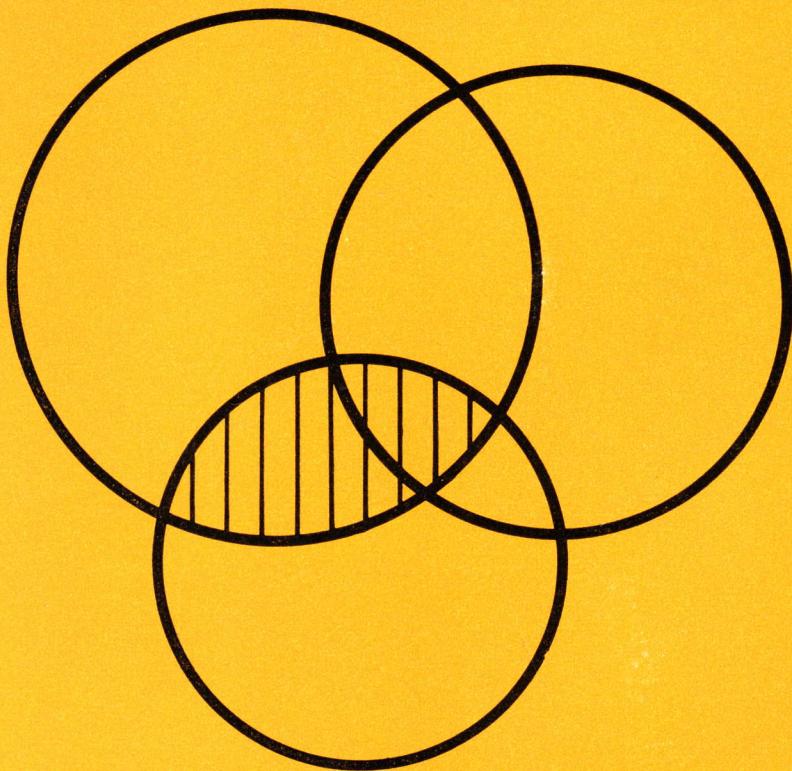


S.W. Jablonski
G.P. Gawrilow
W.B. Kudrjawzew

Boolesche Funktionen und Postsche Klassen

Vieweg
C.F. Winter

Logik und Grundlagen
der Mathematik



Logik und Grundlagen der Mathematik

Herausgegeben von

Prof. Dr. Dieter Rödding, Münster

Band 6

Band 1

L. Felix, Elementarmathematik in moderner Darstellung

Band 2

A. A. Sinowjew, Über mehrwertige Logik

Band 3

J. E. Whitesitt, Boolesche Algebra und ihre Anwendungen

Band 4

G. Chognet, Neue Elementargeometrie

Band 5

A. Monjallon, Einführung in die moderne Mathematik

Band 6

S. W. Jablonski / G. P. Gawrilow / W. B. Kudrjawzew,
Boolesche Funktionen und Postsche Klassen

S. W. Jablonski

G. P. Gawrilow

W. B. Kudrjawzew

Boolesche Funktionen und Postsche Klassen



Friedr. Vieweg & Sohn · Braunschweig



C. F. Winter'sche Verlagsbuchhandlung · Basel

Übersetzung: Dr. Rolf Lindner, Jena

Redaktion: Professor Dr. Helmut Thiele, Berlin · Dr. Rolf Lindner, Jena

ISBN 3 528 08286 0

1970

Titel der russischen Originalausgabe:

С. В. Яблонский, Г. П. Гаврилов, В. Б. Кудрявцев

Функции алгебры логики и классы Поста

Erschienen 1966 im Verlag NAUKA, Moskau

Copyright © 1970 by Akademie-Verlag GmbH

Lizenzausgabe des Akademie-Verlages, Berlin

Alle Rechte an der deutschen Ausgabe vorbehalten

Druck: VEB Druckerei „Thomas Müntzer“, 582 Bad Langensalza

Printed in Germany

Bestell-Nr. 8286

Inhaltsverzeichnis

Einleitung VII

Erster Teil

Kapitel I. Grundbegriffe

§ 1. Definition der BOOLEschen Funktionen. Elementare BOOLEsche Funktionen	1
§ 2. Superpositionen von BOOLEschen Funktionen	4
§ 3. Der Zerlegungssatz	4
§ 4. Ein Satz über die Zerlegungskomponenten BOOLEscher Funktionen	6
§ 5. Abgeschlossene Mengen und POSTsche Klassen. Basis und Ordnung einer abgeschlossenen Menge	6
§ 6. Das Dualitätsprinzip	8

Kapitel II. Selbstduale, monotone und lineare BOOLEsche Funktionen

§ 1. Selbstdualität. Die Menge D_3 und ihre Basis. Ein Lemma über selbstduale Funktionen	10
§ 2. Monotonie. Die Menge A_1 und ihre Basis. Ein Lemma über nicht-monotone Funktionen. Gekürzte alternative Normalformen	12
§ 3. Die Menge D_2 und ihre Basis.	15
§ 4. Linearität. Der Satz von SHEGALKIN. Ein Lemma über nichtlineare BOOLEsche Funktionen	18

Kapitel III. Fundamenttypen abgeschlossener Mengen

§ 1. Fundamenttypen. Die 1- und 0-Separation vom Grade 2. Lemmata über abgeschlossene, die Funktion et enthaltende Mengen	21
§ 2. Ein Lemma über die Beziehungen zwischen der 0- und 1-Separation vom Grade 2, der Selbstdualität und der Monotonie BOOLEscher Funktionen	24
§ 3. Die Menge C_4 und ihre Basis	26
§ 4. Die Mengen C_2 und C_3 und ihre Basen	27
§ 5. Die selbstdualen α -Funktionen	29

Kapitel IV. Einige spezielle abgeschlossene Mengen

§ 1. Die 0- und 1-Separation vom Grade μ und die 0- und 1-Separation BOOLEscher Funktionen	31
--	----

§ 2.	Die Menge F_5^∞ und ihre Basis. Ein Lemma über $\langle \alpha \rangle$ -Mengen, die F_5^∞ enthalten	33
§ 3.	Die Menge F_8^∞ und ihre Basis. Ein Lemma über $\langle \alpha, \gamma \rangle$ -Mengen, die F_8^∞ enthalten	34
§ 4.	Die Mengen F_6^∞, F_7^∞ und ihre Basen. Ein Lemma über $\langle \alpha \rangle$ -Mengen, die F_6^∞ enthalten. Ein Lemma über $\langle \alpha, \gamma \rangle$ -Mengen, die F_7^∞ enthalten	35
§ 5.	Ein Lemma über die Ordnungen von $F_5^\infty, F_6^\infty, F_7^\infty, F_8^\infty$	37
§ 6.	Ein Lemma über Mengen von Funktionen, die 1-separierend vom Grade 2, jedoch nicht vom Grade $\mu + 1$ ($\mu \geq 2$) sind	38
§ 7.	Die Menge F_5^μ und ihre Basis.	40
§ 8.	Die Menge F_8^μ und ihre Basis.	41
§ 9.	Die Mengen F_6^μ, F_7^μ und ihre Basen	41
§ 10.	Ein Lemma über die Ordnungen von $F_5^\mu, F_6^\mu, F_7^\mu, F_8^\mu$	43

Zweiter Teil

Kapitel V. Charakterisierung der abgeschlossenen Mengen in C_1

§ 1.	Die abgeschlossenen Mengen O_i, P_i, S_i	45
§ 2.	Abgeschlossene Mengen linearer BOOLEscher Funktionen	47
§ 3.	$\langle \beta \rangle$ -, $\langle \gamma \rangle$ -, $\langle \beta, \gamma \rangle$ -Mengen	49
§ 4.	$\langle \alpha, \beta, \gamma \rangle$ -Mengen	49
§ 5.	$\langle \alpha, \beta, \gamma, \delta \rangle$ -Mengen	50
§ 6.	$\langle \alpha \rangle$ -Mengen (erster Teil).	50
§ 7.	$\langle \alpha, \delta \rangle$ -Mengen	52
§ 8.	$\langle \alpha, \beta \rangle$ - und $\langle \alpha, \gamma \rangle$ -Mengen (erster Teil)	53
§ 9.	$\langle \alpha \rangle$ -Mengen (zweiter Teil)	55
§ 10.	$\langle \alpha, \beta \rangle$ -, $\langle \alpha, \gamma \rangle$ -Mengen (zweiter Teil)	58
§ 11.	Die Hauptsätze von POST über abgeschlossene Mengen BOOLEscher Funktionen	61

Kapitel VI. Die Konstruktion des Postschen Graphen aller abgeschlossenen Mengen

§ 1.	$\langle \alpha \rangle$ -Mengen	63
§ 2.	$\langle \alpha, \beta \rangle$ - und $\langle \alpha, \gamma \rangle$ -Mengen	66
§ 3.	$\langle \alpha, \delta \rangle$ -Mengen	68
§ 4.	$\langle \alpha, \beta, \gamma \rangle$ -Mengen	69
§ 5.	Die Konstruktion des Postschen Graphen aller abgeschlossenen Mengen. Einige Folgerungen.	69

Tabelle der abgeschlossenen Mengen BOOLEscher Funktionen	72
--	----

Literaturverzeichnis	77
--------------------------------	----

Namen- und Sachregister	81
-----------------------------------	----