема, переменной  $x_{26}$  - его спецификация.

Переменной  $x_{27}$  присваивается логический символ  $A_1$ , переменной  $x_{28}$  - число  $A_2$  (номер узла приема для ветви символа  $A_1$ ), переменной  $x_{29}$  - заголовок приема  $A_3$ .

Оператор "смуровни" определяет по описанию приема набор  $x_{30}$  уровней его срабатывания. Переменной  $x_{31}$  присваивается наименьший из этих уровней. При коррекциях приема будет предприниматься увеличение уровней срабатывания приема: все уровни списка  $x_{30}$  будут увеличиваться на одну и ту же константу. Величина  $x_{31}$  будет играть роль максимально допустимой в этом процессе величины наименьшего из уровней. Она переопределяется в зависимости от приема следующим образом:

1. Заголовок приема - "замена( $B_1 B_2$ )". Тогда  $B_2$  - название пакетного нормализатора. Справочник "быстрепреобр" определяет формат данного нормализатора, в том числе максимально допустимый уровень срабатывания его приемов.  $x_{31}$  полагается равным этому уровню.
2. Заголовок приема - "спуск( $B$ )". Тогда  $B$  - название проверочного оператора. Справочник "легковидеть" позволяет определить число уровней срабатывания данного оператора, и  $x_{31}$  полагается равным этому числу.
3. Заголовок приема - "значение( $B$ )". Тогда  $B$  - название пакетного синтезатора. Справочник "синтезатор" определяет по символу  $B$  формат синтезатора, в том числе максимально допустимый уровень срабатывания его приемов.  $x_{31}$  полагается равным этому уровню.
4. Если тип приема - "известны" (т.е. "Усмотрение противоречия в посылках задачи на исследование, возникшей при разборе случаев"), то значение  $x_{31}$  не изменяется: прием должен успеть сработать до выдачи ответа задачи.
5. Если заголовок приема - "вывод", то  $x_{31}$  увеличивается на 7, иначе - на 5.

Если в результате указанных действий  $x_{31}$  стало больше 16, то оно заменяется на символьную константу "шестнадцать".

Переменной  $x_{32}$  присваивается пустой накопитель пятерок (ссылка "задача(...)" - задача - ответ - трудоемкость - набор ссылок "прием(...)" на необходимые для решения задачи новые приемы), ссылающих на тестовые задачи раздела "Генератор приемов" буфера оглавления задачника, для которых текущий прием необходим.

Чтобы заполнить список  $x_{32}$ , рассматривается терминал "задачи" узла текущего приема, и переменной  $x_{34}$  присваивается его содержимое. В данном терминале были сохранены ссылки "задача(...)" на все тестовые задачи, в которых необходимо применение текущего приема. Просматриваются элементы  $x_{35}$  набора  $x_{34}$ . Оператор "Смзадача" определяет по такой ссылке задачу  $x_{36}$ , а также ссылку  $x_{37}$  на ее узел. Проверяется, что тип задачи - "доказать", "преобразовать" либо "описать" и что среди ее посылок нет термина с заголовком "процедура". Если задача имеет тип "преобразовать" либо "описать", то проверяется, что она не имеет целей "редакция", "смпосылка", "попыткаспуска". Из терминалов "ответ", "время" узла задачи считываются ответ  $R$  задачи и трудоемкость  $x_{43}$  ее решения. Из терминала "доводка" узла задачи считывается список  $x_{45}$  ссылок "прием(...)" на все новые приемы, которые необходимы для ее решения. После этого в накопитель  $x_{32}$  заносится очередная пятерка ( $x_{35}$ ,  $x_{36}$ ,  $R$ ,  $x_{43}$ ,  $x_{45}$ ).

По завершении заполнения накопителя  $x_{32}$  переменной  $x_{33}$  присваивается ссылка на корневой указатель раздела "Примерка" буфера оглавления задачника, где собраны "особые" задачи. Переменной  $x_{35}$  присваивается список содержимых логических терминалов раздела "Примерка", переменной  $x_{36}$  - список ссылок "задача(...)", извлеченных из данных терминалов, переменной  $x_{37}$  - список самих задач по этим ссылкам. Напомним, что в списке  $x_9$  хранятся трудоемкости решения данных задач до создания новых приемов, представленные в формате термов. Переменной  $x_{38}$  присваивается список тех же трудоемкостей, переведенных в формат десятичных чисел. Переменной  $x_{39}$  присваивается список исходных ответов задач раздела "Примерка". Если у задачи списка  $x_{37}$  терминал "время" содержал символ "усиление", т.е. задача решалась в режиме усилителя, то вводится комментарий "Усиление" к ее посылкам.

Предпринимается компиляция текущего приема. Если его тип допускает варьирование с переходом к более мотивированным срабатываниям, то компилятору передается опция "доводка". Она приводит к созданию такой версии программы приема, которая будет сохранять дополнительную информацию о его срабатываниях.

### **Предварительный цикл тестирования приема на задачах раздела "Примерка"**

Далее располагается оператор "повторение", к которому будут происходить откаты после каждой коррекции текущего приема. После него начинается цикл решения задач списка  $x_{37}$ . Предварительно вводятся накопители, заполняемые в цикле. Переменной  $x_{42}$  присваивается 0 - она будет хранить номер текущей решаемой задачи. Переменной  $x_{43}$  присваивается накопитель величин замедлений для задач списка  $x_{37}$ , изначально заполненный нулями. Переменной  $x_{44}$  присваивается заполненный нулями указатель отказов для задач (1 - отказ, 0 - нет отказа). Переменной  $x_{45}$  присваивается набор указателей изменившегося ответа ("фикс" - не изменился, "Фикс" - изменился, но не ухудшился, иначе - новый ответ). Изначально набор  $x_{45}$  состоит из символов "фикс".

Просматриваются задачи  $x_{49}$  списка  $x_{37}$ . Синхронным образом просматриваются списки  $x_{38}$  и  $x_{39}$ , в которых содержатся ранее определенные трудоемкость  $T$  и ответ  $R$  на задачу  $x_{49}$ . Каждый раз счетчик  $x_{42}$  увеличивается на 1. Предпринимается обращение к процедуре "примерка" на наборе  $x_{49}$ ,  $R$ ,  $T$  входных данных. Эта процедура определяет значение  $x_{50}$  - символ "отказ" либо новую трудоемкость решения задачи, а также значение  $x_{51}$  - один из символов "фикс", "Фикс" либо изменившийся в худшую сторону ответ.

Если  $x_{50}$  - символ "отказ", то на позицию набора  $x_{44}$ , соответствующую задаче  $x_{49}$ , заносится 1, и переход к следующей задаче. Если ответ изменился в худшую сторону, то он регистрируется на позиции набора  $x_{45}$ , соответствующей задаче  $x_{49}$ . Если  $x_{51}$  - символ "фикс" либо "Фикс", то на позицию набора  $x_{43}$ , соответствующую задаче, заносится разность новой трудоемкости  $x_{50}$  и старой трудоемкости  $T$ . При этом, если  $x_{51}$  - символ "Фикс", то на позицию набора  $x_{45}$ , соответствующую задаче, заносится символ "Фикс".

По завершении цикла решения задач появляется информация, необходимая для коррекции приема. Попытки коррекции начинаются с рассмотрения возможностей изменения типа приема.

### Варьирование степени мотивированности приема

Из спецификации  $x_{26}$  текущего приема извлекается его тип  $x_{47}$ . Проверяется, что справочник "огртип" указывает на возможность перехода при доводке к подтипу типа  $x_{47}$ , обеспечивающему более мотивированное срабатывание. Переменной  $x_{50}$  присваивается теорема текущего приема, переменной  $x_{51}$  - список ссылок "задача(...)" на те задачи списка  $x_{37}$ , в которых возник отказ либо ответ ухудшился. Затем к концу списка  $x_{51}$  добавляются, по убыванию величины замедления, ссылки на те задачи списка  $x_{37}$ , в которых наблюдалось большое замедление. Учитываются только замедления, большие максимума из 100000 и одной сотой величины исходной трудоемкости решения задачи.

Проверяется, что список  $x_{51}$  непуст. Переменной  $x_{52}$  присваивается ссылка на текущий прием, приведенная к формату четверки (набор  $A_1 A_2 A_3$ ), где  $A_1$  - логический символ, за которым закреплен прием,  $A_2$  - номер узла теоремы приема в ветви этого символа,  $A_3$  - заголовок приема. Вводится пустой накопитель  $x_{53}$  наборов наборов характеристик срабатываний текущего приема в задачах списка  $x_{51}$ : для каждой задачи рассматриваются все срабатывания приема; каждое такое срабатывание сопровождается набором характеристик, и набор всех таких наборов характеристик для одной задачи заносится в накопитель  $x_{53}$ . Рассмотрим это процесс подробнее.

Просматриваются ссылки  $x_{55}$  на задачи, представленные в списке  $x_{51}$ . Из комментариев к посылкам исходной задачи удаляется элемент с заголовком "характеристика".

Заметим, что комментарий (характеристика  $A_1 A_2$ ) к посылкам исходной задачи вводится в тех случаях, когда требуется организовать слежение за характеристиками срабатываний заданных приемов. Набор  $A_1$  хранит ссылки "(прием...)" на эти приемы в указанном выше формате четверок. Набор  $A_2$  имеет ту же длину, что и набор  $A_1$ . Изначально его разряды суть пустые списки; в процессе решения задачи они будут заполняться наборами характеристик срабатываний соответствующих приемов набора  $A_1$ . Все переменные в характеристиках срабатывания - те же, что в теореме приема. Заполнение накопителя  $A_2$  выполняется процедурами, осуществляющими преобразования задачи. Пока - только процедурой "вывод", так как первоначально доводчик ориентировался на планиметрические приемы. Чтобы эта процедура принимала анализ характеристик срабатывания, прием ГЕНОЛОГа должен быть откомпилирован с опцией "доводка". Она обеспечивает регистрацию в списке передаваемых процедуре "вывод" опций элемента (числатомы  $B$ ), где  $B$  - набор текущих выражений для числовых атомов консеквента теоремы приема.

Перечислим используемые типы характеристик срабатываний приемов:

1. известно( $x_1$ ) - числовой атом  $x_1$  выражается через известные параметры.
2. внешнеизв( $x_1$ ) - числовой атом  $x_1$  имеет неизвестные, причем все они относятся к внешней задаче на описание.
3. неизв( $x_1$ ) - числовой атом  $x_1$  связан по цепочке тождеств с неизвестными внешней задачи на описание.
4. Неизв( $x_1$ ) - числовой атом  $x_1$  связан по расширенной цепочке тождеств с неизвестными внешней задачи на описание.
5. актив( $x_1$ ) - числовой атом  $x_1$  встречается в посылках текущей задачи.

6.  $\text{определимо}(x1)$  - числовой атом выразим через известные параметры (используется пакетный индикатор "определимо").
7.  $\text{применимо}(x1)$  - числовой атом  $x1$  может быть связан с неизвестными внешней задачи (используется пакетный индикатор "применимо")
8.  $\text{уровень}(A)$  -  $A$  есть текущий уровень срабатывания приема.
9. метка - вырожденное срабатывания (выводимое утверждение уже имеется в посылках)
10.  $\text{пропорцуравн}$  - соотношение позволяет получить уравнение с численными параметрами.
11.  $\text{линейно}$  - соотношение представляет собой линейное уравнение относительно единственного невырожденного неизвестного числового атома.
12.  $\text{числнеизв}(A)$  - соотношение представляет собой уравнение для  $A$  числовых неизвестных.  $A$  - символьный номер.
13.  $\text{пропорция}$  - соотношение представляет собой равенство произведений двух неизвестных числовых атомов на известные сомножители.
14.  $\text{новый}(x1)$  - числовой атом  $x1$  не встречается в посылках задачи.
15.  $\text{возмактив}(x1)$  - целесообразно ввести в рассмотрение числовой атом  $x1$  (используется пакетный индикатор "возмактив").
16.  $\text{существом}(x1)$  - числовой атом  $x1$  имеет тип "существом" (распознается пакетным индикатором "существом")
17.  $\text{константа}(x1)$  - числовой атом  $x1$  представляет собой константу.
18.  $\text{возмсвяз}(x1)$  - числовой атом  $x1$  имеет тип "возмсвяз" (распознается пакетным индикатором "возмсвяз")
19.  $\text{косвактив}(x1)$  - числовой атом  $x1$  косвенно связан со старыми объектами (распознается пакетным индикатором "косвактив")
20.  $\text{квазиактив}(x1)$  - числовой атом  $x1$  имеет тип "квазиактив" (распознается пакетным индикатором "квазиактив")
21.  $\text{сводимо}(x1\ x2)$  - числовые атомы  $x1$  и  $x2$  можно связать альтернативным соотношением.
22.  $\text{неизвпарам}(x1)$  - числовой атом  $x1$  имеет тип "неизвпарам" (распознается пакетным индикатором "неизвпарам") .
23.  $\text{существопропорц}(x1\ x2)$  - соотношение пропорциональности "существопропорц" между числовыми атомами  $x1$  и  $x2$  (распознается пакетным индикатором "существопропорц").
24.  $\text{пропорцисключ}(x1\ x2)$  - соотношение пропорциональности "пропорцисключ" для числовых атомов  $x1$  и  $x2$  (распознается оператором "пропорцисключ").

25. `возмопределимо(x1)` - числовой атом `x1` имеет тип "возмопределимо" (распознается пакетным индикатором "возмопределимо").

Фрагмент программы "вывод", обеспечивающий заполнение накопителя "характеристика", можно найти через пункт "Приемы решателя" - "Общие процедуры, используемые в приемах" - "Процедура ВЫВОД" - "Заполнение накопителя "характеристика" " оглавления программ.

Возвращаемся к рассмотрению действий доводчика. После того, как был удален "старый" комментарий (характеристика ...) к посылкам исходной задачи, если таковой имелся, создается новый комментарий (характеристика (`x52`) (пустое слово)). Здесь `x52` - четверка, ссылающаяся на текущий прием. Предпринимается обращение к процедуре "примерка". Входные данные - задача по ссылке `x55`, ожидаемый ответ на нее и ожидаемая трудоемкость. Выходные данные игнорируются, однако из комментария (характеристика (`x52`) (*A*)) извлекаются те элементы списка *A* - наборы характеристик срабатываний приема `x52` в задаче `x55`, - которые не содержат символа "метка". Если набор таких элементов непуст, то он добавляется к концу накопителя `x53`.

После того, как накопитель `x53` наборов наборов характеристик срабатываний текущего приема в задачах списка `x51` (т.е. задачах, где срабатывание приема нежелательно) заполнен, вводится пустой накопитель `x54` наборов наборов характеристик срабатываний текущего приема в тех тестовых задачах, где он необходим. Напомним, что ссылки на такие задачи хранятся в наборах списка `x32`. Предпринимается просмотр тестовых задач, извлекаемых из данного списка. Дальнейшие действия такие же, как в предыдущем цикле: удаляется "старый" комментарий (характеристика ...) к посылкам исходной задачи и вводится новый такой комментарий; выполняется обращение к процедуре "примерка"; к концу накопителя `x54` добавляется список наборов характеристик срабатываний текущего приема в задаче.

По завершении цикла заполнения накопителя `x54` происходит удаление комментария (характеристика ...) к посылкам исходной задачи.

В данной версии доводчика рассматривается упрощенный процесс перехода к подтипу приема, соответствующему более мотивированному срабатыванию. Подтипы выстраиваются в линейную цепочку, и справочник "огртип" по каждому элементу этой цепочки определяет следующий ее элемент. Оператор "огртип" перечисляет все элементы цепочки, строго следующие за данным ее элементом.

Вместе с тем, ранее был создан справочник "подтипы", который по заданному типу приема выдает не единственный его подтип, а список всех типов, которые естественно рассматривать как подтипы данного типа - по альтернативным дополнительным ограничениям на срабатывание. Он использовался в предыдущих версиях доводчика, ориентированных не на новые приемы, а на оптимизацию старых. Этот справочник временно не используется, однако при развитии доводчика будет восстановлен в его программе. Особенности доводки новых приемов связаны с бедностью примеров "позитивных" срабатываний. Обычно для решения такого примера достаточно приема с самыми сильными ограничениями на срабатывание. Поэтому "линейная" концепция доводки пока достаточна. Чтобы перейти от нее к полномасштабному варьированию подтипов, понадобится существенное развитие генератора тестовых примеров. С другой стороны, такое варьирование предполагается уже сейчас использовать в доводчике, оптимизирующем старые приемы.

Возвращаемся к программе доводчика. Переменной  $x_{56}$  присваивается 0. Она будет играть роль индикатора изменения типа приема. Оператор "огртип" перечисляет вдоль указанной линейной цепочки строгие подтипы  $x_{57}$  типа  $x_{47}$  текущего приема.

Чтобы определять допустимость срабатывания приема в ситуации, описываемой некоторым набором характеристик, создан справочник "фильтр". Обращение к нему происходит на логическом символе, являющемся названием типа приема. Ему также передаются входные данные:  $x_1$  - набор характеристик срабатывания,  $x_2$  - теорема приема. Если срабатывание допустимо в данной ситуации, то справочник выдает набор альтернативных наборов дополняющих тип приема элементов спецификации (возможно, состоящий из единственного пустого набора). Иначе справочник выдает 0.

Проверяется, что для любого набора характеристик, извлекаемого из списка  $x_{53}$  наборов наборов характеристик для "нежелательных" срабатываний, справочник "фильтр" для типа  $x_{57}$  выдает 0, а для любого набора характеристик, извлекаемого из списка  $x_{54}$  наборов наборов характеристик для "необходимых" срабатываний, выдает отличное от нуля значение. Переменной  $x_{58}$  присваивается модифицированная спецификация текущего приема. Она получается из старой спецификации заменой типа приема на  $x_{57}$ . Затем предпринимается обращение к процедуре "варприем", изменяющей описание текущего приема на ГЕНОЛОГе согласно спецификации  $x_{58}$  и выполняющей его перекомпиляцию. Переменной  $x_{59}$  присваивается новая версия описания приема, переменной  $x_{60}$  - набор уровней его срабатывания. Значение  $x_{56}$  изменяется на 1. Переменным  $x_{24}$  и  $x_{26}$  - описанию текущего приема на ГЕНОЛОГе и его спецификации - переприсваиваются значения  $x_{59}$  и  $x_{58}$ . Переменной  $x_{31}$  - верхнему ограничителю уровня срабатывания при доводке - присваивается увеличенное на 7 первое значение набора  $x_{60}$ .

Далее реализуется цикл проверок того, что новая версия приема не портит решений задач списка  $x_{51}$ . Используется процедура "примерка". Если выдается "отказ", либо изменяется ответ, либо величина замедления оказывается больше одной сотой исходной трудоемкости и больше 100000, то откат к рассмотрению очередного подтипа  $x_{57}$ . Иначе, по завершении данного цикла проверок, реализуется цикл проверок того, что тестовые задачи списка  $x_{32}$  по-прежнему решаются. Как и в предыдущем случае, если процедура "примерка" выдает негативный результат, предпринимается откат к очередному подтипу  $x_{57}$ . Иначе, по завершении цикла, предпринимается откат к началу предварительного цикла тестирования измененного приема на задачах раздела "Примерка" (см. выше).

Если просмотр всех подтипов  $x_{57}$  завершился, то проверяется, был ли изменен прием. Если был (т.е.  $x_{56}$  равно 1), то откат к началу предварительного цикла тестирования на задачах раздела "Примерка". Иначе - переход к анализу отказов.

### **Анализ отказов**

Проверяется, что набор  $x_{44}$  указателей на отказы содержит единицу.

Если тип приема - "множество" (т.е. дизъюнктивно-конъюнктивная декомпозиция элементарного утверждения), то предпринимается замена его типа на "минимакс" (т.е. переход к дизъюнкции в посылке задачи на доказательство или задачи на исследование, имеющей цель "противоречие"). Процедура "варприем" изменяет описание приема и перекомпилирует его. Корректируются значения  $x_{24}$  (описание приема),



x26 (спецификация приема) и x31 (верхняя граница уровня срабатывания, которая выбирается на 5 большей, чем новый уровень срабатывания приема). Затем - откат к началу предварительного цикла тестирования на задачах.

В противном случае начинается цикл попыток увеличения уровня срабатывания приема. Процедура "смуровни" определяет набор уровней срабатывания приема по его описанию x24. Переменной x47 присваивается наименьший из них. Проверяется, что он меньше величины x31.

Последовательно рассматриваются символьные номера x48, большие x47 и не превосходящие x31. Процедура "новуровни" изменяет набор уровней срабатывания текущего приема так, чтобы наименьший из них оказался равен x48. Переменной x24 переприсваивается новое описание приема. Затем процедура "новыйприем" выполняет перекомпиляцию приема.

Если список x32 пятерок, ссылающихся на "обязательные" задачи, непуст, то процедура "Проверка" выполняет тестирование решения этих задач, запуская в цикле процедуру "примерка". Перед каждым решением задачи находятся все не откомпилированные на текущий момент необходимые для ее решения новые приемы, которые компилируются. По завершении цикла ЛОС-программы всех откомпилированных таким образом приемов удаляются. В итоге переменным x50 и x51 присваиваются наборы значений выходных переменных x4 и x5 процедуры "примерка", полученных в цикле. Иными словами, элемент набора x50 - либо "отказ", либо тудоемкость; элемент набора x51 - "фикс", "Фикс" либо ухудшившийся ответ.

Если набор x50 содержит символ "отказ", либо набор x51 содержит элемент, отличный от символов "фикс", "Фикс", то оператор "новуровни" уменьшает на 1 уровни срабатывания текущего приема и переприсваивает переменной x24 новую версию описания приема. Перекомпиляции приема не происходит. Переменной x54 присваивается список ссылок на все задачи раздела "Примерка", на которые был получен "отказ". К ним добавляются ссылки на все те "обязательные" задачи, для которых либо в списке x50 расположен "отказ", либо в списке x51 - значение, отличное от "фикс", "Фикс". Все ссылки в наборе x54 имеют формат "задача(A<sub>1</sub> A<sub>2</sub>)". Номер текущего приема в терминале базы теорем "прием" - "прием" увеличивается на 1. В терминал "прием" - "стоп" заносится 0, указывающий на завершение обработки текущего приема. В терминал "прием" - "число" заносится пара (x13, x14), указывающая путь к текущему (только что обработанному) приему в ветви "Генератор приемов" буфера оглавления базы приемов. В терминале "доводка" только что обработанного приема регистрируется список x54. Затем ЛОС-программа приема удаляется, а сам прием регистрируется в ветви "Конфликты с отказами" архива оглавления базы приемов. Далее - выход из процедуры "доводка", и внутренний перезапуск для перехода к следующему приему.

Если список x32 пуст, либо цикл решения обязательных задач с увеличенным уровнем срабатывания приема не выявил отказов и ухудшений ответа, то предпринимается цикл обращений к процедуре "примерка" на задачах списка x37, для которых ранее был зарегистрирован "отказ". До тех пор, пока не выдается "отказ" и ответ не ухудшается, соответствующий текущей задаче единичный разряд набора x44 изменяется на 0. Если такая ситуация имеет место для всех задач списка x37, то по завершении цикла предпринимается откат к началу предварительного цикла тестирования на задачах. Иначе, при первом же ее нарушении, откат к увеличению уровня x48.

Если все попытки увеличения уровня срабатывания приема для предотвращения отказов оказались безуспешными, то составляется список  $x46$  ссылок "задача( $A_1 A_2$ )" на все задачи раздела "Примерка", на которые был получен "отказ" либо у которых ухудшился ответ. Номер текущего приема в терминале базы теорем "прием" - "прием" увеличивается на 1. В терминал "прием" - "стоп" заносится 0, указывающий на завершение обработки текущего приема. В терминал "прием" - "число" заносится пара ( $x13, x14$ ), указывающая путь к текущему (только что обработанному) приему в ветви "Генератор приемов" буфера оглавления базы приемов. В терминале "доводка" только что обработанного приема регистрируется список  $x46$ . Затем ЛОС-программа приема удаляется, а сам прием регистрируется в ветви "Отказы" архива оглавления базы приемов. Далее - выход из процедуры "доводка", и внутренний перезапуск для перехода к следующему приему.

Если набор  $x44$  указателей на отказы не содержал единицы, то переход к анализу изменившихся ответов.

### Анализ изменившихся ответов

Проверяется, что в наборе  $x45$  указателей изменившегося ответа имеется элемент, отличный от символов "фикс", "Фикс" (т.е. изменившийся ответ).

Прежде всего, проверяется наличие указателя "сопровождение" в описании приема, и предпринимается попытка его отбросить. Для этого сначала удаляется комментарий (примерка ...) к посылкам исходной задачи, если он есть, а затем вводится комментарий (примерка ( $x27 x28 x29$ )) (сопровождение) пустое слово).

Комментарий (примерка  $A_1 A_2 A_3$ ) к посылкам исходной задачи создается для получения информации о срабатывании приема по ссылке  $A_1$ , представляющей собой тройку (логический символ - номер узла для этого символа - заголовок приема).  $A_2$  - набор указателей на тип необходимой информации,  $A_3$  - накопитель результата. Рассматриваются следующие типы указателей набора  $A_2$ :

1. "сопровождение" - проверка срабатываний приема, преобразующих посылки, используемые для сопровождения по о.д.з. Если такое срабатывание имело место, то в накопитель  $A_3$  заносится символ "одз".
2. "перем" - сохранение наборов значений переменных связывающей приставки теоремы приема. Эти значения  $B_1, \dots, B_n$  переводятся в формат термов, и в накопитель  $A_3$  заносится терм "перем( $B_1 \dots B_n$ )".

Заполнение накопителя  $A_3$  предпринимается процедурами "замена вхождения", "вывод" при срабатывании приемов.

Предпринимается цикл решения процедурой "примерка" задач, для которых имело место ухудшение ответа. Никакой регистрации результатов работы этой процедуры не происходит, однако комментарий (примерка ...) накапливает всю информацию о срабатываниях текущего приема в данном цикле. По окончании цикла комментарий (примерка  $A_1 A_2 A_3$ ) удаляется. Предварительно проверяется наличие элемента "одз" в наборе  $A_3$ . Если он есть, то из описания приема  $x24$  удаляется указатель "сопровождение", причем изменение регистрируется в терминале, хранящем это описание. Предпринимается перекомпиляция приема, и далее - повторный цикл решения тех же задач. Если в цикле не выявляется отказов либо ухудшившихся ответов, то откат

к началу предварительного цикла тестирования на задачах. Иначе - продолжение анализа изменившихся ответов.

Если указателя "сопровождение" не было, либо отбрасывание его не привело к устранению ухудшения ответов, то реализуется цикл попыток увеличить уровень срабатывания приема. Действия аналогичны тем, которые предпринимались при анализе отказов. Для удобства чтения приведем их полностью. Процедура "смуровни" определяет набор уровней срабатывания приема по его описанию x24. Переменной x46 присваивается наименьший из них. Проверяется, что он меньше величины x31.

Последовательно рассматриваются символные номера x47, большие x46 и не превосходящие x31. Процедура "новуровни" изменяет набор уровней срабатывания текущего приема так, чтобы наименьший из них оказался равен x47. Переменной x24 переписывается новое описание приема. Затем процедура "новыйприем" выполняет перекомпиляцию приема.

Если список x32 пятерок, ссылающихся на "обязательные" задачи, непуст, то процедура "Проверка" выполняет тестирование решения этих задач, запуская в цикле процедуру "примерка". Перед каждым решением задачи находятся все не откомпилированные на текущий момент необходимые для ее решения новые приемы, которые компилируются. По завершении цикла ЛОС-программы всех откомпилированных таким образом приемов удаляются. В итоге переменным x49 и x50 присваиваются наборы значений выходных переменных x4 и x5 процедуры "примерка", полученных в цикле. Иными словами, элемент набора x49 - либо "отказ", либо тудоемкость; элемент набора x50 - "фикс", "Фикс" либо ухудшившийся ответ.

Если набор x49 содержит символ "отказ", либо набор x50 содержит элемент, отличный от символов "фикс", "Фикс", то оператор "новуровни" уменьшает на 1 уровни срабатывания текущего приема и переписывает переменной x24 новую версию описания приема. Перекомпиляции приема не происходит. Переменной x53 присваивается список ссылок на все задачи раздела "Примерка", на которые был получен "отказ". К ним добавляются ссылки на все те "обязательные" задачи, для которых либо в списке x49 расположен "отказ", либо в списке x50 - значение, отличное от "фикс", "Фикс". Все ссылки в наборе x53 имеют формат "задача( $A_1$   $A_2$ )". Номер текущего приема в терминале базы теорем "прием" - "прием" увеличивается на 1. В терминал "прием" - "стоп" заносится 0, указывающий на завершение обработки текущего приема. В терминал "прием" - "число" заносится пара (x13, x14), указывающая путь к текущему (только что обработанному) приему в ветви "Генератор приемов" буфера оглавления базы приемов. В терминале "доводка" только что обработанного приема регистрируется список x53. Затем ЛОС-программа приема удаляется, а сам прием регистрируется в ветви "Конфликты с отказами" архива оглавления базы приемов. Далее - выход из процедуры "доводка", и внутренний перезапуск для перехода к следующему приему.

Если список x32 пуст, либо цикл решения обязательных задач с увеличенным уровнем срабатывания приема не выявил отказов и ухудшений ответа, то предпринимается цикл обращений к процедуре "примерка" на задачах списка x37, для которых ранее были зарегистрированы "отказ" либо ухудшение ответа. До тех пор, пока не выдается "отказ" и ответ не ухудшается, соответствующий текущей задаче единственный разряд набора x44 изменяется на 0, а разряд набора x45 - на "фикс" либо "Фикс". Если такая ситуация имеет место для всех задач списка x37, то по завершении цикла

предпринимается откат к началу предварительного цикла тестирования на задачах. Иначе, при первом же ее нарушении, откат к увеличению уровня  $x_{47}$ .

Если все попытки увеличения уровня срабатывания приема для предотвращения ухудшения ответов оказались безуспешными, то составляется список  $x_{46}$  ссылок "задача( $A_1 A_2$ )" на все задачи раздела "Примерка", на которые был получен "отказ" либо у которых ухудшился ответ. Номер текущего приема в терминале базы теорем "прием" - "прием" увеличивается на 1. В терминал "прием" - "стоп" заносится 0, указывающий на завершение обработки текущего приема. В терминал "прием" - "число" заносится пара ( $x_{13}, x_{14}$ ), указывающая путь к текущему (только что обработанному) приему в ветви "Генератор приемов" буфера оглавления базы приемов. В терминале "доводка" только что обработанного приема регистрируется список  $x_{46}$ . Затем ЛОС-программа приема удаляется, а сам прием регистрируется в ветви "Ухудшившиеся ответы" (если в списке  $x_{44}$  есть единица, то - в ветви "Отказы") архива оглавления базы приемов. Далее - выход из процедуры "доводка", и внутренний перезапуск для перехода к следующему приему.

Если набор  $x_{45}$  указателей на изменившиеся ответы содержал только символы "фикс" и "Фикс", то переход к анализу замедлений.

### Анализ замедлений

Переменной  $x_{46}$  присваивается сумма всех величин замедлений, указанных в наборе  $x_{43}$ . Это замедления на задачах списка  $x_{37}$ , извлеченных из раздела "Примерка".

#### 1. Случай суммарного ускорения.

Сначала рассматривается случай суммарного ускорения - если величина  $x_{46}$  меньше " $-1000$ ". Находятся все такие задачи раздела "Примерка", что определяемое набором  $x_{43}$  замедление при их решении не меньше максимума  $M$  из 3000 и одной тысячной исходной трудоемкости. Для таких задач составляется список  $x_{47}$  наборов (задача - ее исходная трудоемкость - ее исходный ответ - ссылка "задача(...)" на эту задачу - указанная выше величина  $M$ ).

Если список  $x_{47}$  непуст, причем число его элементов больше половины числа задач набора  $x_{37}$ , то предпринимается цикл попыток увеличения уровня срабатывания приема, чтобы по мере возможности усилить эффект ускорения. Последовательно просматриваются символьные номера  $x_{49}$ , начиная с увеличенного на единицу минимального уровня срабатывания текущего приема и кончая величиной  $x_{31}$ . Процедура "новуровни" изменяет набор уровней срабатывания текущего приема так, чтобы наименьший из них оказался равен  $x_{49}$ . Переменной  $x_{24}$  переписывается новое описание приема. Затем процедура "новыйприем" выполняет перекомпиляцию приема. Реализуется цикл решений задач списка  $x_{37}$  и составления списка  $x_{51}$  новых замедлений для этих задач. Если сумма  $x_{52}$  этих замедлений меньше исходной суммы  $x_{46}$ , то переменной  $x_{46}$  переписывается значение  $x_{52}$ , а переменной  $x_{43}$  - значение  $x_{51}$ . После этого процесс попыток увеличения уровня срабатывания приема продолжается - для очередного  $x_{49}$ . Если же сумма  $x_{52}$  оказалась не меньше суммы  $x_{46}$ , то предпринимается откат к предыдущему (на единицу меньшему текущему значению  $x_{49}$ ) уровню срабатывания приема.

По завершении попыток увеличения суммарного ускорения в список x38 заносятся новые величины трудоемкостей задач списка x37. Номер текущего приема в терминале базы теорем "прием" - "прием" увеличивается на 1. В терминал "прием" - "стоп" заносится 0, указывающий на завершение обработки текущего приема. В терминал "прием" - "число" заносится пара (x13, x14), указывающая путь к текущему (только что обработанному) приему в ветви "Генератор приемов" буфера оглавления базы приемов. В терминале "прием" - "набор" регистрируется список десятичных записей значений списка x38 - новых величин трудоемкостей решения задач. Затем прием регистрируется в ветви "Ускорения", либо (если список x45 содержит элемент "Фикс") в ветви "Равноценные либо лучшие ответы" архива оглавления базы приемов. Далее - выход из процедуры "доводка", и внутренний перезапуск для перехода к следующему приему.

## 2. Случай сильного ускорения в одной задаче при умеренном общем замедлении.

Если в списке замедлений x43 встречается величина, меньшая "-20000", причем суммарное замедление x46 меньше 100000, то находятся все такие задачи раздела "Примерка", что определяемое набором x43 замедление при их решении не меньше максимума  $M$  из 3000 и одной тысячной исходной трудоемкости. Для таких задач составляется список x47 наборов (задача - ее исходная трудоемкость - ее исходный ответ - ссылка "задача(...)" на эту задачу - указанная выше величина  $M$ ). Проверяется, что список x47 одноэлементный. Вычисляется сумма x48 относительных замедлений (частных от деления замедления на исходную трудоемкость, с сохранением знака замедления) по списку x43. Если она меньше "-0.01", то предпринимается коррекция списка x38 исходных трудоемкостей: к ним прибавляются замедления списка x43. Номер текущего приема в терминале базы теорем "прием" - "прием" увеличивается на 1. В терминал "прием" - "стоп" заносится 0, указывающий на завершение обработки текущего приема. В терминал "прием" - "число" заносится пара (x13, x14), указывающая путь к текущему (только что обработанному) приему в ветви "Генератор приемов" буфера оглавления базы приемов. В терминале "прием" - "набор" регистрируется список десятичных записей значений списка x38 - новых величин трудоемкостей решения задач. Затем прием регистрируется в ветви "Ускорения", либо (если список x45 содержит элемент "Фикс") в ветви "Равноценные либо лучшие ответы" архива оглавления базы приемов. Далее - выход из процедуры "доводка", и внутренний перезапуск для перехода к следующему приему.

## 3. Случай небольших замедлений.

Проверяется, что каждое замедление списка x43 либо меньше 3000, либо меньше одной тысячной от исходной трудоемкости решения задачи. Тогда предпринимается коррекция списка x38 исходных трудоемкостей: к ним прибавляются замедления списка x43. Номер текущего приема в терминале базы теорем "прием" - "прием" увеличивается на 1. В терминал "прием" - "стоп" заносится 0, указывающий на завершение обработки текущего приема. В терминал "прием" - "число" заносится пара (x13, x14), указывающая путь к текущему (только что обработанному) приему в ветви "Генератор приемов" буфера оглавления базы приемов. В терминале "прием" - "набор" регистрируется список десятичных записей значений списка x38 - новых величин трудоемкостей решения задач.

Затем прием регистрируется в ветви "Нейтральные приемы", либо (если список x45 содержит элемент "Фикс") в ветви "Равноценные либо лучшие ответы" архива оглавления базы приемов. Далее - выход из процедуры "доводка", и внутренний перезапуск для перехода к следующему приему.

#### 4. Случай умеренных средних замедлений для приемов особых типов.

Проверяется, что тип приема - "имп" либо "синтезатор" (соответственно, "группировка дизъюнктивных членов относительно неизвестных" и "прием синтезатора"). Тогда суммарное замедление x46 делится на число задач и проверяется, что результат меньше 3000. Далее предпринимается коррекция списка x38 исходных трудоемкостей: к ним прибавляются замедления списка x43. Номер текущего приема в терминале базы теорем "прием" - "прием" увеличивается на 1. В терминал "прием" - "стоп" заносится 0, указывающий на завершение обработки текущего приема. В терминал "прием" - "число" заносится пара (x13, x14), указывающая путь к текущему (только что обработанному) приему в ветви "Генератор приемов" буфера оглавления базы приемов. В терминале "прием" - "набор" регистрируется список десятичных записей значений списка x38 - новых величин трудоемкостей решения задач. Затем прием регистрируется в ветви "Нейтральные приемы", либо (если список x45 содержит элемент "Фикс") в ветви "Равноценные либо лучшие ответы" архива оглавления базы приемов. Далее - выход из процедуры "доводка", и внутренний перезапуск для перехода к следующему приему.

#### 5. Попытки изменить тип приема.

(а) Тип приема - "множество" (дизъюнктивно-конъюнктивная декомпозиция элементарного утверждения). Тогда тип приема заменяется на "минимакс" (переход к дизъюнкции в послышке задачи на доказательство или на исследование, имеющей цель "противоречие"). Изменяется описание приема в базе приемов и происходит его перекомпиляция. Корректируются значения x24 (новое описание приема) и x26 (спецификация приема). Переменной x31 переприсваивается увеличенное на 5 значение уровня срабатывания измененного приема. Затем предпринимается откат к началу предварительного цикла тестирования на задачах.

(б) Тип приема - "глуб" (разрешение условия задачи на описание либо послышки задачи на исследование относительно заданных неизвестных). Тогда тип приема заменяется на "Делители" (непосредственное разрешение условия задачи на описание относительно заданных неизвестных). Изменяется описание приема в базе приемов и происходит его перекомпиляция. Корректируются значения x24 (новое описание приема) и x26 (спецификация приема). Переменной x31 переприсваивается увеличенное на 5 значение уровня срабатывания измененного приема. Затем предпринимается откат к началу предварительного цикла тестирования на задачах.

#### 6. Случай больших замедлений.

В зависимости от типа приема, переменной x47 присваивается максимально допустимая степень замедления (отношения замедления к исходной трудоемкости). Вначале ей присваивается значение 0.001, а затем рассматриваются следующие подслучаи для типа приема x49:

- (a)  $x_{49}$  - "синтезатор" либо "нормэкв" (соответственно, "прием синтезатора" либо "безусловная общая стандартизация одного утверждения"). Тогда  $x_{47}$  полагается равным 0.005.
- (b)  $x_{49}$  - "имп" (группировка дизъюнктивных членов относительно неизвестных). Тогда  $x_{47}$  полагается равным 0.02.
- (c)  $x_{49}$  - "полный" (свертка дизъюнкции). Проверяется, что заменяющая часть получена из заменяемой вычеркиванием части операндов некоторых подтермов и заменой части неконстантных подтермов на логические символы. Тогда  $x_{47}$  полагается равным 0.1.
- (d)  $x_{49}$  - "равнойдлины" либо "общнорм" (соответственно, "упрощение известного условия для параметров при редактировании ответа задачи на описание" либо "общая стандартизация"). Тогда  $x_{47}$  полагается равным 0.01.
- (e)  $x_{49}$  - "свертка" (вывод двуместного отношения в задаче на исследование либо на доказательство). Тогда  $x_{47}$  полагается равным 0.05.
- (f)  $x_{49}$  - "подборнеизвестных" (непосредственный подбор примера значений неизвестных, не входящих в невырожденные условия). Тогда  $x_{47}$  полагается равным 0.04.

После того, как определена величина  $x_{47}$ , находятся все такие задачи раздела "Примерка", что определяемое набором  $x_{43}$  замедление при их решении не меньше максимума  $M$  из 3000 и произведения  $x_{47}$  на исходную трудоемкость. Для таких задач составляется список  $x_{48}$  наборов (задача - ее исходная трудоемкость - ее исходный ответ - ссылка "задача(...)" на эту задачу - указанная выше величина  $M$ ). Составляется также список  $x_{49}$  замедлений для задач, отобранных в список  $x_{48}$ . Далее последовательно предпринимаются следующие попытки:

- (a) Попытки перевести часть антецедентов, обрабатываемых проверочными операторами, в разряд непосредственно идентифицируемых.
  - i. Подслучай приема проверочного оператора.

Проверяется, что заголовок приема - "спуск(...)". Переменной  $x_{51}$  присваивается список номеров антецедентов теоремы приема, выделенных в описании приема  $x_{24}$  указателем "блокпроверок". Проверяется, что этот список не менее чем двухэлементный.

Вводится пустой накопитель  $x_{52}$  пар (номер антецедента, переведенного в категорию непосредственно идентифицируемых - описание приема для этого случая) для версий, прошедших проверку на отсутствие больших замедлений. Просматриваются номера  $x_{53}$  списка  $x_{51}$ . Переменной  $x_{54}$  присваивается результат коррекции в описании приема  $x_{24}$  элемента "блокпроверок(...)": из него удаляется номер  $x_{53}$ . Описание текущего приема в базе приемов изменяется на  $x_{54}$ , после чего предпринимается перекомпиляция приема. Далее реализуется цикл решения процедурой "примерка" задач списка  $x_{48}$ . Если хотя бы в одном случае получен "отказ", либо ухудшился ответ, либо замедление оказалось не меньшим величины  $M$ , указанной в наборе списка  $x_{48}$ , то

переход к следующему значению  $x53$ . Иначе - в накопитель  $x52$  добавляется пара ( $x53$ ,  $x54$ ).

Если по окончании просмотра значений  $x53$  выяснилось, что список  $x52$  пуст, то в базе приемов восстанавливается исходное описание приема  $x24$  и происходит его перекомпиляция согласно данному описанию. На этом попытки перевода антецедентов в разряд непосредственно идентифицируемых завершаются.

Если список  $x52$  непуст, то описание приема в базе приемов изменяется согласно последнему элементу этого списка и выполняется перекомпиляция. Если в списке  $x52$  более одного элемента, то вводятся дополнительные версии текущего приема согласно этим элементам (кроме последнего). Они регистрируются в разделе "Генератор приемов" буфера оглавления базы приемов, а также в терминале "прием" - "перечисление" базы теорем, указывающем список доводимых в данном потоке приемов. Далее - откат к началу предварительного цикла тестирования на задачах.

ii. Подслучай приема замены.

В спецификации приема находится элемент "направл(...)"; переменной  $x51$  присваивается определяемое им направление замены. Переменной  $x54$  присваивается теорема приема. Проверяется, что она является кванторной импликацией, консеквент которой - равенство либо эквивалентность. Переменной  $x56$  присваивается набор антецедентов теоремы, переменной  $x57$  - параметры заменяемой части. В описании приема  $x24$  находится элемент "блокпроверок(...)". Последовательно просматриваются номера  $x61$  указанных в этом элементе антецедентов. Переменной  $x62$  присваивается антецедент с номером  $x61$ . Проверяется, что он имеет параметры, не входящие в список  $x57$ . Находится параметр  $x63$  антецедента  $x62$ , встречающийся в списке  $x57$  и не входящий в другие антецеденты. Из элемента "блокпроверок(...)" списка  $x24$  удаляется номер  $x61$ ; если других номеров в этом элементе нет, то он удаляется из списка  $x24$ . Описание приема в базе приемов корректируется согласно измененному списку  $x24$ . Предпринимается его перекомпиляция и откат к началу предварительного цикла тестирования на задачах.

7. Попытка блокировки константных значений переменных в случае приема вывода.

Проверяется, что прием имеет заголовок "вывод". Среди задач списка  $x48$  выбирается та задача  $Z$ , для которой величина замедления, хранящаяся в списке  $x49$ , наибольшая. Если имеется комментарий (примерка ...) к посылкам исходной задачи, то он удаляется. Затем создается комментарий (примерка ( $x27$   $x28$   $x29$ )) (перем) пустое слово) и предпринимается обращение к процедуре "примерка" для задачи  $Z$ . После этого из комментария (примерка ...) извлекаются наборы  $N$  термов, с которыми были идентифицированы переменные теоремы текущего приема при его срабатываниях. Для текущего такого набора проверяется, что некоторые его термы константные (за исключением термов "фикс", означающих, что значение теоремной переменной не было определено). Для всех теоремных переменных  $x$ , идентифицированных с константными термами,



создаются фильтры "не(константа( $x$ ))", которые заносятся в описание приема (в том числе в базу приемов), а прием перекомпилируется. Далее предпринимается цикл решения задач списка  $x48$  с помощью процедуры "примерка". Если хотя бы в одном случае получен "отказ", либо ухудшился ответ, либо замедление оказалось не меньше величины  $M$  - последнего разряда элемента списка  $x48$ , то в базе приемов восстанавливается исходная версия описания приема, а прием перекомпилируется.

Если же проверка на задачах списка  $x48$  показала, что замедления приемлемы, то реализуется цикл решения всех задач списка  $x37$  процедурой "примерка" и пересчет их трудоемкостей, хранящихся в списке  $x38$ . Номер текущего приема в терминале базы теорем "прием" - "прием" увеличивается на 1. В терминал "прием" - "стоп" заносится 0, указывающий на завершение обработки текущего приема. В терминал "прием" - "число" заносится пара ( $x13$ ,  $x14$ ), указывающая путь к текущему (только что обработанному) приему в ветви "Генератор приемов" буфера оглавления базы приемов. В терминале "прием" - "набор" регистрируется список десятичных записей значений списка  $x38$  - новых величин трудоемкостей решения задач. Затем прием регистрируется в ветви "Нейтральные приемы", либо (если список  $x45$  содержит элемент "Фикс") в ветви "Равноценные либо лучшие ответы" архива оглавления базы приемов. Далее - выход из процедуры "доводка", и внутренний перезапуск для перехода к следующему приему.

8. Попытка добавить приему общей стандартизации утверждений фильтр "не(сопровождение)".

Проверяется, что тип приема - "нормэкв" (безусловная общая стандартизация одного утверждения) либо "числооперандов" (условная общая стандартизация одного утверждения). Если прием не имеет фильтра "не(сопровождение)", то такой фильтр добавляется. Изменяются как переменная  $x24$  (описание приема), так и описание приема в базе приемов. Прием перекомпилируется, и откат к началу предварительного цикла тестирования на задачах.

9. Увеличение уровня срабатывания приема.

Переменной  $x50$  присваивается наименьший из уровней срабатывания текущего приема. Проверяется, что он меньше верхней границы  $x31$ , до которой допускается увеличение его уровня срабатывания. Затем последовательно просматриваются значения  $x51$  от увеличенного на единицу значения  $x50$  до  $x31$ . Уровни срабатывания приема изменяются на такую константу, чтобы наименьший из них оказался равен  $x51$ . Изменения регистрируются как в наборе  $x24$ , так и в базе приемов. Предпринимается перекомпиляция приема.

Если список  $x32$  задач, в которых прием необходим, непуст, то процедура "Проверка" реализует цикл решения данных задач и определяет списки  $x53$ ,  $x54$  результатов решения. В наборе  $x53$  фиксируются "отказы" либо трудоемкости решения, в наборе  $x54$  - значения "фикс", "Фикс" либо ухудшившиеся ответы. Рассматриваются два случая:

- (а) В наборе  $x53$  имеется отказ либо в наборе  $x54$  - ухудшившийся ответ. Тогда восстанавливается предыдущий (уменьшенный на единицу) уровень срабатывания. Изменяются набор  $x24$  и описание приема в базе приемов, после

чего выполняется перекомпиляция. Предпринимается переоценка максимально допустимой степени замедления. Ее значение теперь будет хранить переменная х57. Вначале данной переменной присваивается 0.01. Затем, в зависимости от типа приема х59, она корректируется:

- i. х59 - символ "общнорм" (общая стандартизация выражений), причем длина списка х48 задач с большим замедлением меньше 7. Тогда х57 полагается равным 0.03.
- ii. х59 - символ "внешоперанд" (корневая свертка условия задачи на преобразование) либо "нормэкв" (безусловная общая стандартизация одного утверждения), причем длина списка х48 меньше 5. Тогда х57 полагается равным 0.1.
- iii. х59 - символ "подборнеизвестных" (равенство двух старых числовых атомов), причем длина списка х48 меньше 6. Тогда х57 полагается равным 0.04.

Переменной х58 присваивается список ссылок "задача(...)" на все задачи х36, у которых величина замедления, хранящаяся в списке х43, больше 20000 и больше произведения их трудоемкости на х57.

Если список х58 пуст, то корректируется список х38: к величинам трудоемкости прибавляются замедления из списка х43. Номер текущего приема в терминале базы теорем "прием" - "прием" увеличивается на 1. В терминал "прием" - "стоп" заносится 0, указывающий на завершение обработки текущего приема. В терминал "прием" - "число" заносится пара (х13, х14), указывающая путь к текущему (только что обработанному) приему в ветви "Генератор приемов" буфера оглавления базы приемов. В терминале "прием" - "набор" регистрируется список десятичных записей значений списка х38 - новых величин трудоемкостей решения задач. Затем прием регистрируется в ветви "Нейтральные приемы", либо (если список х45 содержит элемент "Фикс") в ветви "Равноценные либо лучшие ответы" архива оглавления базы приемов. Далее - выход из процедуры "доводка", и внутренний перезапуск для перехода к следующему приему.

Если список х58 непуст, то к нему добавляются ссылки на все тестовые задачи, для которых прием необходим и для которых в списке х53 имеется "отказ" либо в списке х54 - ухудшившийся ответ. Номер текущего приема в терминале базы теорем "прием" - "прием" увеличивается на 1. В терминал "прием" - "стоп" заносится 0, указывающий на завершение обработки текущего приема. В терминал "прием" - "число" заносится пара (х13, х14), указывающая путь к текущему (только что обработанному) приему в ветви "Генератор приемов" буфера оглавления базы приемов. В терминале "доводка" узла текущего приема регистрируется список х58. ЛОС-программа приема удаляется. Прием регистрируется в ветви "Конфликты с замедлениями" архива оглавления базы приемов. Далее - выход из процедуры "доводка", и внутренний перезапуск для перехода к следующему приему.

- (b) В наборе х53 нет отказов, а в наборе х54 - ухудшившихся ответов.

Переменной х55 присваивается суммарное замедление для задач, в которых текущий прием необходим. Оно вычисляется как сумма разностей величин, извлекаемых из наборов х53 и х32. Проверяется, что х55 больше

суммарного замедления  $x_{46}$  для задач раздела "Примерка", а также больше 1000000. Тогда уровень срабатывания приема уменьшается на единицу, причем корректируются как список  $x_{24}$ , так и описание приема в базе приемов. Прием перекомпилируется. По наборам  $x_{38}$ ,  $x_{43}$  и  $x_{36}$  составляется список ссылок "задача(...)" на задачи раздела "Примерка", замедление которых больше 0.01 от трудоемкости и при этом больше 20000. Далее рассматриваются подслучаи:

- i. Список  $x_{58}$  пуст. Тогда корректируется список  $x_{38}$ : к величинам трудоемкости прибавляются замедления из списка  $x_{43}$ . Номер текущего приема в терминале базы теорем "прием" - "прием" увеличивается на 1. В терминал "прием" - "стоп" заносится 0, указывающий на завершение обработки текущего приема. В терминал "прием" - "число" заносится пара ( $x_{13}$ ,  $x_{14}$ ), указывающая путь к текущему (только что обработанному) приему в ветви "Генератор приемов" буфера оглавления базы приемов. В терминале "прием" - "набор" регистрируется список десятичных записей значений списка  $x_{38}$  - новых величин трудоемкостей решения задач. Затем прием регистрируется в ветви "Нейтральные приемы", либо (если список  $x_{45}$  содержит элемент "Фикс") в ветви "Равноценные либо лучшие ответы" архива оглавления базы приемов. Далее - выход из процедуры "доводка", и внутренний перезапуск для перехода к следующему приему.
- ii. Список  $x_{58}$  непуст. Тогда к нему добавляются извлекаемые из набора  $x_{32}$  ссылки "задача(...)" на задачи, для которых текущий прием необходим. Номер текущего приема в терминале базы теорем "прием" - "прием" увеличивается на 1. В терминал "прием" - "стоп" заносится 0, указывающий на завершение обработки текущего приема. В терминал "прием" - "число" заносится пара ( $x_{13}$ ,  $x_{14}$ ), указывающая путь к текущему (только что обработанному) приему в ветви "Генератор приемов" буфера оглавления базы приемов. В терминале "доводка" узла текущего приема регистрируется список  $x_{58}$ . ЛОС-программа приема удаляется. Прием регистрируется в ветви "Большие замедления" архива оглавления базы приемов. Далее - выход из процедуры "доводка", и внутренний перезапуск для перехода к следующему приему.

#### 10. Цикл примерок на задачах списка $x_{48}$ .

Если список  $x_{32}$  "обязательных" для приема задач пуст, либо увеличение уровня срабатывания до значения  $x_{51}$  не привело к их существенному замедлению, то реализуется цикл решения задач списка  $x_{48}$  (т.е. сильно замедлившихся задач раздела "Примерка") процедурой "примерка". Решаются только те задачи, у которых величина замедления, извлекаемая из списка  $x_{49}$ , не меньше максимально допустимого замедления задачи, указанного в соответствующей пятерке списка  $x_{48}$ . Корректируются величины замедления, хранящиеся в списке  $x_{49}$ . Если хотя бы в одном случае новая величина замедления оказывается не меньше максимально допустимого замедления, происходит откат к рассмотрению очередного (увеличенного на единицу) значения  $x_{51}$  уровня срабатывания приема.

Успешное завершение цикла решения задач списка  $x_{48}$  означает, что доводка приема привела к приемлемым величинам замедлений. В этом случае реализу-

ется цикл решения всех задач раздела "Примерка" (т.е. задач списка x37) для определения фактической трудоемкости и коррекции значений таких трудоемкостей, хранящихся в списке x38.

По завершении цикла номер текущего приема в терминале базы теорем "прием" - "прием" увеличивается на 1. В терминал "прием" - "стоп" заносится 0, указывающий на завершение обработки текущего приема. В терминал "прием" - "число" заносится пара (x13, x14), указывающая путь к текущему (только что обработанному) приему в ветви "Генератор приемов" буфера оглавления базы приемов. В терминале "прием" - "набор" регистрируется список десятичных записей значений списка x38 - новых величин трудоемкостей решения задач. Затем прием регистрируется в ветви "Нейтральные приемы", либо (если список x45 содержит элемент "Фикс") в ветви "Равноценные либо лучшие ответы" архива оглавления базы приемов. Далее - выход из процедуры "доводка", и внутренний перезапуск для перехода к следующему приему.

Если попытки преодолеть большие замедления путем увеличения уровня срабатывания завершились неудачей, составляется список x50 ссылок "задача(...)" на те задачи списка x48, у которых замедление не меньше максимальной допустимой величины замедления. Этот список используется в нижеследующих подразделах.

#### 11. Переоценка итоговых замедлений при наличии обязательных задач.

Проверяется, что список x32 пятерок, ссылающихся на задачи, для решения которых текущий прием необходим, непуст. Предпринимается цикл повторного решения задач раздела "Примерка", представленных в списке x37, и коррекция величин замедлений для этих задач, хранящихся в списке x43. Составляется список x51 ссылок "задача(...)" на задачи списка x37, замедление которых больше одной сотой их трудоемкости и при этом больше 20000. Рассматриваются два случая:

- (a) Список x51 пуст. Тогда корректируется список x38: к величинам трудоемкости прибавляются замедления из списка x43. Номер текущего приема в терминале базы теорем "прием" - "прием" увеличивается на 1. В терминал "прием" - "стоп" заносится 0, указывающий на завершение обработки текущего приема. В терминал "прием" - "число" заносится пара (x13, x14), указывающая путь к текущему (только что обработанному) приему в ветви "Генератор приемов" буфера оглавления базы приемов. В терминале "прием" - "набор" регистрируется список десятичных записей значений списка x38 - новых величин трудоемкостей решения задач. Затем прием регистрируется в ветви "Нейтральные приемы", либо (если список x45 содержит элемент "Фикс") в ветви "Равноценные либо лучшие ответы" архива оглавления базы приемов. Далее - выход из процедуры "доводка", и внутренний перезапуск для перехода к следующему приему.
- (b) Список x51 непуст. Тогда переменной x50 переприсваивается конкатенация списка x50 и списка ссылок "задача(...)" на задачи списка x32 (т.е. на "обязательные" для текущего приема задачи). Затем - переход к действиям следующего подраздела.

## 12. Завершающая попытка ослабить ограничения с учетом типа приема.

Переменной  $x_{52}$  присваивается тип приема, переменной  $x_{55}$  - теорема приема, переменной  $x_{56}$  - список ее антецедентов. Переменной  $x_{58}$  присваивается 0. Она будет играть роль индикатора коррекции доли  $x_{59}$  допустимого замедления, которая вначале иницируется значением 0.001. Далее рассматриваются следующие случаи:

- (a)  $x_{52}$  - символ "спуск" (прием проверочного оператора), причем список  $x_{50}$  имеет не более 9 элементов. Рассматриваются следующие подслучаи:
  - i. Либо число антецедентов равно 2, причем они обеспечивают декомпозицию консеквента по своим переменным, либо антецедент единственный и получается из консеквента отбрасыванием части операндов некоторых операций и отношений. Тогда  $x_{58}$  изменяется на 1, а  $x_{59}$  - на 0.04.
  - ii. Теорема приема имеет два антецедента. Консеквент и один из антецедентов имеют каждый единственный параметр (не обязательно один и тот же), причем этот антецедент обрабатывается проверочным оператором. Другой антецедент непосредственно идентифицируемый и имеет два параметра. Тогда  $x_{58}$  изменяется на 1, а  $x_{59}$  - на 0.04.
  - iii. Теорема имеет единственный антецедент. Тогда  $x_{58}$  изменяется на 1, а  $x_{59}$  - на 0.01.
- (b)  $x_{52}$  - символ "соединение" (сокращенная переформулировка группы условий задачи на свертку). Список  $x_{50}$  имеет не более двух элементов. Тогда  $x_{58}$  изменяется на 1, а  $x_{59}$  - на 0.02.
- (c)  $x_{52}$  - символ "общнорм" (общая стандартизация выражения). Список  $x_{50}$  имеет не более шести элементов. Тогда  $x_{58}$  изменяется на 1, а  $x_{59}$  - на 0.03.
- (d)  $x_{52}$  - символ "внешоперанд" (корневая свертка условия задачи на преобразование) либо "нормэкв" (безусловная общая стандартизация одного утверждения). Список  $x_{50}$  имеет не более четырех элементов. Тогда  $x_{58}$  изменяется на 1, а  $x_{59}$  - на 0.1.
- (e)  $x_{53}$  - символ "подборнеизвестных" (равенство двух старых числовых атомов). Список  $x_{50}$  имеет не более пяти элементов. Тогда  $x_{58}$  изменяется на 1, а  $x_{59}$  - на 0.04.

После рассмотрения данных случаев проверяется, что  $x_{58}$  равно 1. Проверяется, что каждое замедление списка  $x_{49}$  меньше соответствующей трудоемкости списка  $x_{48}$ , умноженной на  $x_{59}$ . В этом случае предпринимается цикл решения задач списка  $x_{37}$  процедурой "проверка" и пересчет величин трудоемкостей, хранящихся в списке  $x_{38}$ . Номер текущего приема в терминале базы теорем "прием" - "прием" увеличивается на 1. В терминал "прием" - "стоп" заносится 0, указывающий на завершение обработки текущего приема. В терминал "прием" - "число" заносится пара ( $x_{13}$ ,  $x_{14}$ ), указывающая путь к текущему (только что обработанному) приему в ветви "Генератор приемов" буфера оглавления базы приемов. В терминале "прием" - "набор" регистрируется список десятичных записей значений списка  $x_{38}$  - новых величин трудоемкостей решения задач. Затем прием регистрируется в ветви "Нейтральные приемы",

либо (если список x45 содержит элемент "Фикс") в ветви "Равноценные либо лучшие ответы" архива оглавления базы приемов. Далее - выход из процедуры "доводка", и внутренний перезапуск для перехода к следующему приему.

### 13. Регистрация неудачи при попытке уменьшить замедление.

Если предыдущие попытки не привели к регистрации приема в архиве базы приемов, то номер текущего приема в терминале базы теорем "прием" - "прием" увеличивается на 1. В терминал "прием" - "стоп" заносится 0, указывающий на завершение обработки текущего приема. В терминал "прием" - "число" заносится пара (x13, x14), указывающая путь к текущему (только что обработанному) приему в ветви "Генератор приемов" буфера оглавления базы приемов. В терминале "доводка" узла текущего приема регистрируется список x50. ЛОС-программа приема удаляется. Если список x32 обязательных задач пуст, то прием регистрируется в ветви "Большие замедления" архива оглавления базы приемов, иначе - в ветви "Конфликты с замедлениями". Далее - выход из процедуры "доводка", и внутренний перезапуск для перехода к следующему приему.

## Склейка результатов параллельной доводки

Как уже говорилось выше, процедура "доводка" начинает свою работу с попытки найти следующий прием. Если больше приемов не осталось, побочный поток завершается, а основной поток дожидается завершения всех побочных потоков. После этого в терминале "рамка" первого информационного блока восстанавливаются данные для полноэкранный прорисовки окна системы, и индикатор параллельной прокрутки устанавливается на ноль. Немедленной перерисовки не происходит. Так как описываемое ниже считывание данных из побочных потоков занимает определенное время, перед перерисовкой наблюдается пауза.

Начиная с контрольной точки "прием(30)", предпринимается извлечение из параллельных потоков результатов доводки и перенесение их в главный поток. Выйти на эту точку можно через пункт "Синтез приемов" - "Доводка новых приемов, хранящихся в буфере приемов" - "Процедура доводки приемов по итогам примерки" - "Процедура ДОВОДКА" - "склейка результатов параллельной доводки".

Прежде всего, переменной x19 присваивается список ссылок "прием(...)" и "текприем(...)" на приемы, зарегистрированные в архиве оглавления базы приемов главного потока. Переменной x23 присваивается символьное число побочных потоков, использованных при доводке. Переменная x24 перечисляет значения от 1 до x23.

Переменной x25 присваивается пустой накопитель данных о приемах, сохраненных в архивах побочных потоков. Каждый элемент этого накопителя будет представлять собой пару (логический символ, выделяющий одну из ветвей архива оглавления базы приемов - набор четверок, описывающих отнесенные к этой версии приемы. Каждая четверка имеет вид (ссылка "прием(...)" - описание приема - спецификация - содержимое терминала "доводка"). Напомним, что терминал "доводка" хранит ссылки "задача(...)" на конфликтные для данного приема задачи, а также на обязательные задачи.

Для заполнения накопителя x25 предпринимается переключение интерпретатора в режим работы с информационными блоками x24-го побочного потока. Переменной

x26 присваивается ссылка на указатель-список корня архива оглавления базы приемов. Просматриваются номера x28 пунктов этого архива. Из терминала "замечание" x28-го пункта извлекается символ x32, выделяющий ветвь архива. Переменной x33 присваивается пустой накопитель указанных выше четверок для данной ветви. Просматриваются ссылки x38 на приемы, сохраненные в этой ветви. Проверяется, что x38 не принадлежит списку x19. Находится ссылка x40 на узел приема; переменной x42 присваивается описание приема, переменной x44 - спецификация, переменной x45 - список ссылок на задачи, хранящийся в терминале "доводка" узла приема. Затем в накопитель x33 заносится четверка (x38, x42, x44, x45). По завершении просмотра ветви архива проверяется, что список x33 непуст, и в накопитель x25 добавляется пара (x32, x33).

По окончании цикла интерпретатор возвращается в режим работы с информационными блоками основного потока. Просматриваются пары x26 списка x25. Переменной x27 присваивается первый элемент пары, переменной x28 - второй.

Просматриваются четверки x29 набора x28. Каждая такая четверка содержит ссылку "прием(...)", описание приема, спецификацию и содержимое терминала "доводка". Находится узел приема x32 по данной ссылке. Описание приема и спецификация корректируются согласно четверке x29. Если x27 - логический символ, выделяющий одну из ветвей "Нейтральные приемы", "Ускорения", "Равноценные либо лучшие ответы", то прием компилируется. В противном случае, если последний элемент четверки x29 непуст, он регистрируется в терминале "доводка" узла приема. Напомним, что этот элемент - список ссылок на конфликтные задачи, пополненный ссылками на обязательные задачи.

По окончании цикла просмотра набора x28 предпринимается повторный просмотр этого набора и регистрация указанных в нем приемов в соответствующих разделах архива оглавления базы теорем.

### **Контроль итогов параллельной доводки**

Если число x23 побочных потоков, использованных при доводке, не равно 0, предпринимается контроль итогов отдельной доводки приемов. Он необходим из-за того, что при совместной работе приемов, доведшихся в различных потоках, могут возникнуть дополнительные проблемы с задачами.

Прежде всего, восстанавливается стандартный (полноэкранный) размер окна системы согласно установкам, извлекаемым из терминала "рамка" 1-го информационного блока.

Переменной x27 присваивается список ссылок "задача(...)" на задачи раздела "Примерка" буфера задачника. Создается структура данных x28 для отображения процесса доводки в окне системы. Переменной x29 присваивается список самих задач по ссылкам x27, переменной x30 - список исходных трудоемкостей этих задач, переменной x31 - список исходных ответов. Если задача решалась в усиленном режиме, она сопровождается комментарием "Усиление" к своим посылкам.

Вводятся накопитель замедлений x32, накопитель указателей на отказы и ухудшившиеся ответы x33 и накопитель x34 наборов ссылок "прием(...)" на доводимые приемы, сработавшие в задаче. Переменной x36 присваивается список ссылок "прием(...)" на все приемы, зарегистрированные в архиве оглавления базы приемов.

Реализуется цикл решения задач списка x29 процедурой "примерка". Перед каждым обращением к этой процедуре создается комментарий (задача ...) к посылкам исходной задачи, в котором будут сохраняться ссылки на все сработавшие приемы. Ранее имевшийся комментарий (задача ...) предварительно удаляется. После каждого обращения происходит учет в списке x34 тех приемов комментария "задача", ссылки на которые имеются в наборе x36. Кроме того, стандартным образом корректируются списки x32, x33.

По окончании цикла решения задач составляется список x37 ссылок "задача(...)" на задачи списка x27, в которых сработало более одного приема списка x36, и при этом либо ухудшился ответ, либо замедление оказалось больше максимума из одной сотой трудоемкости и 5000. Если список x37 непуст, то составляется список x38 ссылок на доводимые приемы, сработавшие в этих задачах. Все эти приемы удаляются из архива и возвращаются в раздел "Генератор приемов" буфера оглавления базы приемов. Предварительно раздел "Генератор приемов" полностью расчищается. ЛОС-программы приемов, перенесенных в него из архива, удаляются.

Составляется список x43 ссылок "задача(...)" на все задачи раздела "Примерка" оглавления буфера задачника. Переменной x45 присваивается список самих этих задач, переменной x46 - список их исходных трудоемкостей, переменной x47 - список исходных ответов. Реализуется цикл решения задач списка x45 процедурой "примерка" и коррекция их трудоемкостей, перечисленных в списке x46. Заметим, что в этом цикле приемы x38 отключены.

Далее запускается процесс последовательной доводки приемов x38. Прежде всего, удаляются терминалы базы теорем "прием" - "число", "прием" - "прием", "прием" - "стоп", "прием" - "перечисление", "прием" - "набор", связанные с предыдущим циклом доводки. Затем в терминал "прием" - "число" заносится пара (1,0), указывающая путь к текущему доводимому приему в подразделе "Генератор приемов". В терминал "прием" - "стоп" заносится 1, в терминал "прием" - "набор" - набор десятичных записей исходных трудоемкостей задач списка x45. В терминал "прием" - "кратность" заносится 0 (число побочных потоков). В терминал "прием" - "прием" заносится десятичная запись длины набора x38, в терминал "прием" - "перечисление" заносится сам набор x38. Затем предпринимается внутренний перезапуск для начала последовательной доводки приемов, перенесенных в раздел "Генератор приемов". Завершается этот цикл так же, как и предшествующий цикл параллельной доводки, и далее повторяются перечисленные выше действия. Ввиду того, что теперь доводка последовательная, конфликты между приемами, обрабатывавшимися в различных потоках, будут отсутствовать.

### **Анализ конфликтов с замедлением и зацикливаний**

Просматриваются разделы архива оглавления базы приемов, связанные с замедлением либо зацикливанием. Под зацикливанием фактически понимается прерывание любой природы, не приводящее к завершению обработки приема, несмотря на две повторные попытки. Рассматриваются два случая:

#### 1. Случай конфликтов с замедлением.

Текущий раздел архива - "Большие замедления" либо "Конфликты с замедлениями". Просматриваются ссылки x37 на приемы, отнесенные к этому разделу.



Переменной х38 присваивается узел теоремы приема, переменной х39 - узел приема. Переменной х42 присваивается содержимое терминала "доводка" узла приема - список ссылок на конфликтные и обязательные задачи. Проверяется, что таких задач не более 5. Из списка х42 исключаются ссылки на обязательные задачи. Вводятся накопитель х43 трудоемкостей задач списка х42 и накопитель х44 ответов на них. Затем реализуется цикл предварительной примерки на задачах списка х42. В процессе примерки ссылки "задача(...)" заменяются в наборе х42 на сами задачи.

Если хотя бы в одном случае наблюдается "отказ" либо ухудшение ответа, действия данного подраздела обрываются, и переход к следующему подразделу. В противном случае, по завершении цикла примерок, прием х37 компилируется. Создается накопитель х45 замедлений на задачах списка х42, и повторно реализуется цикл решения этих задач процедурой "примерка", в котором накопитель х45 заполняется. Если хотя бы в одном случае имел место "отказ" либо ухудшение ответа, ЛОС-программа приема х37 удаляется, и переход к рассмотрению очередного приема х37 из текущего раздела архива.

По завершении цикла примерок проверяется, что каждое замедление списка х45 либо меньше 1000, либо меньше произведения исходной трудоемкости задачи на 0.001. Если список х45 одноэлементный и раздел архива - "Конфликты с замедлениями", то вместо 0.001 берется 0.03. При выполнении указанного условия прием х37 переносится в раздел "Нейтральные приемы". Иначе - его ЛОС-программа удаляется, и откат к рассмотрению очередного приема текущего раздела архива.

## 2. Случай зацикливаний.

Текущий раздел архива - "Зацикливания". Переменной х35 присваивается список ссылок "задача(...)" на задачи раздела "Примерка", переменной х37 - список самих этих задач. Переменной х38 присваивается список исходных трудоемкостей задач, переменной х39 - список ответов. Если задача решалась в усиленном режиме, она сопровождается комментарием "Усиление" к своим посылкам.

Предпринимается цикл решения задач списка х37 при помощи процедуры "примерка". Если хотя бы в одном случае получился "отказ", то переход к подразделу "Анализ сбоев доводчика" (см. ниже). Иначе элементы наборов х38 и х39 корректируются в соответствии с результатами работы процедуры "примерка".

Начинается просмотр приемов, зарегистрированных в разделе "Зацикливания" архива оглавления базы приемов. Напомним, что все эти приемы не откомпилированы. Переменной х45 присваивается ссылка на прием, переменной х50 - ссылка на узел приема. Прием компилируется.

Предпринимается повторный цикл решения задач списка х37, теперь уже с откомпилированным приемом х45. Предварительно вводятся накопитель замедлений х52 и накопитель ответов х53. Для каждой задачи рассматриваются следующие случаи:

- (a) Получен "отказ". Тогда предпринимается попытка изменить тип приема, с переходом к более мотивированной версии срабатываний. Пока рассмотрен лишь случай, когда тип приема x45 - один из символов "редакторответа" (равенство двух невырожденных числовых атомов), "факторизация" (равенство двух невырожденных числовых атомов, хотя бы один из которых - старый), "подборнеизвестных" (равенство двух старых числовых атомов). Предпринимается изменение типа на тип, следующий в этом списке. Корректируется описание приема и происходит его перекомпиляция. Затем - откат к повторению цикла решения задач. Если тип приема не попадает в указанный список либо является его концом, то ЛОС-программа приема удаляется, и переход к следующему приему раздела "Защипливания".
- (b) Ответ не ухудшился. Тогда в накопителях x52, x53 регистрируются замедление (по сравнению с трудоемкостью списка x38) и ответ.
- (c) Ответ ухудшился. Тогда ЛОС-программа приема удаляется, и переход к следующему приему раздела "Защипливания".

По окончании цикла решения задач проверяется, имеется ли в списке x52 замедление, не меньшее 8000 и при этом не меньшее одной сотой трудоемкости, указанной в списке x38. Если такого замедления нет, то прием переносится в раздел "Нейтральные приемы". Иначе - находится уровень срабатывания x55 приема x45. Если он меньше 10, то увеличивается на единицу. Описание приема изменяется, прием перекомпилируется, и откат к повторению цикла решения задач. Если уровень срабатывания уже достиг 10, предпринимается попытка изменить тип приема - такая же, как описана выше, для случая получения отказа. Если эта попытка невозможна, ЛОС-программа приема удаляется, и переход к следующему приему раздела "Защипливания".

### **Анализ сбоев доводчика**

В результате сбоев доводчика какие-то приемы раздела "Генератор приемов" оглавления базы приемов могут оказаться не обработаны и остаться в этом разделе. Предпринимается попытка рассмотреть их поведение на задачах раздела "Примерка".

Просматриваются приемы, оставшиеся в разделе "Генератор приемов". Напомним, что перед доводкой предпринималось удаление приемов этого раздела, отключенных в процессе расчистки. При регистрации приема в архиве он тоже исключался из раздела "Генератор приемов". Таким образом, сохранение приема в указанном разделе означает наличие какого-то сбоя. Переменной x21 присваивается ссылка на текущий прием. Переменной x25 присваивается список ссылок "задача(...)" на задачи раздела "Примерка", переменной x27 - список самих задач, переменной x28 - список трудоемкостей задач, переменной x29 - список ответов. Если задача решалась в усиленном режиме, она сопровождается комментарием "Усиление" к своим посылкам.

Предпринимается предварительный (при отключенном приеме x21) цикл решения задач x27 процедурой "примерка". При этом корректируются значения трудоемкостей в наборе x28.

Далее прием x21 компилируется, и предпринимается повторный цикл решения задач x27. Если хотя бы в одном случае получен "отказ", либо ответ ухудшился, либо замедление оказалось больше одной тысячной от трудоемкости задачи и при этом

не меньше 1000, то ЛОС-программа приема удаляется, он регистрируется в разделе архива "Защитивания", и переход к очередному приему x21. Иначе, по окончании цикла решения задач, прием регистрируется в разделе "Нейтральные приемы" архива оглавления базы приемов.

### **Контроль пройденного второго цикла доводки**

После того, как параллельная доводка завершена и пройдены описанные выше этапы анализа ее результатов, проверяется наличие терминала базы теорем "прием" - "результат". Если его нет, то была реализована лишь доводка по отдельному разделу задачника. В этом случае - переход к действиям, изложенным ниже в разделе "Запуск второго цикла доводки". Иначе - переход к разделу "Перенесение теорем в архив".

### **Запуск второго цикла доводки**

Организуется повторение параллельной доводки, но теперь она будет происходить по всему задачнику (кроме ряда особых его разделов: "Анализ текста", "Шахматы" и т.п.). Двухэтапная доводка позволяет уменьшить список конфликтных задач при полной прокрутке, так как предварительная коррекция приемов уже проведена на первом этапе. Впрочем, обычно этот список все равно достигает лимита и обрезается.

Прежде всего, создается терминал базы теорем "прием" - "результат", в который заносится 1. Переменной x22 присваивается список ссылок "прием(...)" на приемы, сохраненные в разделах "Нейтральные приемы", "Ускорения", "Равноценные либо лучшие ответы" архива оглавления базы приемов. Предпринимается расчистка раздела "Генератор приемов" буфера оглавления базы теорем. Все приемы списка x22 ивлекаются из архива и переносятся в раздел "Генератор приемов". Расчищается раздел "Примерка" буфера оглавления задачника. Затем создается корневой терминал "метка" - "выполнить" буфера задачника, куда заносится символ б. Далее - выход из процедуры "доводка" и внутренний перезапуск. После перезапуска справочник "выполнить" по символу "б" инициирует запуск параллельной доводки. Диапазон доводки по разделам задачника указывается через комментарий (отрезокзадач 1 семнадцать) к посылкам исходной задачи. В него попадают задачи начиная с раздела "Дискретная математика" и кончая разделом "Теория автоматического управления". Комментарий "автоклавиатура", создаваемый справочником, обеспечивается переход в оглавлении задачника и виртуальное нажатие клавиши "Str-д", запускающей процедуру "Примерка" для прокрутки по указанным разделам задачника. Дальнейшие действия - те же, что в первом цикле доводки.

По завершении всего процесса доводки те теоремы и задачи, которые связаны с созданными приемами, переносятся в разделы "Архив" оглавлений базы теорем и задачника.

### **Перенесение теорем в архив**

Просматриваются теоремы буфера оглавления базы теорем. Те из них, которые являются источниками приемов, занесенных в архив оглавления базы приемов, регистрируются в архиве базы теорем.

## **Перенесение задач в архив**

Просматриваются тестовые задачи буфера оглавления задачника. Те из них, которые являются "обычными" задачами, а не специальными искусственными "псевдозадачами", созданными для моделирования одного-единственного шага работы решателя, переносятся в архив оглавления задачника.

## **Завершение доводки**

Предпринимается расчистка разделов буферов оглавлений задачника, базы теорем и базы приемов, созданных на период работы генератора приемов. В логический терминал, достижимый из корневого каталога по меткам "метка", "выполнить", заносится логический символ "5". Далее - выход из программы "доводка" и внутренний перезапуск. После перезапуска справочник "выполнить" по символу "5" инициирует переход в просмотр архива оглавления базы приемов для просмотра его содержимого.

## Глава 5

# Примеры приемов, созданных генератором приемов

Описанная процедура генератора приемов была протестирована на различных разделах и позволила создать свыше 2000 новых приемов, которые были добавлены к основной базе приемов решателя. В действительности процедура создала гораздо большее количество приемов, но многие из них оказались ориентированы на крайне редкие ситуации, и при ручном отборе были проигнорированы, хотя и не сильно замедляли систему. Таким образом, пока аппарат генератора приемов должен рассматриваться лишь как средство полуавтоматического развития решателя, позволяющее выйти на новый уровень обучения сравнительно с ГЕНОЛОГОм. Работа над его развитием продолжается.

Основным источником ценных новых приемов является логический вывод в базе теорем. Для такого вывода создается процедура, представляющая собой, по существу, отдельный решатель - решатель "верхнего уровня". Если прием "обычного" решателя объясняет, каким образом преобразовать текущую задачу, предположительно в направлении достижения ее ответа, то прием "теоремного" решателя объясняет, как можно было бы рассуждать, чтобы из рассматриваемой теоремы вывести полезные ее следствия. Фактически, предпринимаются попытки объяснить, каким образом эти новые теоремы могли бы быть "открыты" при анализе текущей теоремы. Подробнее о процедуре логического вывода в базе теорем, используемой системой, будет рассказано в девятом томе монографии. Предварительно, в восьмом томе, будут приведены общие сведения об организации базы теорем и создании спецификаций приемов по теоремам.

Здесь же ограничимся иллюстрацией работы генератора приемов, приведя серию созданных им в различных разделах новых приемов. Заметим, что приемы эти, в основном, представляют собой аналоги приемов, ранее созданных вручную, но не востребованные в тех задачах, по которым решатель обучался. Наибольшую ценность представляют самые простые из таких аналогов, так как вероятность столкнуться с задачей, где они могли бы сработать, достаточно высока. Впрочем, система логического вывода смогла предложить и несколько более сложных приемов, продемонстрировав потенциальные возможности данного подхода.

Приводимые ниже примеры выбраны из 2000 новых приемов достаточно случайным образом. Во многих разделах (линейная алгебра, математический анализ, теория вероятностей, общая алгебра) аппарат вывода теорем пока развит слабо. Здесь были

созданы лишь очень простые приемы, но даже они оказались полезными. Опыт показал, что наиболее частая причина отказов решателя - отсутствие именно таких простых приемов.

Чтобы получить более полный список автоматически созданных приемов, нужно зайти в корневое меню представляющего интерес оглавления базы приемов и нажать "а". Пролистывание приемов осуществляется клавишами "курсор вверх" "курсор вниз".

## Приемы по алгебре множеств и комбинаторике

1. Параметрическое описание условия не включения.

$$\forall_{ab}(\neg(a \subseteq b) \leftrightarrow \exists_c(\neg(c \in b) \ \& \ c \in a))$$

Преобразуется содержащее неизвестные условие задачи на описание, не имеющей существенных неизвестных. Заметим, что ранее имелся аналогичный прием, применявшийся в задачах на поиск примера.

2. Упрощение дизъюнкции.

$$\forall_{ade}(d \subseteq e \rightarrow a \subseteq d \vee a \subseteq e \leftrightarrow a \subseteq e)$$

3. Исключение несущественной неизвестной.

$$\forall_b(b - \text{set} \rightarrow \exists_a(a - \text{set} \ \& \ b \subseteq a))$$

Прием имеет заголовок "связка".

4. Проверка включения симметрической разности.

$$\forall_{ade}(a \subseteq d \cup e \ \& \ d \subseteq a \cup e \rightarrow a \Delta d \subseteq e)$$

Прием проверочного оператора "усмсодержится".

5. Включение прообраза объединения.

$$\forall_{adef}(\text{прообраз}(f, a) \subseteq a \ \& \ \text{прообраз}(f, d) \subseteq e \rightarrow \text{прообраз}(f, a \cup d) \subseteq e)$$

Прием проверочного оператора "усмсодержится".

6. Не включение образов при взаимно-однозначном отображении.

$$\forall_{abi}(\text{взаимнооднозначно}(i) \ \& \ \neg(a \subseteq b) \rightarrow \text{neg}(\text{образ}(i, a) \subseteq \text{образ}(i, b)))$$

Прием проверочного оператора "усмнесодержится".

7. Сокращенная переформулировка двух не содержащих неизвестных условий пересечения в задаче на описание, имеющей цель "свертка".

$$\forall_{cdef}(\text{непересек}(c, e \cap (d \cup f)) \leftrightarrow \text{непересек}(c, d \cap e) \ \& \ \text{непересек}(e, c \cap f))$$

8. Переход от параметрического задания класса к непосредственному.

$$\forall_{bd}(\text{set}_a(\exists_c(a = b \cup c \ \& \ c - \text{set}) \ \& \ d(a)) = \text{set}_a(a - \text{set} \ \& \ b \subseteq a \ \& \ d(a)))$$

9. Прием нормализатора "нормобъединение", склеивающий два примыкающих полуинтервала в интервал.

$$\forall_{bcf}(0 < c - b \ \& \ 0 < f - c \rightarrow (b, c] \cup [c, f) = (b, f))$$

10. Декомпозиция включения.

$$\forall_{adef}(d \subseteq e \cup (f \setminus a) \leftrightarrow d \subseteq e \cup f \ \& \ a \cap d \subseteq e)$$

11. Прием проверочного оператора "усмнепересек", усматривающий непересечение с прямым произведением.

$$\forall_{abcd}(\text{непересек}(b, a \times c) \ \& \ \text{непересек}(b, a \times d) \rightarrow \text{непересек}(b, a \times (c \cup d)))$$

12. Прием проверочного оператора "усмненепересек", усматривающий пересечение прямых произведений.

$$\forall_{abcd}(\neg(\text{непересек}(a, c)) \ \& \ \neg(\text{непересек}(b, d)) \rightarrow \neg(\text{непересек}(a \times b, c \times d)))$$

13. Прием проверочного оператора "усмнепересек", усматривающий непересечение с прообразом объединения.

$$\forall_{abcd}(\text{непересек}(b, \text{прообраз}(d, a)) \ \& \ \text{непересек}(b, \text{прообраз}(d, c)) \rightarrow \text{непересек}(b, \text{прообраз}(d, a \cup c)))$$

14. Декомпозиция включения прямого произведения, имеющего своим сомножителем объединение.

$$\forall_{adef}((a \cup f) \times d \subseteq e \leftrightarrow a \times d \subseteq e \ \& \ f \times d \subseteq e)$$

15. Кванторная расшифровка условия непересечения с объединением семейства множеств.

$$\forall_{be}(\text{непересек}(b, \bigcup(e)) \leftrightarrow \forall_{cf}(c \in b \ \& \ f \in \text{Dom}(e) \rightarrow \neg(c \in e(f))))$$

16. Прием нормализатора "нормобласть", указывающий область определения тождественного отображения.

$$\forall_A(\text{Dom}(\text{тождфунк}(A)) = A)$$

17. Декомпозиция включения образа объединения.

$$\forall_{adef}(\text{образ}(f, a \cup d) \subseteq e \leftrightarrow \text{образ}(f, a) \subseteq e \ \& \ \text{образ}(f, d) \subseteq e)$$

18. Образ промежутка для элементарных функций.

$$\forall_{abcdef}(0 < -e + 1 \ \& \ 0 \leq b - a \rightarrow \text{образ}(\lambda_g(\log_e g, f(g)), [a, b]) = [\log_e b, \log_e a])$$

$$\forall_{abcdfg}(0 < a - 1 \ \& \ 0 < -g + 1 \ \& \ 0 \leq b - a \rightarrow \text{образ}(\lambda_e(\log_e g, f(e)), [a, b]) = [\log_a g, \log_b g])$$

$$\forall_{abcdf}(0 < a \ \& \ 0 < -b + \pi \ \& \ 0 \leq b - a \rightarrow \text{образ}(\lambda_e(\cos e, f(e)), [a, b]) = [\cos b, \cos a])$$

$$\forall_{abcdfg}(0 < g \ \& \ 0 \leq b - a \rightarrow \text{образ}(\lambda_e(e^g, f(e)), [a, b]) = [a^g, b^g])$$

Везде промежуток берется с концами произвольных типов. Приведена лишь малая часть автоматически созданных приемов данного раздела.

19. Сокращенная переформулировка двух условий в задаче на свертку.

$$\forall_{afx}(x \in \text{слой}(f, a) \leftrightarrow x \in \text{Dom}(f) \ \& \ a = f(x))$$

Замена выполняется справа налево.

20. Расшифровка условия принадлежности прообразу элемента.

$$\forall_{afx}(x \in \text{Dom}(f) \rightarrow x \in \text{слой}(f, a) \leftrightarrow a = f(x))$$

Прием выполняет общую стандартизацию утверждения и сопровождается стандартными для данного типа приемов фильтрами.

21. Декомпозиция условия включения прообраза объединения.

$$\forall_{adef}(\text{прообраз}(f, a \cup d) \subseteq e \leftrightarrow \text{прообраз}(f, a) \subseteq e \ \& \ \text{прообраз}(f, d) \subseteq e)$$

22. Прообраз разности.

$$\forall_{abf}(\text{прообраз}(f, a \setminus b) = \text{прообраз}(f, a) \setminus \text{прообраз}(f, b))$$

23. Расшифровка условия принадлежности интервалу.

$$\forall_{abc}(b - \text{число} \ \& \ c - \text{число} \rightarrow a \in (b, c) \leftrightarrow a - \text{число} \ \& \ 0 < a - b \ \& \ 0 < c - a)$$

Прием имеет тип "конъюнктивная декомпозиция элементарного утверждения" и сопровождается стандартными для данного типа фильтрами.

24. Склейка примыкающих интервала и промежутка.

$$\forall_{abce}(0 < b - e \ \& \ 0 \leq c - b \rightarrow [b, c] \cup (e, b) = (e, c])$$

Конец  $c$  может иметь произвольный тип; конец  $b$  принадлежит промежутку.

25. Склейка двух условий задачи на описание, явно разрешенных относительно неизвестной.

$$\forall_{bcd}(b - \text{число} \ \& \ c - \text{число} \rightarrow d \subseteq [b, c] \leftrightarrow \text{верхняягрань}(c, d) \ \& \ \text{нижняягрань}(b, d))$$

Замена выполняется справа налево. Выражения  $b, c$  не содержат неизвестных, переменная  $d$  является неизвестной.

26. Декомпозиция условия "наибольший" для последующей расшифровки условия принадлежности неизвестному множеству.

$$\forall_{ab}(\text{наибольший}(a, b) \leftrightarrow a \in b \ \& \ \text{верхняягрань}(a, b))$$

Преобразуется условие задачи на описание. Выражение  $b$  содержит неизвестные и не является переменной.



27. Исключение несущественной неизвестной

$$\forall_e(e - \text{число} \rightarrow \exists_a(a - \text{set} \ \& \ a \subseteq \mathbb{R} \ \& \ \text{наибольший}(e, a)))$$

Прием имеет заголовок "связка".

28. Ограниченность сверху сумм элементов ограниченных сверху множеств (прием проверочного оператора "усмогрсверху")

$$\forall_{bd}(\text{огрсверху}(b) \ \& \ \text{огрсверху}(d) \rightarrow \text{огрсверху}(\text{set}_x(\exists_{yz}(x = y + z \ \& \ y \in b \ \& \ z \in d))))$$

Антецеденты обрабатываются проверочными операторами.

29. Мощность множества элементов конечного отрезка целых чисел, делящихся на заданное натуральное число.

$$\forall_{acm}(m - \text{натуральное} \rightarrow \text{card}(\text{set}_n(n \in \{c, \dots, a\} \ \& \ m|n)) = \max(1 + [-c/m] + [a/m], 0))$$

30. Число множеств, заключенных "между" двумя множествами.

$$\forall_{bf}(\text{конечное}(f \setminus b) \rightarrow \text{card}(\text{set}_a(a - \text{set} \ \& \ a \subseteq f \ \& \ b \subseteq a)) = 2^{\text{card}(f \setminus b)} \text{ при } b \subseteq f, \text{ иначе } 0)$$

31. Мощность множества сумм с фиксированным слагаемым.

$$\forall_{ce}(e \subseteq \mathbb{R} \rightarrow \text{card}(e) = \text{card}(\text{set}_a(a + c \in e \ \& \ a - \text{число})))$$

Прием применяется справа налево.

32. Исключение несущественной неизвестной.

$$\forall_{cd}(\exists_a(a - \text{set} \ \& \ c \subseteq a \cup d \ \& \ \text{конечное}(a)) \leftrightarrow \text{конечное}(c \setminus d))$$

Прием имеет заголовок "связка".

33. Усмотрение бесконечного надмножества бесконечного множества (прием проверочного оператора "усмнеконечное")

$$\forall_{ab}(b \subseteq a \ \& \ \neg(\text{конечное}(b)) \rightarrow \neg(\text{конечное}(a)))$$

### Приемы по элементарной алгебре

1. Усмотрение ненулевого значения (прием проверочного оператора "усмне0")

$$\forall_{ac}(\neg(c = 0) \ \& \ \text{числитель}(c) - \text{even} \ \& \ 0 \leq a \ \& \ \neg(a - 1 = 0) \rightarrow \neg(-1 + a^c = 0))$$

2. Общая стандартизация с исключением квантора.

$$\forall_{bf}(b - \text{число} \rightarrow \exists_c(b = cf \ \& \ c - \text{число}) \leftrightarrow \neg(b = 0) \ \& \ \neg(f = 0) \ \vee \ b = 0)$$

3. Приемы нормализатора общей стандартизации "нормумножение" (приведена лишь часть автоматически созданных приемов)

$$\forall_{ac}(\sin a < 0 \ \& \ 0 \leq \cos a \rightarrow (-\sin a)^c(-\operatorname{ctg} a)^c = (\cos a)^c)$$

$$\forall_{bc}(\neg(\operatorname{знаменатель}(c) - \text{even}) \ \& \ c - \text{rational} \rightarrow (-\operatorname{tg} b)^c(\cos b)^c = (-\sin b)^c)$$

$$\forall_{ab}(\cos(a - b) \operatorname{tg}(b - a) = \sin(b - a))$$

$$\forall_{cdef}(0 < de \rightarrow (d/e)^c(e/d)^f = (d/e)^{c-f})$$

$$\forall_{cefgh}(\neg(\operatorname{знаменатель}(e) - \text{even}) \ \& \ 0 < \log_f g \ \& \ 0 < \log_f h \ \& \ e - \text{rational} \rightarrow (\log_f g)^c(\log_f h)^e(\log_h g)^e = (\log_f g)^{c+e})$$

4. Приемы нормализатора разложения на множители.

$$\forall_{bc}(\sin b \operatorname{tg} c + \cos b = \cos(b - c) / \cos c)$$

$$\forall_{bcd}(d \leq 0 \rightarrow \min(-bd, -cd) = -d \min(b, c))$$

$$\forall_{ae}(e^5 - a^5 - ae^4 = (a^2 + e^2 - ae)(e^3 - a^3 - ea^2))$$

5. Сокращение дробных выражений в нормализаторе общей стандартизации "норм-дробь".

$$\forall_{abcfgh}(\neg(\operatorname{знаменатель}(h) - \text{even}) \ \& \ 0 < cg \ \& \ h - \text{rational} \rightarrow f c^h g^h / (a(cg)^b) = f(cg)^{h-b} / a)$$

6. Сокращение степеней, основания которых отличаются знаком.

$$\forall_{acdefg}(\neg(\operatorname{знаменатель}(d) - \text{even}) \ \& \ \neg(\operatorname{числитель}(d) - \text{even}) \ \& \ 0 < f - g \ \& \ d - \text{rational} \rightarrow e(g - f)^d / (a(f - g)^c) = -e(f - g)^{d-c} / a)$$

7. Группировка внутрь условного выражения.

$$\forall_{abd}(b - \text{число} \rightarrow (b \text{ при } a, \text{ иначе } 0) / d = (b/d \text{ при } a, \text{ иначе } 0))$$

Прием применяется слева направо.

8. Использование равенства из посылок для исключения неизвестных.

$$\forall_{cdefhij}(\neg(j = 0) \ \& \ \neg(\operatorname{знаменатель}(h) - \text{even}) \ \& \ dj = fi \rightarrow ed^h / ci^h = ef^h / cj^h)$$

Последний антецедент идентифицируется с посылкой задачи на доказательство либо на исследование. Выражения  $d, i$  содержат неизвестные, а выражения  $f, j$  - не содержат.

9. Приемы нормализатора общей стандартизации "нормдробь" (приведена лишь часть автоматически созданных приемов).

$$\forall_{acdefghij}(0 < cgij \ \& \ 0 \leq dhij \rightarrow e(ch/dg)^f / a = e(hi/dj)^f / (a(gi/cj)^f))$$

Замена выполняется справа налево.

$$\forall_{abc} f(f \sin(2b/c)/(a \sin(b/c) \cos(b/c)) = 2f/a)$$

$$\forall_{abc} f(\neg(\text{знаменатель}(b) - \text{even}) \& b - \text{rational} \rightarrow f \cdot (\sin c)^b / (a(\text{tg } c)^b) = f \cdot (\cos c)^b / a)$$

$$\forall_{acdefg} (\neg(\text{знаменатель}(c) - \text{even}) \& \neg(\text{знаменатель}(d) - \text{even}) \& c - \text{rational} \& d - \text{rational} \rightarrow e|f|^c / (a|g|^d) = e|f^c/g^d|/a)$$

10. Преобразование степени произведения в произведение степеней с изменением знаков оснований степени.

$$\forall_{cde} (d \leq 0 \& e \leq 0 \rightarrow (-d)^c (-e)^c = (de)^c)$$

Прием применяется справа налево.

11. Отбрасывание знаков основания в произведении степеней.

$$\forall_{cde} (\neg(\text{знаменатель}(c) - \text{even}) \& c - \text{rational} \rightarrow (-d)^c (-e)^c = d^c e^c)$$

12. Произведение степеней с основаниями, отличающимися знаками.

$$\forall_{ace} (\text{числитель}(e) - \text{even} \& e - \text{rational} \& a \leq 0 \rightarrow a^e (-a)^c = (-a)^{c+e})$$

13. Произведение степеней с взаимно обратными основаниями.

$$\forall_{cdef} (0 < de \rightarrow (d/e)^c (e/d)^f = (d/e)^{c-f})$$

14. Общая стандартизация группы посылок.

$$\forall_{bce} (\neg(b = 0) \& \text{числитель}(b) - \text{even} \& b - \text{rational} \rightarrow -e^b + c^b = 0 \& ce \leq 0 \leftrightarrow c = -e)$$

15. Разрешение равенства относительно переменной, связанной внешним квантором.

$$\forall_{abd} (\neg(\text{знаменатель}(b) - \text{even}) \& \neg(\text{числитель}(b) - \text{even}) \& d - \text{число} \& b - \text{rational} \rightarrow d = a^b \leftrightarrow a = d^{1/b})$$

Замена выполняется слева направо. Переменная  $a$  связана внешним квантором, причем преобразуемое вхождение не является консеквентом кванторной импликации. Переменная  $a$  не встречается в выражениях  $b, d$ .

16. Исключение несущественной неизвестной.

$$\forall_{bc} (c - \text{число} \rightarrow \exists_a (c = a^b \& 0 < a \& a - \text{число}) \leftrightarrow \neg(b = 0) \& \neg(c - 1 = 0) \& 0 < c \vee c = 1)$$

Прием имеет заголовок "связка".

17. Решение степенного неравенства с отрицательным показателем степени.

$$\forall_{abcd}(\neg(a = 0) \ \& \ \neg(\text{знаменатель}(b) - \text{even}) \ \& \ b < 0 \ \& \ b - \text{rational} \ \& \ d = c^{1/b} \rightarrow c < a^b \leftrightarrow \neg(\text{числитель}(b) - \text{even}) \ \& \ ((a < d \ \& \ 0 < c \vee c \leq 0) \ \& \ 0 < a \vee a < d \ \& \ c < 0) \vee (a < d \ \& \ -d < a \ \& \ 0 < c \vee c \leq 0) \ \& \ \text{числитель}(b) - \text{even})$$

Выражение  $a$  содержит неизвестные; выражения  $b, c$  - не содержат. Последний антецедент выделен указателем "идентификатор". Он присваивает переменной  $d$  результат упрощения выражения  $c^{1/b}$ .

18. Стандартизация степенного неравенства.

$$\forall_{ac}(\neg(\text{знаменатель}(c) - \text{even}) \ \& \ \neg(\text{числитель}(c) - \text{even}) \ \& \ 0 < c \ \& \ c - \text{rational} \rightarrow 0 < -a^c + 1 \leftrightarrow 0 < -a + 1)$$

19. Сумма двойных радикалов.

$$\forall_{ade}(d \leq 0 \ \& \ 0 \leq e \rightarrow a\sqrt{2\sqrt{e+d^2} - 2\sqrt{e}} = -a\sqrt{d + \sqrt{e+d^2}} + a\sqrt{-d + \sqrt{e+d^2}})$$

Прием применяется справа налево.

20. Переход к дизъюнкции в посылке задачи на доказательство или задачи на исследование, имеющей цель "противоречие".

$$\forall_{bc}(0 \leq b \ \& \ 0 \leq c \rightarrow \neg(b + c = 0) \leftrightarrow \neg(c = 0) \vee \neg(b = 0))$$

21. Общая стандартизация с исключением квантора.

$$\forall_{bd}(0 < b \rightarrow \exists_a(a^b < d \ \& \ a - \text{число} \ \& \ 0 \leq a) \leftrightarrow 0 < d)$$

22. Явное разрешение утверждения относительно переменной, связанной внешним описателем.

$$\forall_{bcd}(0 < b \ \& \ 0 < d \rightarrow b \leq c/d \leftrightarrow d \leq c/b)$$

Замена выполняется слева направо. Преобразуемое утверждение расположено под описателем, в связывающую приставку которого входит переменная  $d$ . Выражения  $b, c$  не имеют переменных, связанных внешними кванторами и описателями.

23. Прием проверочного оператора.

$$\forall_{axy}(0 < a - 1 \ \& \ 0 \leq y - x \rightarrow \log_a x - \log_a y \leq 0)$$

24. Вынесение степени за знак модуля.

$$\forall_{cde}(\neg(\text{знаменатель}(e) - \text{even}) \ \& \ e - \text{rational} \rightarrow |c^e/d^e| = |c/d|^e)$$

25. Сокращение дроби с модулем.

$$\forall_{acde}(\neg(\text{знаменатель}(e) - \text{even}) \ \& \ 0 < ac^e \ \& \ e - \text{rational} \rightarrow d|c|^e/(ac^e) = d/|a|)$$

$$\forall_{acde}(\neg(\text{знаменатель}(e) - \text{even}) \ \& \ ac^e < 0 \ \& \ e - \text{rational} \rightarrow d|c|^e/(ac^e) = -d/|a|)$$

26. Общая стандартизация с исключением квантора.

$$\forall_b(\exists_a(a - \text{число} \ \& \ |a| \leq b) \leftrightarrow 0 \leq b)$$

27. Группировка дизъюнктивных членов относительно неизвестных.

$$\forall_{ab}(0 < b \ \& \ b - \text{число} \rightarrow a = b \ \vee \ b = -a \leftrightarrow b = |a|)$$

Прием применяется к дизъюнктивному условию задачи на описание. Выражение  $b$  содержит неизвестные,  $a$  - не содержит.

28. Свертка группы явно разрешенных относительно неизвестных условий в одно, тоже явно разрешенное.

$$\forall_{ab}((a = b \ \vee \ b = -a) \ \& \ b \leq 0 \leftrightarrow b = -|a|)$$

Прием применяется к двум условиям задачи на описание. Переменная  $b$  - неизвестная; выражение  $a$  не содержит неизвестных.

29. Исключение сигнума.

$$\forall_a(-1 + \text{sg}(a) = 0 \leftrightarrow 0 < a)$$

30. Декомпозиция сложной операции, использующая посылку для идентификации подмножества операндов ассоциативно-коммутативной операции.

$$\forall_{ade}(e < 0 \rightarrow \log_a(de) = \log_a(-d) + \log_a(-e))$$

Антецедент идентифицируется с посылкой, указывающей знак подпроизведения  $e$  произведения  $de$ , расположенного под логарифмом.

31. Исключение логарифма.

$$\forall_{cde}(\text{числитель}(e) - \text{even} \ \& \ e - \text{rational} \rightarrow \log_{c^e d^e} |cd| = 1/e)$$

$$\forall_{cde}(\neg(\text{знаменатель}(e) - \text{even}) \ \& \ \neg(\text{числитель}(e) - \text{even}) \ \& \ e - \text{rational} \rightarrow e = \log_{-cd}(-c^e d^e))$$

$$\forall_{abc}(a = -a \log_{b/c}(c) + a \log_{b/c}(b))$$

32. Свертка суммы двух логарифмов с вынесением наружу показателя степени.

$$\forall_{defg}(\neg(\text{знаменатель}(g) - \text{even}) \ \& \ 0 < de \ \& \ g - \text{rational} \rightarrow g \log_f(de) = \log_f(d^g) + \log_f(e^g))$$

Прием применяется справа налево.

33. Упрощение выражения под описателем относительно варьируемой переменной.

$$\forall_{abcd}(d \log_a b + d \log_a c = d \log_a (bc))$$

Сумма логарифмов расположена под описателем, в связывающую приставку которого входит переменная  $x1$ , причем выражения  $b, c$  не содержат переменных этой приставки.

34. Сокращение в сумме двух логарифмов.

$$\forall_{abcde}(b \log_a (d/(ce)) + b \log_a |e| = b \log_a |d/c|)$$

35. Формула приведения.

$$\forall_{abc}(c|a \ \& \ a - \text{целое} \ \& \ c - \text{целое} \rightarrow \sin(b + a\pi/c) = (-1)^{(a/c)} \sin b)$$

36. Исключения модуля под синусом содержащим неизвестные.

$$\forall_{abc}(\sin(c|a|/b) = \sin(ac/b) \cdot \text{sg}(a))$$

37. Свертка константного выражения.

$$\forall_{ab}(a\sqrt{3} \sin b + a \cos b = 2a \sin(b + \pi/6))$$

Прием применяется слева направо. Оба слагаемые константные.

38. Сокращение синусов с модулем.

$$\forall_{abcfgh}(\neg(\text{знаменатель}(c) - \text{even}) \ \& \ \neg(\text{знаменатель}(g) - \text{even}) \ \& \ c - \text{rational} \ \& \ g - \text{rational} \rightarrow f \cdot (\text{sg}(b^c))^g/a = f \cdot \sin(h|b|^c)^g/(a(\sin(hb^c))^g))$$

Прием применяется справа налево.

39. Вынесение сигнума из-под синуса.

$$\forall_{axy}(\sin(x\text{sg}(y)/a) = \sin(x/a)\text{sg}(y))$$

40. Общая стандартизация

$$\forall_{ac}(2a \sin(\pi/6 - c) + a\sqrt{3} \sin c = a \cos c)$$

41. Исключение тангенса.

$$\forall_{bcf}(c \sin b + c \cos b \text{tg} f = c \sin(b + f)/\cos f)$$

42. Свертка конъюнкции.

$$\forall_c(\neg(\sin(2c) = 0) \leftrightarrow \neg(\sin c = 0) \ \& \ \neg(\cos c = 0))$$

Прием применяется справа налево. Заметим, что речь идет о преобразовании именно конъюнкции, а не двух посылок либо условий.

43. Усмотрение неравенства с помощью проверочных операторов.

$$\forall_d(\sin d < 0 \ \& \ \cos d < 0 \rightarrow 0 < \sin(2d))$$

Антецеденты обрабатываются проверочными операторами. Прием имеет заголовок "второйтерм", т.е. заменяет неравенство на константу "истина".

44. Общая стандартизация группы посылок.

$$\forall_c(\neg(\sin c = 0) \ \& \ \sin(2c) = 0 \leftrightarrow \cos c = 0)$$

45. Отбрасывание дизъюнктивного члена.

$$\forall_c(\sin c = 0 \ \vee \ \sin(2c) = 0 \leftrightarrow \sin(2c) = 0)$$

46. Шаг сведения условия задачи на описание к кратным вхождениям единственного неизвестного подтерма.

$$\forall_{ab}(a \sin b + a \cos b = a\sqrt{2} \sin(b + \pi/4))$$

Прием применяется к условию задачи на описание. Выражение  $b$  содержит неизвестные, причем если имеются вхождения неизвестных в это условие, не расположенные в двух заменяемых слагаемых, то все они заключены внутри вхождений выражения  $\sin(b + \pi/4)$ .

47. Прием нормализатора "нормкосинус".

$$\forall_a(\cos(\arccos(a)) = a)$$

48. Общая стандартизация.

$$\forall_{abc}(0 < \cos b \ \& \ 0 \leq a - c \ \& \ \sin b \leq 0 \rightarrow (-\operatorname{tg} b)^c (\cos b)^a = (-\sin b)^c (\cos b)^{a-c})$$

49. Сложение тангенсов.

$$\forall_{aef}(a \operatorname{tg} e + a \operatorname{tg} f = a \sin(e + f) / (\cos e \cos f))$$

50. Сокращенная переформулировка при завершающем редактировании.

$$\forall_{abcfg}(\neg(\text{знаменатель}(b) - \text{even}) \ \& \ b - \text{rational} \rightarrow f \cdot (\operatorname{ctg}(c + g))^b / a = f \cdot (-\operatorname{tg} c \operatorname{tg} g + 1) / (a(\operatorname{tg} c + \operatorname{tg} g)^b))$$

Прием применяется справа налево на этапе редактирования ответа задачи на описание либо на преобразование.

51. Исключение квадрата тангенса.

$$\forall_{ad}(d - d(\operatorname{tg} a)^2 = d \cos(2a) / (\cos a)^2)$$

52. Вынесение степени минус единицы из-под тангенса.

$$\forall_{abc}(b - \text{целое} \rightarrow \operatorname{tg} a (-1)^b / c = (-1)^b \operatorname{tg}(a/c))$$

53. Занесение минуса под тангенс разности при завершающем редактировании ответа.

$$\forall_{bcde}(c \operatorname{tg}(e - d)/b = -c \operatorname{tg}(d - e)/b)$$

54. Арксинус косинуса.

$$\forall_b(b \leq 0 \ \& \ 0 \leq b + \pi \rightarrow \arcsin(\cos(b)) = b + \pi/2)$$

55. Разрешение равенства с арккосинусом относительно неконстантного выражения.

$$\forall_{ab}(\arccos(a) = b \leftrightarrow b - \text{число} \ \& \ a = \cos b \ \& \ 0 \leq b \ \& \ 0 \leq \pi - b)$$

Выражение  $a$  неконстантное, а  $b$  - константное.

56. Равенство нулю разности арктангенсов.

$$\forall_{ac}(-\operatorname{arctg} c + \operatorname{arctg} a = 0 \leftrightarrow a - c = 0)$$

57. Котангенс арктангенса.

$$\forall_b(\operatorname{ctg}(\operatorname{arctg} b) = 1/b)$$

58. Объединение двух условий задачи на описание.

$$\forall_{mn}(m - \text{целое} \ \& \ n - \text{целое} \rightarrow \neg(m = n) \ \& \ n - 1 < m \leftrightarrow n + 1 \leq m)$$

$$\forall_{ab}(a - \text{целое} \ \& \ b - \text{целое} \rightarrow b - 1 < a \ \& \ a \leq b \leftrightarrow a = b)$$

59. Прием проверочного оператора "усмнецелое".

$$\forall_{mn}(m - \text{целое} \ \& \ \neg(n - \text{целое}) \rightarrow \neg(m + n - \text{целое}))$$

60. Исключение несущественной неизвестной.

$$\forall_c(\exists_n(n - \text{натуральное} \ \& \ n \leq c \ \& \ n - \text{число}) \leftrightarrow 1 \leq c)$$

Прием имеет заголовок "связка".

61. Прием проверочного оператора "усмнатуральное".

$$\forall_a(a - \text{натуральное} \rightarrow [a] - \text{натуральное})$$

62. Общая стандартизация утверждения.

$$\forall_{abc}(\neg(c = 0) \ \& \ c - \text{rational} \rightarrow bc/a - \text{rational} \leftrightarrow b/a - \text{rational})$$

$$\forall_b(|b| - \text{rational} \leftrightarrow b - \text{rational})$$

Замена выполняется слева направо.



63. Прием проверочного оператора "усмрациональное".

$$\forall_{bc}(b - \text{rational} \ \& \ c - \text{rational} \leftrightarrow \min(b, c) - \text{rational})$$

64. Прием проверочного оператора "усмнерациональное".

$$\forall_{bc}(c - \text{rational} \ \& \ \neg(b - \text{rational}) \rightarrow \neg(b/c - \text{rational}))$$

65. Делимость на модуль.

$$\forall_{ab}(|b| \mid a \leftrightarrow b \mid a)$$

66. Делимость на частное.

$$\forall_{bde}(e - \text{целое} \rightarrow (d/e) \mid b \leftrightarrow d \mid (be))$$

Прием выполняет общую стандартизацию; замена происходит слева направо.

67. Кванторная свертка.

$$\forall_{mn}(\neg(n = 0) \ \& \ m - \text{целое} \ \& \ n - \text{целое} \rightarrow m \mid n \leftrightarrow \exists_k(\neg(k = 0) \ \& \ n/k = m \ \& \ k - \text{целое}))$$

Замена выполняется справа налево. Прием сопровождается обычными для приемов кванторной свертки фильтрами.

68. Переход от параметрического задания класса к непосредственному.

$$\forall_{am}(m - \text{целое} \rightarrow \text{set}_n(\exists_k(n = km \ \& \ k - \text{целое}) \ \& \ a(n)) = \text{set}_n(n - \text{целое} \ \& \ m \mid n \ \& \ a(n)))$$

69. Приемы проверочного оператора "усмделит".

$$\forall_{km}(k - \text{целое} \rightarrow m \mid km)$$

$$\forall_{ade}(ae \mid d \rightarrow a \mid d/e)$$

70. Прием проверочного оператора "усмнеделит".

$$\forall_{ab}(\neg(b \mid a) \rightarrow \neg(b \mid -a))$$

71. Усмотрение нулевого вычета.

$$\forall_{abc}(a - \text{натуральное} \ \& \ b - \text{натуральное} \ \& \ b \mid c \ \& \ c - \text{целое} \rightarrow (ac)(\text{mod } ab) = 0)$$

72. Кванторная свертка.

$$\forall_{bmn}(n - \text{натуральное} \ \& \ b - \text{целое} \ \& \ m - \text{целое} \rightarrow b(\text{mod } n) = m(\text{mod } n) \rightarrow \exists_a(b = m + an \ \& \ a - \text{целое}))$$

Замена выполняется справа налево. Прием сопровождается обычными для приемов кванторной свертки фильтрами.

73. Сокращенная переформулировка группы условий в задаче на свертку.

$$\forall_{abmn}(a(\bmod \text{нок}(b, n)) = 0 \leftrightarrow a(\bmod b) = 0 \ \& \ a(\bmod n) = 0)$$

Замена выполняется справа налево.

74. Попытка использования параметрического описания при получении частичного ответа.

$$\forall_{kmn}(k \in \{0, \dots, n-1\} \rightarrow k = m(\bmod n) \leftrightarrow \exists_p(m = k + np \ \& \ p - \text{целое}))$$

Прием применяется к условию задачи на описание, имеющей цель "пример" либо цель "параметризация". Переменная  $m$  - неизвестная, не входящая в  $k, n$ .

75. Прием нормализатора "нормвычет".

$$\forall_a(\neg(a - \text{even}) \rightarrow a(\bmod 2) = 1)$$

76. Сумма гиперболических косинусов.

$$\forall_{ce}(0 \leq e - c + 1 \rightarrow \sum_{f=c}^e \text{ch}(f) = (-\text{ch } c - \text{ch } e + \text{ch}(c-1) + \text{ch}(e+1))e/(-e+1)^2)$$

## Приемы по элементарной геометрии

1. Прием проверочного оператора "усмточка".

$$\forall_{aAB}(a \in \text{луч}(AB) \rightarrow a - \text{точка})$$

2. Усмотрение различия диагоналей квадрата проверочным оператором "разныепрямые".

$$\forall_{ABCD}(\text{квадрат}(ABCD) \rightarrow \text{разныепрямые}(\text{прямая}(AC), \text{прямая}(BD)))$$

3. Усмотрение равенства длин пересекающихся отрезков из равенства длин их разностей.

$$\forall_{BCEF}(\text{актив}(l(BC)) \ \& \ \text{актив}(l(EF)) \ \& \ B \in \text{отрезок}(EF) \ \& \ E \in \text{отрезок}(BC) \rightarrow l(BC) = l(EF))$$

4. Исключение описателя "класс".

$$\forall_{AB}(\text{отрезок}(AB) = \text{set}_C(C - \text{точка} \ \& \ \text{точкалуча}(A, B, C) \ \& \ l(AC) \leq l(AB)))$$

5. Из точки на биссектрисе проведены под равными углами отрезки до пересечения со сторонами угла. Тогда расстояния от вершины угла до точек пересечения равны.

$$\forall_{abcd}(\text{разныепрямые}(\text{прямая}(ad), \text{прямая}(ab)) \ \& \ \angle(adb) = \angle(adc) \ \& \ \text{биссектриса}(bacd) \rightarrow l(ab) = l(ac))$$

Прием имеет заголовок "вывод". Расстояния  $l(ab)$ ,  $l(ac)$  уже рассматриваются в задаче.

6. Если две точки находятся по разные стороны от прямой, а третья - по одну сторону с одной из данных двух точек, то она же находится по разные стороны с другой из этих точек.

$$\forall_{ABCDE}(\text{разныестороны}(C, D, \text{прямая}(AB)) \ \& \ \text{однасторона}(C, E, \text{прямая}(AB)) \ \& \ \text{разныепрямые}(\text{прямая}(CA), \text{прямая}(AB)) \ \& \ \text{разныеточки}(C, A) \rightarrow \text{разныестороны}(E, D, \text{прямая}(AB)))$$

7. Соотношения пропорциональности для отрезков, отсекаемых параллельными прямыми.

$$\forall_{ABCDEab}(B \in \text{прямая}(AD) \ \& \ \text{прямая}(DE) \parallel \text{прямая}(BC) \ \& \ C \in \text{прямая}(AE) \ \& \ \text{разныепрямые}(\text{прямая}(AE), \text{прямая}(BC)) \ \& \ al(CE) = bl(BD) \rightarrow al(AC) = bl(AB))$$

Прием имеет заголовок "вывод". Последний антецедент, устанавливающий пропорциональность двух расстояний с известными коэффициентами  $a, b$ , выделен указателем "равно".

$$\forall_{ABCEab}(\text{актив}(l(aA)) \ \& \ \text{актив}(l(bE)) \ \& \ \text{актив}(l(BC)) \ \& \ \text{актив}(l(ab)) \ \& \ \text{актив}(l(AB)) \ \& \ \text{разныепрямые}(\text{прямая}(aA), \text{прямая}(AE)) \ \& \ B \in \text{прямая}(aA) \ \& \ C \in \text{прямая}(AE) \ \& \ \text{прямая}(ab) \parallel \text{прямая}(BC) \ \& \ \text{прямая}(aA) \parallel \text{прямая}(bE) \ \& \ \text{разныестороны}(a, b, \text{прямая}(AE)) \rightarrow (l(aA) + l(bE))l(BC) = l(ab)l(AB))$$

Прием имеет заголовок "вывод". Одно из участвующих в соотношении расстояний имеет тип "неизв", остальные - известны.

8. Усмотрение параллельности прямых из соотношений пропорциональности.

$$\forall_{ABCDE}(\text{разныеточки}(D, E) \ \& \ \text{разныеточки}(B, C) \ \& \ A \in \text{отрезок}(CE) \ \& \ A \in \text{отрезок}(BD) \ \& \ l(AC)l(AD) = l(AB)l(AE) \ \& \ \text{актив}(\text{прямая}(DE)) \rightarrow \text{прямая}(BC) \parallel \text{прямая}(DE))$$

$$\forall_{BCDEab}(\text{разныеточки}(b, B) \ \& \ \text{разныеточки}(a, D) \ \& \ l(aD)l(BC) = l(bB)l(DE) \ \& \ C \in \text{прямая}(bB) \ \& \ E \in \text{прямая}(aD) \ \& \ \text{прямая}(ab) \parallel \text{прямая}(BD) \ \& \ \text{однасторона}(B, D, \text{прямая}(CE)) \ \& \ \text{однасторона}(C, E, \text{прямая}(BD)) \rightarrow \text{прямая}(ab) \parallel \text{прямая}(CE))$$

Приемы имеют заголовок "вывод".

9. Усмотрение перпендикулярности прямых из равенства для разности углов.

$$\forall_{ABCD}(-\angle(ABC) + \angle(BCD) = \pi/2 \ \& \ C \in \text{отрезок}(AD) \ \& \ \text{актив}(\text{прямая}(AD)) \rightarrow \text{прямая}(AB) \perp \text{прямая}(AD))$$

Прием имеет заголовок "вывод". Первый и третий антецеденты идентифицируются с посылками.

## 10. Варианты применения теоремы Менелая.

$\forall_{ABCDEFabcd}$ (разныеточки( $B, D$ ) & разныепрямые(прямая( $AC$ ), прямая( $BC$ )) &  $al(AF) = bl(DF)$  &  $cl(BD) = dl(CD)$  &  $D \in$  отрезок( $BC$ ) &  $E \in$  отрезок( $AC$ ) &  $F \in$  прямая( $AD$ ) &  $F \in$  прямая( $BE$ )  $\rightarrow bdl(CE) = (ac + ad)l(AE)$ )

Прием имеет заголовок "вывод". Расстояния  $AF, DF, BD, CD$ , а также хотя бы одно из расстояний  $CE, AE$  уже рассматриваются в задаче. Известные коэффициенты пропорциональности  $a, b, c, d$  определяются при помощи синтезаторов.

$\forall_{ABCDEFcdef}$ (разныепрямые(прямая( $AC$ ), прямая( $BC$ )) &  $cl(CE) = dl(AE)$  &  $el(BF) = fl(EF)$  &  $D \in$  отрезок( $BC$ ) &  $E \in$  отрезок( $AC$ ) &  $F \in$  прямая( $AD$ ) &  $F \in$  прямая( $BE$ )  $\rightarrow (ce + cf + de)l(DF) = dfl(AF)$ )

Прием имеет заголовок "вывод". Расстояния  $CE, AE, BF, EF$ , а также хотя бы одно из расстояний  $DF, AF$  уже рассматриваются в задаче. Известные коэффициенты пропорциональности  $c, d, e, f$  определяются при помощи синтезаторов.

## 11. Переход от неравенства для углов к неравенству для расстояний.

$\forall_{ABC}(0 \leq -l(AB) + l(BC) \leftrightarrow 0 \leq -\angle(ACB) + \angle(BAC))$

## 12. Соотношения, выводимые при помощи теоремы синусов.

$\forall_{ABCa}$ (актив( $\angle(BAC)$ ) & актив( $l(AC)$ ) & актив( $\angle(BaC)$ ) & актив( $l(aC)$ ) &  $\angle(aBC) = \angle(ABC) \rightarrow \sin(\angle(BAC))l(AC) = \sin(\angle(BaC))l(aC)$ )

$\forall_{defg}$ (актив( $\angle(efg)$ ) & актив( $l(de)$ ) & актив( $l(fg)$ ) & актив( $\angle(dge)$ ) & актив( $l(dg)$ ) & актив( $l(ef)$ ) &  $e \in$  отрезок( $df$ )  $\rightarrow \sin(\angle(efg))l(de)l(fg) = \sin(\angle(dge))l(dg)l(ef)$ )

$\forall_{defg}$ (актив( $\angle(efg)$ ) & актив( $l(fg)$ ) & актив( $\angle(edg)$ ) & актив( $l(dg)$ ) &  $l(de) = l(ef)$  & прямая( $df$ )  $\parallel$  прямая( $eg$ )  $\rightarrow \sin(\angle(efg))l(fg) = \sin(\angle(edg))l(dg)$ )

$\forall_{defg}$ (актив( $\angle(fdg)$ ) & актив( $l(dg)$ ) & актив( $\angle(feg)$ ) & актив( $l(ef)$ ) & разныепрямые(прямая( $df$ ), прямая( $eg$ )) & прямая( $df$ )  $\parallel$  прямая( $eg$ ) & разныестороны( $d, e$ , прямая( $fg$ ))  $\rightarrow \sin(\angle(fdg))l(dg) = \sin(\angle(feg))l(ef)$ )

$\forall_{defg}$ (актив( $\angle(dgf)$ ) & актив( $l(dg)$ ) & актив( $l(eg)$ ) & актив( $\angle(efg)$ ) & актив( $l(df)$ ) & актив( $l(ef)$ ) & разныепрямые(прямая( $df$ ), прямая( $eg$ )) & прямая( $df$ )  $\parallel$  прямая( $eg$ ) & разныестороны( $d, e$ , прямая( $fg$ ))  $\rightarrow \sin(\angle(dgf))l(dg)l(eg) = \sin(\angle(efg))l(df)l(ef)$ )

Приемы имеют заголовок "вывод". Используются, если один из числовых атомов не известен, а остальные известны.

## 13. Два треугольника с вертикальными углами.

$\forall_{defgh}$ (актив( $l(de)$ ) & актив( $l(dg)$ ) & актив( $l(df)$ ) & актив( $l(dh)$ ) & актив( $l(gh)$ ) & актив( $l(ef)$ ) &  $d \in$  отрезок( $eh$ ) &  $d \in$  отрезок( $fg$ )  $\rightarrow (l(de)l(dg) - l(df)l(dh))(l(df)l(dg) - l(de)l(dh)) = l(gh)^2l(de)l(df) - l(ef)^2l(dg)l(dh)$ )

Прием имеет заголовок "вывод". Одно из участвующих в соотношении расстояний имеет тип "неизв", остальные - известны.

14. Усмотрение точки пересечения двух биссектрис отрезку третьей биссектрисы.

$$\forall_{ABCDEFG}(\text{разныепрямые}(\text{прямая}(AB), \text{прямая}(AC)) \& D \in \text{прямая}(AB) \& E \in \text{прямая}(BC) \& F \in \text{прямая}(AC) \& G \in \text{прямая}(BF) \& G \in \text{прямая}(CD) \& \text{биссектриса}(ABCF) \& \text{биссектриса}(ACBD) \& \text{биссектриса}(BACE) \rightarrow G \in \text{отрезок}(AE))$$

Прием имеет заголовок "вывод".

15. Исключение несущественной неизвестной (усмотрение существования точки пересечения трех биссектрис).

$$\forall_{ABCDEFG}(\Delta(ABC) \& \text{биссектриса}(BACE) \& E \in \text{прямая}(BC) \& \text{биссектриса}(ABCF) \& F \in \text{прямая}(AC) \& \text{биссектриса}(ACBD) \& D \in \text{прямая}(AB) \rightarrow \exists_G(G - \text{точка} \& G \in \text{отрезок}(AE) \& G \in \text{отрезок}(BF) \& G \in \text{отрезок}(CD))$$

Прием имеет заголовок "связка".

16. Соотношения для двух треугольников со смежной стороной, один из которых - прямоугольный.

$$\forall_{defg}(\text{актив}(\angle(efg)) \& \text{актив}(l(fg)) \& \text{актив}(l(dg)) \& l(de) = l(ef) \& \text{прямая}(de) \perp \text{прямая}(dg) \& \text{прямая}(df) \parallel \text{прямая}(eg) \rightarrow \sin(\angle(efg))l(fg) = l(dg))$$

$$\forall_{defg}(\text{актив}(\angle(dfg)) \& \text{актив}(l(de)) \& \text{актив}(l(fg)) \& \text{актив}(l(dg)) \& \text{актив}(l(eg)) \& e \in \text{отрезок}(df) \& \text{прямая}(dg) \perp \text{прямая}(eg) \rightarrow \sin(\angle(dfg))l(de)l(fg) = l(dg)l(eg))$$

$$\forall_{defgh}(\text{актив}(l(gh)) \& \text{актив}(l(dg)) \& \text{актив}(l(dh)) \& \text{актив}(l(df)) \& \text{актив}(l(de)) \& d \in \text{отрезок}(eh) \& d \in \text{отрезок}(fg) \& \text{прямая}(ef) \perp \text{прямая}(eh) \rightarrow (-l(gh))^2 + l(dg)^2 + l(dh)^2 l(df) = 2l(de)l(dg)l(dh))$$

Приемы имеют заголовок "вывод".

17. Равные отрезки, отложенные на боковых сторонах равнобедренного треугольника от его основания.

$$\forall_{abcCF}(\text{актив}(l(cC)) \& \text{актив}(l(aF)) \& l(ab) = l(bc) \& l(aC) = l(cF) \& \text{точкалуча}(a, b, C) \& \text{точкалуча}(c, b, F) \rightarrow l(cC) = l(aF))$$

Прием имеет заголовок "вывод".

18. Равенство двух прямоугольных треугольников по гипотенузе и острому углу.

$$\forall_{abcABC}(l(bc) = l(BC) \& \angle(abc) = \angle(ABC) \& \text{прямая}(ab) \perp \text{прямая}(ac) \& \text{прямая}(AB) \perp \text{прямая}(AC) \rightarrow l(AC) = l(ac))$$

Прием имеет заголовок "вывод". Расстояния  $l(AC)$ ,  $l(ac)$  уже рассматриваются в задаче.

19. Признаки равенства треугольников, имеющих общую сторону либо общий угол.

Хотя имеются общие признаки равенства треугольников, но их идентификация трудоемка, так как априори неясно, какие именно треугольники нужно рассматривать. Если же треугольники имеют общую сторону либо общий угол, то идентификация упрощается, и для этих случаев были созданы отдельные приемы. Часть таких приемов создавалась вручную; генератор приемов существенно пополнил их запасы. Здесь мы приводим лишь несколько таких приемов.

$$\forall_{BDEF}(\text{актив}(\angle(DBF)) \ \& \ \text{актив}(\angle(DEF)) \ \& \ l(BD) = l(DE) \ \& \ \angle(BDF) = \angle(EDF) \rightarrow \angle(DBF) = \angle(DEF))$$

$$\forall_{BCEF}(\text{актив}(l(BC)) \ \& \ \text{актив}(l(EF)) \ \& \ l(BF) = l(CE) \ \& \ \angle(BEC) = \angle(EBF) \rightarrow l(BC) = l(EF))$$

$$\forall_{ACEF}(\text{актив}(l(CE)) \ \& \ \text{актив}(l(EF)) \ \& \ l(AC) = l(AF) \ \& \ \angle(CAE) = \angle(EAF) \rightarrow l(CE) = l(EF))$$

$$\forall_{abcde}(\text{актив}(l(bd)) \ \& \ \text{актив}(l(ce)) \ \& \ l(ab) = l(ae) \ \& \ l(ae) = l(ad) \ \& \ \text{точкалуча}(a, b, c) \ \& \ \text{точкалуча}(a, d, e) \rightarrow l(bd) = l(ce))$$

20. Высоты параллелограмма относятся как его стороны.

$$\forall_{ABCEDEFabcd}(a \ \text{инпрямая}(CD) \ \& \ b \ \text{инпрямая}(AB) \ \& \ E \ \text{инпрямая}(BC) \ \& \ F \in \text{прямая}(AD) \ \& \ \text{прямая}(ab) \perp \text{прямая}(AB) \ \& \ \text{прямая}(AD) \perp \text{прямая}(EF) \ \& \ \text{прямая}(AB) \parallel \text{прямая}(CD) \ \& \ \text{прямая}(AD) \parallel \text{прямая}(BC) \ \& \ cl(EF) = dl(ab) \rightarrow cl(AB) = dl(AD))$$

Прием имеет заголовок "вывод". Последний антецедент выделен указателем "равно".

21. Усмотрение ромба в параллелограмме с перпендикулярными диагоналями.

$$\forall_{ABCD}(\text{параллелограмм}(ABCD) \ \& \ \text{прямая}(AC) \perp \text{прямая}(BD) \rightarrow \text{ромб}(ABCD))$$

22. Исключение несущественной неизвестной.

$$\forall_{ABCD}(\text{ромб}(ABCD) \rightarrow \exists_E(E \text{ — точка} \ \& \ E \in \text{отрезок}(BD) \ \& \ E \ \text{инотрезок}(AC)))$$

Прием имеет заголовок "связка".

23. Усмотрение четырехугольника в прямоугольнике.

$$\forall_{ABCD}(\text{прямоугольник}(ABCD) \rightarrow \text{четыреугольник}(ABCD))$$

Прием имеет заголовок "второйтерм".

24. Усмотрение квадрата в прямоугольнике с равными сторонами.

$$\forall_{ABCD}(-l(BC) + l(AB) = 0 \ \& \ \text{прямоугольник}(ABCD) \rightarrow \text{квадрат}(ABCD))$$

Прием имеет заголовок "вывод". Первый антецедент выделен указателем "идентификатор".

25. Середина диагонали квадрата принадлежит другой диагонали.

$$\forall_{ABCDE}(-l(CE) + l(AE) = 0 \ \& \ E \in \text{прямая}(AC) \ \& \ \text{квадрат}(ABCD) \rightarrow E \in \text{отрезок}(BD))$$

Прием имеет заголовок "вывод". Первый антецедент выделен указателем "идентификатор".

26. Расшифровка условия "трапеция( $ABCD$ )" задачи на доказательство.

$$\forall_{ABCD}(\text{трапеция}(ABCD) \leftrightarrow \text{четыреугольник}(ABCD) \ \& \ \text{прямая}(BC) \parallel \text{прямая}(AD) \ \& \ \neg(\text{прямая}(AB) \parallel \text{прямая}(CD)) \ \& \ \angle(BAD) \leq \pi/2 \ \& \ \angle(ADC) \leq \pi/2)$$

27. Если хорды равны, то равны и углы между хордой и радиусом.

$$\forall_{abcdef}(l(cd) = l(ef) \ \& \ c \in \text{окружность}(ab) \ \& \ d \in \text{окружность}(ab) \ \& \ e \in \text{окружность}(ab) \ \& \ f \in \text{окружность}(ab) \rightarrow \angle(acd) = \angle(aef))$$

Прием имеет заголовок "вывод". Первые два антецедента идентифицируются непосредственно, остальные - выделены указателем "усм".

28. Усмотрение принадлежности окружности точки, возникающей при рассмотрении биссектрисы центрального угла.

$$\forall_{cefgh}(\angle(cef) = \angle(ehf) \ \& \ e \in \text{окружность}(fg) \ \& \ h \in \text{окружность}(fg) \ \& \ \text{биссектриса}(hfce) \rightarrow l(cf) = l(fg))$$

29. Принадлежность хорде проекции точки дуги.

$$\forall_{ABCDEFGF}(\text{окружность}(AB) \text{ описана около фигура}(CDE) \ \& \ \text{прямая}(CD) \perp \text{прямая}(EF) \ \& \ \text{разныестороны}(E, A, \text{прямая}(CD)) \ \& \ F \text{ проекция}(CD) \rightarrow F \in \text{отрезок}(CD))$$

30. Прямоугольный треугольник, дополняющий описанный треугольник до трапеции.

$$\forall_{defgDE}(\text{актив}(l(dg)) \ \& \ \text{актив}(l(DE)) \ \& \ \text{актив}(l(ef)) \ \& \ \text{актив}(l(fg)) \ \& \ \text{разныепрямые}(\text{прямая}(df), \text{прямая}(eg)) \ \& \ \text{прямая}(df) \perp \text{прямая}(dg) \ \& \ \text{прямая}(df) \parallel \text{прямая}(eg) \ \& \ \text{окружность}(DE) \text{ описана около фигура}(efg) \ \& \ \text{разныестороны}(d, e, \text{прямая}(fg)) \rightarrow 2l(dg)l(DE) = l(ef)l(fg))$$

$$\forall_{defgDE}(\text{актив}(l(dg)) \ \& \ \text{актив}(l(DE)) \ \& \ \text{актив}(l(df)) \ \& \ \text{актив}(l(ef)) \ \& \ \text{разныепрямые}(\text{прямая}(df), \text{прямая}(eg)) \ \& \ \text{прямая}(dg) \perp \text{прямая}(fg) \ \& \ \text{прямая}(df) \parallel \text{прямая}(eg) \ \& \ \text{окружность}(DE) \text{ описана около фигура}(efg) \ \& \ \text{разныестороны}(d, e, \text{прямая}(fg)) \rightarrow 2l(dg)l(DE) = l(df)l(ef))$$

31. Усмотрение окружности, описанной около четырехугольника.

$$\forall_{ABCDE}(\text{разныеточки}(A, E) \ \& \ l(AE) = l(DE) \ \& \ l(BE) = l(DE) \ \& \ l(CE) = l(DE) \ \& \ \text{четыреугольник}(ABCD) \ \& \ \text{актив}(\text{окружность}(EA)) \rightarrow \text{окружность}(EA) \text{ описана около фигура}(ABCD))$$

32. Расшифровка по определению проверяемого условия.

$$\forall_{ABCDEa}(A - \text{точка} \ \& \ B - \text{точка} \ \& \ C - \text{точка} \ \& \ \Delta(ABC) \ \& \\ a = \text{окружность}(DE) \rightarrow \text{окружность}(DE) \text{ вписана в фигура}(ABC) \leftrightarrow \\ \text{отрезок}(AB) - \text{касательная к}(a) \ \& \ \text{отрезок}(BC) - \text{касательная к}(a) \ \& \\ \text{отрезок}(AC) - \text{касательная к}(a))$$

33. Проекция центра вписанной окружности лежит на стороне треугольника.

$$\forall_{ABCDEF}(F \in \text{прямая}(AC) \ \& \ B - \text{точка} \ \& \ \text{прямая}(AC) \perp \text{прямая}(DF) \ \& \\ \text{окружность}(DE) \text{ вписана в фигура}(ABC) \rightarrow F \in \text{отрезок}(AC))$$

34. Два треугольника с примыкающими основаниями и боковыми сторонами.

$$\forall_{adefg}(\text{актив}(\angle(dfg)) \ \& \ \text{актив}(l(de)) \ \& \ \text{актив}(l(fg)) \ \& \ \text{актив}(\angle(dae)) \ \& \\ \text{актив}(l(ad)) \ \& \ \text{актив}(l(eg)) \ \& \ e \in \text{отрезок}(df) \ \& \ g \in \text{отрезок}(ae) \rightarrow \\ \sin(\angle(dfg))l(de)l(fg) = \sin(\angle(dae))l(ad)l(eg))$$

35. Перпендикуляр, проведенный к касательной в точке касания, проходит через центр окружности.

$$\forall_{ABCDEef}(E \in \text{прямая}(ef) \ \& \ E \in \text{прямая}(CD) \ \& \ E \in \text{окружность}(AB) \ \& \\ \text{прямая}(ef) \perp \text{прямая}(CD) \ \& \ \text{прямая}(CD) - \text{касательная к окружность}(AB) \rightarrow \\ A \in \text{прямая}(ef))$$

### Приемы по аналитической геометрии

1. Вычитание векторов с общим концом.

$$\forall_{abC}(\text{вектор}(aC) - \text{вектор}(ab) = \text{вектор}(bC))$$

2. Преобразование условия ортогональности векторов в условие перпендикулярности прямых.

$$\forall_{ABCD}(\neg(A = B) \ \& \ \neg(C = D) \rightarrow \text{вектор}(AB) \perp \text{вектор}(CD) \leftrightarrow \\ \text{прямая}(AB) \perp \text{прямая}(CD))$$

3. Исключение квантора.

$$\forall_{ax}(\neg(a = \text{вектор}0) \ \& \ \text{Вектор}(x) \rightarrow \text{коллинеарны}(a, x) \leftrightarrow \\ \exists_y(x = ya \ \& \ y - \text{число}))$$

Замена выполняется справа налево.

4. Решение простейшего векторного уравнения.

$$\forall_{acd}(\text{Вектор}(d) \rightarrow d = ac \leftrightarrow \neg(a = 0) \ \& \ c = (1/a)d \vee a = 0 \ \& \ d = \text{вектор}0)$$

Прием имеет заголовок "второйтерм" и применяется к условию задачи на описание либо посылке задачи на исследование. Выражение  $c$  содержит неизвестные, а выражения  $a, d$  - не содержат.



5. Вывод соотношения пропорциональности для длин векторов из соотношения пропорциональности для векторов.

$$\forall_{abcd}(ab = cd \rightarrow |a|_{\text{длина}}(b) = |c|_{\text{длина}}(d))$$

Прием имеет заголовок "вывод".  $b, d$  - векторы;  $a, c$  - числа.

6. Усмотрение равенства нулю скалярного произведения ортогональных векторов.

$$\forall_{ab}(a \perp b \rightarrow \text{скалумнож}(a, b) = 0)$$

Прием имеет заголовок "второйтерм".

7. Скалярное произведение коллинеарных векторов.

$$\forall_{cde}(\neg(d = 0) \ \& \ \text{однонаправлены}(c, de) \rightarrow \text{скалумнож}(c, e) = \text{длина}(c)\text{длина}(e) \cdot \text{sg}(d))$$

Прием имеет заголовок "вывод". Указатель "контрольвывода" инициирует его срабатывание при усмотрении выражения "скалумнож( $c, e$ )". Второй антецедент идентифицируется с посылкой.

8. Сведение угла между векторами к обычному углу.

$$\forall_{abcC}(\text{разныеточки}(a, b) \ \& \ \text{разныеточки}(c, C) \ \& \ a \in \text{отрезок}(bc) \rightarrow \text{уголмежду}(\text{вектор}(ab), \text{вектор}(cC)) = \angle(bcC))$$

Прием имеет заголовок "вывод". Указатель "контрольвывода" инициирует его срабатывание при усмотрении выражения "уголмежду(вектор( $ab$ ), вектор( $cC$ ))".

9. Исключение несущественной неизвестной.

$$\forall_{be}(\text{однонаправлены}(b, e) \rightarrow \exists_a(\text{Вектор}(a) \ \& \ \text{однонаправлены}(a, b) \ \& \ \text{однонаправлены}(a, e)))$$

Прием имеет заголовок "связка".

10. Координаты суммы векторов.

$$\forall_{abceglmK}(\text{коорд}(c, K) = (l, m) \ \& \ \text{коорд}(a, K) = (e, g) \ \& \ b = c + a \rightarrow \text{коорд}(b, K) = (e + l, g + m))$$

Прием имеет заголовок "вывод". Первый и последний антецеденты идентифицируются с посылками. Выражения  $e, l, g, m$  не содержат невырожденных числовых атомов.

11. Отбрасывание минуса перед вектором.

$$\forall_{abcK}(b\text{—число} \ \& \ c\text{—число} \ \& \ \text{Вектор}(a) \rightarrow \text{коорд}(-a, K) = (b, c) \leftrightarrow \text{коорд}(a, K) = (-b, -c))$$

Прием имеет заголовок "второйтерм".

12. Вывод соотношения для координат вектора, параллельного прямой, проходящей через заданные точки.

$$\forall_{defgjkpqB}(\text{коорд}(B, l) = (p, q) \ \& \ B \parallel \text{прямая}(jk) \ \& \ \text{Вектор}(B) \ \& \ \text{коорд}(j, l) = (d, e) \ \& \ \text{коорд}(k, l) = (f, g) \rightarrow (g - e)p + (d - f)q = 0)$$

Прием имеет заголовок "вывод". Все антецеденты, кроме третьего, идентифицируются с посылками.

13. Усмотрение отрицательного скалярного произведения, если угол между векторами тупой.

$$\forall_{ABCKefgh}(\text{разныеточки}(A, B) \ \& \ \text{разныеточки}(A, C) \ \& \ \text{коорд}(\text{вектор}(AB), K) = (f, g) \ \& \ \text{коорд}(\text{вектор}(AC), K) = (e, h) \ \& \ \pi/2 < \angle(BAC) \ \& \ \text{прямкоорд}(K) \rightarrow ef + gh < 0)$$

Прием имеет заголовок "вывод". Три последних антецедента идентифицируются с посылками.

14. Определение координат суммы векторов.

$$\forall_{acqirszk}(\text{коорд}(c, K) = (r, s, z) \ \& \ \text{коорд}(a, K) = (g, i, q) \rightarrow \text{коорд}(c + a, K) = (g + r, i + s, q + z))$$

Прием имеет заголовок "второйтерм". Оба антецедента выделены указателем "идентификатор".

15. Связь между координатами пропорциональных векторов.

$$\forall_{abcdghjrK}(\text{коорд}(a, K) = (h, j, r) \ \& \ \text{коорд}(ga, K) = (b, c, d) \rightarrow b = gh)$$

Прием имеет заголовок "вывод". Антецеденты идентифицируются с посылками.

16. Соотношение для координат вершин прямоугольного треугольника.

$$\forall_{ABCabcdefimnp}(\text{коорд}(A, i) = (a, b, c) \ \& \ \text{коорд}(B, i) = (d, e, f) \ \& \ \text{коорд}(C, i) = (m, n, p) \ \& \ \text{прямая}(AB) \perp \text{прямая}(AC) \ \& \ \text{прямкоорд}(i) \rightarrow (d - a)(m - a) + (e - b)(n - b) + (f - c)(p - c) = 0)$$

Прием имеет заголовок "вывод". Все антецеденты, кроме четвертого, выделенного указателем "усм", идентифицируются с посылками.

17. Концы вертикально направленного вектора.

$$\forall_{dej}(d - \text{точка} \ \& \ e - \text{точка} \ \& \ \text{прямкоорд}(j) \ \& \ \text{вертикнапр}(\text{вектор}(de), j) \rightarrow \text{крд}(d, j, 3) = \text{крд}(e, j, 3) \leftrightarrow d = e)$$

Прием имеет заголовок "второйтерм". Третий антецедент идентифицируется непосредственно, остальные - обрабатываются проверочными операторами.

$$\forall_{bcK}(\text{вертикнапр}(\text{вектор}(bc), K) \ \& \ \text{Трехмерн}(K) \rightarrow \text{крд}(b, K, 1) = \text{крд}(c, K, 1))$$

Прием имеет заголовок "вывод".

18. Переформулировка посылки через координаты.

$$\forall_{bcK}(\text{Трехмерн}(K) \rightarrow \text{влево}(\text{вектор}(bc), K) \leftrightarrow \text{крд}(b, K, 2) = \text{крд}(c, K, 2) \& \text{крд}(b, K, 3) = \text{крд}(c, K, 3) \& 0 \leq -\text{крд}(c, K, 1) + \text{крд}(b, K, 1))$$

Прием имеет заголовок "второйтерм".

19. Отбрасывание множителя перед вектором.

$$\forall_{bce}(b < 0 \& \text{Трехмерн}(e) \rightarrow \text{вправо}(bc, e) \leftrightarrow \text{влево}(c, e))$$

Прием имеет заголовок "второйтерм".

20. Условие на коэффициенты уравнений параллельных прямых.

$$\forall_{ABKabcdef}(\text{коорд}(A, K) = \text{set}_{xy}(c + ax + by = 0 \& x - \text{число} \& y - \text{число}) \& \text{коорд}(B, K) = \text{set}_{uv}(f + du + ev = 0 \& u - \text{число} \& v - \text{число}) \& \text{Прямая}(A) \& \text{Прямая}(B) \& A \parallel B \rightarrow ae - bd = 0)$$

Прием имеет заголовок "вывод". Заметим, что при вводе приемов по аналитической геометрии вручную прямые задавались только выражением "прямая(...)". Система вывода теорем получила альтернативные их версии, где прямая обозначалась переменной. Приемы, основанные на таких версиях, в итоге заменили многие из первоначально созданных приемов. Этим и объясняется то, что многие приводимые далее приемы для прямых попали в разряд "автоматически созданных", хотя их аналоги имелись до этого.

21. Переформулировка условия задачи через координаты.

$$\forall_{ABKabcdeper}(\text{коорд}(e, K) = \text{set}_{xy}(r + px + qy = 0 \& x - \text{число} \& y - \text{число}) \& \text{коорд}(A, K) = (a, b) \& \text{коорд}(B, K) = (c, d) \& \text{Прямая}(e) \rightarrow \text{однасторона}(A, B, e) \leftrightarrow 0 \leq (r + ap + bq)(r + cp + dq))$$

Прием имеет заголовок "второйтерм" и применяется к подутверждению условия задачи. Первые три антецедента идентифицируются с утверждениями из контекста, последний - обрабатывается проверочными операторами.

22. Вывод неравенства на координаты точек, расположенных по одну сторону от прямой.

$$\forall_{ABKabcdeper}(\text{коорд}(e, K) = \text{set}_{xy}(r + px + qy = 0 \& x - \text{число} \& y - \text{число}) \& \text{коорд}(A, K) = (a, b) \& \text{коорд}(B, K) = (c, d) \& \text{Прямая}(e) \& \text{однасторона}(A, B, e) \rightarrow 0 \leq (r + ap + bq)(r + cp + dq))$$

Прием имеет заголовок "вывод". Второй и третий антецеденты выделены указателем "идентификатор", остальные - идентифицируются с посылками.

23. Переход от параметрического задания уравнения прямой в пространстве к стандартному.

$$\forall_{abcdef}(\neg(d^2 + e^2 + f^2 = 0) \rightarrow \text{set}_{xyz}(x - \text{число} \& y - \text{число} \& z - \text{число} \& \text{пропорцнаборы}((d, e, f), (x - a, y - b, z - c))) = \text{set}_{xyz}(\exists_g(x = a + dg \& y = b + eg \& z = c + fg \& g - \text{число})))$$

$\forall_{abcd}(\neg(d^2 + f^2 = 0) \rightarrow \text{set}_{xyz}(x - \text{число} \ \& \ y - \text{число} \ \& \ z - \text{число} \ \& \ \text{пропорцнаборы}((d, 0, f), (x - a, y - b, z - c))) = \text{set}_{xyz}(\exists_g(x = a + dg \ \& \ z = c + fg \ \& \ g - \text{число}) \ \& \ y = b))$

Замена выполняется справа налево.

24. Соотношения для коэффициентов уравнений параллельных прямых.

$\forall_{Kabcd}(\text{коорд}(i, K) = \text{set}_{xyz}(x - \text{число} \ \& \ y - \text{число} \ \& \ z - \text{число} \ \& \ \text{пропорцнаборы}((d, e, f), (a + x, b + y, c + z))) \ \& \ \text{коорд}(j, K) = \text{set}_{uvw}(u - \text{число} \ \& \ v - \text{число} \ \& \ w - \text{число} \ \& \ \text{пропорцнаборы}((p, q, r), (g + u, h + v, k + w))) \ \& \ \text{Прямая}(i) \ \& \ \text{Прямая}(j) \ \& \ i \parallel j \rightarrow dq - ep = 0 \ \& \ dr - fp = 0 \ \& \ er - fq = 0)$

Прием имеет заголовок "вывод".

25. Условие параллельности прямой и плоскости.

$\forall_{CDEK}(\text{коорд}(g, K) = \text{set}_{xyz}(x - \text{число} \ \& \ y - \text{число} \ \& \ z - \text{число} \ \& \ \text{пропорцнаборы}((d, e, f), (a + x, b + y, c + z))) \ \& \ \text{коорд}(\text{плоскость}(CDE), K) = \text{set}_{uvw}(s + pu + qv + rw = 0 \ \& \ u - \text{число} \ \& \ v - \text{число} \ \& \ w - \text{число}) \ \& \ \text{Прямая}(g) \rightarrow g \parallel \text{плоскость}(CDE) \leftrightarrow dp + eq + fr)$

Прием имеет заголовок "второйтерм" и применяется к условию задачи.

26. Расшифровка содержащего неизвестные условия задачи на описание.

$\forall_E(\text{эллипс}(E) \leftrightarrow \exists_{Kab}(\text{прямокоорд}(K) \ \& \ a - \text{число} \ \& \ b - \text{число} \ \& \ 0 < b \ \& \ 0 \leq a - b \ \& \ \text{коорд}(E, K) = \text{set}_{xy}(x^2/a^2 + y^2/b^2 = 1 \ \& \ x - \text{число} \ \& \ y - \text{число}))$

## Приемы по линейной алгебре

1. Прием проверочного оператора, усматривающего перестановку.

$\forall_{Af}(\text{конечное}(A) \ \& \ \text{Dom}(f) = \{1, \dots, \text{card}(A)\} \ \& \ \text{Val}(f) = A \rightarrow \text{перестановка}(f, A))$

2. Вынесение наружу численного коэффициента при умножении матриц.

$\forall_{bcdkmn}(c - \text{число} \ \& \ \text{матр}(b, a, n, k) \ \& \ \text{матр}(d, e, m, f) \ \& \ \mathbb{R} = a \ \& \ \mathbb{R} = e \ \& \ n = f \rightarrow (cd)b = c(db))$

Прием имеет заголовок "второйтерм". Рассматриваются две различных операции умножения - операция умножения числовой функции на число "числокоэфф" и операция умножения матриц "умножматр". Второй и третий antecedенты обрабатываются пакетным синтезатором определения параметров матрицы.

3. Умножение на единичную матрицу.

$\forall_{aem}(\text{матр}(a, b, m, c) \ \& \ \mathbb{R} = b \ \& \ e = c \rightarrow a \cdot \text{единичнматр}(e) = a)$

Прием имеет заголовок "второйтерм".

4. Умножение на скалярную матрицу.

$$\forall_{bcfk}(c - \text{число} \ \& \ \text{матр}(b, a, d, k) \ \& \ \mathbb{R} = a \ \& \ f = d \rightarrow \text{скалярнматр}(c, f) \cdot b = cb)$$

Прием имеет заголовок "второйтерм".

5. Прием проверочного оператора, усматривающего матрицу.

$$\forall_{abkln}(\text{матр}(a, \mathbb{R}, l, n) \ \& \ \text{матр}(b, \mathbb{R}, n, k) \rightarrow \text{матр}(ab, \mathbb{R}, l, k))$$

## Приемы по математическому анализу

1. Предел последовательности.

Обычно пределы последовательностей вычисляются решателем путем обращения к нормализатору "нормпредел", определяющему пределы функций вещественной переменной. Если это не срабатывает, предусмотрены дополнительные приемы. В частности, приемы, декомпозирующие вычисление предела для случаев суммы, умножения, и т.п. Генератор приемов предложил несколько таких приемов. Приведем часть из них.

$$\forall_{abfg}(\lim(\lambda_c(f(c), c - \text{натуральное})) = a \ \& \ \lim(\lambda_c(g(c), c - \text{натуральное})) = b \ \& \ a - \text{число} \ \& \ b - \text{число} \rightarrow \lim(\lambda_c(f(c)g(c), c - \text{натуральное})) = ab)$$

$$\forall_{abfg}(\lim(\lambda_c(f(c), c - \text{натуральное})) = a \ \& \ \lim(\lambda_c(g(c), c - \text{натуральное})) = b \ \& \ \neg(b = 0) \ \& \ a - \text{число} \ \& \ b - \text{число} \rightarrow \lim(\lambda_c(f(c)/g(c), c - \text{натуральное})) = a/b)$$

$$\forall_{af}(\lim(\lambda_c(f(c), c - \text{натуральное})) = a \ \& \ a - \text{число} \rightarrow \lim(\lambda_c(|f(c)|, c - \text{натуральное})) = |a|)$$

Приемы имеют заголовок "второйтерм".

2. Усмотрение сходимости последовательностей

Несколько приемов были созданы для проверочного оператора "усмсходится".

$$\forall_{adg}(\text{сходится}(g) \ \& \ \text{последовательность}(g, \mathbb{R}) \rightarrow \text{сходится}(\lambda_n(ag(n)/d, n - \text{натуральное})))$$

$$\forall_{f,g}(\text{сходится}(f) \ \& \ \text{сходится}(g) \ \& \ \text{последовательность}(f, \mathbb{R}) \ \& \ \text{последовательность}(g, \mathbb{R}) \rightarrow \text{сходится}(\lambda_n(f(n)g(n), n - \text{натуральное})))$$

3. Вывод определения условия сохранения знака в окрестности точки.

$$\forall_{af}(a - \text{число} \ \& \ \text{сохрзнака}(f, a) \rightarrow \exists_b(b - \text{число} \ \& \ 0 < b \ \& \ \text{Окрестн}(a, b, 0) \subseteq \text{Dom}(f) \ \& \ \forall_{xy}(x \in (a - b, a) \ \& \ y \in (a, a + b) \rightarrow 0 < f(x)f(y)))$$

Прием применяется в задачах на доказательство либо на исследование.

4. Приемы проверочного оператора "переменазнака".

$$\forall_{ade}(\text{переменазнака}(\lambda_c(e(c), d(c)), a) \rightarrow \text{переменазнака}(\lambda_c(\arcsin e(c), d(c)), a))$$

$$\forall_{adeg}(\neg(e = 0) \& \text{переменазнака}(\lambda_c(g(c), d(c)), a) \rightarrow \text{переменазнака}(\lambda_c(eg(c), d(c)), a))$$

$$\forall_{adeg}(\text{переменазнака}(\lambda_c(g(c), d(c)), a) \rightarrow \text{переменазнака}(\lambda_c(g(c/e), d(c)), a))$$

5. Вывод определения ограниченности функции на множестве.

$$\forall_{fA}(\text{ограничена}(f, A) \rightarrow \exists_b(b - \text{число} \& \forall_x(x \in A \rightarrow |f(x)| < b))$$

Прием применяется в задачах на доказательство либо на исследование.

6. Попытка использования параметрического описания при подборе примера.

$$\forall_{fA}(\text{ограничена}(f, A) \leftrightarrow \exists_b(b - \text{число} \& \forall_x(x \in A \rightarrow |f(x)| < b))$$

Прием имеет заголовок "параметризация". Он применяется к содержащему неизвестные условию задачи на описание, имеющей цель "пример" либо "параметризация".

7. Приемы проверочного оператора "усмогранаена". Приводятся лишь несколько приемов.

$$\forall_{cdA}(\text{ограничена}(\lambda_a(d(a), c(a)), A) \rightarrow \text{ограничена}(\lambda_a(-d(a), c(a)), A))$$

$$\forall_{cdeA}(\text{ограничена}(\lambda_a(d(a), c(a)), A) \& \text{ограничена}(\lambda_a(e(a), c(a)), A) \rightarrow \text{ограничена}(\lambda_a(d(a) + e(a), c(a)), A))$$

$$\forall_{cdeA}(\neg(\text{точкаприкосн}(0, \text{Val}(\lambda_a(e(a), c(a)))))) \& \text{ограничена}(\lambda_a(d(a), c(a)), A) \rightarrow \text{ограничена}(\lambda_a(d(a)/e(a), c(a)), A))$$

$$\forall_{cdA}(\text{ограничена}(\lambda_a(\arccos d(a), c(a)), A))$$

8. Приемы проверочного оператора "усмубывает".

$$\forall_{acde}(0 \leq d(b) \& 0 < e(b) \& \text{невозрастает}(\lambda_b(e(b), c(b)), a) \& \text{убывает}(\lambda_b(d(b), c(b)), a) \rightarrow \text{убывает}(\lambda_b(d(b)e(b), c(b)), a))$$

Антецеденты обрабатываются проверочными операторами, причем первым двум операторам передаются дополнительные посылки " $c(b)$ ", " $b \in a$ ".

$$\forall_{acde}(d < 0 \& \text{возрастает}(\lambda_b(e(b), c(b)), a) \rightarrow \text{убывает}(\lambda_b(e(b)/d, c(b)), a))$$

$$\forall_{acde}(0 < d - 1 \& 0 < e(b) \& \text{убывает}(\lambda_b(e(b), c(b)), a) \rightarrow \text{убывает}(\lambda_b(\log_d e(b), c(b)), a))$$

Антецеденты обрабатываются проверочными операторами, причем второму оператору передаются дополнительные посылки " $c(b)$ ", " $b \in a$ ".

$$\forall_{acd}(0 < d(b) \& \text{возрастает}(\lambda_b(d(b), c(b)), a) \rightarrow \text{убывает}(\lambda_b(\text{cth } d(b), c(b)), a))$$

Антецеденты обрабатываются проверочными операторами, причем первому оператору передаются дополнительные посылки " $c(b)$ ", " $b \in a$ ".

9. Приемы проверочного оператора "усмчетнаяфункция".

$$\forall_{bcd}(0 < c(a) \& \text{четнаяфункция}(\lambda_a(c(a), b(a))) \& \text{четнаяфункция}(\lambda_a(d(a), b(a))) \rightarrow \text{четнаяфункция}(\lambda_a(c(a)^{d(a)}, b(a)))$$

Антецеденты обрабатываются проверочными операторами, причем первому оператору передается дополнительная посылка " $b(a)$ ".

$$\forall_{bc}(\text{нечетнаяфункция}(\lambda_a(c(a)^{d(a)}, b(a))) \rightarrow \text{четнаяфункция}(\lambda_a(\text{ch } c(a), b(a))))$$

### Приемы по комплексным числам

1. Попытка параметризации при подборе примера.

$$\forall_z(z - \text{комплексное} \leftrightarrow \exists_{xy}(x - \text{число} \& y - \text{число} \& z = x + iy))$$

Прием имеет заголовок "параметризация" и применяется к условию задачи на описание, имеющей цель "пример" либо "параметризация". Переменная  $z$  - неизвестная.

2. Вынесение вещественного множителя из-под вещественной части.

$$\forall_{abf}(a - \text{число} \rightarrow \text{Re}(af/b) = a\text{Re}(f/b))$$

3. Вещественная часть сопряженного числа.

$$\forall_c(\text{Re}(\text{сопряженное}(c)) = \text{Re}(c))$$

4. Вещественная часть произведения.

$$\forall_{abcde}(c = ad - be \& a - \text{число} \& b - \text{число} \& d - \text{число} \& e - \text{число} \rightarrow \text{Re}((a + bi)(d + ei)) = c)$$

Прием относится к нормализатору общей стандартизации "нормвещественнаячасть". Переменные  $a, b, d, e$  идентифицируются с десятичными константами. Первый антецедент выделен указателем "программа".

5. Мнимая часть дробного выражения.

$$\forall_{acf}(\neg(a = 0) \& a - \text{комплексное} \& c - \text{комплексное} \& f - \text{комплексное} \rightarrow \text{Im}(cf/a) = \text{Re}(f)\text{Im}(c/a) + \text{Re}(c/a)\text{Im}(f))$$

Прием имеет заголовок "вывод" и применяется в задачах на доказательство либо на исследование. Его срабатывание инициируется усмотрением выражения " $\text{Im}(cf/a)$ ".

6. Свертка условий в равенство двух выражений.

$$\forall_z(e = z \leftrightarrow \text{Re}(e) = \text{Re}(z) \& \text{Im}(e) = \text{Im}(z) \& z - \text{комплексное})$$

Прием применяется к трем посылкам задачи. Замена выполняется справа налево. Так как изначально из контекста должны были усматриваться условия на о.д.з. этих посылок, то после замены остается указание на то, что  $e$  комплексное.

7. Сумма квадратов вещественной и мнимой части.

$$\forall_{az}(a(|z|)^2 = a(\operatorname{Re}(z))^2 + a(\operatorname{Im}(z))^2)$$

Прием применяется справа налево.

8. Сопряженное к сопряженному.

$$\forall_c(\operatorname{сопр}(\operatorname{сопр}(c)) = c)$$

Прием относится к нормализатору "нормсопр".

9. Равенство сопряженных чисел.

$$\forall_{ac}(-\operatorname{сопр}(a) + \operatorname{сопр}(c) = 0 \leftrightarrow c - a = 0)$$

Прием имеет заголовок "второйтерм".

10. Исключение символов вещественной и мнимой части.

$$\forall_{az}(a\operatorname{Re}(z) + ai\operatorname{Im}(z) = az)$$

Прием относится к нормализатору "нормПлюс".

11. Упрощение квантора за счет перехода к новым переменным.

$$\forall_{abc}(\exists_{df}(b(a+d, f) \& d - \text{комплексное} \& c(f)) \leftrightarrow \exists_{df}(b(d, f) \& d - \text{комплексное} \& c(f)))$$

Прием имеет заголовок "второйтерм". Переменные  $b, c$  функциональные.

12. Исключение внешнего минуса.

$$\forall_{bcde}(c(d-e)/b = -(c(e-d)/b))$$

Прием применяется к условию задачи на преобразование, имеющей цели "упростить" либо "длина". Заменяемое вхождение - корневое. Замена происходит справа налево.

13. Лексикографическая стандартизация.

$$\forall_{cdefn}(n - \text{целое} \rightarrow (e-d)^n(f-c)^n = (c-f)^n(d-e)^n)$$

Замена выполняется слева направо. Предварительно проверяется, что новое выражение лексикографически предшествует старому.

14. Исключение несущественной неизвестной.

$$\forall_{ab}(b - \text{комплексное} \rightarrow \exists_z(b = az \& z - \text{комплексное}) \leftrightarrow \neg(a = 0) \& \neg(b = 0) \vee b = 0)$$

Прием имеет заголовок "связка".



15. Упрощение выражения под описателем относительно варьируемой переменной.

$$\forall_{abcdef}(ab/(df) + ac/(ef) = a(b/d + c/e)/f)$$

Замена выполняется слева направо. Выражение  $a$  группирует в себе все множители, связываемые внешним описателем "отображение" либо "класс". Выражения  $b, c, d, e, f$  этим описателем не связаны.

16. Разложение на множители суммы квадратов.

$$\forall_{ac}(a^2 + c^2 = (a - ci)(a + ci))$$

Прием относится к нормализатору разложения на комплексные множители "видУмножение".

Остальные автоматически созданные приемы для комплексных чисел, в основном, представляют собой аналоги приемов, имевшихся для вещественных чисел. Их примеры мы не приводим.

### Список литературы

1. А.Черч. Введение в математическую логику. Том 1. М.: ИЛ, 1960, с.484.
2. С.К.Клини. Введение в метаматематику. М.: ИЛ, 1957. 526с.
3. С.К.Клини. Математическая логика. М.: Мир, 1973, 480с.
4. Ч.Чень, Р.Ли. Математическая логика и автоматическое доказательство теорем. М.: Мир, 1983, 360 с.
5. Э.Мендельсон. Введение в математическую логику. М.: Наука, 1971, с.320.
6. Г.Метакидес, А Нероуд. Принципы логики и логического программирования. М.: Факториал, 1998, 288с.
7. И.Братко. Программирование на языке Пролог для искусственного интеллекта. М.: Мир, 1990, 560 с.
8. Дж.Малпас. Реляционный язык Пролог и его применение. М.: Наука, 1990, 464 с.
9. Э.Хант. Искусственный интеллект. М.: Мир, 1978, 558с.
10. Ж.-Л. Лорьер. Системы искусственного интеллекта. М.: Мир, 1991, 568с.
11. E.A.Bender. Mathematical methods in artificial intelligence. Los Alamitos, IEEE, Comp.Society Press, 1996, 638p.
12. Д. Пойа. Математика и правдоподобные рассуждения. М.: Наука, 1975, 463с.
13. Д. Пойа. Математическое открытие. М.: Наука, 1976, 448с.
14. Лавров И.А., Максимова Л.Л., Задачи по теории множеств, математической логике и теории алгоритмов, М., "Наука", 1975, 232 с.

15. Антонов Н.П., Выгодский М.Я., Никитин В.В., Санкин А.И.. Сборник задач по элементарной математике, М., "Наука", 1964, 528 с.
16. Вавилов В.В., Мельников И.И., Олехник С.Н., Пасиченко П.И. Задачи по математике. Алгебра. М., "Наука", 1988, 431 с.
17. Вавилов В.В., Мельников И.И., Олехник С.Н., Пасиченко П.И. Задачи по математике. Уравнения и неравенства. М., "Наука", 1988, 237 с.
18. Губницкий С.Б., Хануков М.Г., Шедей С.А. Полный курс шахмат. М., "Фолио", 2004.
19. Еремин В.В., Кузьменко Н.Е. Сборник задач и упражнений по химии. Школьный курс. М., "Мир и Образование", 2003.
20. Потапов М.К., Олехник С.Н., Нестеренко Ю.В. Конкурсные задачи по математике. М., "Наука", 1992, 478 с.
21. Сканави М.И. Сборник задач по математике. М., "Высшая школа", 1988, 431 с.
22. Ваховский Е.Б., Рывкин А.А. Задачи по элементарной математике. М., "Наука", 1971, 360 с.
23. Лидский В.Б., Овсянников Л.В., Тулайков А.Н., Шабунин М.И., Федосов Б.В. Задачи по элементарной математике. М., 1973, 415 с.
24. Сергеев И.Н. Математика. Задачи с ответами и решениями. М., "Высшая школа", 2003, 336 с.
25. Шарыгин И.Ф. Геометрия, 9-11 классы. М., "Дрофа", 1997, 396 с.
26. Шарыгин И.Ф., Гордин Р.К. Сборник задач по геометрии. М., Астрель, 2001, 396 с.
27. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. М., "Наука", 1969, 544 с.
28. Виноградова И.А., Олехник С.Н., Садовничий В.А. Задачи и упражнения по математическому анализу. т.1. М., "Высшая школа", 2000, 722 с.
29. Моденов П.С., Пархоменко А.С. Сборник задач по аналитической геометрии. М., "Наука", 1976, 384 с.
30. Филиппов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. М., "Наука", 1965, 100 с.
31. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Задачи и упражнения по теории вероятностей. М., "Высшая школа", 2000, 364 с.
32. Пантелеев А.В., Якимова А.С. Теория функций комплексного переменного и операционное исчисление в примерах и задачах. М., "Высшая школа", 2001, 445 с.
33. Черноуцан А.И. Физика. Задачи с ответами и решениями. М., Книжный дом "Университет", 2001, 335.

34. Подколзин А.С. Об организации баз знаний, ориентированных на автоматическое решение задач. "Дискретная математика", 1990, т.2., вып.1., с. 13-30.
35. Подколзин А.С. Система автоматического решения задач по элементарной алгебре. "Дискретная математика", 1994, т.6., вып.4., с. 35-57.
36. Подколзин А.С. Компьютерный решатель математических задач. ДАН РФ, 1994, т.335, № 4.
37. Подколзин А.С. Компьютерное моделирование процессов решения математических задач. Изд-во ЦПИ при мех.-мат. факультете МГУ, 2001. 235 с.
38. Подколзин А.С. Компьютерное моделирование логических процессов. Том 1. Архитектура и языки решателя задач. М., "Физматлит", 2008. 1022 с.
39. Подколзин А.С. Компьютерное моделирование логических процессов. Том 2. Опыт обучения компьютерного решателя задач: логические приемы, алгебра множеств, комбинаторика и элементарная алгебра. МГУ. - М., 2015. 1153 с. Деп. в ВИНТИ РАН 09.11.2015, № 184-В2015.
40. Подколзин А.С. Компьютерное моделирование логических процессов. Том 3. Опыт обучения компьютерного решателя задач: математический анализ, дифференциальные уравнения и элементарная геометрия. МГУ. - М., 2015. 1320 с. Деп. в ВИНТИ РАН 09.11.2015, № 185-В2015.
41. Подколзин А.С. Компьютерное моделирование логических процессов. Том 4. Опыт обучения компьютерного решателя задач: аналитическая геометрия, линейная алгебра, теория вероятностей, комплексный анализ и другие разделы. МГУ. - М., 2017. 969с. Деп. в ВИНТИ РАН 27.02.2017, № 18-В2017.
42. Подколзин А.С. Компьютерное моделирование логических процессов. Том 5. Опыт обучения компьютерного решателя задач: Элементарные физика и химия, шахматы. МГУ. - М., 2019. 939с. Деп. в ВИНТИ РАН 12.08.2019, № 66-В2019.
43. Подколзин А.С. Компьютерное моделирование логических процессов. Том 6. Опыт обучения компьютерного решателя задач: Понимание естественного языка и анализ рисунков. МГУ. - М., 2019. 758с. Деп. в ВИНТИ РАН 12.08.2019, № 67-В2019.
44. Подколзин А.С. О самообучении интеллектуальной системы. "Интеллектуальные системы", 2014, том 18, выпуск 2, с. 197 - 266.