

УТВЕРЖДАЮ

Зав. каф. МаТИС _____ В.Б. Кудрявцев

**Курс «Дополнительные главы математической кибернетики»
(проф. Э.Э. Гасанов, с.н.с Д.В.Алексеев, м.н.с. Ю.С. Шуткин)**

АННОТАЦИЯ

Целью этого курса является помощь в подготовке к сдаче кандидатского экзамена по специальности 01.01.09 «Математическая кибернетика и дискретная математика».

Первая часть курса посвящена применению смешанных дискретно-непрерывных моделей в различных областях математики: теории игр, математической экономике, решении оптимизационных задач. Основное внимание уделяется темам, которые мало затрагиваются (или не затрагиваются вообще) в обязательных курсах на механико-математическом факультете.

Вторая часть курса освящает основные разделы кибернетики, такие как теория функциональных систем, теория графов, теория кодирования и теория управляющих систем. Основной упор во второй части делается на решение прикладных задач, в то время как теоретические основы студенты получают, прослушивая отдельные курсы по кибернетике в процессе всего обучения на механико-математическом факультете.

Часть 1

1. Математическое программирование:

- Теоремы о достижении нижней грани функции (функционала) на множестве (в E^N , в метрических пространствах, в гильбертовых пространствах)
- Выпуклые множества, выпуклые функции, сильно выпуклые функции, их свойства
- Критерии оптимальности в гладких выпуклых задачах минимизации
- Правило множителей Лагранжа. Теорема Куна-Таккера, двойственная задача, ее свойства
- Линейное программирование. Симплекс-метод. Двойственные задачи линейного программирования
- Целочисленные задачи линейного программирования. Метод Гомори. Метод ветвей и границ.

2. Исследование операций, теория игр:

- Антагонистические игры. Матричные игры, теорема о минимаксе
- Выпукло-вогнутые антагонистические игры. Теорема существования седловой точки.
- Принцип гарантированного результата. Минимаксные задачи
- Многокритериальная оптимизация. Оптимальность по Парето. Лексикографический подход
- Задача распределения ресурсов (модель Гросса, принцип уравнивания Гермейера)

3. Оптимальное управление

- Постановка задач оптимального управления, их классификация
- Принцип максимума Понтрягина. Краевая задача принципа максимума
- Линейная задача быстрого действия, ее свойства (существование решения, число переключений)
- Управляемость и наблюдаемость в линейных системах, их взаимосвязь (взаимодвойственность). Теоремы Калмана, Красовского
- Метод динамической регуляризации в задаче наблюдения
- Дифференциальные игры

4. Математическая экономика

- Модель межотраслевого баланса В. В. Леонтьева. Продуктивные матрицы. Критерии продуктивности. Теорема Фробениуса—Перрона. Свойства числа Фробениуса—Перрона. Теорема об устойчивости примитивных матриц
- Динамическая модель В. В. Леонтьева. Теорема о магистрали Моришимы. Экономическая интерпретация вектора Фробениуса — Перрона
- Модель Эрроу—Дебре. Конкурентное равновесие. Сведение вопроса о существовании конкурентного равновесия к решению задачи дополненности. Замкнутость отображений спроса и предложения. Теорема Эрроу—Дебре.
- Неподвижные точки. Теоремы Брауэра и Какутани. Лемма Гейла — Никайдо — Дебре. Теорема Фань-Цзы.
- Проблемы коллективного выбора. Парадокс Эрроу.
- Индексы неравенства и кривая Лоренца. Теорема мажоризации.

Литература:

1. Айзекс, Р. Дифференциальные игры. — М.: Мир, 1967.
2. Л.С.Понтрягин, В.Г.Болтянский, Р.В.Гамкрелидзе, Е.Ф. Мищенко, Математическая теория оптимальных процессов – М.:Наука, 1983.
3. Благодатских В.И., Введение в оптимальное управление (линейная теория) – М., Высш. шк., 2001.
4. С.А. Ашманов, Линейное программирование – М: Наука, 1981.
5. С.А. Ашманов, Математические модели и методы в экономике, М.: Изд-во Моск. ун-та, 1980.
6. В.Г. Карманов, Математическое программирование, М.: Физматлит, 2004.
7. Х.Никайдо, Выпуклые структуры и математическая экономика.
8. А.Маршалл, И.Олкин, Неравенства: Теория мажоризации и ее приложения.
9. Ф.П. Васильев, Методы оптимизации – М.:Факториал Пресс, 2002.
10. А.Г. Сухарев, А.В. Тимохов, В.В.Федоров, Курс методов оптимизации – М.: Физматлит, 2005.
11. В.М.Алексеев, В.М.Тихомиров, С.В.Фомин, Оптимальное управление – М.:Наука, 1979.
12. А.А.Васин, В.В. Морозов, Теория игр и модели математической экономики, М.: МАКС Пресс, 2005.

Часть 2

5. Теория функциональных систем

- Проблема полноты. Теорема о полноте систем функций двузначной логики P_2 .
- Алгоритм распознавания полноты систем функций k -значной логики P_k .
- Теорема Слупецкого.
- Особенности k -значных логик.
- Автоматы. Регулярные события и их представление в автоматах.
- Эксперименты с автоматами.
- Алгоритмическая неразрешимость проблемы полноты для автоматов.
- Вычислимые функции. Эквивалентность класса рекурсивных функций и класса функций, вычислимых на машинах Тьюринга.
- Алгоритмическая неразрешимость проблемы эквивалентности слов в ассоциативных исчислениях.

6. Теория графов

- Графы и сети. Оценки числа графов и сетей различных типов.
- Плоские и планарные графы. Формула Эйлера для плоских графов. Необходимые условия планарности в теореме Понтрягина—Куратовского (без доказательства достаточности).
- Теорема Рамсея.

7. Теория кодирования

- Алфавитное кодирование. Критерии однозначности декодирования. Неравенство Крафта—Макмиллана.
- Оптимальное кодирование. Построение кодов с минимальной избыточностью.
- Самокорректирующиеся коды. Граница упаковки. Коды Хемминга, исправляющие единичную ошибку.

8. Управляющие системы

- Понятие управляющей системы. Основные модельные классы управляющих систем: дизъюнктивные нормальные формы, формулы, контактные схемы, схемы из функциональных элементов, автоматы, машины Тьюринга, операторные алгоритмы. Основные проблемы теории управляющих систем.

9. Дизъюнктивные нормальные формы

- Проблема минимизации булевых функций. Дизъюнктивные нормальные формы (ДНФ). Постановка задачи в геометрической форме.
- Локальные алгоритмы построения ДНФ. Построение ДНФ $\sum T$ (сумма тупиковых) с помощью локального алгоритма.
- Невозможность построения ДНФ $\sum M$ (сумма минимальных) в классе локальных алгоритмов.

10. Синтез и сложность управляющих систем

- Асимптотически оптимальный метод синтеза схем из функциональных элементов.
- Асимптотически оптимальный метод синтеза контактных схем.

11. Эквивалентные преобразования управляющих систем

- Эквивалентные преобразования формул двузначной логики P_2 .
- Эквивалентные преобразования контактных схем.
- Пример Линдона.

Литература:

1. Яблонский С.В. Введение в дискретную математику. М.: Высш. школа, 2001.
2. Кудрявцев В.В, Алешин С. В., Подколзин А. С. Введение в теорию автоматов. М.: Наука, 1985.
3. Мальцев А. И. Алгоритмы и вычислимые функции. М.: Наука, 1986.
4. Оре О. Теория графов. М.: Наука, 1980.
5. Дискретная математика и математические вопросы кибернетики. Т. 1. / Под общ. ред. С. В. Яблонского и О. Б. Лупанова. М.: Наука, 1974.
6. Нигматуллин Р. Г. Сложность булевых функций. М.: Наука, 1991.
7. Лупанов О. Б. Асимптотические оценки сложности управляющих систем. М.: Изд-во МГУ, 1984.
8. Марков А. А. Введение в теорию кодирования. М.: Наука, 1982.