

# Распознавание $n$ -точечников

А. А. Муравьева

На практике реальные геометрические образы аппроксимируются конечным множеством точек (многоточечником), и «похожесть» этих образов можно изучать на основе этих аппроксимаций. В качестве характеристики многоточечников возьмем множество попарных расстояний между точками. Отличие такой характеристики фигур от подробной, но более емкой характеристики с помощью симплексов состоит в том, что здесь в качестве кодов фигур выступают их одномерные характеристики. В случае характеристики многоточечников симплексами и производными от них, возникает кодировка, восстанавливающая фигуры с точностью до аффинной эквивалентности ([1, 2]).

Пусть фигура  $A$  — конечное множество точек. Выпишем все попарные расстояния между точками фигуры в порядке возрастания. Получим упорядоченный набор  $\Gamma(A) = \{d_1, \dots, d_N : d_1 \leq d_2 \leq \dots \leq d_N\}$ , который назовем *графиком фигуры  $A$* . Просто *графиком* назовем упорядоченный по возрастанию набор  $\Gamma$  положительных действительных чисел. *Моделью* для  $\Gamma$  будем называть любую фигуру  $A$ , для которой  $\Gamma(A) = \Gamma$ . *Корректным* назовем график, у которого есть модель. Автором были получены следующие результаты.

**Теорема 1.** *Существует алгоритм построения по графику всех его моделей в пространстве размерности  $k$ .*

**Теорема 2.** *У графика не более одной одномерной модели.*

**Замечание.** Помимо одномерной у графика может быть и неодномерная модель.

**Теорема 3.** *Существует алгоритм, проверяющий наличие у графика одномерной модели и строящий ее.*

Найдены необходимые и достаточные условия существования модели.

**Теорема 4.** *Пусть дан график  $\Gamma = \{d_1, \dots, d_N : d_1 \leq d_2 \leq \dots \leq d_N\}$ ,  $N = C_m^2$ . Тогда следующие условия эквивалентны:*

- 1) *Существует фигура  $A \subset \mathbb{R}^{m-1}$ , такая, что  $\Gamma(A) = \Gamma$ ;*
- 2) *Существует биективная функция*

$$NUM: PN = \{(1, 2), \dots, (m-1, m)\} \rightarrow \{1, \dots, N\},$$

*такая, что  $\forall i, j, k: 1 \leq i, j, k \leq m, i \neq j \neq k, i \neq k$*

$$d_{NUM(i,j)} \leq d_{NUM(i,k)} + d_{NUM(j,k)}.$$

Рассмотрим два способа продолжения графика до корректного путем добавления в него новых элементов. При первом способе элементы приписываются к графику, а при втором разрешено добавлять элементы «внутри» графика. Введем величину  $J_\Gamma$ , равную минимальному числу элементов, которые необходимо приписать к  $\Gamma$  для продолжения его до корректного. Аналогично введем величину  $N_\Gamma$ , равную минимальному числу элементов, которые необходимо добавить в  $\Gamma$  для продолжения его до корректного. Положим

$$J(m) = \max_{|\Gamma|=m} J_\Gamma, \quad N(m) = \max_{|\Gamma|=m} N_\Gamma.$$

Для этих величин найдены точные значения.

**Теорема 5.**  $J(m) = C_{2(m-1)}^2 - m$ .

**Теорема 6.**  $N(m) = C_{m+1}^2 - m$ .

Автор выражает благодарность своему научному руководителю академику Кудрявцеву В. Б., без помощи и поддержки которого результаты, составляющие содержание данной работы, не существовали бы.

### Список литературы

- [1] Козлов В. Н. Математическое моделирование зрительного восприятия // Математические вопросы кибернетики. Вып. 6. М.: Наука, 1996. С. 321–338.
- [2] Козлов В. Н. О зрительном образе, математических подходах к определению этого понятия и о распознавании изображений // Журнал математической информатики и математической физики. 1999. Т. 39. № 11. С. 1929–1946.
- [3] Асанов М. О. и др. Дискретная математика: графы, матроиды, алгоритмы. Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2001.

