

S.W. Jablonski  
G.P. Gawrilow  
W.B. Kudrjawzew

**BOOLESCHE  
FUNKTIONEN  
UND  
POSTSCHE  
KLASSEN**

Akademie-Verlag · Berlin

S. W. Jablonski · G. P. Gawrilow · W. B. Kudrjawzew

# Boolesche Funktionen und Postsche Klassen

In deutscher Sprache herausgeben von  
Prof. Dr. Helmut Thiele und Dr. Rolf Lindner

*Mit 19 Abbildungen und 23 Tabellen*



AKADEMIE-VERLAG · BERLIN 1970

С. В. Яблонский, Г. П. Гаврилов, В. Б. Кудрявцев  
Функции алгебры логики и классы Поста

Erschienen im Verlag Nauka, Moskau

Deutsche Übersetzung: Dr. Rolf Lindner, Jena

Erschienen im Akademie-Verlag GmbH, 108 Berlin, Leipziger Straße 3—4

Copyright 1969 by Akademie-Verlag GmbH

Lizenznummer: 202 · 100/538/69

Gesamtherstellung: VEB Druckerei „Thomas Müntzer“, 582 Bad Langensalza

Bestellnummer: 5721 · ES 19 B 1

9,80

## Inhaltsverzeichnis

Einleitung . . . . . VII

### Erster Teil

#### Kapitel I. Grundbegriffe

§ 1. Definition der BOOLEschen Funktionen. Elementare BOOLEsche Funktionen . . . . .	1
§ 2. Superpositionen von BOOLEschen Funktionen . . . . .	4
§ 3. Der Zerlegungssatz . . . . .	4
§ 4. Ein Satz über die Zerlegungskomponenten BOOLEscher Funktionen . . . . .	6
§ 5. Abgeschlossene Mengen und POSTsche Klassen. Basis und Ordnung einer abgeschlossenen Menge . . . . .	6
§ 6. Das Dualitätsprinzip . . . . .	8

#### Kapitel II. Selbstduale, monotone und lineare BOOLEsche Funktionen

§ 1. Selbstdualität. Die Menge $D_3$ und ihre Basis. Ein Lemma über selbstduale Funktionen . . . . .	10
§ 2. Monotonie. Die Menge $A_1$ und ihre Basis. Ein Lemma über nicht-monotone Funktionen. Gekürzte alternative Normalformen . . . . .	12
§ 3. Die Menge $D_2$ und ihre Basis. . . . .	15
§ 4. Linearität. Der Satz von SHEGALKIN. Ein Lemma über nichtlineare BOOLEsche Funktionen . . . . .	18

#### Kapitel III. Fundamenttypen abgeschlossener Mengen

§ 1. Fundamenttypen. Die 1- und 0-Separation vom Grade 2. Lemmata über abgeschlossene, die Funktion $et$ enthaltende Mengen . . . . .	21
§ 2. Ein Lemma über die Beziehungen zwischen der 0- und 1-Separation vom Grade 2, der Selbstdualität und der Monotonie BOOLEscher Funktionen . . . . .	24
§ 3. Die Menge $C_4$ und ihre Basis . . . . .	26
§ 4. Die Mengen $C_2$ und $C_3$ und ihre Basen . . . . .	27
§ 5. Die selbstdualen $\alpha$ -Funktionen . . . . .	29

#### Kapitel IV. Einige spezielle abgeschlossene Mengen

§ 1. Die 0- und 1-Separation vom Grade $\mu$ und die 0- und 1-Separation BOOLEscher Funktionen . . . . .	31
--	----

§ 2.	Die Menge $F_5^\infty$ und ihre Basis. Ein Lemma über $\langle \alpha \rangle$ -Mengen, die $F_5^\infty$ enthalten . . . . .	33
§ 3.	Die Menge $F_8^\infty$ und ihre Basis. Ein Lemma über $\langle \alpha, \gamma \rangle$ -Mengen, die $F_8^\infty$ enthalten . . . . .	34
§ 4.	Die Mengen $F_6^\infty, F_7^\infty$ und ihre Basen. Ein Lemma über $\langle \alpha \rangle$ -Mengen, die $F_6^\infty$ enthalten. Ein Lemma über $\langle \alpha, \gamma \rangle$ -Mengen, die $F_7^\infty$ enthalten . . . . .	35
§ 5.	Ein Lemma über die Ordnungen von $F_5^\infty, F_6^\infty, F_7^\infty, F_8^\infty$ . . . . .	37
§ 6.	Ein Lemma über Mengen von Funktionen, die 1-separierend vom Grade 2, jedoch nicht vom Grade $\mu + 1$ ( $\mu \geq 2$ ) sind . . . . .	38
§ 7.	Die Menge $F_5^\mu$ und ihre Basis. . . . .	40
§ 8.	Die Menge $F_8^\mu$ und ihre Basis. . . . .	41
§ 9.	Die Mengen $F_6^\mu, F_7^\mu$ und ihre Basen . . . . .	41
§ 10.	Ein Lemma über die Ordnungen von $F_5^\mu, F_6^\mu, F_7^\mu, F_8^\mu$ . . . . .	43

## Zweiter Teil

### Kapitel V. Charakterisierung der abgeschlossenen Mengen in $C_1$

§ 1.	Die abgeschlossenen Mengen $O_i, P_i, S_i$ . . . . .	45
§ 2.	Abgeschlossene Mengen linearer BOOLEscher Funktionen . . . . .	47
§ 3.	$\langle \beta \rangle$ -, $\langle \gamma \rangle$ -, $\langle \beta, \gamma \rangle$ -Mengen . . . . .	49
§ 4.	$\langle \alpha, \beta, \gamma \rangle$ -Mengen . . . . .	49
§ 5.	$\langle \alpha, \beta, \gamma, \delta \rangle$ -Mengen . . . . .	50
§ 6.	$\langle \alpha \rangle$ -Mengen (erster Teil). . . . .	50
§ 7.	$\langle \alpha, \delta \rangle$ -Mengen . . . . .	52
§ 8.	$\langle \alpha, \beta \rangle$ - und $\langle \alpha, \gamma \rangle$ -Mengen (erster Teil) . . . . .	53
§ 9.	$\langle \alpha \rangle$ -Mengen (zweiter Teil) . . . . .	55
§ 10.	$\langle \alpha, \beta \rangle$ -, $\langle \alpha, \gamma \rangle$ -Mengen (zweiter Teil) . . . . .	58
§ 11.	Die Hauptsätze von POST über abgeschlossene Mengen BOOLEscher Funktionen . . . . .	61

### Kapitel VI. Die Konstruktion des POSTschen Graphen aller abgeschlossenen Mengen

§ 1.	$\langle \alpha \rangle$ -Mengen . . . . .	63
§ 2.	$\langle \alpha, \beta \rangle$ - und $\langle \alpha, \gamma \rangle$ -Mengen . . . . .	66
§ 3.	$\langle \alpha, \delta \rangle$ -Mengen . . . . .	68
§ 4.	$\langle \alpha, \beta, \gamma \rangle$ -Mengen . . . . .	69
§ 5.	Die Konstruktion des POSTschen Graphen aller abgeschlossenen Mengen. Einige Folgerungen. . . . .	69

Tabelle der abgeschlossenen Mengen BOOLEscher Funktionen . . . . .	72
--	----

Literaturverzeichnis . . . . .	77
--------------------------------	----

Namen- und Sachregister . . . . .	81
-----------------------------------	----