

Материалы спец. семинара
«Теория Автоматов», часть II

1 марта 2021 г.

Содержание

1	Схемы из ограниченно-детерминированных функций	5
1.1	Операции над автоматами	5
1.2	Построение схемы по абстрактному автомату	14
1.2.1	Задачи	17
1.3	Построение абстрактного автомата по схеме	23
1.3.1	Задачи	24
1.4	Минимизация схемы относительно числа задержек	26
1.4.1	Задачи	26
1.5	Распознавание конечных событий структурными автоматами	30
1.5.1	Задачи	32
2	Декомпозиция автоматов	35
2.1	Внутренняя полугруппа автомата	35
2.1.1	Задачи	36
2.2	Автомат полугруппы	39
2.2.1	Задачи	41
2.3	Автомат фактор-группы	41
2.3.1	Задачи	42
2.4	Декомпозиция группового автомата	46
2.4.1	Задачи	47

Глава 1

Схемы из ограниченно-детерминированных функций

1.1 Операции над автоматами

Пусть задан автомат $V = (\{0, 1\}^r, \{0, 1\}^n, \{0, 1\}^m, \varphi, \psi, q_0 = (q_0^0 q_1^0 \dots q_{n-1}^0))$. Каждому автомату соответствует о.-д. функция, обозначим соответствующую функцию через $f_V : [\{0, 1\}^r]^* \rightarrow [\{0, 1\}^m]^*$. Для описания функционирования автомата могут быть использованы канонические уравнения.

$$\begin{cases} q(0) = q^0 \\ q(t+1) = \varphi(q(t), x(t)) \\ y(t) = \psi(q(t), x(t)) \end{cases} ,$$

где $x = (x_0 x_1 \dots x_{n-1}) \in \{0, 1\}^r$, $q = (q_0 q_1 \dots q_{n-1}) \in \{0, 1\}^n$, $y = (y_0 y_1 \dots y_{n-1}) \in \{0, 1\}^m$. То есть функции φ и ψ являются вектор-функциями. Перепишем канонические уравнения с учетом этого факта.

$$\begin{cases} q_0(0) = q_0^0, q_1(0) = q_1^0, \dots, q_{n-1}(0) = q_{n-1}^0 \\ q_0(t+1) = \varphi_0(q_0(t), q_1(t), \dots, q_{n-1}(t), x_0(t), x_1(t), \dots, x_{r-1}(t)) \\ q_1(t+1) = \varphi_1(q_0(t), q_1(t), \dots, q_{n-1}(t), x_0(t), x_1(t), \dots, x_{r-1}(t)) \\ \dots \\ q_{n-1}(t+1) = \varphi_{n-1}(q_0(t), q_1(t), \dots, q_{n-1}(t), x_0(t), x_1(t), \dots, x_{r-1}(t)) \\ y_0(t) = \psi_0(q_0(t), q_1(t), \dots, q_{n-1}(t), x_0(t), x_1(t), \dots, x_{r-1}(t)) \\ y_1(t) = \psi_1(q_0(t), q_1(t), \dots, q_{n-1}(t), x_0(t), x_1(t), \dots, x_{r-1}(t)) \\ \dots \\ y_{m-1}(t) = \psi_{m-1}(q_0(t), q_1(t), \dots, q_{n-1}(t), x_0(t), x_1(t), \dots, x_{r-1}(t)) \end{cases}$$

6 ГЛАВА 1. СХЕМЫ ИЗ ОГРАНИЧЕННО-ДЕТЕРМИНИРОВАННЫХ ФУНКЦИЙ

Заметим, что функции φ_i и ψ_i являются булевыми функциями. Свяжем с данной функцией объект E_f , изображенный на рисунке 1.1.

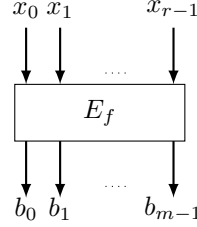


Рис. 1.1:

Назовем пару схема автомат - структурным автоматом. Опишем операции над структурными автоматами. Для этого покажем как изменятся канонические уравнения и как изменится схема.

Операция 1 - добавление фиктивной переменной. Пусть задана о.-д. функция $f(x_0, x_1, \dots, x_{r-1}) : \{0, 1\}^r \rightarrow \{0, 1\}^m$, определяемая каноническими уравнениями

$$\left\{ \begin{array}{l} q_0(0) = q_0^0, q_1(0) = q_1^0, \dots, q_{n-1}(0) = q_{n-1}^0 \\ q_0(t+1) = \varphi_0(q_0(t), q_1(t), \dots, q_{n-1}(t), x_0(t), x_1(t), \dots, x_{r-1}(t)) \\ q_1(t+1) = \varphi_1(q_0(t), q_1(t), \dots, q_{n-1}(t), x_0(t), x_1(t), \dots, x_{r-1}(t)) \\ \dots \\ q_{n-1}(t+1) = \varphi_{n-1}(q_0(t), q_1(t), \dots, q_{n-1}(t), x_0(t), x_1(t), \dots, x_{r-1}(t)) \\ y_0(t) = \psi_0(q_0(t), q_1(t), \dots, q_{n-1}(t), x_0(t), x_1(t), \dots, x_{r-1}(t)) \\ y_1(t) = \psi_1(q_0(t), q_1(t), \dots, q_{n-1}(t), x_0(t), x_1(t), \dots, x_{r-1}(t)) \\ \dots \\ y_{m-1}(t) = \psi_{m-1}(q_0(t), q_1(t), \dots, q_{n-1}(t), x_0(t), x_1(t), \dots, x_{r-1}(t)) \end{array} \right.$$

Результатом применения операции добавления фиктивной переменной x_r является о.-д. функция $f'(x_0, x_1, \dots, x_{r-1}, x_r) : \{0, 1\}^{r+1} \rightarrow \{0, 1\}^m$, задаваемая каноническими уравнениями

$$\left\{ \begin{array}{l} q_0(0) = q_0^0, q_1(0) = q_1^0, \dots, q_{n-1}(0) = q_{n-1}^0 \\ q_0(t+1) = \varphi'_0(q_0(t), q_1(t), \dots, q_{n-1}(t), x_0(t), x_1(t), \dots, x_{r-1}(t), x_r(t)) \\ q_1(t+1) = \varphi'_1(q_0(t), q_1(t), \dots, q_{n-1}(t), x_0(t), x_1(t), \dots, x_{r-1}(t), x_r(t)) \\ \dots \\ q_{n-1}(t+1) = \varphi'_{n-1}(q_0(t), q_1(t), \dots, q_{n-1}(t), x_0(t), x_1(t), \dots, x_{r-1}(t), x_r(t)) \\ y_0(t) = \psi'_0(q_0(t), q_1(t), \dots, q_{n-1}(t), x_0(t), x_1(t), \dots, x_{r-1}(t), x_r(t)) \\ y_1(t) = \psi'_1(q_0(t), q_1(t), \dots, q_{n-1}(t), x_0(t), x_1(t), \dots, x_{r-1}(t), x_r(t)) \\ \dots \\ y_{m-1}(t) = \psi'_{m-1}(q_0(t), q_1(t), \dots, q_{n-1}(t), x_0(t), x_1(t), \dots, x_{r-1}(t), x_r(t)) \end{array} \right. ,$$

где φ'_i и ψ'_i получены из φ_i и ψ_i операцией добавления фиктивной переменной, определенной на булевых функциях. Свяжем с данной функцией объект $E_{f'}$, изображенный на рисунке 1.2.

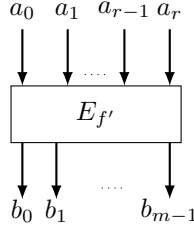


Рис. 1.2:

Операция 2 - удаление фиктивной переменной. Пусть задана о.-д. функция $f(x_0, \dots, x_{i-1}, x_i, x_{i+1}, \dots, x_{r-1}) : \{0, 1\}^r \rightarrow \{0, 1\}^m$, переменная x_i является фиктивной, т.е.

$$f(a_0, \dots, a_{i-1}, 0, a_{i+1}, \dots, a_{r-1}) = f(a_0, \dots, a_{i-1}, 1, a_{i+1}, \dots, a_{r-1}),$$

$$\forall a_0, \dots, a_{i-1}, a_{i+1}, \dots, a_{r-1} \in \{0, 1\}.$$

Пусть о.-д. функция задается следующей системой канонических уравнений.

$$\left\{ \begin{array}{l} q_0(0) = q_0^0, q_1(0) = q_1^0, \dots, q_{n-1}(0) = q_{n-1}^0 \\ q_0(t+1) = \varphi_0(q_0(t), q_1(t), \dots, q_{n-1}(t), x_0(t), \dots, x_{i-1}(t), x_i(t), x_{i+1}(t), \dots, x_{r-1}(t)) \\ q_1(t+1) = \varphi_1(q_0(t), q_1(t), \dots, q_{n-1}(t), x_0(t), \dots, x_{i-1}(t), x_i(t), x_{i+1}(t), \dots, x_{r-1}(t)) \\ \dots \\ q_{n-1}(t+1) = \varphi_{n-1}(q_0(t), q_1(t), \dots, q_{n-1}(t), x_0(t), \dots, x_{i-1}(t), x_i(t), x_{i+1}(t), \dots, x_{r-1}(t)) \\ y_0(t) = \psi_0(q_0(t), q_1(t), \dots, q_{n-1}(t), x_0(t), \dots, x_{i-1}(t), x_i(t), x_{i+1}(t), \dots, x_{r-1}(t)) \\ y_1(t) = \psi_1(q_0(t), q_1(t), \dots, q_{n-1}(t), x_0(t), \dots, x_{i-1}(t), x_i(t), x_{i+1}(t), \dots, x_{r-1}(t)) \\ \dots \\ y_{m-1}(t) = \psi_{m-1}(q_0(t), q_1(t), \dots, q_{n-1}(t), x_0(t), \dots, x_{i-1}(t), x_i(t), x_{i+1}(t), \dots, x_{r-1}(t)) \end{array} \right.$$

Заметим, что данная о.-д. функция может быть задана каноническими уравнениями такими, что переменная x_i является фиктивной для φ_i и ψ_j . Результатом применения операции удаления фиктивной переменной x_i является о.-д. функция $f'(x_0, \dots, x_{i-1}, x_{i+1}, \dots, x_{r-1}) : \{0, 1\}^{r-1} \rightarrow \{0, 1\}^m$, задавае-

8 ГЛАВА 1. СХЕМЫ ИЗ ОГРАНИЧЕННО-ДЕТЕРМИНИРОВАННЫХ ФУНКЦИЙ

мая каноническими уравнениями

$$\left\{ \begin{array}{l} q_0(0) = q_0^0, q_1(0) = q_1^0, \dots, q_{n-1}(0) = q_{n-1}^0 \\ q_0(t+1) = \varphi'_0(q_0(t), q_1(t), \dots, q_{n-1}(t), x_0(t), \dots, x_{i-1}(t), x_{i+1}(t), \dots, x_{r-1}(t)) \\ q_1(t+1) = \varphi'_1(q_0(t), q_1(t), \dots, q_{n-1}(t), x_0(t), \dots, x_{i-1}(t), x_{i+1}(t), \dots, x_{r-1}(t)) \\ \dots \\ q_{n-1}(t+1) = \varphi'_{n-1}(q_0(t), q_1(t), \dots, q_{n-1}(t), x_0(t), \dots, x_{i-1}(t), x_{i+1}(t), \dots, x_{r-1}(t)) \quad , \\ y_0(t) = \psi'_0(q_0(t), q_1(t), \dots, q_{n-1}(t), x_0(t), \dots, x_{i-1}(t), x_{i+1}(t), \dots, x_{r-1}(t)) \\ y_1(t) = \psi'_1(q_0(t), q_1(t), \dots, q_{n-1}(t), x_0(t), \dots, x_{i-1}(t), x_{i+1}(t), \dots, x_{r-1}(t)) \\ \dots \\ y_{m-1}(t) = \psi'_{m-1}(q_0(t), q_1(t), \dots, q_{n-1}(t), x_0(t), \dots, x_{i-1}(t), x_{i+1}(t), \dots, x_{r-1}(t)) \end{array} \right.$$

где φ'_i и ψ'_i получены из φ_i и ψ_i операцией удаления фиктивной переменной x_i , определенной на булевых функциях. Свяжем с данной функцией объект $E_{f'}$, изображенный на рисунке 1.3.

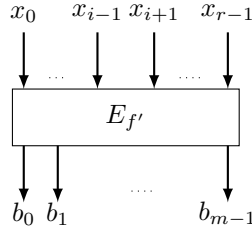


Рис. 1.3:

Операция 3 - отождествление переменных. Пусть задана о.-д. функция $f(x_0, \dots, x_i, \dots, x_j, \dots, x_{r-1}) : \{0, 1\}^r \rightarrow \{0, 1\}^m$, задаваемая каноническими уравнениями

$$\left\{ \begin{array}{l} q_0(0) = q_0^0, q_1(0) = q_1^0, \dots, q_{n-1}(0) = q_{n-1}^0 \\ q_0(t+1) = \varphi_0(q_0(t), q_1(t), \dots, q_{n-1}(t), x_0(t), \dots, x_i(t), \dots, x_j(t), \dots, x_{r-1}(t)) \\ q_1(t+1) = \varphi_1(q_0(t), q_1(t), \dots, q_{n-1}(t), x_0(t), \dots, x_i(t), \dots, x_j(t), \dots, x_{r-1}(t)) \\ \dots \\ q_{n-1}(t+1) = \varphi_{n-1}(q_0(t), q_1(t), \dots, q_{n-1}(t), x_0(t), \dots, x_i(t), \dots, x_j(t), \dots, x_{r-1}(t)) \\ y_0(t) = \psi_0(q_0(t), q_1(t), \dots, q_{n-1}(t), x_0(t), \dots, x_i(t), \dots, x_j(t), \dots, x_{r-1}(t)) \\ y_1(t) = \psi_1(q_0(t), q_1(t), \dots, q_{n-1}(t), x_0(t), \dots, x_i(t), \dots, x_j(t), \dots, x_{r-1}(t)) \\ \dots \\ y_{m-1}(t) = \psi_{m-1}(q_0(t), q_1(t), \dots, q_{n-1}(t), x_0(t), \dots, x_i(t), \dots, x_j(t), \dots, x_{r-1}(t)) \end{array} \right.$$

Результатом применения операции отождествления переменных x_i и x_j является о.-д. функция $f'(x_0, \dots, x_i, \dots, x_{r-1}) : \{0, 1\}^{r-1} \rightarrow \{0, 1\}^m$, задавае-

мая каноническими уравнениями

$$\left\{ \begin{array}{l} q_0(0) = q_0^0, q_1(0) = q_1^0, \dots, q_{n-1}(0) = q_{n-1}^0 \\ q_0(t+1) = \varphi'_0(q_0(t), q_1(t), \dots, q_{n-1}(t), x_0(t), \dots, x_i(t), \dots, x_{r-1}(t)) = \\ = \varphi_0(q_0(t), q_1(t), \dots, q_{n-1}(t), x_0(t), \dots, x_i(t), \dots, x_i(t), \dots, x_{r-1}(t)) \\ q_1(t+1) = \varphi'_1(q_0(t), q_1(t), \dots, q_{n-1}(t), x_0(t), \dots, x_i(t), \dots, x_{r-1}(t)) = \\ = \varphi_1(q_0(t), q_1(t), \dots, q_{n-1}(t), x_0(t), \dots, x_i(t), \dots, x_i(t), \dots, x_{r-1}(t)) \\ \dots \\ q_{n-1}(t+1) = \varphi'_{n-1}(q_0(t), q_1(t), \dots, q_{n-1}(t), x_0(t), \dots, x_i(t), \dots, x_{r-1}(t)) = \\ = \varphi_{n-1}(q_0(t), q_1(t), \dots, q_{n-1}(t), x_0(t), \dots, x_i(t), \dots, x_i(t), \dots, x_{r-1}(t)) \\ y_0(t) = \psi'_0(q_0(t), q_1(t), \dots, q_{n-1}(t), x_0(t), \dots, x_i(t), \dots, x_{r-1}(t)) = \\ = \psi_0(q_0(t), q_1(t), \dots, q_{n-1}(t), x_0(t), \dots, x_i(t), \dots, x_i(t), \dots, x_{r-1}(t)) \\ y_1(t) = \psi'_1(q_0(t), q_1(t), \dots, q_{n-1}(t), x_0(t), \dots, x_i(t), \dots, x_{r-1}(t)) = \\ = \psi_1(q_0(t), q_1(t), \dots, q_{n-1}(t), x_0(t), \dots, x_i(t), \dots, x_i(t), \dots, x_{r-1}(t)) \\ \dots \\ y_{m-1}(t) = \psi'_{m-1}(q_0(t), q_1(t), \dots, q_{n-1}(t), x_0(t), \dots, x_i(t), \dots, x_{r-1}(t)) = \\ = \psi_{m-1}(q_0(t), q_1(t), \dots, q_{n-1}(t), x_0(t), \dots, x_i(t), \dots, x_i(t), \dots, x_{r-1}(t)) \end{array} \right. ,$$

где φ'_i и ψ'_i получены из φ_i и ψ_i операцией отождествления переменных x_i и x_j , определенной на булевых функциях. Свяжем с данной функцией объект $E_{f'}$, изображенный на рисунке 1.4.

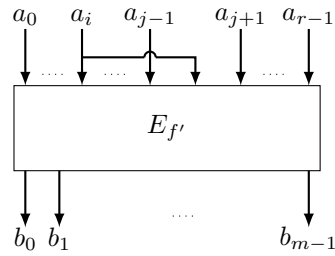


Рис. 1.4:

Операция 4 - переименование переменных (без отождествления). Пусть задана о.-д. функция $f(x_0, x_1, \dots, x_{r-1}) : \{0, 1\}^r \rightarrow \{0, 1\}^m$, определяемая

каноническими уравнениями

$$\left\{ \begin{array}{l} q_0(0) = q_0^0, q_1(0) = q_1^0, \dots, q_{n-1}(0) = q_{n-1}^0 \\ q_0(t+1) = \varphi_0(q_0(t), q_1(t), \dots, q_{n-1}(t), x_0(t), x_1(t), \dots, x_{r-1}(t)) \\ q_1(t+1) = \varphi_1(q_0(t), q_1(t), \dots, q_{n-1}(t), x_0(t), x_1(t), \dots, x_{r-1}(t)) \\ \dots \\ q_{n-1}(t+1) = \varphi_{n-1}(q_0(t), q_1(t), \dots, q_{n-1}(t), x_0(t), x_1(t), \dots, x_{r-1}(t)) \\ y_0(t) = \psi_0(q_0(t), q_1(t), \dots, q_{n-1}(t), x_0(t), x_1(t), \dots, x_{r-1}(t)) \\ y_1(t) = \psi_1(q_0(t), q_1(t), \dots, q_{n-1}(t), x_0(t), x_1(t), \dots, x_{r-1}(t)) \\ \dots \\ y_{m-1}(t) = \psi_{m-1}(q_0(t), q_1(t), \dots, q_{n-1}(t), x_0(t), x_1(t), \dots, x_{r-1}(t)) \end{array} \right.$$

Пусть переменные $x'_0, x'_1, \dots, x'_{r-1}$ попарно различны. Результатом применения операции переименования переменных x_0, x_1, \dots, x_{r-1} является о.-д. функция $f'(x'_0, x'_1, \dots, x'_{r-1}) : \{0, 1\}^r \rightarrow \{0, 1\}^m$, задаваемая каноническими уравнениями

$$\left\{ \begin{array}{l} q_0(0) = q_0^0, q_1(0) = q_1^0, \dots, q_{n-1}(0) = q_{n-1}^0 \\ q_0(t+1) = \varphi'_0(q_0(t), q_1(t), \dots, q_{n-1}(t), x'_0(t), x'_1(t), \dots, x'_{r-1}(t)) \\ q_1(t+1) = \varphi'_1(q_0(t), q_1(t), \dots, q_{n-1}(t), x'_0(t), x'_1(t), \dots, x'_{r-1}(t)) \\ \dots \\ q_{n-1}(t+1) = \varphi'_{n-1}(q_0(t), q_1(t), \dots, q_{n-1}(t), x'_0(t), x'_1(t), \dots, x'_{r-1}(t)) \quad , \\ y_0(t) = \psi'_0(q_0(t), q_1(t), \dots, q_{n-1}(t), x'_0(t), x'_1(t), \dots, x'_{r-1}(t)) \\ y_1(t) = \psi'_1(q_0(t), q_1(t), \dots, q_{n-1}(t), x'_0(t), x'_1(t), \dots, x'_{r-1}(t)) \\ \dots \\ y_{m-1}(t) = \psi'_{m-1}(q_0(t), q_1(t), \dots, q_{n-1}(t), x'_0(t), x'_1(t), \dots, x'_{r-1}(t)) \end{array} \right.$$

где φ'_i и ψ'_i получены из φ_i и ψ_i операцией переименования переменных, определенной на булевых функциях. Свяжем с данной функцией объект $E_{f'}$, изображенный на рисунке 1.5.

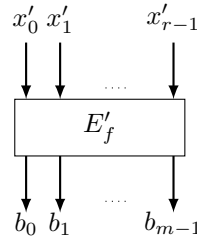


Рис. 1.5:

Операция 5 - подстановка. Пусть задана о.-д. функция $f(x_0, x_1, \dots, x_{r-1}) :$

$\{0, 1\}^r \rightarrow \{0, 1\}^m$, определяемая каноническими уравнениями

$$\left\{ \begin{array}{l} q_0(0) = q_0^0, q_1(0) = q_1^0, \dots, q_{n-1}(0) = q_{n-1}^0 \\ q_0(t+1) = \varphi_0(q_0(t), q_1(t), \dots, q_{n-1}(t), x_0(t), x_1(t), \dots, x_{r-1}(t)) \\ q_1(t+1) = \varphi_1(q_0(t), q_1(t), \dots, q_{n-1}(t), x_0(t), x_1(t), \dots, x_{r-1}(t)) \\ \dots \\ q_{n-1}(t+1) = \varphi_{n-1}(q_0(t), q_1(t), \dots, q_{n-1}(t), x_0(t), x_1(t), \dots, x_{r-1}(t)) \\ y_0(t) = \psi_0(q_0(t), q_1(t), \dots, q_{n-1}(t), x_0(t), x_1(t), \dots, x_{r-1}(t)) \\ \dots \\ y_{i-1}(t) = \psi_{i-1}(q_0(t), q_1(t), \dots, q_{n-1}(t), x_0(t), x_1(t), \dots, x_{r-1}(t)) \\ y_i(t) = \psi_i(q_0(t), q_1(t), \dots, q_{n-1}(t), x_0(t), x_1(t), \dots, x_{r-1}(t)) \\ y_{i+1}(t) = \psi_{i+1}(q_0(t), q_1(t), \dots, q_{n-1}(t), x_0(t), x_1(t), \dots, x_{r-1}(t)) \\ \dots \\ y_{m-1}(t) = \psi_{m-1}(q_0(t), q_1(t), \dots, q_{n-1}(t), x_0(t), x_1(t), \dots, x_{r-1}(t)) \end{array} \right.$$

и о.-д. функция $g(x'_0, x'_1, \dots, x'_{r'-1}) : \{0, 1\}^{r'} \rightarrow \{0, 1\}^{m'}$, определяемая каноническими уравнениями

$$\left\{ \begin{array}{l} q'_0(0) = q_0^{0'}, q'_1(0) = q_1^{0'}, \dots, q'_{n'-1}(0) = q_{n'-1}^{0'} \\ q'_0(t+1) = \varphi'_0(q'_0(t), q'_1(t), \dots, q'_{n'-1}(t), x'_0(t), \dots, x'_j(t), \dots, x'_{r'-1}(t)) \\ q'_1(t+1) = \varphi'_1(q'_0(t), q'_1(t), \dots, q'_{n'-1}(t), x'_0(t), \dots, x'_j(t), \dots, x'_{r'-1}(t)) \\ \dots \\ q'_{n'-1}(t+1) = \varphi'_{n'-1}(q'_0(t), q'_1(t), \dots, q'_{n'-1}(t), x'_0(t), \dots, x'_j(t), \dots, x'_{r'-1}(t)) \\ y'_0(t) = \psi_0(q'_0(t), q'_1(t), \dots, q'_{n'-1}(t), x'_0(t), \dots, x'_j(t), \dots, x'_{r'-1}(t)) \\ y'_1(t) = \psi_1(q'_0(t), q'_1(t), \dots, q'_{n'-1}(t), x'_0(t), \dots, x'_j(t), \dots, x'_{r'-1}(t)) \\ \dots \\ y'_{m'-1}(t) = \psi_{m'-1}(q'_0(t), q'_1(t), \dots, q'_{n'-1}(t), x'_0(t), \dots, x'_j(t), \dots, x'_{r'-1}(t)) \end{array} \right.$$

Результатом применения операции подстановки i -го выхода функции f к j -му входу функции g назовем функцию $h : \{0, 1\}^{r+r'-1} \rightarrow \{0, 1\}^{m+m'-1}$,

12 ГЛАВА 1. СХЕМЫ ИЗ ОГРАНИЧЕННО-ДЕТЕРМИНИРОВАННЫХ ФУНКЦИЙ

задаваемая каноническими уравнениями

$$\left\{ \begin{array}{l} q_0(0) = q_0^0, q_1(0) = q_1^0, \dots, q_{n-1}(0) = q_{n-1}^0 \\ q'_0(0) = q_0^{0'}, q'_1(0) = q_1^{0'}, \dots, q'_{n'-1}(0) = q_{n'-1}^{0'} \\ q_0(t+1) = \varphi_0(q_0(t), q_1(t), \dots, q_{n-1}(t), x_0(t), x_1(t), \dots, x_{r-1}(t)) \\ q_1(t+1) = \varphi_1(q_0(t), q_1(t), \dots, q_{n-1}(t), x_0(t), x_1(t), \dots, x_{r-1}(t)) \\ \dots \\ q_{n-1}(t+1) = \varphi_{n-1}(q_0(t), q_1(t), \dots, q_{n-1}(t), x_0(t), x_1(t), \dots, x_{r-1}(t)) \\ q'_0(t+1) = \varphi'_0(q'_0(t), q'_1(t), \dots, q'_{n'-1}(t), x'_0(t), \dots, \\ \psi_i(q_0(t), q_1(t), \dots, q_{n-1}(t), x_0(t), x_1(t), \dots, x_{r-1}(t)), \dots, x'_{r'-1}(t)) \\ q'_1(t+1) = \varphi'_1(q'_0(t), q'_1(t), \dots, q'_{n'-1}(t), x'_0(t), \dots, \\ \psi_i(q_0(t), q_1(t), \dots, q_{n-1}(t), x_0(t), x_1(t), \dots, x_{r-1}(t)), \dots, x'_{r'-1}(t)) \\ \dots \\ q'_{n'-1}(t+1) = \varphi'_{n'-1}(q'_0(t), q'_1(t), \dots, q'_{n'-1}(t), x'_0(t), \dots, \\ \psi_i(q_0(t), q_1(t), \dots, q_{n-1}(t), x_0(t), x_1(t), \dots, x_{r-1}(t)), \dots, x'_{r'-1}(t)) \\ y_0(t) = \psi_0(q_0(t), q_1(t), \dots, q_{n-1}(t), x_0(t), x_1(t), \dots, x_{r-1}(t)) \\ \dots \\ y_{i-1}(t) = \psi_{i-1}(q_0(t), q_1(t), \dots, q_{n-1}(t), x_0(t), x_1(t), \dots, x_{r-1}(t)) \\ y_{i+1}(t) = \psi_{i+1}(q_0(t), q_1(t), \dots, q_{n-1}(t), x_0(t), x_1(t), \dots, x_{r-1}(t)) \\ \dots \\ y_{m-1}(t) = \psi_{m-1}(q_0(t), q_1(t), \dots, q_{n-1}(t), x_0(t), x_1(t), \dots, x_{r-1}(t)) \\ y'_0(t) = \psi_0(q'_0(t), q'_1(t), \dots, q'_{n'-1}(t), x'_0(t), \dots, \\ \psi_i(q_0(t), q_1(t), \dots, q_{n-1}(t), x_0(t), x_1(t), \dots, x_{r-1}(t)), \dots, x'_{r'-1}(t)) \\ y'_1(t) = \psi_1(q'_0(t), q'_1(t), \dots, q'_{n'-1}(t), x'_0(t), \dots, \\ \psi_i(q_0(t), q_1(t), \dots, q_{n-1}(t), x_0(t), x_1(t), \dots, x_{r-1}(t)), \dots, x'_{r'-1}(t)) \\ \dots \\ y'_{m'-1}(t) = \psi_{m'-1}(q'_0(t), q'_1(t), \dots, q'_{n'-1}(t), x'_0(t), \dots, \\ \psi_i(q_0(t), q_1(t), \dots, q_{n-1}(t), x_0(t), x_1(t), \dots, x_{r-1}(t)), \dots, x'_{r'-1}(t)) \end{array} \right.$$

Схема результирующей о.-д. функции изображена на рисунке 1.6.

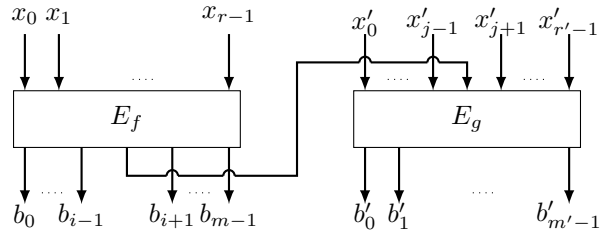


Рис. 1.6:

Операция 6 - обратная связь. Пусть задана о.-д. функция $f(x_0, x_1, \dots, x_{r-1}) : \{0, 1\}^r \rightarrow \{0, 1\}^m$, определяемая каноническими уравнениями

$$\left\{ \begin{array}{l} q_0(0) = q_0^0, q_1(0) = q_1^0, \dots, q_{n-1}(0) = q_{n-1}^0 \\ q_0(t+1) = \varphi_0(q_0(t), q_1(t), \dots, q_{n-1}(t), x_0(t), \dots, x_{i-1}, x_i(t), x_{i+1}, \dots, x_{r-1}(t)) \\ q_1(t+1) = \varphi_1(q_0(t), q_1(t), \dots, q_{n-1}(t), x_0(t), \dots, x_{i-1}, x_i(t), x_{i+1}, \dots, x_{r-1}(t)) \\ \dots \\ q_{n-1}(t+1) = \varphi_{n-1}(q_0(t), q_1(t), \dots, q_{n-1}(t), x_0(t), \dots, x_{i-1}, x_i(t), x_{i+1}, \dots, x_{r-1}(t)) \\ y_0(t) = \psi_0(q_0(t), q_1(t), \dots, q_{n-1}(t), x_0(t), \dots, x_{i-1}, x_i(t), x_{i+1}, \dots, x_{r-1}(t)) \\ \dots \\ y_j(t) = \psi_j(q_0(t), q_1(t), \dots, q_{n-1}(t), x_0(t), \dots, x_{i-1}, x_i(t), x_{i+1}, \dots, x_{r-1}(t)) \\ \dots \\ y_{m-1}(t) = \psi_{m-1}(q_0(t), q_1(t), \dots, q_{n-1}(t), x_0(t), \dots, x_{i-1}, x_i(t), x_{i+1}, \dots, x_{r-1}(t)) \end{array} \right.$$

Пусть выход j о.-д. функция f зависит от аргумента x_i со сдвигом, то есть переменная x_i является фиктивной для функции ψ_j . Тогда результатом применения операции обратной связи выхода y_j ко входу x_i назовем о.-д. функцию $f'(x_0, \dots, x_{i-1}, x_{i+1}, \dots, x_{r-1}) : \{0, 1\}^{r-1} \rightarrow \{0, 1\}^m$, определяемую каноническими уравнениями

$$\left\{ \begin{array}{l} q_0(0) = q_0^0, q_1(0) = q_1^0, \dots, q_{n-1}(0) = q_{n-1}^0 \\ q_0(t+1) = \varphi_0(q_0(t), q_1(t), \dots, q_{n-1}(t), x_0(t), \dots, x_{i-1}, \\ \psi'_i(q_0(t), q_1(t), \dots, q_{n-1}(t), x_0(t), \dots, x_{i-1}, x_{i+1}, \dots, x_{r-1}(t)), x_{i+1}, \dots, x_{r-1}(t)) \\ q_1(t+1) = \varphi_1(q_0(t), q_1(t), \dots, q_{n-1}(t), x_0(t), \dots, x_{i-1}, \\ \psi'_i(q_0(t), q_1(t), \dots, q_{n-1}(t), x_0(t), \dots, x_{i-1}, x_{i+1}, \dots, x_{r-1}(t)), x_{i+1}, \dots, x_{r-1}(t)) \\ \dots \\ q_{n-1}(t+1) = \varphi_{n-1}(q_0(t), q_1(t), \dots, q_{n-1}(t), x_0(t), \dots, x_{i-1}, \\ \psi'_i(q_0(t), q_1(t), \dots, q_{n-1}(t), x_0(t), \dots, x_{i-1}, x_{i+1}, \dots, x_{r-1}(t)), x_{i+1}, \dots, x_{r-1}(t)) \\ y_0(t) = \psi_0(q_0(t), q_1(t), \dots, q_{n-1}(t), x_0(t), \dots, x_{i-1}, x_{i+1}, \dots, x_{r-1}(t)) \\ \dots \\ y_j(t) = \psi'_j(q_0(t), q_1(t), \dots, q_{n-1}(t), x_0(t), \dots, x_{i-1}, x_{i+1}, \dots, x_{r-1}(t)) \\ \dots \\ y_{m-1}(t) = \psi'_{m-1}(q_0(t), q_1(t), \dots, q_{n-1}(t), x_0(t), \dots, x_{i-1}, x_{i+1}, \dots, x_{r-1}(t)), \end{array} \right.$$

где функции ψ'_k получаются из ψ_k операцией удаления фиктивной переменной x_i . Схема результирующей о.-д. функции изображена на рисунке 1.7.

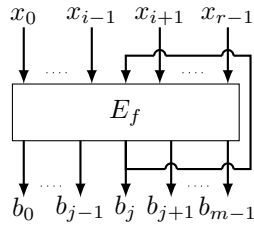


Рис. 1.7:

Пусть задан набор о.-д. функций $M = \{f_1, f_2, \dots, f_l\}$. Каждой функции сопоставим элемент E_{f_i} , множество таких элементов обозначим как E_M .

0_Σ - Каждый элемент из E_M является схемой. Функционированием такой схемы это функционирование соответствующей о.-д. функции.

Пусть $\{S_j\}$ - схемы над множеством E_M и им соответствуют о.-д. функция f_{S_j} . Тогда схемы S' полученная из схем, принадлежащих множеству $\{S_j\}$, с помощью одной из выше описанных операций, также является схемой над E_M . Функционирование схемы - это функционирование, соответствующей ей, о.-д. функции f' .

Операции 1-5 образуют операцию суперпозиции. Операции 1-6 образуют операцию композиции.

1.2 Построение схемы по абстрактному автомату

В данном разделе рассмотрим задачу представления абстрактного автомата в виде схемы над P_2 полной системой и задержками G_0, G_1 , их диаграммы изображены на рисунке 1.8

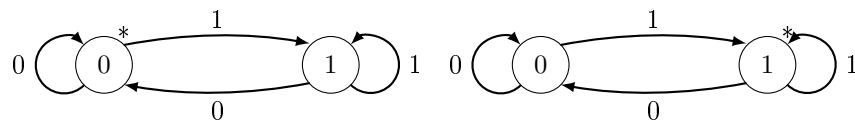


Рис. 1.8:

Припишем каждому из этих автоматов схемы изображенные на рисунке 1.9

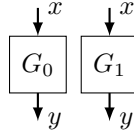


Рис. 1.9:

Определение 1 *Инициальным абстрактным автоматом называется шестерка $V = (A, Q, B, \varphi, \psi, q_0)$, где A - входной алфавит, B - выходной алфавит, Q - алфавит состояний, φ - функция переходов, ψ - функция выходов, q_0 - начальное состояние.*

В предыдущем разделе операции были определены над автоматами с алфавитами вида $\{0, 1\}^r$. Чтобы представить автомат в виде схемы нам надо перейти к таким алфавитам. Данный «переход» производится с помощью кодирования алфавитов автомата в алфавите $E_2 = \{0, 1\}$, а именно, каждому символу в алфавите A однозначным образом сопоставляется набор из 0 и 1 длины r , где $r \geq \log_2|A|$, каждому символу в алфавите Q однозначным образом сопоставляется набор из 0 и 1 длины n , где $n \geq \log_2|Q|$, каждому символу в алфавите B однозначным образом сопоставляется набор из 0 и 1 длины m , где $m \geq \log_2|B|$, то есть входным алфавитом автомата является алфавит $A' \subset \{0, 1\}^r$, алфавитом состояний алфавит $Q' \subset \{0, 1\}^n$ и выходным алфавитом алфавит $B' \subset \{0, 1\}^m$. Обозначим эти отображения C_A, C_Q, C_B соответственно.

$$\begin{cases} q(0) = q^0 \\ q(t+1) = \varphi(q(t), x(t)) \\ y(t) = \psi(q(t), x(t)) \end{cases} ,$$

Поскольку алфавиты A, Q, B произвольны представляется проблематичным записать функции φ и ψ аналитически. В данном случае подходящим способом представляется задание этих функций в виде таблицы. А именно, можно построить таблицу следующего вида:

$q(t)$	$x(t)$	$q(t+1)$	$b(t)$
...
q^i	a^j	$\varphi(q^i, a^j)$	$\psi(q^i, a^j)$
...

Заменим входные символы, символы состояний и выходные символы на их коды. Тогда таблица примет вид:

$(q_0(t)q_1(t) \dots q_{n-1}(t))$	$(x_0(t)x_1(t) \dots x_{r-1}(t))$	$(q_0(t+1)q_1(t+1) \dots q_{n-1}(t+1))$	$(y_0(t)y_1(t) \dots y_{m-1}(t))$
...
$(q_0^i q_1^i \dots q_{n-1}^i)$	$(x_0^j x_1^j \dots x_{r-1}^j)$	$C_Q(\varphi(q^i, a^j))$	$C_B(\psi(q^i, a^j))$
...

16 ГЛАВА 1. СХЕМЫ ИЗ ОГРАНИЧЕННО-ДЕТЕРМИНИРОВАННЫХ ФУНКЦИЙ

$(x_0^j x_1^j \dots x_{n-1}^j)$ - код входного символа a^j , $(q_0^i q_1^i \dots q_{n-1}^i)$ - код символа состояния q^i . $C_Q(\varphi(q^i, a^j))$ и $C_B(\psi(q^i, a^j))$ также являются наборами длины n и m и их можно переписать как вектор функции, зависящие от кодов состояния и входных символов.

$$\begin{pmatrix} \varphi_0(q_0, q_1, \dots, q_{n-1}, x_0, x_1, \dots, x_{r-1}) \\ \varphi_1(q_0, q_1, \dots, q_{n-1}, x_0, x_1, \dots, x_{r-1}) \\ \dots \\ \varphi_{n-1}(q_0, q_1, \dots, q_{n-1}, x_0, x_1, \dots, x_{r-1}) \end{pmatrix} = (C_Q(\varphi(C_Q^{-1}(q_0, q_1, \dots, q_{n-1}), C_A^{-1}(x_0, x_1, \dots, x_{r-1}))))$$

$$\begin{pmatrix} \psi_0(q_0, q_1, \dots, q_{n-1}, x_0, x_1, \dots, x_{r-1}) \\ \psi_1(q_0, q_1, \dots, q_{n-1}, x_0, x_1, \dots, x_{r-1}) \\ \dots \\ \psi_{m-1}(q_0, q_1, \dots, q_{n-1}, x_0, x_1, \dots, x_{r-1}) \end{pmatrix} = (C_Q(\psi(C_Q^{-1}(q_0, q_1, \dots, q_{n-1}), C_A^{-1}(x_0, x_1, \dots, x_{r-1}))))$$

Перепишем таблицу в следующем виде

$q_0(t)$...	$q_{n-1}(t)$	$x_0(t)$...	$x_{r-1}(t)$...	$q_i(t+1)$...	$y_i(t)$...
...
q_0^j	...	q_{n-1}^j	x_0^j	...	x_{r-1}^j	...	$\varphi_i(q_0^j, \dots, q_{n-1}^j, x_0^j, \dots, x_{r-1}^j)$...	$\psi_i(q_0^j, \dots, q_{n-1}^j, x_0^j, \dots, x_{r-1}^j)$...
...

Согласно этой таблице наши канонические уравнения можно переписать в виде

$$\begin{cases} q_0(0) = q_0^0, q_1(0) = q_1^0, \dots, q_{n-1}(0) = q_{n-1}^0 \\ q_0(t+1) = \varphi_0(q_0(t), q_1(t), \dots, q_{n-1}(t), x_0(t), x_1(t), \dots, x_{r-1}(t)) \\ q_1(t+1) = \varphi_1(q_0(t), q_1(t), \dots, q_{n-1}(t), x_0(t), x_1(t), \dots, x_{r-1}(t)) \\ \dots \\ q_{n-1}(t+1) = \varphi_{n-1}(q_0(t), q_1(t), \dots, q_{n-1}(t), x_0(t), x_1(t), \dots, x_{r-1}(t)) \\ y_0(t) = \psi_0(q_0(t), q_1(t), \dots, q_{n-1}(t), x_0(t), x_1(t), \dots, x_{r-1}(t)) \\ y_1(t) = \psi_1(q_0(t), q_1(t), \dots, q_{n-1}(t), x_0(t), x_1(t), \dots, x_{r-1}(t)) \\ \dots \\ y_{m-1}(t) = \psi_{m-1}(q_0(t), q_1(t), \dots, q_{n-1}(t), x_0(t), x_1(t), \dots, x_{r-1}(t)) \end{cases}$$

Заметим, что функции φ_i и ψ_j являются булевыми функциями от $n+r$ переменных и могут быть заданы в виде схем из функциональных элементов над P_2 полной системой. Обозначим соответствующие схемы через S_{φ_i} и S_{ψ_j} и изобразим как прямоугольник с $n+r$ входящими стрелками и одной выходящей стрелкой. Задержка обладает тем свойством, что на выходе в следующий момент времени у нее, то что пришло на вход в данный момент времени. Используем это свойством, чтобы запомнить выходы функций φ_i . Для этого подадим выходы этих функций на вход задержек. Соответственно на выходе задержек будет реализован код состояния, который мы подадим на вход функций φ_i и ψ_j . Тип задержки, нулевая или единичная, выберем на основании кода начального состояния. Итоговая схема изображена на рисунке 1.10

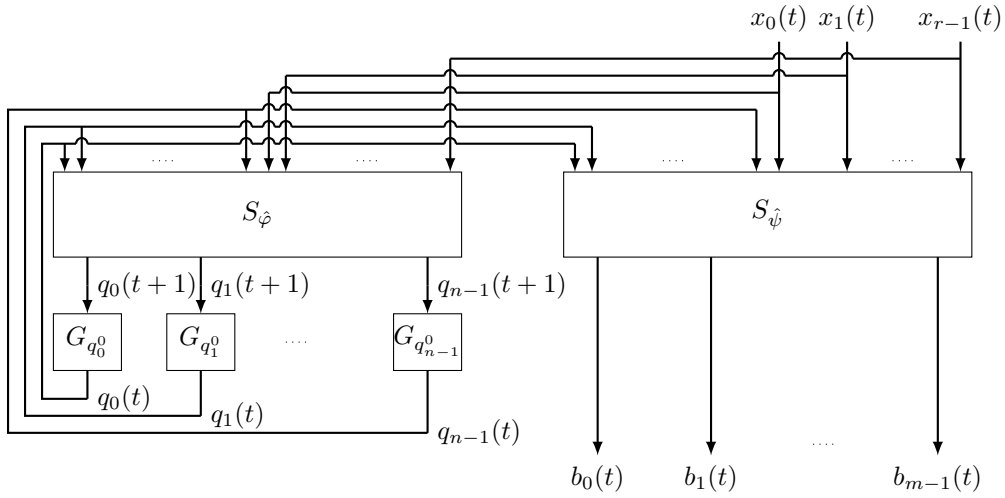


Рис. 1.10:

Таким образом, чтобы для инициального абстрактного автомата $V = (A, Q, B, \varphi, psi, q^0)$ построить схему над P_2 полной системой и G_0, G_1 надо:

- Задать кодирования алфавитов A, Q, B
- Построить таблицу функций φ и ψ
- Построить таблицу с учетом кодирований алфавитов.
- Построить канонические уравнения
- Построить схему и использованием элементов из P_2 полной системы и G_0, G_1

1.2.1 Задачи

1. Построить схему автомата, изображенного на рисунке 1.11, над множеством $\{P_2(2), G_0, G_1\}$

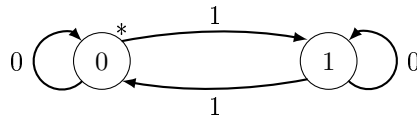


Рис. 1.11:

2. Построить схему автомата, изображенного на рисунке 1.12, над множеством $\{P_2(2), G_0, G_1\}$

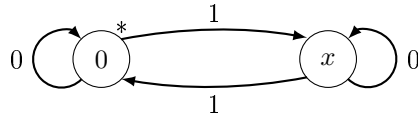


Рис. 1.12:

3. Построить схему автомата, изображенного на рисунке 1.13, над множеством $\{P_2(2), G_0, G_1\}$

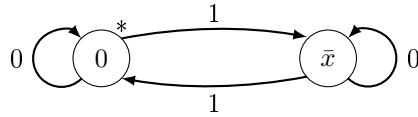


Рис. 1.13:

4. Построить схему автомата, изображенного на рисунке 1.14, над множеством $\{P_2(2), G_0, G_1\}$

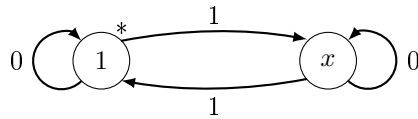


Рис. 1.14:

5. Построить схему автомата, изображенного на рисунке 1.15, над множеством $\{P_2(2), G_0, G_1\}$

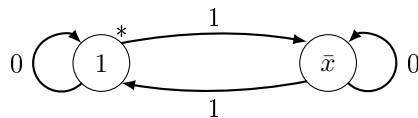


Рис. 1.15:

6. Построить схему автомата, изображенного на рисунке 1.16, над множеством $\{P_2(2), G_0, G_1\}$

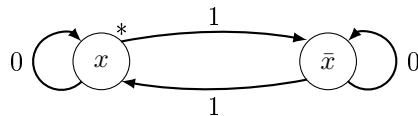


Рис. 1.16:

7. Построить схему автомата, изображенного на рисунке 1.17, над множеством $\{P_2(2), G_0, G_1\}$

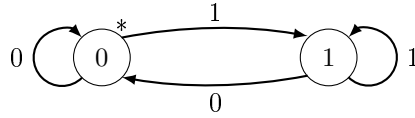


Рис. 1.17:

8. Построить схему автомата, изображенного на рисунке 1.18, над множеством $\{P_2(1), G_0\}$

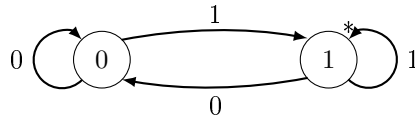


Рис. 1.18:

9. Построить схему автомата, изображенного на рисунке 1.19, над множеством $\{P_2(2), G_0, G_1\}$

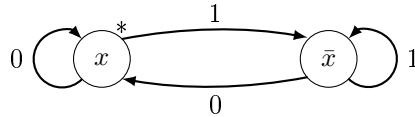


Рис. 1.19:

10. Построить схему автомата, изображенного на рисунке 1.20, над множеством $\{P_2(2), G_0, G_1\}$

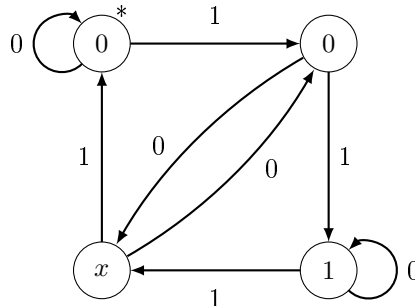


Рис. 1.20:

20 ГЛАВА 1. СХЕМЫ ИЗ ОГРАНИЧЕННО-ДЕТЕРМИНИРОВАННЫХ ФУНКЦИЙ

11. Построить схему автомата, изображенного на рисунке 1.21, над множеством $\{f_{\&}, f_{\vee}, f_{\neg}, G_0, G_1\}$

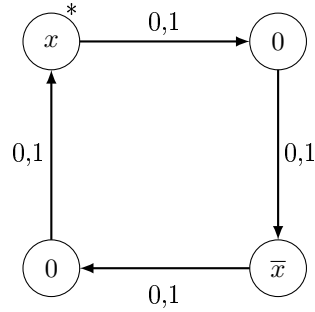


Рис. 1.21:

12. Построить схему автомата, изображенного на рисунке 1.21, над множеством $\{f_{\&}, f_{\vee}, f_{\neg}, G_0, G_1\}$. Найти такое кодирование, что сложность получаемой схемы не превосходит 8.
13. Построить схему автомата, изображенного на рисунке 1.22, над множеством $\{f_{\&}, f_{\vee}, f_{\neg}, G_0, G_1\}$

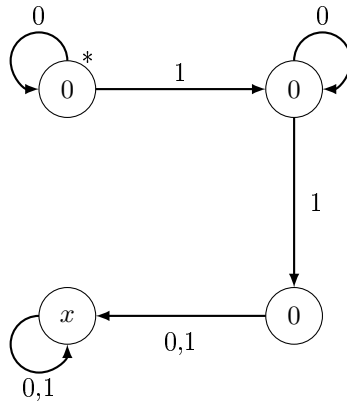


Рис. 1.22:

14. Построить схему автомата, изображенного на рисунке 1.22, над множеством $\{f_{\&}, f_{\vee}, f_{\neg}, G_0, G_1\}$. Найти такое кодирование, что сложность получаемой схемы не превосходит 7.
15. Построить схему автомата, изображенного на рисунке 1.23, над множеством $\{f_{\&}, f_{\vee}, f_{\neg}, G_0, G_1\}$

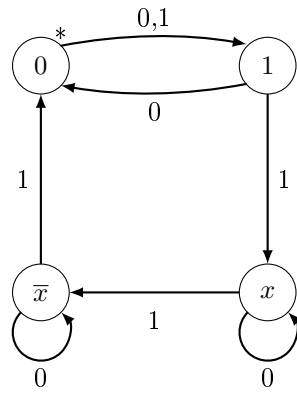


Рис. 1.23:

16. Построить схему автомата, изображенного на рисунке 1.24, над множеством $\{f_{\&}, f_{\vee}, f_{\neg}, G_0, G_1\}$

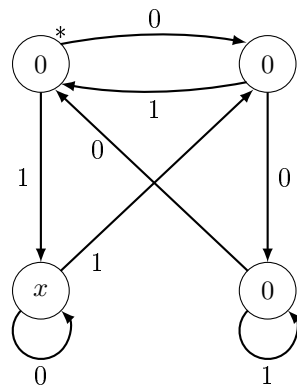


Рис. 1.24:

17. Построить схему автомата, изображенного на рисунке 1.25, над множеством $\{f_{\&}, f_{\vee}, f_{\neg}, G_0, G_1\}$

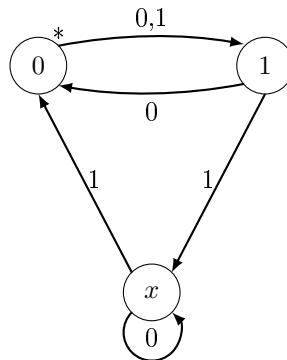


Рис. 1.25:

18. Построить схему автомата, изображенного на рисунке 1.26, над множеством $\{P_2(2), G_0, G_1\}$

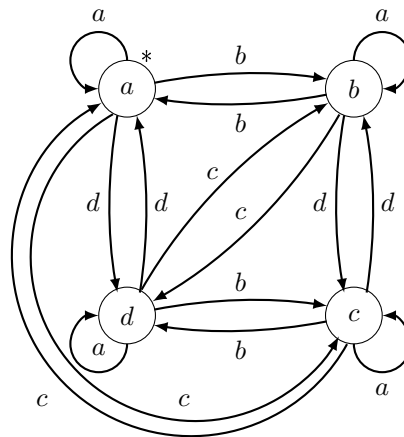


Рис. 1.26:

Приведем решение задачи 1, построим схему автомата, изображенного на рисунке 1.11, над множеством $\{P_2(2), G_0, G_1\}$.

Входной алфавит - $E_2 = \{0, 1\}$, алфавит состояний $Q = \{q^0, q^1\}$, выходной алфавит - $E_2 = \{0, 1\}$. Для входного и выходного алфавита кодирование не требуется, элементы алфавита Q закодируем следующим образом

q	q^0	q^1
$C_Q(q)$	0	1

По диаграмме Мура построим таблицу функций φ и ψ

$q(t)$	$a(t)$	$q(t+1)$	$b(t)$
q^0	0	q^0	0
q^0	1	q^1	0
q^1	0	q^1	1
q^1	1	q^0	1

С учетом кодирования таблица примет вид

$q(t)$	$x(t)$	$q(t+1)$	$y(t)$
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	1
1	1	0	1

Выпишем канонические уравнения

$$\begin{cases} q(0) = 0 \\ q(t+1) = q(t) \oplus x(t) \\ y(t) = q(t) \end{cases}$$

Схема автомата изображена на рисунке 1.27

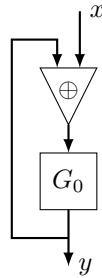


Рис. 1.27:

1.3 Построение абстрактного автомата по схеме

В данном разделе будет рассмотрена задача, обратная к задаче из предыдущего раздела, а именно, требуется по схеме построить абстрактный автомат (нарисовать диаграмму Мура). Для решения этой задачи нужно выполнить те же шаги, что и для построения схемы по автомату, но в обратном порядке, а именно:

- По схеме выписать канонические уравнения
- По каноническим уравнениям построить таблицу функций переходов и выходов.
- По таблице нарисовать диаграмму Мура автомата.

1.3.1 Задачи

1. Построить автомат по схеме, изображенной на рисунке 1.28.

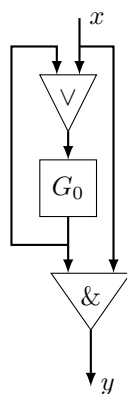


Рис. 1.28:

2. Построить автомат по схеме, изображенной на рисунке 1.29.

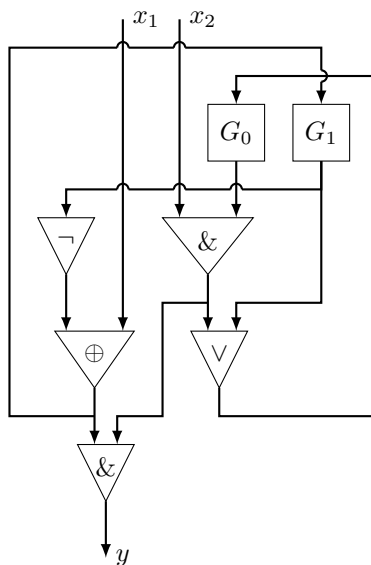


Рис. 1.29:

3. Построить автомат по схеме, изображенной на рисунке 1.30.

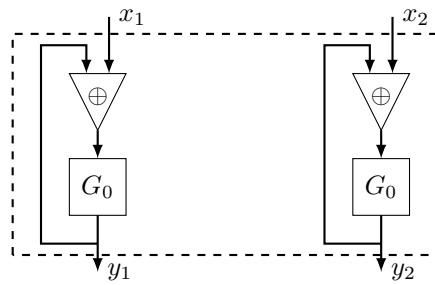


Рис. 1.30:

4. Построить автомат по схеме, изображенной на рисунке 1.31.

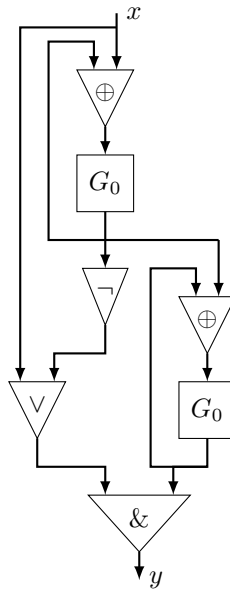


Рис. 1.31:

Рассмотрим решение задачи 1, построим диаграмму Мура по схеме, изображенной на рисунке 1.28 По схеме выпишем канонические уравнения

$$\begin{cases} q(0) = 0 \\ q(t+1) = q(t) \vee x(t) \\ b(t) = q(t) \& x(t) \end{cases}$$

Выпишем таблицу функций

$q(t)$	$x(t)$	$q(t+1)$	$y(t)$
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	1	1

Положим входной алфавит, алфавит состояний и выходной алфавит равными E_2 . Диаграмма Мура автомата изображена на рисунке 1.32

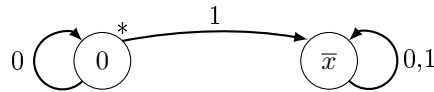


Рис. 1.32:

1.4 Минимизация схемы относительно числа задержек

В данном разделе будет рассмотрена задача минимизации схемы. С практической точки зрения элемент задержки является наиболее «сложным», для его реализации требуется существенно большее число транзисторов, чем для функционального элемента. Поэтому имеет смысл задача минимизации схемы относительно числа задержек. Итак пусть задана схема. Чтобы минимизировать число задержек:

- Построим автомат по данной схеме
- Отбросим недостижимые из начального состояния и склеим эквивалентные состояния
- По получившемуся автомату построим схему, используя минимально возможно длину кодов состояний

Вообще говоря, данная минимизация возможна не во всех случаях.

1.4.1 Задачи

1. Минимизировать число задержек в схеме автомата, изображенного на рисунке 1.33

1.4. МИНИМИЗАЦИЯ СХЕМЫ ОТНОСИТЕЛЬНО ЧИСЛА ЗАДЕРЖЕК 27

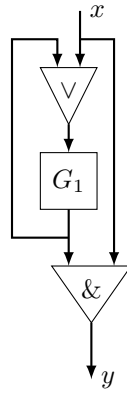


Рис. 1.33:

2. Минимизировать число задержек в схеме автомата, изображенного на рисунке 1.34

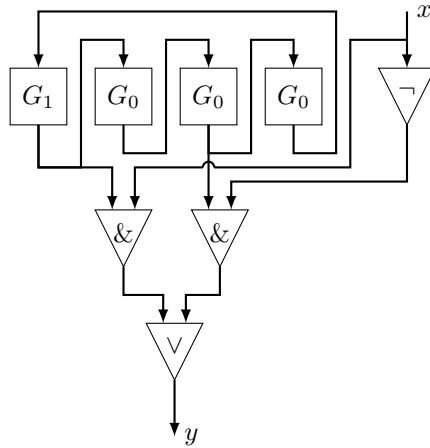


Рис. 1.34:

3. Минимизировать число задержек в схеме автомата, изображенного на рисунке 1.35

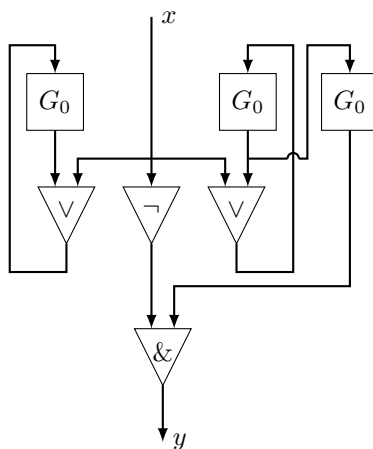


Рис. 1.35:

4. Минимизировать число задержек в схеме автомата, изображенного на рисунке 1.36

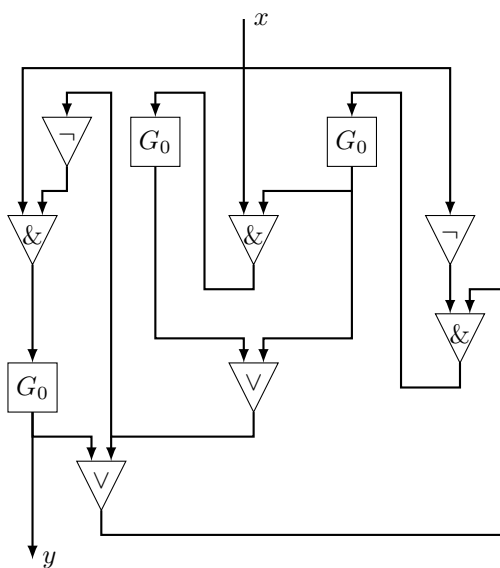


Рис. 1.36:

5. Минимизировать число задержек в схеме автомата, изображенного на рисунке 1.37

1.4. МИНИМИЗАЦИЯ СХЕМЫ ОТНОСИТЕЛЬНО ЧИСЛА ЗАДЕРЖЕК²⁹

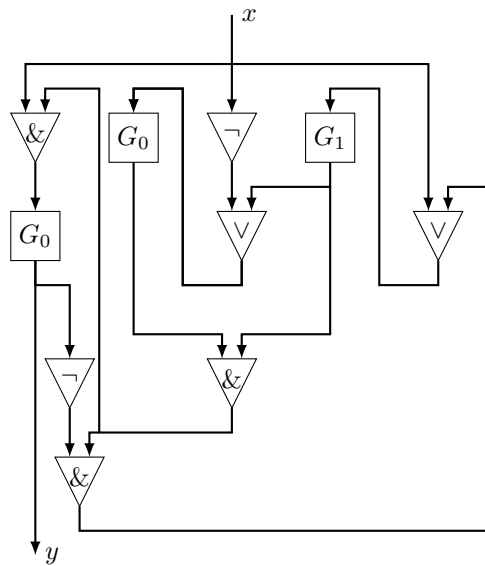


Рис. 1.37:

6. Минимизировать число задержек в схеме автомата, изображенного на рисунке 1.38

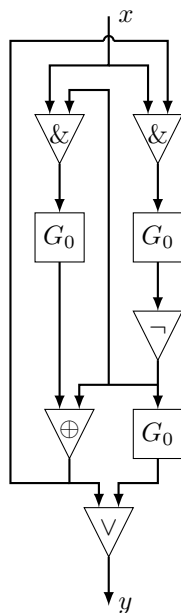


Рис. 1.38:

7. Минимизировать число задержек в схеме автомата, изображенного на рисунке 1.39

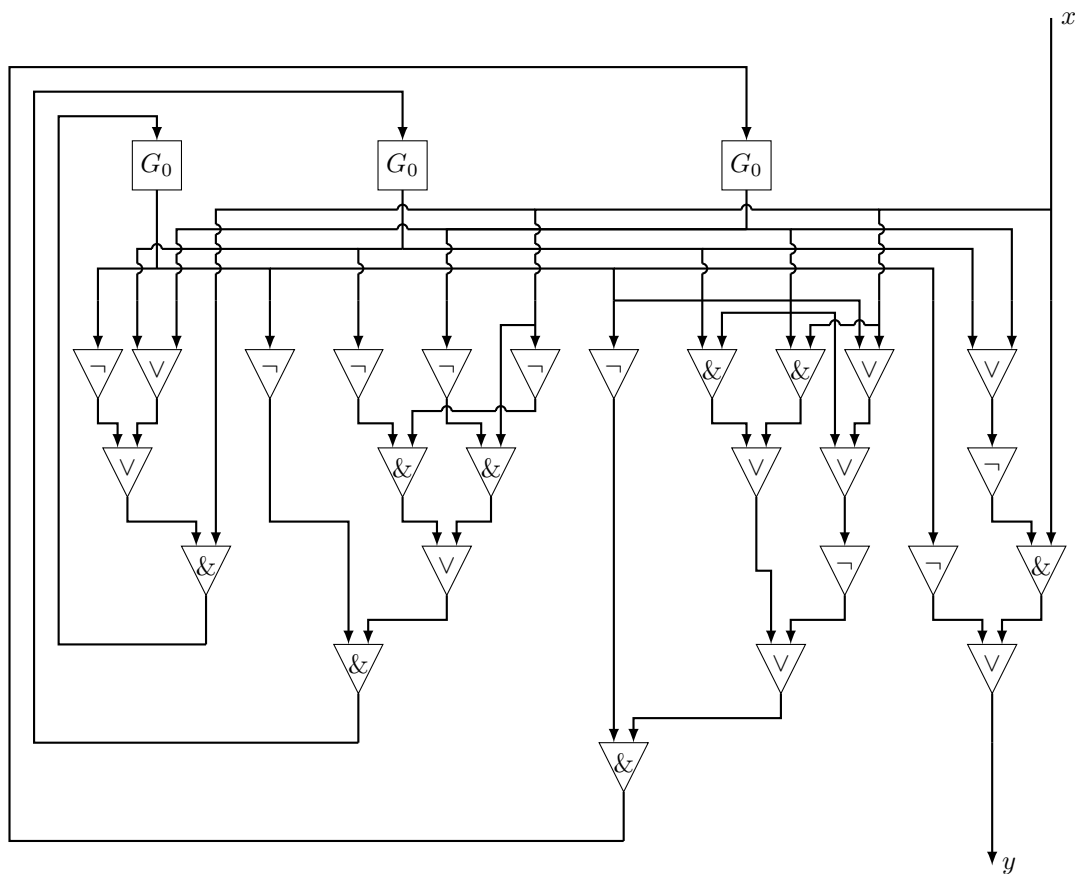


Рис. 1.39:

1.5 Распознавание конечных событий структурными автоматами

Пусть задано регулярное событие $R = \{a_1 a_2 \dots a_n\}$. Требуется построить структурный автомат, представляющий данное регулярное событие. Построим диаграмму Мура абстрактного автомата, представляющего регулярное событие R .

1.5. РАСПОЗНАВАНИЕ КОНЕЧНЫХ СОБЫТИЙ СТРУКТУРНЫМИ АВТОМАТАМИ 31

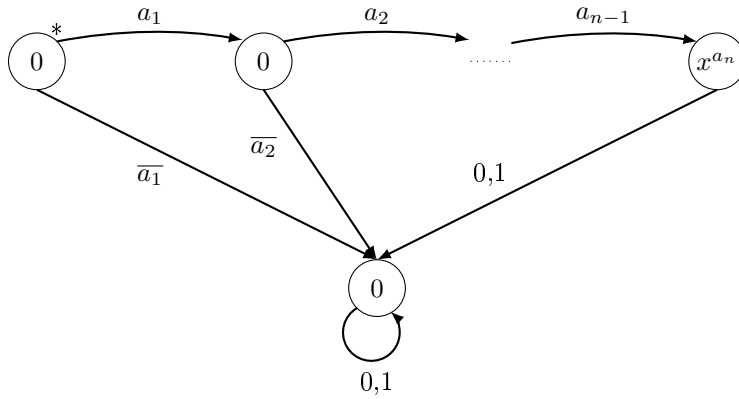


Рис. 1.40: Автомат, представляющий событие R

Для заданного автомата рассмотрим кодирование кодами длины n (см. рис 1.41).

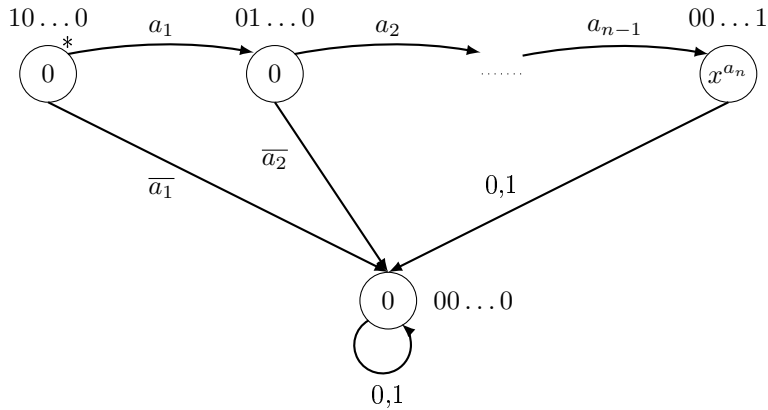


Рис. 1.41: Автомат, представляющий событие R , с введенным кодированием

Можно заметить, что канонические уравнения при таком кодировании имеют вид:

$$\begin{cases} q_1(0) = 1, q_2(0) = \dots = q_n(0) = 0 \\ q_1(t+1) = 0 \\ q_{i+1}(t+1) = q_i(t) \& x^{a_i}(t), i = 2, \dots, n-1 \\ y(t) = q_n(t) \& x^{a_n}(t) \end{cases}$$

Схема, соответствующего автомата, изображена на рисунке 1.42

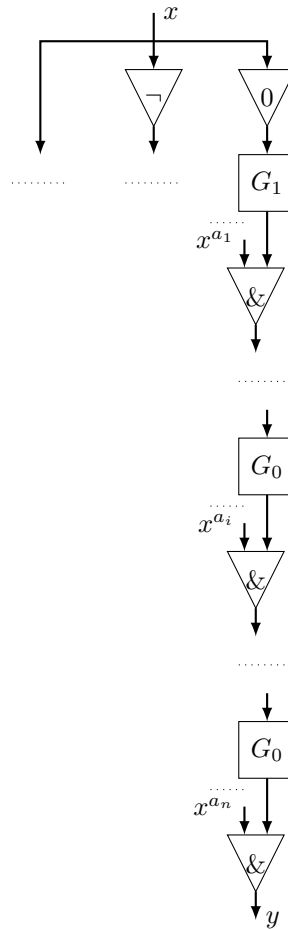


Рис. 1.42: Схема автомата, распознающего регулярное событие R

1.5.1 Задачи

1. Построить схему без обратных связей автомата, представляющего регулярное событие $\{00\}$
2. Построить схему без обратных связей автомата, представляющего регулярное событие $\{011\}$
3. Построить схему без обратных связей автомата, представляющего регулярное событие $\{0101\}$
4. Построить схему без обратных связей автомата, представляющего регулярное событие $R = \{00, 011\}$

1.5. РАСПОЗНАВАНИЕ КОНЕЧНЫХ СОБЫТИЙ СТРУКТУРНЫМИ АВТОМАТАМИЗЗ

5. Построить схему без обратных связей автомата, представляющего регулярное событие $R = \{00, 1011\}$
6. Построить схему без обратных связей автомата, представляющего регулярное событие $R = \{110, 1101\}$
7. Построить схему без обратных связей автомата, представляющего регулярное событие $R = \{11, 001, 0101\}$
8. Пусть заданы регулярные события R_1 и R_2 . И пусть S_1 и S_2 схемы автоматов, представляющие эти регулярные события. Построить схему, представляющего регулярное событие $R_1 \cap R_2, R_1 \cup R_2, R_1^* R_2, R_1 R_2^*$

34 ГЛАВА 1. СХЕМЫ ИЗ ОГРАНИЧЕННО-ДЕТЕРМИНИРОВАННЫХ ФУНКЦИЙ

Глава 2

Декомпозиция автоматов

2.1 Внутренняя полугруппа автомата

Определение 2 Пусть задано множество S и бинарная операция \cdot на элементах этого множества, обладающая свойством ассоциативности, т.е. $(s_1 \cdot s_2) \cdot s_3 = s_1 \cdot (s_2 \cdot s_3)$. Пара (S, \cdot) называется полугруппой.

Определение 3 Пусть задана полугруппа (S, \cdot) . Если в полугруппе существует элемент e , такой что $s \cdot e = e \cdot s = s, \forall s \in S$, то полугруппа называется моноидом, а элемент e — единицей.

Определение 4 Если для любого элемента s моноида S существует элемент s^{-1} , такой что $s \cdot s^{-1} = s^{-1} \cdot s = e$, то моноид называется группой.

Пусть задан автомат $V = (A, Q, B, \varphi, \psi)$. Пусть $X_V = \{s : Q \rightarrow Q | \exists a \in A, s(q) = \varphi(a, q) \quad \forall q \in Q\}$, а $S_V = \langle X_V \rangle$ — замыкание множества X_V относительно операции суперпозиции отображений множества Q в себя [5].

Определение 5 Назовем S_V внутренней полугруппой автомата V , а X_V — порождающим множеством внутренней полугруппы.

Замечание 1 Порядок умножения отображений «слева направо»: если заданы отображения p_1 и p_2 , то значение их произведения на элементе i определяется равенством $(p_1 \cdot p_2)(i) = p_2(p_1(i))$.

Найдем внутреннюю полугруппу автомата V , изображенного на рисунке 2.1.

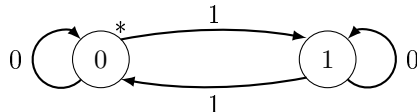


Рис. 2.1:

Входной алфавит автомата – E_2 . Для каждого элемента $a \in E_2$ найдем, соответствующее ему, отображение на множестве состояний Q . Обозначим через 0 отображение, соответствующее входному символу 0, а через 1 отображение, соответствующее входному символу 1. Без ограничения общности считаем, что $Q = \{0, 1\}$.

$$0 : \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = e, 1 : \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = (01)$$

Таким образом найдено множество X_V . Замыкание множества X_V не даст новых элементов, $0^2 = 0, 1^2 = 0, 1 \cdot 0 = 0 \cdot 1 = 1$, т.о. S_V есть S_2 .

2.1.1 Задачи

1. Найти внутреннюю полугруппу автомата, изображенного на рис. 2.2

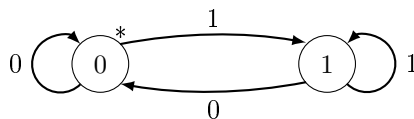


Рис. 2.2:

2. Найти внутреннюю полугруппу автомата, изображенного на рис. 2.3

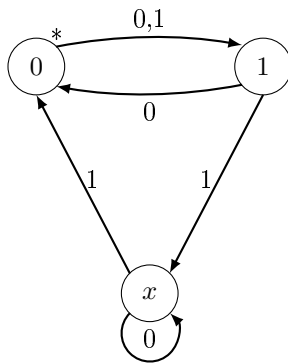


Рис. 2.3:

3. Найти внутреннюю полугруппу автомата, изображенного на рис. 2.4

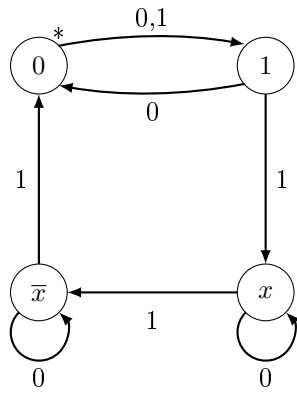


Рис. 2.4:

4. Найти внутреннюю полугруппу автомата, изображенного на рис. 2.5

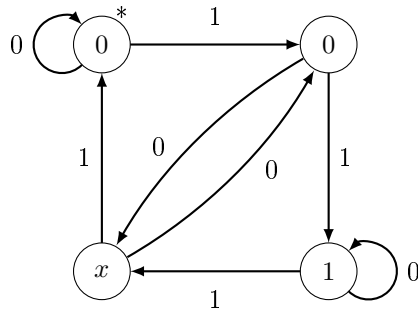


Рис. 2.5:

5. Найти внутреннюю полугруппу автомата, изображенного на рис. 2.6

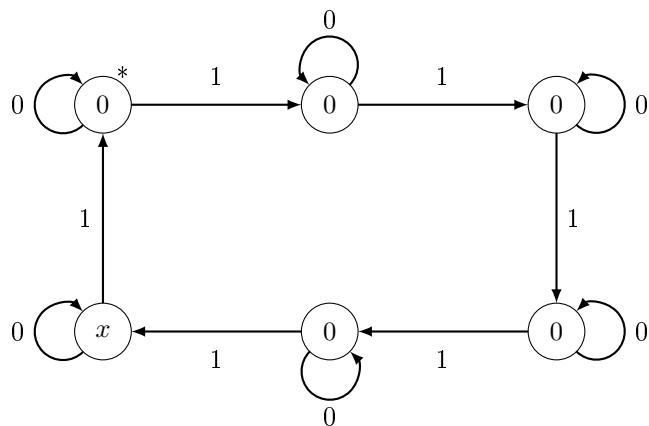


Рис. 2.6:

6. Найти внутреннюю полугруппу автомата, изображенного на рис. 2.7

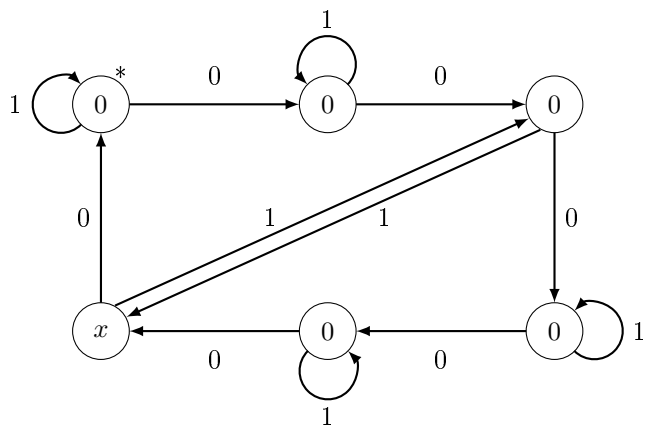


Рис. 2.7:

Решение задачи 4: найти внутреннюю полугруппу автомата, изображенного на рис. 2.8

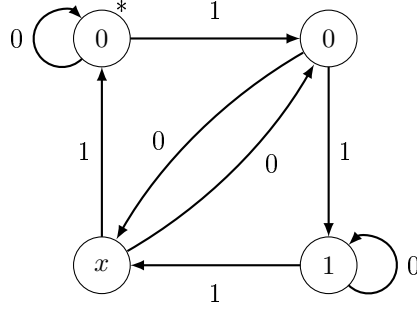


Рис. 2.8:

Входной алфавит автомата — E_2 . Для каждого элемента $a \in E_2$ найдем, соответствующее ему, отображение на множестве состояний Q . Обозначим через $\mathbf{0}$ отображение, соответствующее входному символу 0 , а через $\mathbf{1}$ отображение, соответствующее входному символу 1 . Без ограничения общности считаем, что $Q = \{0, 1\}$.

$$\mathbf{0} : \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} = (13), \mathbf{1} : \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & 0 \end{pmatrix} = (0123)$$

$X_V = \{(13), (0123)\}$. Заметим, что $\mathbf{1}^2 = (02)(13)$. Следовательно $\mathbf{1}^2 \cdot \mathbf{0} = (02)$. Из выше сказанного можно вывести соотношение $\mathbf{0} \cdot \mathbf{1} = (13) \cdot (0123) = (01)(23) = (0123) \cdot (02) = \mathbf{1}^3 \cdot \mathbf{0}$. Заметим, что любой элемент группы $S_V = \langle X_V \rangle$ есть произведение элементов $\mathbf{0}$ и $\mathbf{1}$, т.е. $S_V \ni g = \mathbf{0}^{\alpha_0} \cdot \mathbf{1}^{\alpha_2} \cdot \mathbf{0}^{\alpha_3} \dots$. Однако, пользуясь выведенным соотношением, любой элемент можно представить как $g = \mathbf{1}^\alpha \cdot \mathbf{0}^\beta$. Заметим, что элемент $\mathbf{0}$ имеет порядок 2, а элемент $\mathbf{1}$ имеет порядок 4. А значит внутренняя полугруппа автомата есть $G_V = \{g | g = \mathbf{1}^\alpha \cdot \mathbf{0}^\beta, \text{ где } 0 \leq \alpha \leq 3, 0 \leq \beta \leq 1\}$. $|G_V| = 8$.

2.2 Автомат полугруппы

Определение 6 Пусть задана полугруппа S . Автомат $V_S = (S, S, S, \varphi_S, \psi_S)$,

$$\varphi_S(s_{st}, s_{in}) = s_{st} \cdot s_{in}, \text{ где } s_{st}, s_{in} \in S,$$

$$\psi_S = (s_{st}, s_{in}) = s_{st}, \text{ где } s_{st}, s_{in} \in S.$$

назовем автоматом, определяемым полугруппой S , или просто автоматом полугруппы S .

Определение 7 Пусть задана полугруппа $S = \langle X \rangle$. Автомат $V_S = (X, S, S, \varphi_S, \psi_S)$,

$$\varphi_S(s_{st}, s_{in}) = s_{st} \cdot s_{in}, \text{ где } s_{st} \in S, s_{in} \in X,$$

$$\psi_S = (s_{st}, s_{in}) = s_{st}, \text{ где } s_{st} \in S, s_{in} \in X.$$

назовем автоматом, определяемым полугруппой S , или просто автоматом полугруппы S .

Построим автомат по группе Z_2 . Элементами группы являются 0 и 1, операция - сумма по модулю 2. Согласно определению $V_{Z_2} = (Z_2, Z_2, Z_2, \varphi, \psi)$. Функции переходов и выходов определяются таблицей

s_{st}	s_{in}	$\varphi(s_{st}, s_{in})$	$\psi(s_{st}, s_{in})$
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	1
1	1	0	1

Диаграмма Мура автомата изображена на рис. 2.9.

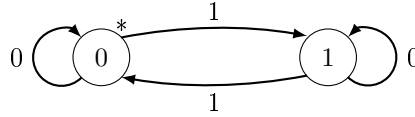


Рис. 2.9:

По построенному автомату построим схему. Закодируем автомат как изображено на рис. 2.10

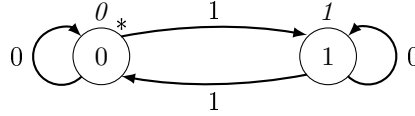


Рис. 2.10:

Кодирование задано функцией F

q	0	1
$F(q)$	0	1

Данное кодирование и автомат V_{Z_2} порождают булев оператор

$x(t)$	$q(t)$	$q(t+1)$	$y(t)$
0	0	0	0
0	1	1	1
1	0	1	0
1	1	0	1

Канонические уравнения имеют вид

$$\begin{cases} q(0) = 0 \\ q(t+1) = q(t) \oplus x(t) \\ y(t) = q(t) \end{cases}$$

Схема автомата изображена на рис. 2.11

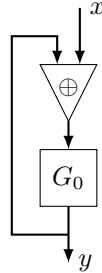


Рис. 2.11:

2.2.1 Задачи

1. Построить автомат группы $S_2, Z_2, S_3, S_4, A_3, A_4, Z_2 \oplus Z_2, Z_2^k$
2. Пусть задана полугруппа S . Доказать, что внутренняя полугруппа автомата V_S есть S .

2.3 Автомат фактор-группы

Пусть задана группа G . $H \subset G$ - подгруппа группы G . Для каждого элемента $g \in G$ можно определить множество $gH = \{g \cdot h | h \in H\}$, называемое левым смежным классом. Соответственно правый смежный класс - это множество $Hg = \{h \cdot g | h \in H\}$. [4]

Утверждение 1 Пусть задана группа G . $H \subset G$ - подгруппа группы G . Тогда для элементов $g_1, g_2 \in G$ либо $g_1 \cdot H = g_2 \cdot H$, либо $g_1 \cdot H \cap g_2 \cdot H = \emptyset$. [4]

Пусть задана группа G . $H \subset G$ - подгруппа группы G . Рассмотрим все попарно различные левые(правые) смежные классы по подгруппе H . Обозначим их как $c_0 \cdot H, c_1 \cdot H, \dots, c_{n-1} \cdot H$ ($H \cdot c_0, H \cdot c_1, \dots, H \cdot c_{n-1}$). Можно заметить, что $G = c_0H \sqcup c_1H \sqcup \dots \sqcup c_{n-1}H$ ($G = Hc_0 \sqcup Hc_1 \sqcup \dots \sqcup Hc_{n-1}$). Число n смежных классов называется индексом подгруппы H в группе G и обозначается $|G : H|$. [4]

Утверждение 2 Пусть задана группа G . $H \subset G$ - подгруппа группы G . Два элемента $g_1, g_2 \in G$ лежат в одном левом смежном классе тогда и только тогда, когда $g_1^{-1} \cdot g_2 \in H$ или $g_2^{-1} \cdot g_1 \in H$. [4]

Утверждение 3 Пусть задана группа G . $H \subset G$ - подгруппа группы G . Два элемента $g_1, g_2 \in G$ лежат в одном правом смежном классе тогда и только тогда, когда $g_1 \cdot g_2^{-1} \in H$ или $g_2 \cdot g_1^{-1} \in H$ [4].

Определение 8 Пусть задана группа G . Подгруппа $H \subset G$ называется нормальной, если выполнено $gH = Hg, \forall g \in G$ [4].

Заметим, что если H – нормальная подгруппа, множество смежных классов по H образует группу относительно операции $g_1H \cdot g_2H = g_1 \cdot g_2H$. Данная группа называется фактор-группой группы G под подгруппе H и обозначается G/H [4].

Определение 9 Пусть задана группа $G = \langle X \rangle$, X -порождающее множество. Пусть H -нормальная подгруппа группы G , тогда определена фактор-группа G/H и можно построить автомат фактор-группы $V_{G/H} = \{X, G/H, G/H, \varphi_{G/H}, \psi_{G/H}\}$, где $\varphi_{G/H}(Hg, x) = Hgx, \psi_{G/H}(Hg, x) = Hg$.

2.3.1 Задачи

1. Построить автомат фактор-группы внутренней группы G автомата, изображенного на рис. 2.12, по нормальной подгруппе $H \cong Z_2 \oplus Z_2$.

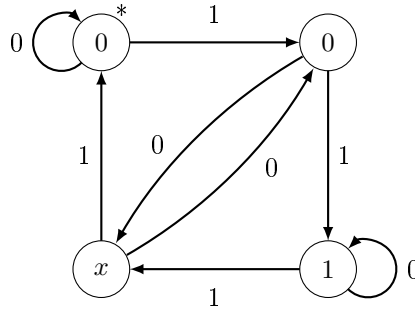


Рис. 2.12:

2. Построить автомат фактор-группы внутренней группы G автомата, изображенного на рис. 2.13, по нормальной подгруппе $H \cong Z_2 \oplus Z_2$.

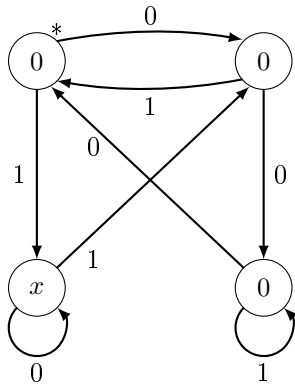


Рис. 2.13:

3. Построить автомат фактор-группы внутренней группы G автомата, изображенного на рис. 2.14, по нормальной подгруппе $H \cong Z_2$, нормальной подгруппе $H \cong Z_3$.

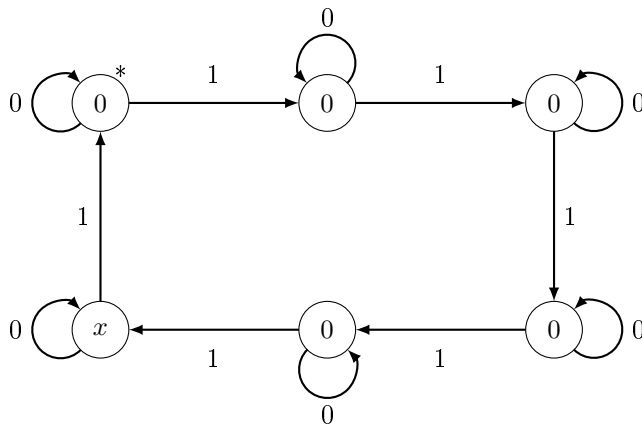


Рис. 2.14:

4. Построить автомат фактор-группы внутренней группы G автомата, изображенного на рис. 2.15, по нормальной подгруппе $H \cong Z_2^3$

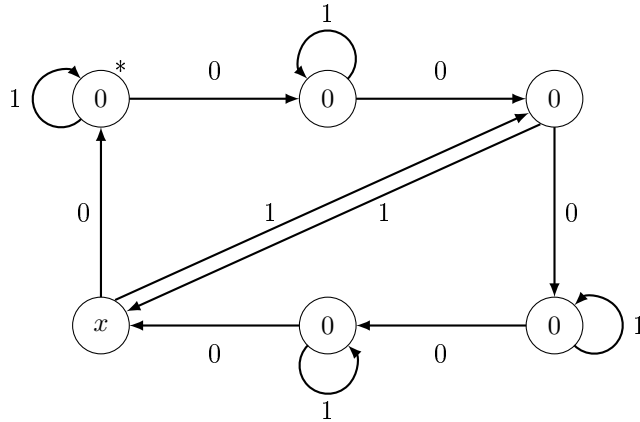


Рис. 2.15:

5. Построить автомат фактор-группы внутренней группы G автомата, изображенного на рис. 2.16, по нормальной подгруппе $H \cong Z_2^4$.

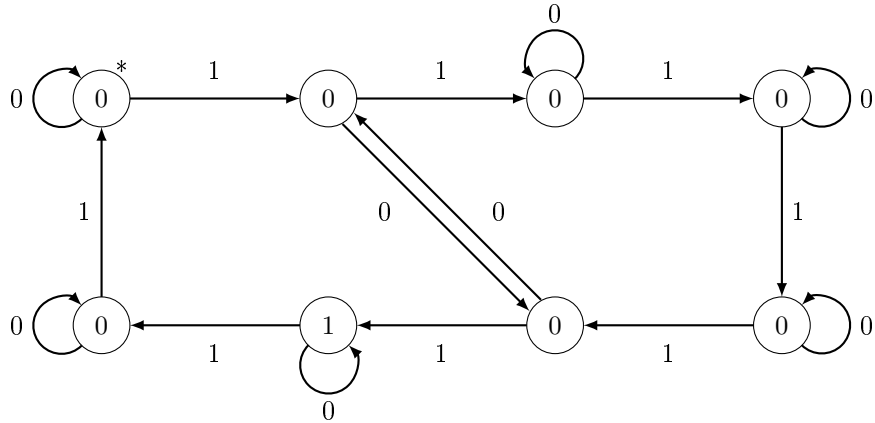


Рис. 2.16:

Решение задачи 1: построить автомат фактор-группы внутренней группы G автомата, изображенного на рис. 2.17, по нормальной подгруппе $H \cong Z_2 \oplus Z_2$.

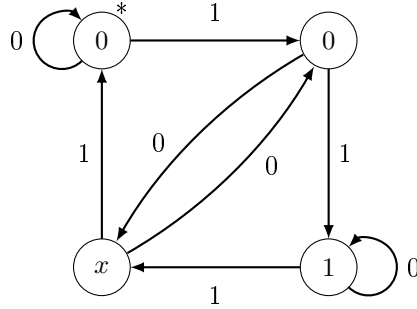


Рис. 2.17:

Порождающее множество внутренней полугруппы автомата есть $X_V = \{\mathbf{0} = (13), \mathbf{1} = (0123)\}$. Заметим, что $\mathbf{1}^2 = (02)(13)$. Следовательно, $\mathbf{1}^2 \cdot \mathbf{0} = (02)$. Заметим, что подгруппа $H = \langle (02), (13) \rangle = \{(02)^\alpha(13)^\beta \mid \alpha, \beta \in \{0, 1\}\} \cong Z_2 \oplus Z_2$ - является нормальной. Построим автомат фактор-группы G_V/H . Входной алфавит - $E_2 = \{0, 1\}$. Множество состояний и выходной алфавит - множество правых смежных классов группы G_V по H . Будем строить автомат поэтапно. Заметим, что сама группа H является смежным классом He . Изобразим это состояние на рисунке 2.18. На вход состояния может быть подана либо 1, либо 0.

Согласно определению 9 при подаче 0 состояние He переходит в состояние $He\mathbf{0} = H\mathbf{0}$. На основании утверждения 3 определим принадлежат ли элементы e и $\mathbf{0}$ одному смежному классу. Так как $e \cdot \mathbf{0}^{-1} = \mathbf{0} \in H$, то $He = H\mathbf{0}$. Следовательно, по входному символу $\mathbf{0}$ автомат остается в состоянии He .

При подаче 1 состояние He переходит в состояние $He\mathbf{1} = H\mathbf{1}$. На основании утверждения 3 определим принадлежат ли элементы e и $\mathbf{1}$ одному смежному классу. Так как $e \cdot \mathbf{1}^{-1} = (0321) \notin H$, то $He \neq H\mathbf{1}$. Следовательно, по входному символу $\mathbf{1}$ автомат переходит в новое состояние $H\mathbf{1}$. Изобразим построенные переходы на рисунке 2.18.

Найдем переходы из состояния $H\mathbf{1}$. При подаче 0 состояние $H\mathbf{1}$ переходит в состояние $H\mathbf{10}$. На основании утверждения 3 определим принадлежат ли элементы e и $\mathbf{10}$ одному смежному классу. Так как $e \cdot \mathbf{10}^{-1} = (01)(23) \notin H$, то $He \neq H\mathbf{10}$. Определим принадлежат ли элементы $\mathbf{10}$ и $\mathbf{1}$ одному смежному классу. Так как $\mathbf{10} \cdot \mathbf{1}^{-1} = (02) \in H$, то $H\mathbf{1} = H\mathbf{10}$. Следовательно, при подаче 0, автомат остается в состоянии $H\mathbf{1}$.

При подаче 1 состояние $H\mathbf{1}$ переходит в состояние $H\mathbf{11} = H\mathbf{1}^2$. Так как $e \cdot \mathbf{1}^{-2} = (02)(13) \in H$, то $H\mathbf{1}^2 = He$. Следовательно, по входному символу $\mathbf{1}$ автомат переходит в состоянии He . Изобразим построенные переходы на рисунке 2.18.

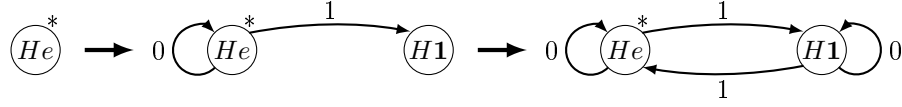


Рис. 2.18:

По построенному абстрактному автомату построим структурный автомат. Введем кодирование F

q	He	H1
$F(q)$	0	1

Схема автомата изображена на рис. 2.19

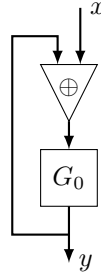


Рис. 2.19:

2.4 Декомпозиция группового автомата

Пусть задана группа G , а также $H \subset G$ - нормальная подгруппа. В основе декомпозиции группового автомата лежит представление любого элемента группы G как $g = h \cdot c_i$, где c_i - представитель смежного класса. Причем если зафиксировать представителей смежных классов c_0, c_1, \dots и использовать только их в таком разложении, то такое представление будет единственным. Верно, что если есть два элемента $g_1 = h_1 \cdot c_{i_1}$, $g_2 = h_2 \cdot c_{i_2}$, $h_1, h_2 \in H$, c_{i_1}, c_{i_2} - представители смежных классов, то $g_1 \cdot g_2 = h_3 \cdot c_j$. То есть, чтобы найти произведение двух элементов группы, надо по представителям смежных классов найти третий элемент $c_{i_1}, c_{i_2} \rightarrow c_j$, по элементам подгруппы H найти третий $h_1, h_2 \rightarrow h_3$. Покажем, что по сути, это есть умножение в фактор-группе G/H и подгруппе H . В случае с подгруппой H с некоторой «предподготовкой» входного элемента.

Итак, пусть автомат находится в состоянии g и на вход автомата подается символ "a". Обозначим перестановку, задаваемую входным символом "a" через g_a . Согласно определению автомат переходит в состояние $g' = g \cdot g_a$. Воспользуемся разложением группы на классы смежности. Тогда верно соотношение $g' = h' \cdot c' = h \cdot c \cdot g_a$. Обозначим $c' = \overline{c \cdot g_a}$ - представитель класса

смежности, содержащего элемент $c \cdot g_a$. Тогда $h' = h \cdot c \cdot g_a \cdot (\overline{c \cdot g_a})^{-1}$. Также заметим, что элемент $c \cdot g_a \cdot (\overline{c \cdot g_a})^{-1} \in H$ [5].

Пусть задан автомат $V = (A, Q, B, \varphi, \psi, q_0)$, G_V - внутренняя полугруппа автомата V , которая является группой, $H \subset G_V$ - нормальная подгруппа группы G_V . На основе всего вышесказанного исходный автомат может быть представлен как последовательно-параллельное соединение, изображенное на рисунке 2.20

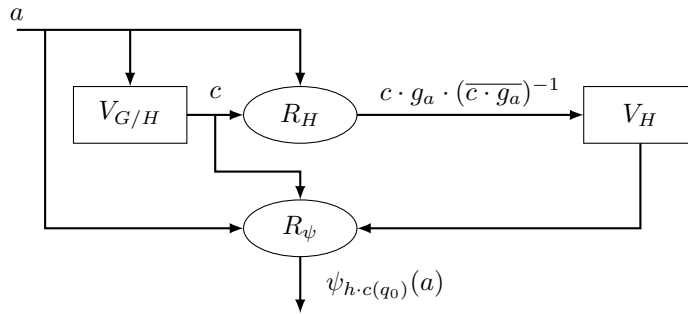


Рис. 2.20:

2.4.1 Задачи

1. Провести декомпозицию автомата, изображенного на рис. 2.21, по нормальной подгруппе H внутренней группы G такой, что $G/H \cong Z_2$

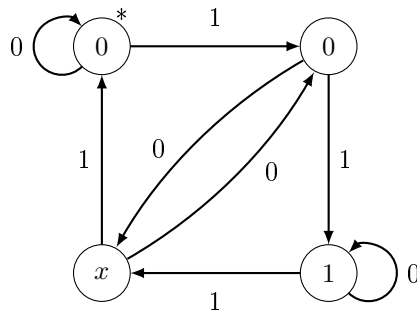


Рис. 2.21:

2. Провести декомпозицию автомата, изображенного на рис. 2.22, по нормальной подгруппе H внутренней группы G такой, что $G/H \cong Z_3$

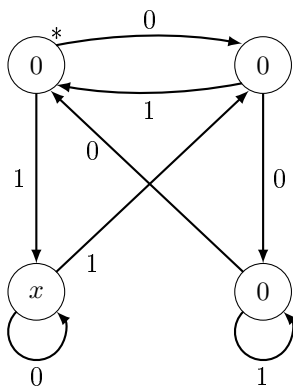


Рис. 2.22:

3. Провести декомпозицию автомата, изображенного на рис. 2.23, по нормальной а) подгруппе H внутренней группы G такой, что $G/H \cong Z_3$, б) подгруппе H внутренней группы G такой, что $G/H \cong Z_2$.

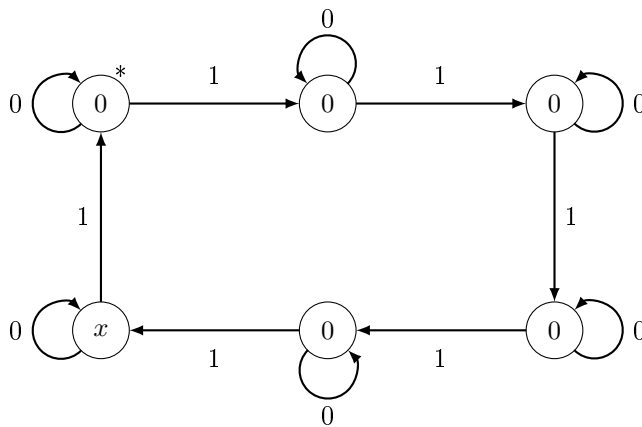


Рис. 2.23:

4. Провести декомпозицию автомата, изображенного на рис. 2.24, по нормальной подгруппе H внутренней группы G такой, что $G/H \cong Z_3$

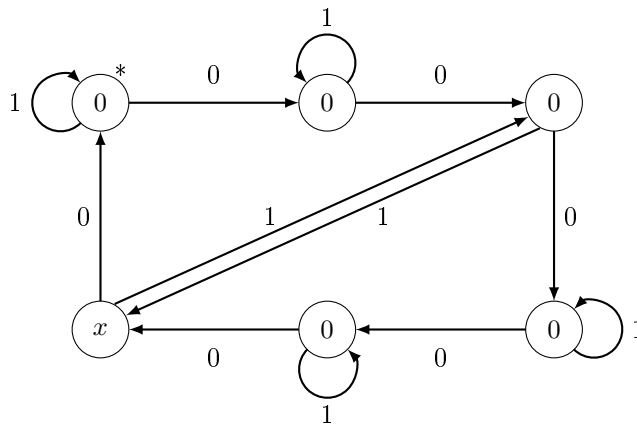


Рис. 2.24:

5. Провести декомпозицию автомата, изображенного на рис. 2.25, по нормальной подгруппе H внутренней группы G такой, что $G/H \cong Z_4$

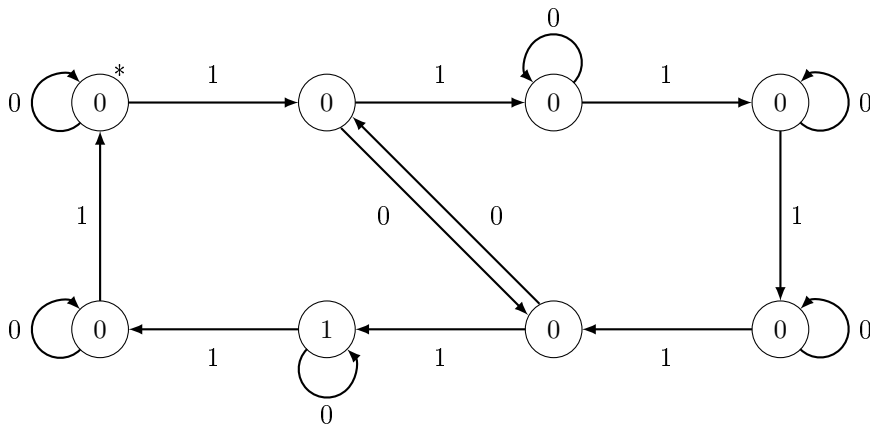


Рис. 2.25:

Приведем решение задачи 1: провести декомпозицию автомата, изображенного на рис. 2.26, по нормальной подгруппе H внутренней группы G такой, что $G/H \cong Z_2$

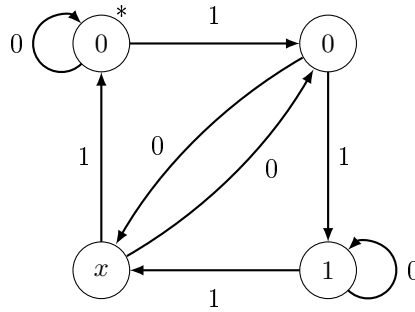


Рис. 2.26:

Порождающее множество внутренней полугруппы автомата есть $X_V = \{\mathbf{0} = (13), \mathbf{1} = (0123)\}$. Заметим, что $\mathbf{1}^2 = (02)(13)$. Следовательно, $\mathbf{1}^2 \cdot \mathbf{0} = (02)$. Заметим, что подгруппа $H = \langle (02), (13) \rangle = \{(02)^\alpha(13)^\beta | \alpha, \beta \in \{0, 1\}\} \cong Z_2 \oplus Z_2$ - является нормальной.

- Автомат фактор-группы G_V/H изображен на рисунке 2.27

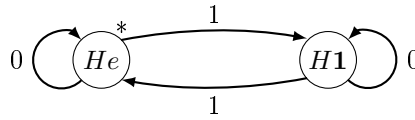


Рис. 2.27:

По построенному абстрактному автомату построим структурный автомат. Введем кодирование F

q	He	H1
$F(q)$	0	1

Схема автомата изображена на рис. 2.28

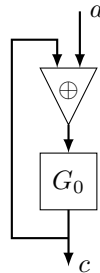


Рис. 2.28:

- Автомат подгруппы $H \cong Z_2 \oplus Z_2$ изображен на рисунке 2.29. Для построения структурного автомата было использовано кодирование

h	e	(02)	(13)	$(02)(13)$
$F(h)$	00	10	01	11

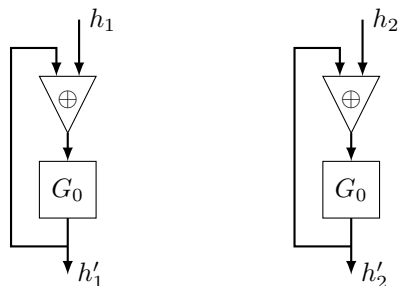


Рис. 2.29:

- Построим схему R_H , которая по представителю смежного класса c и элементу группы g_a выдает $c \cdot g_a \cdot (\overline{c \cdot g_a})^{-1}$ элемент группы H . Для начала построим таблицу. Заметим, что для построения таблицы надо будет применять операцию взятия представителя смежного класса, операция обозначаемая \bar{g} . Причем этот представитель должен быть зафиксирован. В качестве представителей возьмем представителей, использованных на этапе построения G/H , а именно, e для смежного класса H и $\mathbf{1}$ для класса $H\mathbf{1}$

c	g_a	$c \cdot g_a$	$\overline{c \cdot g_a}$	$(\overline{c \cdot g_a})^{-1}$	$c \cdot g_a \cdot (\overline{c \cdot g_a})^{-1}$
e	$\mathbf{0}$	$\mathbf{0}$	e	e	$\mathbf{0}$
e	$\mathbf{1}$	$\mathbf{1}$	$\mathbf{1}$	$\mathbf{1}^{-1}$	e
$\mathbf{1}$	$\mathbf{0}$	$\mathbf{10}$	$\mathbf{1}$	$\mathbf{1}^{-1}$	(02)
$\mathbf{1}$	$\mathbf{1}$	$\mathbf{1}^2$	e	e	$(02)(13)$

Используем для элементов c и g_a (первые два столбца) кодирование, использованное при построении схемы автомата $V_{G/H}$, а для элементов группы H (последний столбец) кодирование, использованное при построении G_H . В результате таблица примет вид

c	g_a	h_1	h_2
0	0	0	1
0	1	0	0
1	0	1	0
1	1	1	1

Как видно из таблицы

$$\begin{cases} h_1 = c \\ h_2 = c \sim g_a \end{cases}$$

На рисунке 2.30 изображена схема из функциональных элементов для блока R_H

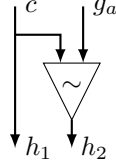


Рис. 2.30:

- Теперь построим выходной блок декомпозиции. Выход автомата определяется выходной функцией состояния, в котором находится автомат после подачи входной последовательности. Автомат начинает работать из начального состояния q_0 , и состояние, в которое перейдет начальное состояние, определяется перестановкой $g = h \cdot c$. Построим таблицу зависимости $\psi_{h \cdot c(q_0)}(a)$.

h	c	$h \cdot c(q_0)$	$\psi_{h \cdot c(q_0)}$
e	e	0	0
(02)	e	2	1
(13)	e	0	0
(02)(13)	e	2	1
e	1	1	0
(02)	1	3	x
(13)	1	2	0
(02)(13)	1	3	x

Используем для элементов c , использованное при построении схемы автомата $V_{G/H}$, а для элементов группы H кодирование, использованное при построении G_H . В результате таблица примет вид

h'_1	h'_2	c	$\psi_{h \cdot c(q_0)}$
0	0	0	0
1	0	0	1
0	1	0	0
1	1	0	1
0	0	1	0
1	0	1	x
0	1	1	0
1	1	1	x

Как видно из таблицы $\psi(h'_1, h'_2, c, a) = h'_1(\bar{c} \vee a)$ На рисунке 2.31 изображена схема из функциональных элементов для блока R_ψ

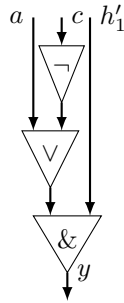


Рис. 2.31:

Построим схему автомата, объединив построенные схемы. Схема изображена на рисунке 2.32.

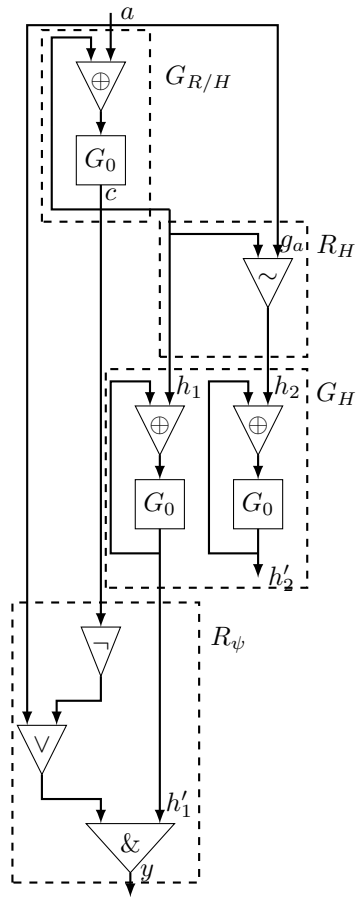


Рис. 2.32:

Как видно из из схемы h'_2 не требуется для построения выхода схемы. Удалим из схемы ненужные элементы, в результате получим схему, изображенную на рисунке 2.33.

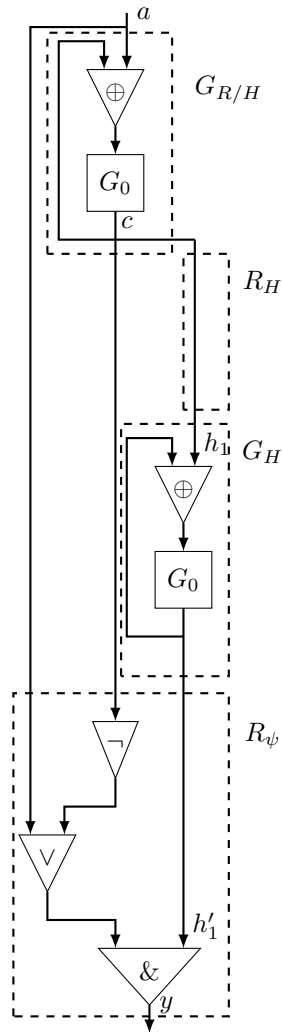


Рис. 2.33:

Литература

- [1] Кудрявцев В.Б., Алешин С.В., Подколзин А.С., *Введение в теорию автоматов*. -М.:Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит. 1985.
- [2] Яблонский С.В., *Введение в дискретную математику*. -М.:Наука,1979.
- [3] Р. Лидл, Г. Нидеррайтер *Конечные поля*. - М.:Мир, 1988.
- [4] М.И. Карагаполов, Ю.И. Мерзляков *Основы теории групп*. - 3-е издание-М.:Наука, 1982.
- [5] М.А. Арбиб *Декомпозиция автоматов и расширение полугрупп* Алгебраическая теория автоматов, языков и полугрупп-М.“Статистика“, 1975, С.46-64