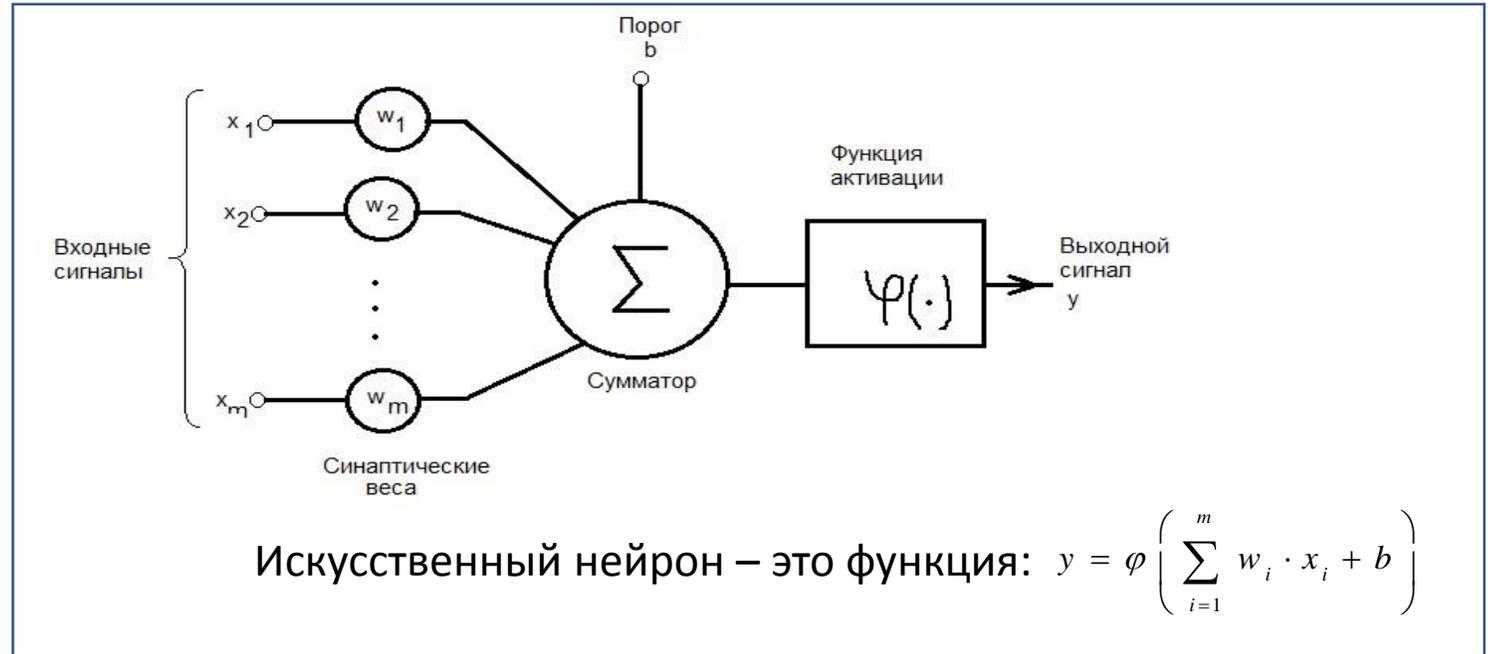


Функциональные системы нейронных функций

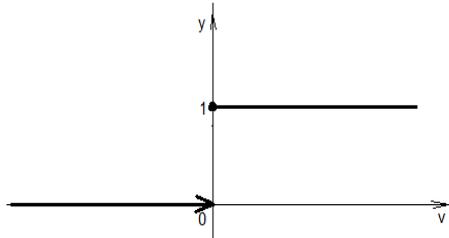
О работах участников семинара «Нейронные сети»

Определения

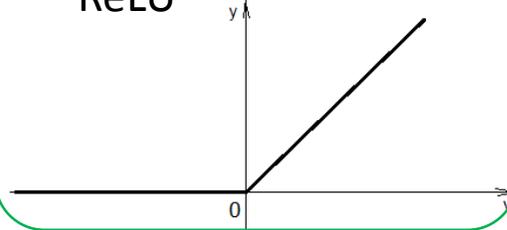


Типы функции активации:

$$\theta(v) = \begin{cases} 1, & \text{если } v \geq 0; \\ 0, & \text{если } v < 0. \end{cases}$$



ReLU



$$F(x_1, x_2) = \begin{cases} 0, & \text{если } x_1 \leq 0 \\ x_2, & \text{если } x_1 > 0 \end{cases}$$

Вентиль $F(x_1, x_2)$

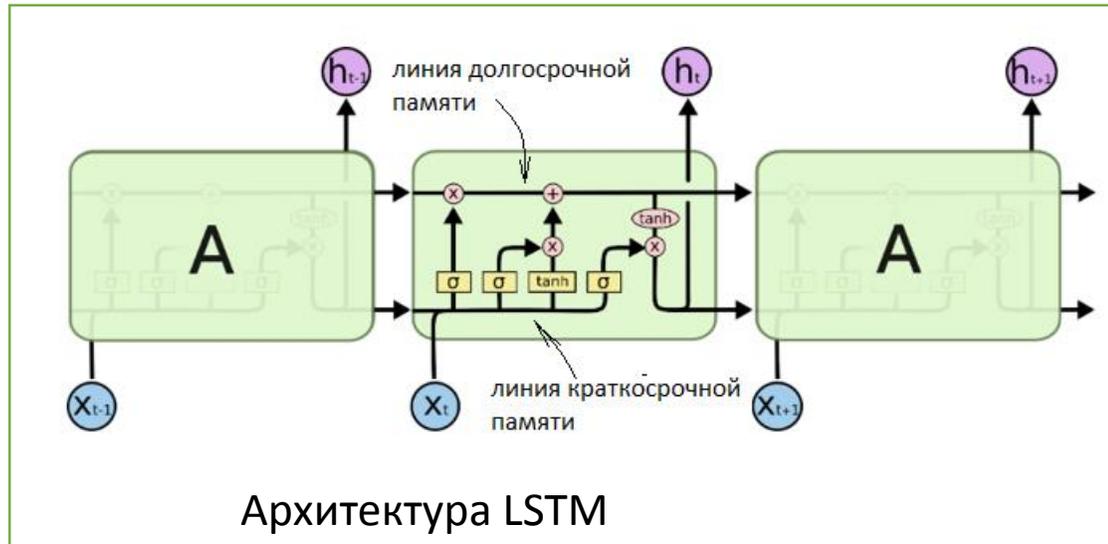
- Класс кусочно-линейных функций *PL* получаем замыканием линейных функций и вентилей по операциям суперпозиции
- Класс кусочно-параллельных функций *PP* получаем замыканием линейных функций и функции Хэвисайда по операциям суперпозиции

Функции реализуются схемами. Схемы оцениваем по их нелинейной глубине (быстродействию) и нелинейной сложности (стоимости)

Некоторые результаты

- Теорема 1. (В.С. Половников) Любая функция из PL может быть реализована схемой нелинейной глубины 2.
- Теорема 2. (А.Н. Кан) В классе PL имеется два максимальных собственных подкласса, содержащих все линейные функции: подкласс финитных функций и подкласс согласованных функций.
- Теорема 3. (А.Д. Отрощенко) В классе PP существует единственный максимальный собственный подкласс, содержащий все одноместные функции.
- Теорема 4. (М.В. Агафонова) Класс VPP кусочно-параллельных функций над кольцом двоично-рациональных чисел содержит Шефферову функцию, реализуемую схемой с одним элементом Хэвисайда и двумя входами.

Нейронные сети с памятью



Класс линейных автоматов L_K над кольцом K получаем путем замыкания множества линейных функций над этим кольцом и задержки с использованием операций суперпозиции и обратной связи.

Класс кусочно-линейных функций с памятью PLM получаем замыканием линейных функций, вентиля и задержки по операциям суперпозиции и обратной связи.

Теорема 5. (А.А. Часовских) Для любого конечного поля K множество максимальных собственных подклассов в L_K счетно.

Теорема 6. (Д.В. Ронжин) Пусть B – кольцо двоично-рациональных чисел. Количество максимальных замкнутых по операциям аппроксимационного замыкания подклассов в L_B , содержащих сумматор, счетно.

Теорема 7. (В.С. Половников) Любую функцию из класса PLM можно реализовать схемой, построенную с использованием только одной операции обратной связи.